



UNIVERSITY OF COLOMBO, SRI LANKA

FACULTY OF SCIENCE

FIRST YEAR EXAMINATION IN SCIENCE (SEMESTER I) – 2005/2006

AM 1001 – DIFFERENTIAL EQUATIONS I

(Two Hours)

Answer all questions

No. of questions: 04

No. of pages: 09

INDEX NUMBER:

Important Instructions to the Candidates

- Check the number of questions and number of pages in both English and sinhala papers
- Enter your Index Number in the given space.
- MCQ TYPE: Answers must be marked on the given answer sheet colouring the correct choice as instructed.
- STRUCTURED TYPE: Write the answers **only** on the given space in the question paper
- ESSAY TYPE: Write the answers to these questions on the writing paper that is provided.
- No calculators may be used.
- At the end of the examination, hand over the question paper, MCQ answer sheet and the answer scripts attached together (**Taking any parts of the question paper out of the examination hall will be considered as an examination offence**).

1. i.) Which of the following statements is true ?

- (a) If a dependent variable is a function of more than one independent variables, then the rate change of that dependent variable with respect to any of the independent variable can be modelled by an ordinary differential equation.
- (b) If a dependent variable is a function of only one independent variables, then the rate change of that dependent variable with respect to the independent variable can be modelled by an ordinary differential equation.
- (c) If a dependent variable is a function of only one independent variables, then the rate change of the dependent variable with respect to any of the independent variable can be modelled by a system of ordinary differential equations.
- (d) If a dependent variable is a function of only one independent variables, then the rate change of the dependent variable with respect to any of the independent variable cannot be modelled by an ordinary differential equation.
- (e) If a dependent variable is a function of more than one independent variables, then the rate change of the dependent variable with respect to any of the independent variable cannot be modelled by a partial differential equation.

ii.) Which of the following statements is true ?

- (a) For given any differential equation has a solution.
- (b) A Solution of a differential equation is continuous.
- (c) If there is a solution for a given differential equation, then it is analytically computable.
- (d) There is unique solution for a any given initial value problem of the form $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$.
- (e) If a physical process is modelled by a differential equation it always has a unique solution.

iii.) Which of the following statements is true ?

- (a) General solution of the n^{th} order ordinary differential equation contains n arbitrary constants.
- (b) Any singular solution can be obtain by substituting suitable values for the arbitrary constants in the general solution.
- (c) $y_1(x)$ and $y_2(x)$ are any two solutions of any given differential equation, then $y_1(x) + y_2(x)$ is also a solution of the same equation.

- (d) Singular solution is a solution obtained by setting all arbitrary constants of the general solution to zero.
 - (e) General solution of the n^{th} degree ordinary differential equation contains n arbitrary constants.
- iv.) Order and the degree of the differential equation

$$(y''')^3 - 5x(y')^4 = e^x + 1$$

are respectively

- (a) 3 and 4
 - (b) 3 and 3
 - (c) 2 and 3
 - (d) 4 and 3
 - (e) Cannot be defined.
- v.) $y = cx - c^2$, where c is an arbitrary constant is a solution of the differential equation
- (a) $y' - xy'^2 + y = 0$
 - (b) $y'^2 - xy' - y = 0$
 - (c) $y'^2 - xy' + y = 0$
 - (d) $y'^2 - xy' - y^2 = 0$
 - (e) $xy'^2 - x^2y' - 4xy = 0$
- vi.) If $y_1(x)$ and $y_2(x)$ are solutions of the differential equations $y' - p(x)y = q(x)$ and $y' - p(x)y = 0$ respectively, then
- (a) $y_2(x) - y_1(x)$ is a solution of $y' - p(x)y = 0$
 - (b) $y_2(x) - y_1(x)$ is a solution of $y' - p(x)y = q(x)$
 - (c) $y_2(x) + y_1(x)$ is a solution of $y' - p(x)y = 0$
 - (d) $y_2(x) + y_1(x)$ is a solution of $y' - p(x)y = q(x)$
 - (e) $C_1y_2(x) + C_2y_1(x)$ is a solution of $y' - p(x)y = 0$, where C_1, C_2 are arbitrary constants
- vii.) A Singular solution of a first order ordinary differential equation
- (a) contains one arbitrary constant.
 - (b) does not satisfy the differential equation.
 - (c) is given by substituting a suitable value for the arbitrary constant in a particular solution.
 - (d) is given by substituting a suitable value for the arbitrary constant in the general solution.

