3. Übung
Quantisierte Arithmetik

Für die Untersuchung der Auswirkungen der quantisierten Arithmetik in realen Digitalfiltern wird eine MATLAB-Funktion zur Verfügung gestellt (*filt2_qa.m*), die es erlaubt, einen Block 2. Grades (wie er als Teilsystem in einer Kaskadenrealisierung auftritt) in quantisierter Arithmetik zu realisieren. Dabei kann einerseits zwischen Runden und Betragsabschneiden, andererseits zwischen Zweierkomplementüberlauf und Sättigung ausgewählt werden. Machen Sie sich vor der Durchführung der Aufgaben mit dieser Funktion vertraut.

1. Aufgabe *Kleine Grenzzyklen*

Der Block 2. Grades in Bild 1 soll auf kleine Grenzzyklen untersucht werden. Hierzu ist bei Impulsanregung mit $x[n] = 0.001 \cdot \delta[n]$ das Ausgangssignal bei Runden bzw. Betragsabschneiden für unterschiedliche Nennerkoeffizienten (unterschiedliche Pole) zu beobachten.

Verwenden Sie hierfür das (fertige) Programm *scd3_1.m*. Das Programm *scd3_1.m* erlaubt die ideale Filterung sowie die Filterung mit quantisierter Arithmetik eines impulsförmigen Eingangssignals mit einem Block 2. Ordnung. Außerdem sucht das Programm im Ausgangssignal nach periodischen Komponenten (Grenzzyklen). Machen sie sich vor der Anwendung mit dem Programm vertraut.

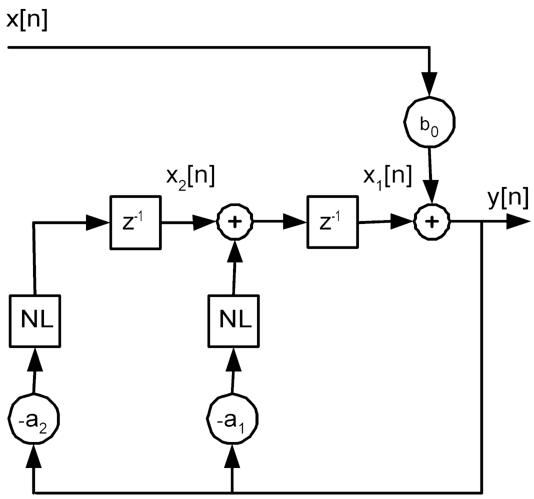

Abbildung 1: Block 2. Grades mit Nichtlinearitäten durch Runden/Abschneiden.

Starten Sie mit folgenden Eingabeparametern:

- ”r” für Runden
- ”c” für Zweierkomplement-Überlauf
- $B = 16$ Bits Wortlänge
- 200 Zyklen
- b = [1 0 0] (wird durch Quantisieren zu [1-LSB 0 0])
- a = [1,-1.9,0.9025]
- A = 0.001 (Amplitude des Impulses)
- xi = [0 0] (Ausgangszustand der Zustandvariablen x1 und x2)

Geben sie die Pole des Systems an, beobachten Sie das Ausgangssignal (ideal und mit quantisierter Arithmetik) und füllen Sie folgende Tabelle aus.

Nennerkoeffizienten	Pole	$y_{\min}$/LSB	$y_{\max}$/LSB	p
a = [1,-1.9,0.9025]	0.95 0.95	67	76	12
a = [1,-1.6454,0.9025]	0.8227 + j * 0.475 0.8227 - j * 0.475	-6	7	12
a = [1,-0.95,0.9025]	0.475 + j * 0.8227 0.475 - j * 0.8227	-5	5	16
a = [1,0,0.9025]	j * 0.95 - j * 0.95	-5	5	4

Tabelle 1: Kleine Grenzzyklen durch Runden.

Deuten Sie insbesondere die Ergebnisse für Zeile 1.

Wiederholen Sie den Versuch für Betragsabschneiden anstatt Runden und deuten Sie die Ergebnisse.

