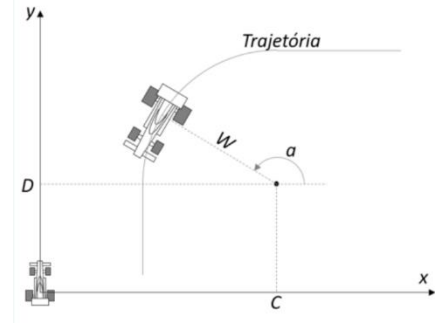


Computação gráfica

Transformações 2D + 3D

Garantir que:

- A **rotação** deve ser feita em (0,0) ou:
 - $(w,0) / (0,w)$, caso se pretenda que a distância ao ponto seja w ;
- **Scale** deve ser feito em (0,0);
- Aplicar **translação** no fim de todos os procedimentos



Modelos de Iluminação Locais

Atenuação com a distância:

- denominador = 1, sem atenuação
- denominador = d, atenuação linear
- denominador = d^2 , atenuação quadrática

$$I = k_a I_a + \frac{k_d I_p}{d^2} \cos(\theta) + \frac{k_s I_p}{d^2} \cos^n(\alpha)$$

Lei de Snell:

$$\sin(\theta_r) = \frac{\eta_i}{\eta_r} \sin(\theta_i)$$

$$f_{att} = \min \left(1, \frac{1}{k_c + k_l d + k_q d^2} \right)$$

(Observador) ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Shading & Smooth Shading

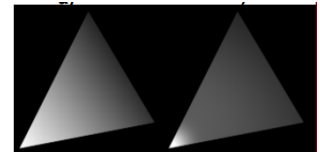
Nota-se a **malha poligonal** \Rightarrow Efeito de **Mach Band**

Algoritmo de Gouraud

Preferência ao eixo dos **Y's**, quando não é possível, usar os **X's**.

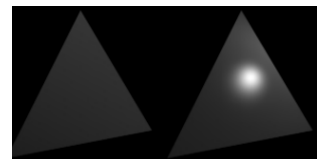
Problema: O resultado depende da orientação do polígono

$$I_a = I_1 - (I_1 - I_2) \frac{y_1 - y_s}{y_1 - y_2}$$



Método de Phong

Interpolação das normais, em vez da cor.



Texturas

- **Mapeamento de texturas:** Papel de parede
- **Bump Mapping Textures:** Sensação de relevo (rugoso)
- **Texturas 3D:** Evolui no interior dos objetos

Textura tem coordenadas normalizadas $(u,v) \in [0,1]$ (**texels**)

Projeção de Sombras

Algoritmo de Atherton & Weiller: Através da posição da luz, determinar as partes visíveis e pintá-las, o resto é sombra.

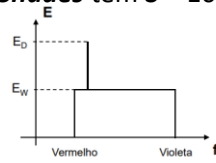
Ray Casting: Emitir um raio do observador ($1..*$ pixéis), até chegar à fonte de luz. O primeiro objeto a interseccionar o raio, define o objeto visível nesse pixel. A **sombra** é verificada se ao partir deste objeto intercepta um outro objeto.

Luz & Cor

Luz Cromática: HSV

Todos os pontos na linha de **Shades** têm **S** = 100%, **Tints** têm **V** = 100%

Distribuição de Energia de uma fonte de luz com comprimento de onda dominante perto do vermelho:



E_D – Energia dominante

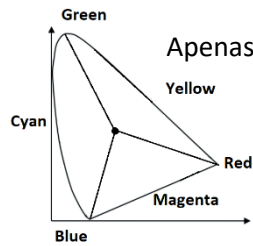
E_W – Energia para o branco

Quanto maior $E_D - E_W$, tanto mais pura será a cor emitida.

$E_W = 0$, pureza 100%

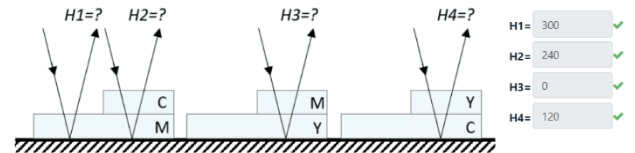
$E_W = E_D$, pureza 0% (branco)

Luminância = área abaixo da curva da energia total emitida



Apenas tem **H** e **S** (distância a White)

$$Sat = \frac{E_D - E_W}{E_D}$$



Se absorve **M**, resta **RB** = 300º; **CM** resta **B** = 240º

Cálculo de Visibilidade (*Rendering*)

- **Algoritmos no espaço imagem:** Para cada pixel da imagem determinar qual o objeto visível;
- **Algoritmos no espaço objeto:** Comparar os objetos entre si de modo a selecionar a parte visível de cada um.