- (e) does not contain an arbitrary constant.
- viii.) An integral curve of a differential equation is
- (a) not a singular solution.
 - (b) a general solution.
 - (c) a particular solution.
 - (d) an integral of a particular solution
 - (e) a direction field.
- ix.) The initial value problem

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0$$

has a solution if

- (a) $f(x, y)$ is bounded.
 - (b) $f(x, y)$ bounded and continuous.
 - (c) $f(x, y)$ has an asymptote at $x = x_0$
 - (d) (x_0, y_0) is a singular point.
 - (e) $f(x, y)$ is unbounded
- x.) The initial value problem

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0$$

has a unique solution if

- (a) $f(x, y)$ is bounded.
 - (b) $f(x, y)$ is continuous.
 - (c) $f(x, y)$ has an asymptote at $x = x_0$
 - (d) $f(x, y)$ and $\frac{\partial f}{\partial y}$ are bounded and continuous.
 - (e) $f(x, y)$ is unbounded
2. i.) The solution of the initial value problem

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}, \quad y(1) = 1$$

is

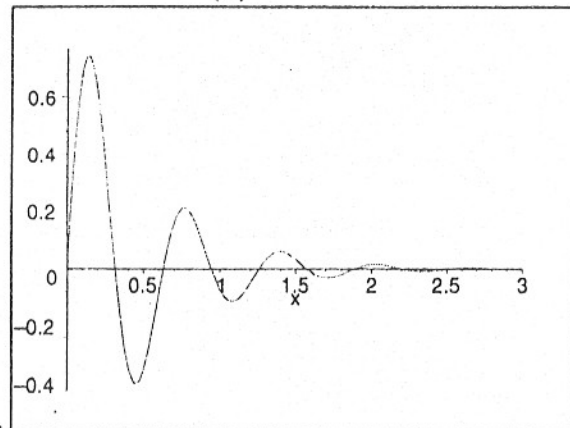
- (a) $\ln |y| = -\ln |x| - C$
- (b) $\ln |y| = -2 \ln |x| - 1$
- (c) $\ln |y| = -x + 1$

- (d) $xy = C$
 (e) $y = 1/x$
- ii.) Which of the following equations can be reduced to a separable equation
- (a) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^3y - 2xy - 1}{y^3 - 3x^2y + 3}$
 (b) $\frac{dy}{dx} = \frac{(x-1)^2 + y - 1}{(y-1)^2 + x - 1}$
 (c) $(x^3 + 3xy^2)dx + (y^3 + 3x^2y)dy = 0$
 (d) $(x^2 + 2y + 3)dx + (y^2 - 3x - 1)dy = 0$
 (e) $(x^2y - xy + 9)dx - (y^2x + 3yx^2 + 1)dy = 0$
- iii.) The equation $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ is said to be exact if
- (a) $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}$
 (b) there exists $u(x, y)$ such that $du = P(x, y)dx + Q(x, y)dy$
 (c) $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$
 (d) $\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial x}$
 (e) $\frac{\partial^2 P}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial y}$
- iv.) $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ is homogenous if
- (a) $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ is exact.
 (b) $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ is a perfect differential.
 (c) there exists a function f such that $\frac{p(x, y)}{q(x, y)} = f\left(\frac{x}{y}\right)$.
 (d) there exists f such that $\frac{\partial f}{\partial x} = p(x, y)$ and $\frac{\partial f}{\partial y} = Q(x, y)$.
 (e) $\frac{\partial P(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial Q(x, y)}{\partial y}$.
- v.) Which of the following equations is exact
- (a) $y^2 \sin 2x dx + (y^2 + \cos^2 x)dy = 0$
 (b) $(x^3 + 3xy^2)dx + (y^3 + 4x^2y)dy = 0$
 (c) $(x^2 + 2y + 3)dx + (y^2 - 3x - 1)dy = 0$
 (d) $y \sin 2x dx - (y^2 + \cos^2 x)dy = 0$
 (e) $y^2 \sin 2x dx - (y^2 + \cos^2 x)dy = 0$
- vi.) The solution of $\{y(1 + 1/x) + \cos y\}dx + (x + \ln x - x \sin y)dy = 0$ is
- (a) $xy - \ln xy + x \cos y = C$
 (b) $xy - x \ln y + x \cos y = C$
 (c) $xy - y^2 \ln x + x \cos y = C$
 (d) $x/y - y \ln x + x \cos y = C$