Nennerkoeffizienten	$y_{\min}$/LSB	$y_{\max}$/LSB	p
a = [1,-1.9,0.9025]	-20	-20	1
a = [1,-1.6454,0.9025]	0	0	1
a = [1,-0.95,0.9025]	0	0	1
a = [1,0,0.9025]	0	0	1

Tabelle 2: Ergebnisse zum Betragabschneiden.

2. Aufgabe *Große Grenzzyklen*

Wiederholen Sie die Messungen aus der letzten Aufgabe mit $x[n] = 0.9 \cdot \delta[n]$. Setzen Sie allerdings die Simulationszyklen höher an (ca. 2000). Füllen Sie wieder die entsprechende Tabelle aus und deuten Sie die Ergebnisse.

Nennerkoeffizienten	$y_{\min}$/LSB	$y_{\max}$/LSB	p
a = [1,-1.9,0.9025]	-29569	32743	22
a = [1,-1.6454,0.9025]	-18480	18480	12
a = [1,-0.95,0.9025]	-15	15	6
a = [1,0,0.9025]	-5	5	4

Tabelle 3: Große Grenzzyklen aufgrund von Überläufen.

3. Aufgabe *Rundungsrauschen eines IIR-Blockes 2. Ordnung / Skalierung*

In diesem Versuchsteil soll die Leistung des Rundungsrauschens bzw. das SNR am Ausgang eines Systems 2. Ordnung gemessen werden (Messblockschaltbild siehe Vorlesungsskript). Durch den Vergleich der Ausgangssignale eines idealen Systems (MATLAB-Befehl *filter.m*) und des realen Systems (*filt2_qa.m*) wird das Rundungsrauschen messbar. Voraussetzung ist, dass das reale System linear bleibt, d.h., dass keine Überläufe auftreten. Dazu ist eine geeignete Skalierung zu wählen. Das Programm *scd3_3.m* erlaubt die Auswahl aus l_1, l_2, l_{inf}-Skalierung bzw. eines beliebigen Skalierungsfaktors. Die Messung wird mit einem im Intervall[-1,1[gleichverteilten Eingangsignal $x[n]$ durchgeführt:

```
x = 2*rand(1,N)-ones(1,N)
```

Führen Sie Simulationen durch, so dass Sie die folgende Tabelle ausfüllen können. Deuten Sie die Ergebnisse. Vergleichen und deuten Sie insbesondere die Ergebnisse der letzten beiden Zeilen (bestimmen Sie dazu wiederum die Pole).

Fügen Sie der Tabelle eine zusätzliche Spalte hinzu, die die SNR Werte für einem jeweils eigenem Skalierungsfaktor für jedes untersuchte System angibt. Ziel ist hierbei, für jedes System einen Skalierungsfaktor zu wählen der das SNR maximiert.

Nennerkoeffizienten	SNR bei l_1-Skalierung B=16 / 14 / 12 / 10	SNR bei l_2-Skalierung B=16 / 14 / 12 / 10	SNR bei l_∞-Skalierung B=16 / 14 / 12 / 10
a = [1,-1.9,0.9025]	14: 23.7157 10: -0.9088	14: 9.8648 10: 15.5966	14: 23.3476 10: -1.4634
a = [1,-1.6454,0.9025]	14: 48.1653 10: 24.3109	14: 8.4641 10: 8.5943	14: 50.6846 10: 26.2846
a = [1,-0.95,0.9025]	14: 53.7119 10: 29.7977	14: 10.3974 10: 10.8842	14: 55.2771 10: 31.0377
a = [1.0000 -0.0332 0.9025]	14: 54.636 10: 30.8782	14: 12.633 10: 12.2343	14: 56.4678 10: 33.2056
a = [1,0,0.9025]	14: 61.1075 10: 36.949	14: 12.8524 10: 12.5837	14: 61.419 10: 37.184

Tabelle 4: Rundungsrauschen und Skalierung.