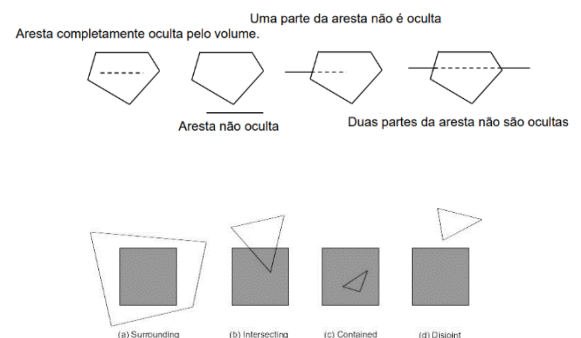
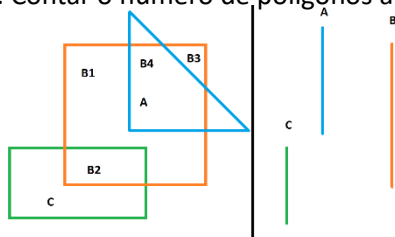
Backface culling: Técnica para reduzir o nº de polígonos a processar (sensivelmente para 50%). **Front faces** ⇒ envia; **Back faces** ⇒ não envia; Apenas Verifica α entre observador e polígonos.

Algoritmos no espaço objecto

Ao Volume ⇒ supõe-se que uma aresta pode ser oculta pelo volume de um objeto. À Aresta ⇒ aresta contra aresta, verifica coerência permite determinar a invisibilidade de uma aresta a partir da invisibilidade de outra aresta que possua com ela um vértice comum. (**Coerência de aresta:** uma aresta só altera a sua visibilidade onde se cruza por trás de uma aresta visível.)

Quantitative Invisibility: Contar o número de polígonos à frente da aresta.

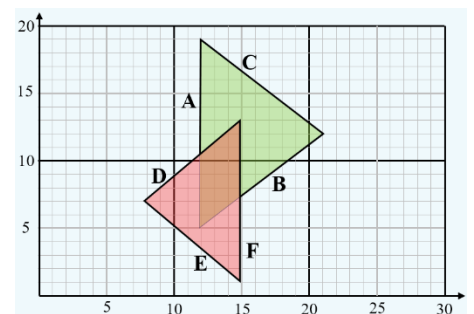
Atherton & Weiller:



Algoritmo de Warnock: Divide a imagem em áreas retangulares e pinta de acordo com o maior polígono na área.

Algoritmos no espaço imagem

Algoritmo de Linha de Varrimento: **AEL** - Arestas Ativas, **ET** - Tabela de novas Arestas, **PT** - Tabela de Polígonos; Começa de baixo para cima, esquerda para a direita.



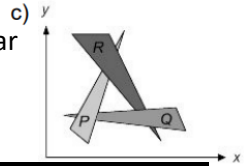
Algoritmo Z-Buffer: **Frame Buffer:** Cor em si; **Depth Buffer / Z-Buffer:** depth.

Cor inicial é a do background, depth é = 0.

Algoritmo Ray-casting: Verifica se a linha bate num polígono.

Algoritmos tipo Lista de Prioridades: Pinta as faces mais afastadas primeiro, e vai sobrepondo com as mais próximas.

Algoritmo de Newel, Newel & Sancha: Ordenar polígonos a Z, dividir polígonos se necessário e pintar do mais afastado ao mais próximo.



Iluminação Global

O algoritmo de Ray Tracing: Parte do observador e vai somando as contribuições de reflexão/refração de cada polígono para o pixel final.

Vantagens: sombras, reflexões e refrações são facilmente incorporadas simula razoavelmente bem os efeitos especulares;

Desvantagens: tem custos computacionais elevados porque o custo de cálculo das intersecções é elevado não simula bem os efeitos de iluminação difusa;

Otimizações:

- diminuir o número de raios a processar: **Item Buffers**, **Adaptive Tree-Depth Control** (não vai a fundo nas arvores), **Light-Buffers** (a cada fonte de luz, associar os objetos que rodeiam: *shadow feelers*)
- diminuir o número de intersecções a testar: **Volumes Envolventes** (teste da caixa à volta do volume), **Organização Hierárquica dos Volumes Envolventes** (se um raio não intersesta um volume, não intersesta os que estão dentro dele), **Divisão Espacial em Grelhas Tridimensionais** (cada célula reconhece os objetos lá contidos)

Radiosity

Permite obter a quantidade de energia proveniente de *i* que atinge *j*.

$$B_i A_i = E_i A_i + \rho_i \sum_j (F_{j-i} B_j A_j)$$

energia expelida energia emitida (produzida) energia refletida

Representação de Curvas e Superfícies

Representações das curvas: **Malha poligonal**, Superfície paramétrica bicubica, Superfície quadrática;

Características de uma malha poligonal: uma aresta liga 2 vertices; 1 polígono é uma sequencia fechada de arestas; uma aresta é ligada a 1 ou 2 polígonos (adjacentes); um vértice é partilhado pelo menos por 2 arestas; todas as arestas fazem parte de um polígono.