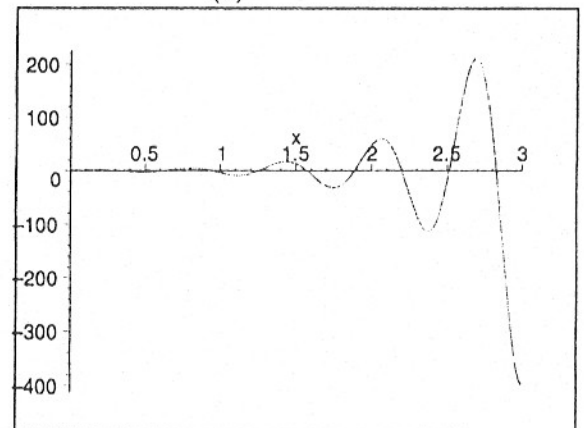
- (e) $xy + y \ln x + x \cos y = C$
- vii.) $I(x, y)$ is said to be an integrating factor of $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ if
- $\frac{\partial}{\partial x}\{I(x, y)P(x, y)\} = \frac{\partial}{\partial y}\{I(x, y)Q(x, y)\}$
 - $\frac{\partial}{\partial y}\{I(x, y)P(x, y)\} = \frac{\partial}{\partial x}\{I(x, y)Q(x, y)\}$
 - $I(x, y) = e^{\int P(x, y)dx}$
 - $I(x, y) = e^{\int Q(x, y)dy}$
 - there exists $u(x, y)$ such that $du = I(x, y)P(x, y)dx + I(x, y)Q(x, y)dy$
- viii.) The complete primitive of $(D^2 - 4D + 4)y = x^2$ is given by
- $y(x) = Ae^{-2x} + Be^{-2x} + \frac{1}{4}\{x^2 + 2x + 1.5\}$
 - $y(x) = Ae^{2x} + Be^{2x} + \frac{1}{4}\{x^2 + 2x + 1.5\}$
 - $y(x) = (Ax + B)e^{-2x} + \frac{1}{4}\{x^2 + 2x + 1.5\}$
 - $y(x) = (Ax - B)e^{2x} + \frac{1}{4}\{x^2 + 2x - 1.5\}$
 - $y(x) = (Ax + B)e^{2x} + \frac{1}{4}\{x^2 - 2x + 1.5\}$
- where A, B are arbitrary constants.
- ix.) If $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ is homogeneous then
- $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ is exact.
 - $\frac{P(x, y)}{P+Q}dx + \frac{Q(x, y)}{P+Q}dy = 0$ is exact.
 - $\frac{P(x, y)}{P-Q}dx + \frac{Q(x, y)}{P-Q}dy = 0$ is exact.
 - $\frac{P(x, y)}{Px+Qy}dx + \frac{Q(x, y)}{Px+Qy}dy = 0$ is exact.
 - $\frac{P(x, y)}{(P+Q)^2}dx + \frac{Q(x, y)}{(P+Q)^2}dy = 0$ is exact.

x.) The solution of the differential equation $(D^2 + bD + c)y = 0$, $b, c \in \mathbb{R}$, $b < 0$, $c > 0$ and $b^2 < 4c$ could be

