

# Algorytmy i Struktury Danych

## Lista zadań 7 - kopce dwumianowe, programowanie dynamiczne, Union Find

1. Udowodnij, że:
  - (a) drzewo dwumianowe rzędu  $n$  ma  $2^n$  węzłów.
  - (b) na  $k$ -tym poziomie drzewa dwumianowego rzędu  $n$  znajduje się dokładnie  $\binom{n}{k}$  węzłów.
2. Napisz (jak najszybszą) funkcję `int f(int n)` wyliczającą ile jest drzew dwumianowych w kopcu dwumianowym zawierającym  $n$  kluczy.
3.
  - (a) Do pustego kopca dwumianowego wstaw (INSERT) kolejno: 1, 12, 3, 14, 5, 16, 7, 20, 25 13, 8
  - (b) Dla otrzymanego kopca dwukrotnie wykonaj operację GETMAX.
4. Użyj techniki spamiętywania do implementacji funkcji:
  - (a) `int f(int n)` wyznaczającej ilość triangulacji  $n$ -kąta wypukłego,
  - (b) `int g(int n, double x[n], double y[n])` wyznaczającej długość triangulacji minimalnej  $n$ -kąta wypukłego (Zrobić w domu i przesłać wynik e-mailem do wykładowcy).

Triangulacja to podział figury na trójkąty przy pomocy przekątnych. Triangulacja minimalna to taka, dla której suma długości użytych przekątnych jest najmniejsza.

5. Zaimplementuj klasę `UnionFind`, której argumentem konstruktora jest ilość  $n$  wierzchołków grafu (początkowa liczba zbiorów), metoda `int Find(i)` zwraca reprezentanta  $i$ -tego zbioru, a metoda `void Union(int i, int j)` scala zbiory zawierające  $i$  oraz  $j$ . Zastosuj heurystyki kompresji ścieżek, oraz “podczepiania” zbioru o mniejszej randze pod zbiór o większej randze (patrz Cormen).
6. Zastosuj strukturę z poprzedniego zadania do sprawdzenia czy w tablicy `bool t[n][n]` istnieje ścieżka zawierająca same jedynki (`true`): (a) od pola `t[0][0]` do `t[n-1][n-1]` (b) od pierwszego do ostatniego wiersza (tzn. jakaś komórka z pierwszego wiersza jest połączona ścieżką z jakąś komórką z ostatniego wiersza). Za ścieżkę uważamy ciąg pól tablicy, które stykają się krawędzią (różną się o 1 numerem kolumny albo wiersza).
7. Zastosuj strukturę `UnionFind` do sprawdzenia ile wysp jedynek zawiera tablica `bool t[n][n]`. Za wyspę uważamy zbiór jedynek taki, że z każdej do każdej można przejść ścieżką zawierającą same jedynki poruszając się tylko w poziomie i pionie.