Representação por Apontadores para Lista de Vértices: cada polígono é representado por uma lista de índices.

Vantagens: Cada vértice da malha poligonal é guardado uma única vez na memória. A coordenada de um vértice é facilmente alterada;

Desvantagens: Difícil obter os polígonos que partilham uma dada aresta. As arestas continuam a ser desenhadas mais do que uma vez.

Representação por Apontadores para Lista de Arestas: cada polígono é representado por uma lista de apontadores para uma lista de arestas. Cada aresta aponta para os 2 vértices que a define, e os polígonos a que pertence.

Vantagens: O desenho é facilmente obtido percorrendo a lista de arestas. Não ocorre a repetição de arestas. Para o preenchimento dos polígonos trabalha-se com a lista de polígonos. Fácil efectuar a operação de clipping sobre os polígonos.

Desvantagens: Difícil determinar as arestas que incidem sobre o mesmo vértice.

Curvas Cúbicas Paramétricas

G0 – continuidade geométrica zero

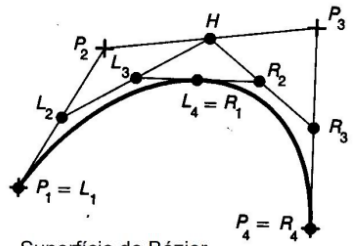
G1 – continuidade geométrica um

C1 – continuidade paramétrica 1

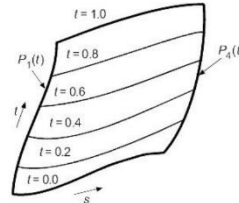
Hermite: $G_H = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_4 \\ R_1 \\ R_4 \end{bmatrix}$

Bézier: $G_B = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}$

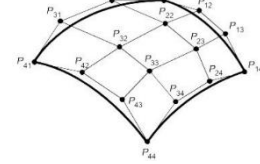
Conversão: $R_1 = 3.(P_2 - P_1)$ Algoritmo de Casteljau:



Superfície de Hermite



Superfície de Bézier

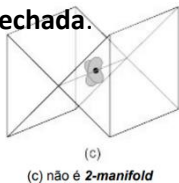


Modelação de Sólidos

Os sólidos são descritos pela sua superfície de fronteira: a representação mais comum é a **malha poligonal fechada**.

Um sólido tem fronteira **2-manifolds**, se tiver **apenas 2** faces a partilhar uma aresta.

Formula de Euler: $V - E + F = 2$, F é as Faces, **não é condição suficiente para garantir que um objeto é um poliedro válido!!** \Rightarrow requer que cada aresta seja partilhada por 2 faces e pelo menos 3 arestas partilham o mesmo vértice!!!

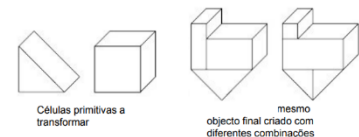


(c) não é 2-manifold

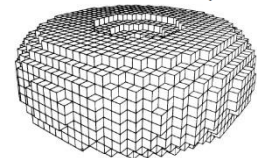
Generalização da Fórmula de Euler (para buracos): $V - E + F - H = 2 (C - G)$, onde H são os buracos (oco), C número de partes constituídas do objeto (por exemplo, dupla pirâmide, partilhando a base é 2), G número de buracos que atravessam totalmente.

Decomposição Espacial

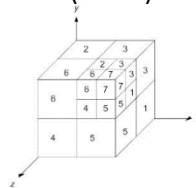
Decomposição Celular: União de células que não se intersejam!



Enumeração da Ocupação Espacial: dividido em células (**Voxel**) de igual dimensão



Octrees: divisão proporcional em octantes.

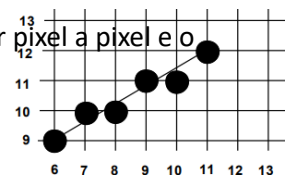


CSG – Constructive Solid Geometry: Objeto é obtido por combinação de células primitivas através de operadores booleanos

Desenho de Linhas

Algoritmo para desenho de Segmentos de Reta: tem de ser eficiente, a execução é chamada centenas/milhares de vezes. Devem criar linhas com aspeto satisfatório: **deve parecer retas**.