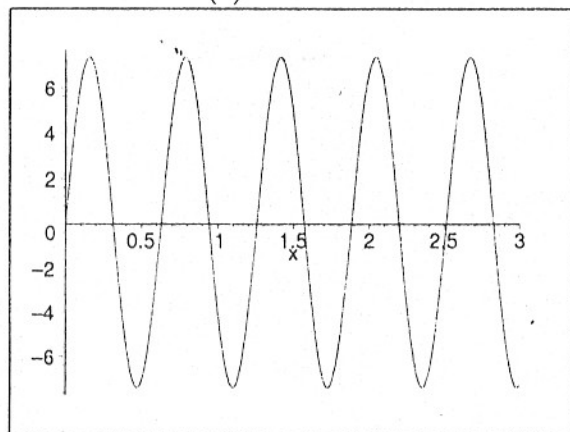
(a)



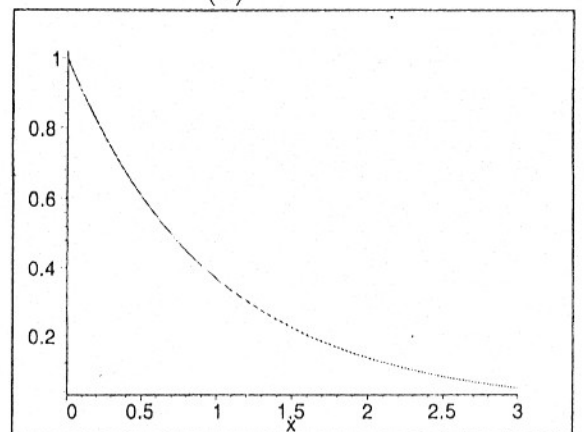
(b)



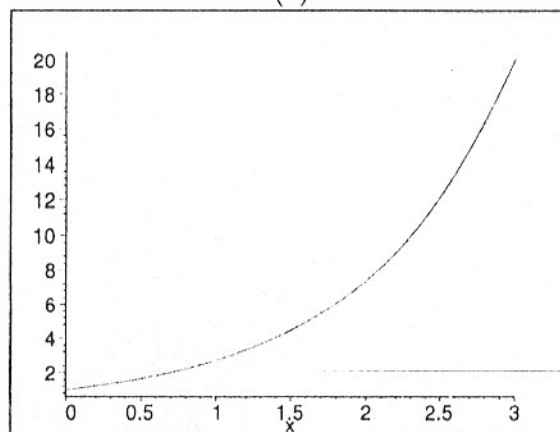
(c)



(d)



(e)



3. Write your answers only within the given space. Do not attach any additional sheets. You may use a pencil to write answers which enables you corrections.

(a) Find the general solution of $3x^2y^2dy + 2xy^3dx = 0$

(b) Consider the ordinary differential equation

$$\frac{dy}{dx} = p(x)y + q(x)$$

, where $p(x)$ and $q(x)$ are prescribed functions of x . Describe how to compute the solution.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are approximately 20 lines visible. The paper appears slightly aged or off-white. There is no handwriting or other markings on the page.

4. Let us consider a drug administration process. Suppose that a certain medicine diffuses from the blood stream of a patient according to the law

$$\frac{dx(t)}{dt} = -kx$$

and equal doses d of medicine are given at times $0, T, 2T, \dots, nT, \dots$, where $x(t)$ is the amount of the medicine in the blood stream at time t and T is a constant time period. where k and d are positive constants

- (a) Find the solution $x(t)$ for $0 \leq t < T$
- (b) Extend your solution and sketch the graphs of $x(t)$ in each of the time interval of the drug administration process $[0, T), [T, 2T), \dots, [(n-1)T, nT)$, where n is a positive integer.
- (c) Let $x_i(t)$ be the amount of the medicine in the blood stream immediately after i^{th} dose. Show that $x_{i+1} \geq x_i$ for any $i \in \mathbb{N}$.
- (d) What is the limit of x_i as $i \rightarrow \infty$?
- (e) Determine the amount of drug accumulated in the blood stream after a long time if the patient continued taking the drug as above.



