

# MAC0239: Exercício-Programa 2

## Lógica de Primeira Ordem

12 de novembro de 2017

### 1 Cabeçalho

Vinicius Moreno da Silva. Número USP: 10297776.

### 2 Respostas

**Questão 2.1** Sendo  $\kappa$  definido no modelo como operador, o qual estabelece uma relação de sucessão entre  $x$  e  $y$ , ou seja,  $x\kappa y$  conclui que  $y$  é o sucessor de  $x$ . Como possuímos o operador, definimos também um predicado  $\mathcal{F}$  tal que  $\mathcal{F}(x,y)$  resultaria em  $y$  suceder  $x$ . Em um domínio infinito,  $\forall x \exists y \mathcal{F}(x,y)$  é sempre verdadeiro, já em um domínio finito, caso seja selecionado o último termo como  $x$ , não haverá um  $y$ , portanto seria falso.

**Questão 2.2** (a) Seja  $\mathcal{A}$  o domínio do modelo e  $x, y \in \mathcal{A}$ ,  $x \neq y$ . Assumindo  $z$  como uma terceira variável também pertencente à  $\mathcal{A}$ , caso a fórmula seja:

$$\forall z((z = x) \vee (z = y))$$

para qualquer valor de  $z$ ,  $z$  vai ser igual a  $x$  ou a  $y$ , ou seja, o domínio do modelo equivaleria a  $[x,y]$ , portanto ela seria verdadeira caso possuísse somente 2 elementos no domínio.

(b) Seja  $\mathcal{A}$  o domínio do modelo e  $x, y, w, z \in \mathcal{A}$ , sendo  $x, y, w$  e  $z$  todos diferentes entre si. Assumindo  $k$  como uma quinta variável também pertencente à  $\mathcal{A}$ , caso a fórmula seja:

$$\forall k((k = x) \vee (k = y) \vee (k = w) \vee (k = z))$$

para qualquer valor de  $k$ , ou  $z$  vai ser igual a  $x$  ou a  $y$  ou a  $w$  ou a  $z$ , ou seja, o domínio do modelo seria  $[x,y,w,z]$ , portanto ela seria verdadeira caso possuísse somente 4 elementos no domínio.

**Questão 2.3** Sendo  $\Xi$  definido no modelo como operador, o qual estabelece uma relação de paridade entre  $x$  e  $y$ , ou seja,  $x\Xi y$  conclui que  $x$  é o par de  $y$ . Como possuímos o operador, definimos também um predicado  $\in \mathcal{P}$  estabelecendo da partidade dos elementos tal que  $\in \mathcal{P}(x,y)$  é igual a  $\in \mathcal{P}(y,x)$ , com cada elemento possuindo somente um par e todos elementos diferentes entre si. Desta forma, considerando uma variável  $z$  também pertencente ao domínio do modelo,  $\in \mathcal{P}(z,?)$  será igual a algum  $\in \mathcal{P}(x,y)$ , visto que ele estará sozinho, mas como a fórmula assume  $\in \mathcal{P}(x,y)$  verdadeiro, um elemento sozinho não conseguirá fazer par, ou seja, o domínio do modelo será  $\text{par}(2n)$ .

**Questão 2.4** Para  $n = 1$  o domínio do modelo  $(\mathcal{A})$  possui 2 elementos,  $w, z \in \mathcal{A}$ ,  $w$  diferente de  $z$ . Assumindo  $j$  como uma terceira possível variável também pertencente à  $\mathcal{A}$ , caso a fórmula seja:

$$\forall j((j = w) \vee (j = z))$$

para qualquer valor de  $j$ ,  $j$  será  $w$  ou  $z$ , ou seja, o domínio do modelo equivaleria a  $[w,z]$ , portanto ela estaria provada para 2 elementos.

**Questão 2.5**