$y_{i+1} = y_i + m$, com $\Delta x = 1$ e também tem de se garantir que $m < 1$, desta forma, podemos desenhar pixel a pixel e o ponto a desenhar terá coordenadas $(x_{i+1}, \text{round}(y_{i+1}))$.



Algoritmo Midpoint: Apenas consideramos o 1º octante ($0 \leq m \leq 1$), se **M** estiver acima da reta, escolher **E** (abaixo), caso contrário escolher **ME** (acima). Obtém-se um error sempre inferior a $\frac{1}{2}$.

Variável de decisão d_p como: $d_p = f(x_p + 1, y_p + \frac{1}{2})$, para calcular os pontos seguintes, apenas é preciso calcular o próximo d_p .

Otimização: $d_{p+1} = d_p + b - a$, se $b_p > 0$, se não $d_{p+1} = d_p + b$, neste caso a vai representar se escolheu E ou ME;
Podemos fazer $2*(b - a)$ para garantir que não calha um valor não inteiro, isto não muda o algoritmo!

O valor d_0 pode ser obtido considerando o primeiro ponto (0,R):
Para circunferências: $d_0 = f(0 + 1, R - 1/2) = 1 + (R^2 - R + 1/4) - R^2 = 5/4 - R$

Preenchimento de Regiões

Por difusão [**flood-fill**] ou por análise do contorno [**boundary algorithm**]

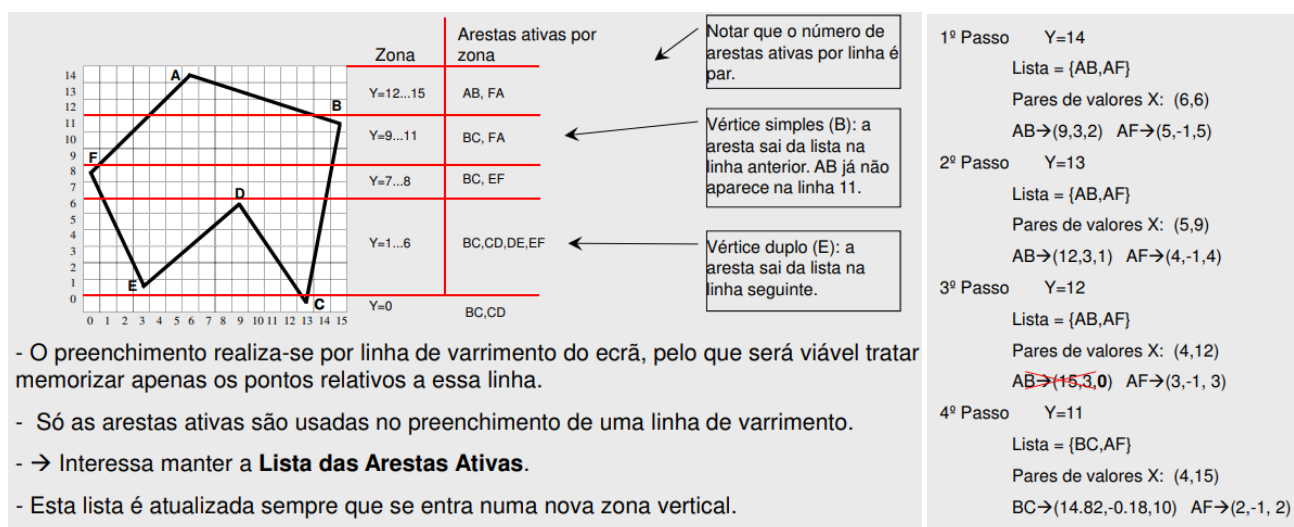
Flood-fill: Preenche segundo o contorno existente, espalha como se fosse água.

Desvantagem: Uso de stack. **Solução**: Não passar cor como parâmetro.

Garante-se que os cantos do ecrã estão já preenchidos pelo contorno!

Boundary Algorithm: 1. Colocar um ponto na pilha; 2. Retirar ponto da pilha; 3. Preencher na horizontal com cor (primeiro direita, depois esquerda) até ao contorno. Aponta como Xleft e Xright as extremidades; 4. Na linha abaixo (depois acima), **entre Xleft e Xright**, procura novos pontos de partida: antes de um contorno, ou em baixo de Xright.

Preenchimento por varrimento segundo descrição de contorno [Scan Conversion]:



Manter uma lista de arestas, com {X, Δx, LongY}, Δx representa a evolução a cada y-1, LongY o nº de linhas que vai estar ativo, sendo que: LongY = y2 - y1 (+1, caso seja vertice duplo)