කොළඹ විශ්ව විද්‍යාලය ශ්‍රී ලංකාව

විද්‍යා පීඨය

විද්‍යාවේදී පළමු වසර පරීක්ෂණය (සාමාසිකය- I) - 2005/2006

AM 1001 - අවකල සමීකරණ I

(පැය දෙකයි)

ප්‍රශ්න ගණන: 04

පිටු ගණන: 09

විභාග අංකය:

අපේක්ෂකයන් සඳහා වැදගත් උපදෙස්

- සිංහල සහ ඉංග්‍රීසි ප්‍රශ්න පත්‍ර වල ප්‍රශ්න ගණන සහ පිටු ගණන නිවැරදි දැයි බලන්න.
- දෙන ලද අවකාශයෙහි විභාග අංකය ලියා දක්වන්න.
- බහුවරණ ප්‍රශ්න: පිළිතුරු දෙන ලද පිළිතුරු පත්‍රයේ නිවැරදි උපදෙස් දී ඇති පරිදි පාව කර දක්වන්න.
- ව්‍යුහගත: ප්‍රශ්න පත්‍රයේ දෙන ලද අවකාශයේ පමණක් පිළිතුරු ලියන්න.
- රචනා වර්ගය: මෙම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු, සපයා ඇති පිළිතුරු පත්‍ර වල පමණක් ලියන්න.
- ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ නොහැක.
- විභාගය අවසානයේදී ප්‍රශ්න පත්‍රයේ සියලුම කොටස් ශාලාධිපතිට භාර දිය යුතුයි. (ප්‍රශ්න පත්‍රයෙන් කිසිම කොටසක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යෑම විභාග නීති උල්ලංඝනය කිරීමක් ලෙස සැලකේ)

1. i.) පහත ඒවායින් කුමන ප්‍රකාශණය සත්‍ය වේද ?

- (a) පරායත්ත විචල්‍යයක්, එකකට වැඩි ස්වයත්ත විචල්‍යයන්ගේ ශ්‍රිතයක් නම්, පරායත්ත විචල්‍යය ඔනෑම ස්වයත්ත විචල්‍යයකට සාපේක්ෂව වෙනස්වීමේ සිද්ධතාවය සාමාන්‍ය අවකල සමීකරණයකින් ආකෘතිකරණය කළ හැක.
- (b) පරායත්ත විචල්‍යයක්, එක් ස්වයත්ත විචල්‍යයක පමණක් ශ්‍රිතයක් නම්, පරායත්ත විචල්‍යයේ ස්වයත්ත විචල්‍යයට සාපේක්ෂව වෙනස්වීමේ සිද්ධතාවය සාමාන්‍ය අවකල සමීකරණයකින් ආකෘතිකරණය කළ හැක.
- (c) පරායත්ත විචල්‍යයක්, එක් ස්වයත්ත විචල්‍යයක පමණක් ශ්‍රිතයක් නම්, පරායත්ත විචල්‍යයේ ඔනෑම ස්වයත්ත විචල්‍යයකට සාපේක්ෂව වෙනස්වීමේ සිද්ධතාවය සාමාන්‍ය අවකල සමීකරණ පද්ධතියකින් ආකෘතිකරණය කළ හැක.
- (d) පරායත්ත විචල්‍යයක්, එක් ස්වයත්ත විචල්‍යයක පමණක් ශ්‍රිතයක් නම්, පරායත්ත විචල්‍යය ඔනෑම ස්වයත්ත විචල්‍යයකට සාපේක්ෂව වෙනස්වීමේ සිද්ධතාවය සාමාන්‍ය අවකල සමීකරණයකින් ආකෘතිකරණය කළ නොහැක.
- (e) පරායත්ත විචල්‍යයක්, එකකට වැඩි ස්වයත්ත විචල්‍යයන්ගේ ශ්‍රිතයක් නම්, පරායත්ත විචල්‍යය ඔනෑම ස්වයත්ත විචල්‍යයකට සාපේක්ෂව වෙනස්වීමේ සිද්ධතාවය ආශීත අවකල සමීකරණ පද්ධතියකින් ආකෘතිකරණය කළ නොහැක.

ii.) පහත ඒවායින් කුමන ප්‍රකාශණය සත්‍ය වේද ?

