

Algorytmy i Struktury Danych

Lista zadań 5 - haszowanie, kopce, programowanie dynamiczne, Union Find

1. Zasymuluj działanie tablicy z haszowaniem otwartym przy wstawianiu następujących liczb: 3, 20, 25, 98, 120, 213, 2131, 99, 131, 09, 129. Przyjmij $h_1(k) = k \bmod 16$,
 - (a) w przypadku haszowania liniowego,
 - (b) w przypadku haszowania dwukrotnego (użyj $h_2(k) = (10 \cdot k + 1) \bmod 16$).
2. Udowodnij, że:
 - (a) drzewo dwumianowe rzędu n ma 2^n węzłów.
 - (b) na k -tym poziomie drzewa dwumianowego rzędu n znajduje się dokładnie $\binom{n}{k}$ węzłów.
3. Napisz (jak najszybszą) funkcję `int f(int n)` wyliczającą ile jest drzew dwumianowych w kopcu dwumianowym zawierającym n kluczy.
4.
 - (a) Do pustego kopca dwumianowego wstaw (INSERT) kolejno: 1, 12, 3, 14, 5, 16, 7, 20, 25, 13, 8
 - (b) Dla otrzymanego kopca dwukrotnie wykonaj operację GETMAX.
5. Użyj techniki spamiętywania do implementacji funkcji:
 - (a) `int f(int n)` wyznaczającą ilość triangulacji n -kąta wypukłego,
 - (b) `int g(int n, double x[n], double y[n])` wyznaczającą długość triangulacji minimalnej n -kąta wypukłego (Zrobić w domu i przesłać wynik e-mailem do wykładowcy).

Triangulacja to podział figury na trójkąty przy pomocy przekątnych. Triangulacja minimalna to taka, dla której suma długości użytych przekątnych jest najmniejsza.
6. Zaimplementuj klasę `UnionFind`, której argumentem konstruktora jest ilość n wierzchołków grafu (początkowa liczba zbiorów), metoda `int Find(i)` zwraca reprezentanta i -tego zbioru, a metoda `void Union(int i, int j)` scala zbiory zawierające i oraz j . Zastosuj heurystyki kompresji ścieżek, oraz “podczepiania” zbioru o mniejszej randze pod zbiór o większej randze (patrz Cormen).
7. Zastosuj strukturę z poprzedniego zadania do sprawdzenia czy w tablicy `bool t[n][n]` istnieje ścieżka zawierająca same jedynki (`true`):
 - (a) od pola `t[0][0]` do `t[n-1][n-1]`
 - (b) od pierwszego do ostatniego wiersza (tzn. jakaś komórka z pierwszego wiersza jest połączona ścieżką z jakąś komórką z ostatniego wiersza). Za ścieżkę uważamy ciąg pól tablicy, które stykają się krawędzią (różnią się o 1 numerem kolumny albo wiersza).
8. Zastosuj strukturę `UnionFind` do sprawdzenia ile wysp jedynek zawiera tablica `bool t[n][n]`. Za wyspę uważamy zbiór jedynek taki, że z każdej do każdej można przejść ścieżką zawierającą same jedynki poruszając się tylko w poziomie i pionie.