

2. Übung

Quantisierung von Filterkoeffizienten

1. Aufgabe FIR Filterentwurf mit quantisierten Koeffizienten

Vorbereitende Aufgaben:

- Geben Sie die Quantisierungsintervallbreite q (=LSB) bei einer Wortlänge von B Bits an.

$$q =$$

- Geben Sie eine MATLAB-Befehlszeile an, die eine Zahl $-1 \leq x \leq 1 - \text{LSB}$ auf den Dezimalwert x_Q mit Runden umrechnet, der der zugehörigen Zweierkomplement-Darstellung mit der Wortlänge B in Bits entspricht.

$$x_Q =$$

- Wie berechnet sich die obere Schranke für die Frequenzgangsabweichung aufgrund der Koeffizientenquantisierung bei einem FIR-Filter?

$$\max_{\Omega} |\Delta H(\Omega)| =$$

- Geht bei einem FIR-Filter die lineare Phase durch die Koeffizientenquantisierung verloren?

Übungsdurchführung: Vervollständigen Sie das Programmgerüst `scd2_1_start.m`, welches einen FIR-Tiefpassentwurf (Remez) durchführt und anschließend die Koeffizienten quantisiert. Entwerfen Sie in der Folge einen Tiefpass mit den folgenden Spezifikationen:

- $f_{pass} = 0.2f_s$
- Max. Ripple im Durchlassbereich: 0.2 dB
- $f_{stop} = 0.3f_s$
- Sperrdämpfung: 40 dB

Starten Sie mit $B = 8$ Bit. Wird das Toleranzschema erfüllt? Wie groß sind obere Schranke und tatsächliche maximale Frequenzgangsabweichung? Mit welcher Wortlänge wird das Toleranzschema erfüllt?

2. Aufgabe Umwandlung eines IIR Filters in eine Kaskaden-Struktur

Schreiben sie ein kurzes MATLAB-Skript, das die folgenden Aufgaben löst:

- Laden Sie mit dem Befehl `load filt1 filt1` das Filter `filt1` ins MATLAB-Workspace.
- Wandeln Sie die Übertragungsfunktion

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}} \quad (1)$$

in die Form

$$H(z) = K \frac{(z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_N)}{(z - p_1)(z - p_2) \dots (z - p_N)} \quad (2)$$

um und lesen Sie die Null- und Polstellen ab. Liegen alle Pole im Einheitskreis? (Verwenden sie dazu den Befehl `tf2zp.m`.)

- Zerlegen Sie die Übertragungsfunktion $H(z)$ in drei Übertragungsfunktionen $H_1(z)$, $H_2(z)$ und $H_3(z)$, so dass $H(z) = GH_1(z)H_2(z)H_3(z)$. Verwenden Sie dazu den Befehl *tf2sos.m*. (Die Bedeutung des Funktionsparameters "SCALE" wird in einer der nächsten Übungen klar, setzen Sie den Parameter auf den Default-Wert.) Geben Sie die Teilübertragungsfunktionen

$$H_i(z) = \frac{b_{0i} + b_{1i}z^{-1} + b_{2i}z^{-2}}{1 + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}} \quad (3)$$

an. Sind die Bedingungen $|a_{1i}| < 2$ und $|a_{2i}| < 1$ erfüllt? Bestimmen Sie auch von den Einzelübertragungsfunktionen $H_i(z)$ die Pole und Nullstellen.

- Stellen Sie die Amplitudengänge von $H(z)$, $H_1(z)$, $H_2(z)$, $H_3(z)$ sowie von $GH_1(z)H_2(z)H_3(z)$ dar.

Zeichnen Sie ein Blockschaltbild der entsprechenden Kaskaden-Struktur.

3. Aufgabe IIR-Tiefpassentwurf mit quantisierten Koeffizienten

Machen Sie sich mit dem Programm *scd2_3.m* vertraut. Das Programm gliedert sich in folgende Funktionsbereiche:

- Auswahl des Filtertyps für den TP-Entwurf
- Eingabe des Toleranzschemas
- Filterentwurf
- Graphische Darstellung (Pol-Nullstellendiagramm, Frequenzgang)
- Quantisierung der Koeffizienten in Zweierkomplement-Darstellung bei Implementierung in der transponierten Direktform II
- Graphische Darstellung (Pol-Nullstellendiagramm, Frequenzgang)
- Aufteilung des Filters in eine Kaskadenform
- Quantisierung der Koeffizienten in Zweierkomplement-Darstellung bei Implementierung in Kaskadenform
- Graphische Darstellung (Pol-Nullstellendiagramm, Frequenzgang, Teilsysteme)
- Graphische Darstellung des Vergleichs der beiden Implementierungen

Entwerfen Sie mit Hilfe des Programms *scd2_3.m* einen Cauer-Tiefpass mit der Spezifikation

- $f_{pass} = 0.05f_s$
- Max. Ripple im Durchlassbereich: 0.2 dB
- $f_{stop} = 0.1f_s$
- Sperrdämpfung: 40 dB

Starten Sie mit $B = 16$ Bit. Wird das Toleranzschema mit beiden Implementierungen erfüllt? Wie groß sind die maximalen Frequenzgangsabweichung der beiden Implementierungen? Verringern Sie die Wortlänge und beobachten Sie die Ergebnisse.

Wiederholen Sie den Entwurf für unterschiedliche Spezifikationen und Filtertypen. Wählen Sie dabei einerseits Spezifikationen mit sehr hohen Abtastfrequenzen, andererseits auch Spezifikationen mit geringeren Anforderungen (z.B. $f_{pass}, f_{stop} \approx 0.2 \dots 0.3f_s, \dots$).