- (a) ඔනෑම අවකල සමීකරණයකට විසඳුමක් ඇත.
- (b) අවකල සමීකරණයක විසඳුම සන්තතික වේ.
- (c) විසඳුමක් තිබේ නම්, එය හැමවිටම විශ්ලේෂිතව නිර්ණය කළ හැක.
- (d) ඔනෑම $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ ආරම්භක අගය ගැටලුවකට අනන්‍ය විසඳුමක් ඇත.
- (e) භෞතික ක්‍රියාවලියක් අවකල සමීකරණයක් මගින් ආකෘතිකරණය කර ඇත්නම්, එම සමීකරණයට හැමවිටම අනන්‍ය විසඳුමක් ඇත.

iii.) පහත ඒවායින් කුමන ප්‍රකාශණය සත්‍ය වේද ?

- (a) n වන මාත්‍රයේ අවකල සමීකරණයක සාධාරණ විසඳුමෙහි n අභිමත නියත සංඛ්‍යාවක් ඇත.
- (b) ඔනෑම අපූර්ව විසඳුමක් සාධාරණ විසඳුමෙහි ඇති අභිමත නියත සඳහා සුදුසු අගයන් ආදේශ කිරීමෙන් ලබාගත හැක.
- (c) $y_1(x)$ සහ $y_2(x)$ යනු දෙනලද ඔනෑම අවකල සමීකරණයක විසඳුම නම්, $y_1(x) + y_2(x)$ එම සමීකරණයෙහි විසඳුමක් වේ.

- (d) අපූර්ව විසඳුමක් ලැබෙනුයේ සාධාරණ විසඳුමෙහි ඇති අහිමන නියත සඳහා බිංදුව යෙදීමෙනි.
- (e) n වන සතයේ අවකල සමීකරණයක සාධාරණ විසඳුමෙහි n අහිමන නියත සංඛ්‍යාවක් ඇත.

iv.)

$$(y''')^3 - 5x(y')^4 = e^x + 1$$

සමීකරණයෙහි මාත්‍රය සහ සතය පිළිවෙලින්

- (a) 3 සහ 4 (d) 4 සහ 3
- (b) 3 සහ 3
- (c) 2 සහ 3 (e) අර්ථ දැක්විය නොහැක

v.) $y = cx - c^2$, c අහිමන නියතයකි, විසඳුමක් වන අවකල සමීකරණය වන්නේ

- (a) $y' - xy'^2 + y = 0$ (d) $y'^2 - xy' - y^2 = 0$
- (b) $y'^2 - xy' - y = 0$
- (c) $y'^2 - xy' + y = 0$ (e) $xy'^2 - x^2y' - 4xy = 0$

vi.) $y_1(x)$ සහ $y_2(x)$ යනු පිළිවෙලින් $y' - p(x)y = q(x)$ සහ $y' - p(x)y = 0$ අවකල සමීකරණ වල විසඳුම නම්

- (a) $y_2(x) - y_1(x)$ ප්‍රකාශණය $y' - p(x)y = 0$ සමීකරණයෙහි විසඳුමක් වේ
- (b) $y_2(x) - y_1(x)$ ප්‍රකාශණය $y' - p(x)y = q(x)$ සමීකරණයෙහි විසඳුමක් වේ
- (c) $y_2(x) + y_1(x)$ ප්‍රකාශණය $y' - p(x)y = 0$ සමීකරණයෙහි විසඳුමක් වේ
- (d) $y_2(x) + y_1(x)$ ප්‍රකාශණය $y' - p(x)y = q(x)$ සමීකරණයෙහි විසඳුමක් වේ
- (e) $C_1y_2(x) + C_2y_1(x)$ ප්‍රකාශණය $y' - p(x)y = 0$ සමීකරණයෙහි විසඳුමක් වේ, මෙහි C_1, C_2 යනු අහිමන නියත වේ

vii.) පළමුවන මාත්‍රයේ අවකල සමීකරණයක අපූර්ව විසඳුමක්

- (a) අහිමන නියත එකකින් සමන්විතය.
- (b) අවකල සමීකරණය තෘප්ත නොකෙරේ.
- (c) විශේෂ විසඳුමෙහි ඇති අහිමන නියත සඳහා සුදුසු අගයන් ආදේශ කිරීමෙන් ලබාගත හැක
- (d) සාධාරණ විසඳුමෙහි ඇති අහිමන නියත සඳහා සුදුසු අගයන් ආදේශ කිරීමෙන් ලබාගත හැක

- (e) අභිමත නියතයක් නොමැත.
- viii.) අවකල සමීකරණයක අනුකල වක්‍රයක්
- (a) අසුරුව විසඳුමක් නොවේ.
- (b) සාධාරණ විසඳුමකි.
- (c) විශේෂ විසඳුමකි .
- (d) විශේෂ විසඳුමක අනුකලයකි .
- (e) දිශා කේන්ද්‍රයකි .
- ix.) $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ ආරම්භක අගය ගැටලුවකට විසඳුම ඇත්තේ
- (a) $f(x, y)$ සපරයන්ත විටය .
- (b) $f(x, y)$ සපරයන්ත සහ සන්තතික විටය .
- (c) $f(x, y) \circ x = x_0$ දී ස්පර්ශෝන්මුඛයක් අති විටය .
- (d) (x_0, y_0) අසුරුව ලක්ෂ්‍යයක් විටය .
- (e) $f(x, y)$ සපරයන්ත නොවන විටය .
- x.) $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ ආරම්භක අගය ගැටලුවකට අනන්‍ය විසඳුම ඇත්තේ
- (a) $f(x, y)$ සපරයන්ත විටය .
- (b) $f(x, y)$ සන්තතික විටය .
- (c) $f(x, y) \circ x = x_0$ දී ස්පර්ශෝන්මුඛයක් අති විටය .
- (d) $f(x, y)$ සහ $\frac{\partial f}{\partial y}$ සපරයන්ත සහ සන්තතික විටය .
- (e) $f(x, y)$ සපරයන්ත නොවන විටය .

2. i.)

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}, \quad y(1) = 1$$

ආරම්භක අගය ගැටලුවේ විසඳුම වන්නේ

- (a) $\ln |y| = -\ln |x| - C$
- (b) $\ln |y| = -2 \ln |x| - 1$
- (c) $\ln |y| = -x + 1$
- (d) $xy = C$
- (e) $y = 1/x$

ii.) පහත සඳහන් කුමන සමීකරණය විචල්‍ය-වෙනිකල-හැකි ආකාරයට පත් කල හැකිද ?

- (a) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^3y - 2xy - 1}{y^3 - 3x^2y + 3}$
- (b) $\frac{dy}{dx} = \frac{(x-1)^2 + y - 1}{(y-1)^2 + x - 1}$

(c) $(x^3 + 3xy^2)dx + (y^3 + 3x^2y)dy = 0$

(d) $(x^2 + 2y + 3)dx + (y^2 - 3x - 1)dy = 0$

(e) $(x^2y - xy + 9)dx - (y^2x + 3yx^2 + 1)dy = 0$

iii.) $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ සමීකරණය සමීර් යයි කියනු ලබන්නේ

(a) $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}$ විටය .

(b) $du = P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ වන පරිදි $u(x, y)$ පවතින විටය .

(c) $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$ විටය .

(d) $\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 Q}{\partial y \partial x}$ විටය .

(e) $\frac{\partial^2 P}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial y}$ විටය .

iv.) $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ සමීකරණය සමජාතීය යයි කියනු ලබන්නේ

(a) $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ සමීර් විටය .

(b) $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ පූර්ණ අවකලයක් විටය .

(c) $\frac{P(x, y)}{Q(x, y)} = f\left(\frac{x}{y}\right)$ වන පරිදි $f(x, y)$ පවතින විටය .

(d) $\frac{\partial f}{\partial x} = p(x, y)$ සහ $\frac{\partial f}{\partial y} = Q(x, y)$ වන පරිදි $f(x, y)$ පවතින විටය

(e) $\frac{\partial P(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial Q(x, y)}{\partial y}$.

v.) පහත කුමන සමීකරණය සමීර් වෙයි ?

(a) $y^2 \sin 2x dx + (y^2 + \cos^2 x)dy = 0$

(b) $(x^3 + 3xy^2)dx + (y^3 + 4x^2y)dy = 0$

(c) $(x^2 + 2y + 3)dx + (y^2 - 3x - 1)dy = 0$

(d) $y \sin 2x dx - (y^2 + \cos^2 x)dy = 0$

(e) $y^2 \sin 2x dx - (y^2 + \cos^2 x)dy = 0$

vi.) $\{y(1 + 1/x) + \cos y\}dx + (x + \ln x - x \sin y)dy = 0$ සමීකරණයේ විසඳුම වන්නේ

(a) $xy - \ln xy + x \cos y = C$

(b) $xy - x \ln y + x \cos y = C$

(c) $xy - y^2 \ln x + x \cos y = C$

(d) $x/y - y \ln x + x \cos y = C$

(e) $xy + y \ln x + x \cos y = C$

vii.) $I(x, y)$ ප්‍රකාශනය $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ සමීකරණයෙහි අනුකල සාධකයක් වන්නේ

(a) $\frac{\partial}{\partial x}\{I(x, y)P(x, y)\} = \frac{\partial}{\partial y}\{I(x, y)Q(x, y)\}$

$$(b) \frac{\partial}{\partial y} \{I(x, y)P(x, y)\} = \frac{\partial}{\partial x} \{I(x, y)Q(x, y)\}$$

$$(c) I(x, y) = e^{\int P(x, y) dx}$$

$$(d) I(x, y) = e^{\int Q(x, y) dy}$$

$$(e) du = I(x, y)P(x, y)dx + I(x, y)Q(x, y)dy \text{ වන පරිදි } u(x, y) \text{ ප්‍රකාශ කරන්න.}$$

viii.) $(D^2 - 4D + 4)y = x^2$ සමීකරණයෙහි පූර්ණ ආදාය වන්නේ

$$(a) y(x) = Ae^{-2x} + Be^{2x} + \frac{1}{4}\{x^2 + 2x + 1.5\}$$

$$(b) y(x) = Ae^{2x} + Be^{-2x} + \frac{1}{4}\{x^2 + 2x + 1.5\}$$

$$(c) y(x) = (Ax + B)e^{-2x} + \frac{1}{4}\{x^2 + 2x + 1.5\}$$

$$(d) y(x) = (Ax - B)e^{2x} + \frac{1}{4}\{x^2 + 2x - 1.5\}$$

$$(e) y(x) = (Ax + B)e^{2x} + \frac{1}{4}\{x^2 - 2x + 1.5\}$$

මෙහි A, B අභිමත නියත දෙකකි.

ix.) If $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ සමීකරණය සමජාතීය නම්

$$(a) P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0 \text{ සසම්පූර්ණ වේ.}$$

$$(b) \frac{P(x, y)}{P+Q}dx + \frac{Q(x, y)}{P+Q}dy = 0 \text{ සසම්පූර්ණ වේ.}$$

$$(c) \frac{P(x, y)}{P-Q}dx + \frac{Q(x, y)}{P-Q}dy = 0 \text{ සසම්පූර්ණ වේ.}$$

$$(d) \frac{P(x, y)}{Px+Qy}dx + \frac{Q(x, y)}{Px+Qy}dy = 0 \text{ සසම්පූර්ණ වේ.}$$

$$(e) \frac{P(x, y)}{(P+Q)^2}dx + \frac{Q(x, y)}{(P+Q)^2}dy = 0 \text{ සසම්පූර්ණ වේ.}$$