Projekt nr 2

Aliaksei Yashynski 196691

Wstęp:

W ramach niniejszego sprawozdania przeprowadzono analizę dwóch metod iteracyjnych (Jacobiego i Gaussa-Seidla) oraz jednej metody bezpośredniej (faktoryzacja LU) rozwiązywania układów równań liniowych.

Projekt został zrobiony, wykorzystując język Python do implementacji oraz interpretacji wyników.

Zadanie A:

Układ równań liniowych ma następującą postać: Ax = b

N = 991, sin(7n)
a1 = 11, a2 = -1, a3 = -1

b = [0.0,

0.6569865987187891,

0.9906073556948704,

...,

-0.34608388762723263]

A = [11, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, ..., 0]

[-1, 11, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 0, ..., 0]

[-1, -1, 11, -1, -1, 0, 0, 0, 0, ..., 0]

[0, -1, -1, 11, -1, -1, 0, 0, 0, ..., 0]

...

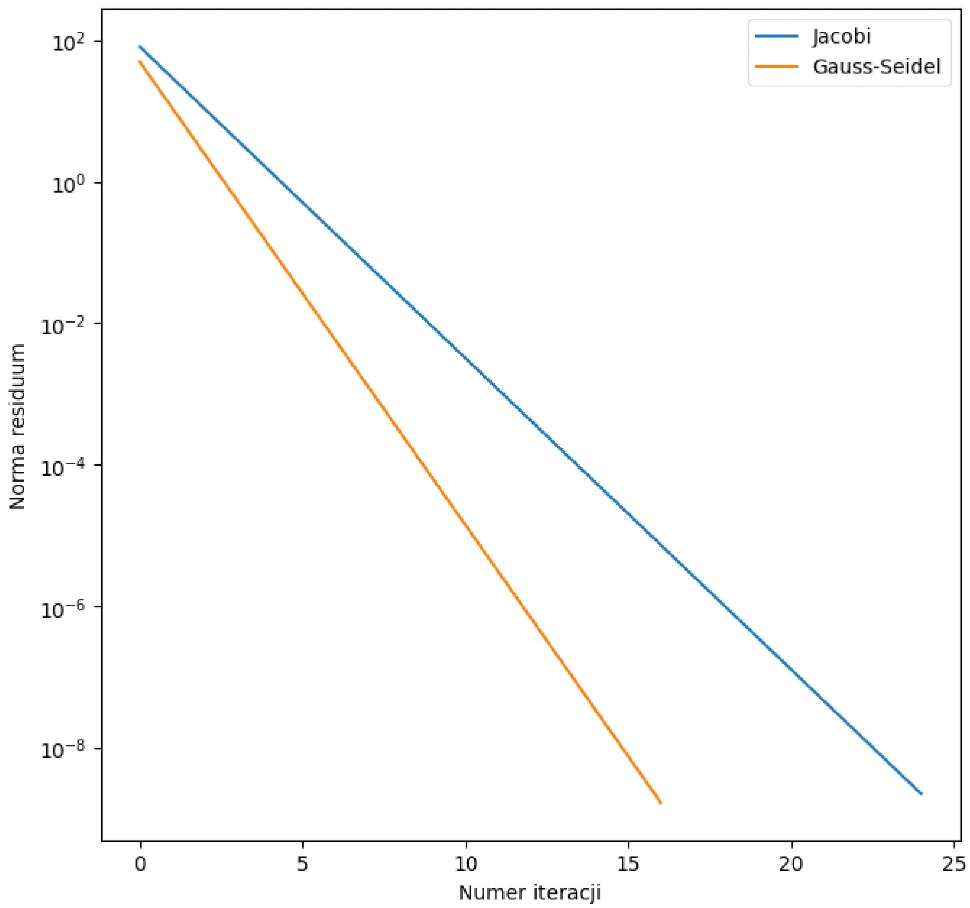
[0, ..., 0, 0, 0, 0, 0, -1, -1, 11, -1]

[0, ..., 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, -1, 11]

Zadanie B:

Zaimplementujemy metody iteracyjne rozwiązywania układów równań liniowych:

Jacobiego i Gaussa–Seidla.



Metoda Jacobi:

Czas wykonania: 6.361558437347412

Liczba iteracji: 25

Metoda Gaussa–Seidla:

Czas wykonania: 3.917433023452759

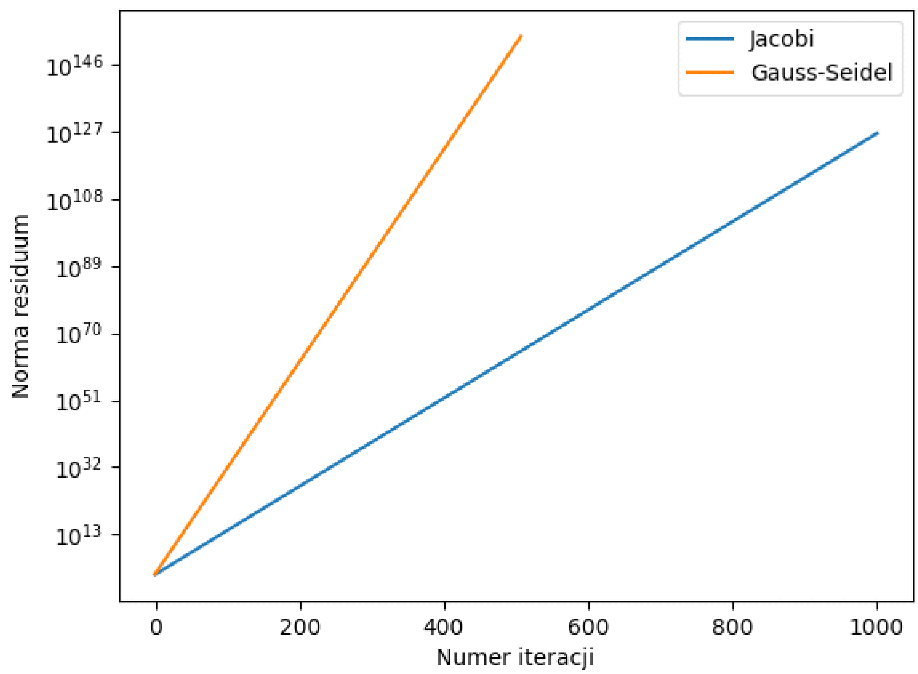
Liczba iteracji: 17

Z tego możemy wywnioskować, że ta metoda Gaussa-Seidla jest o około 40% szybsza i wymaga około 30% mniej liczbę iteracji

Z każdą iteracją norma residuum zmniejsza się, a w ostatniej iteracji otrzymujemy nasz wynik

Zadanie C:

Stwórzymy układ równań dla a1 = 3, a2 = a3 = −1, natomiast N i wektor b określimy zgodnie z treścią zadania A



Iteracyjne metody zbiegają się, kiedy macierz jest diagonalnie dominująca, a w naszym przypadku macierz A nie jest diagonalnie dominująca, więc znormalizowany błąd szybko rośnie i nie możemy osiągnąć wynik

Zadanie D:

Zaimplementujemy metodę bezpośredniego rozwiązania układów równań liniowych:metodę faktoryzacji LU i zastosujemy do równania badanego w p. C

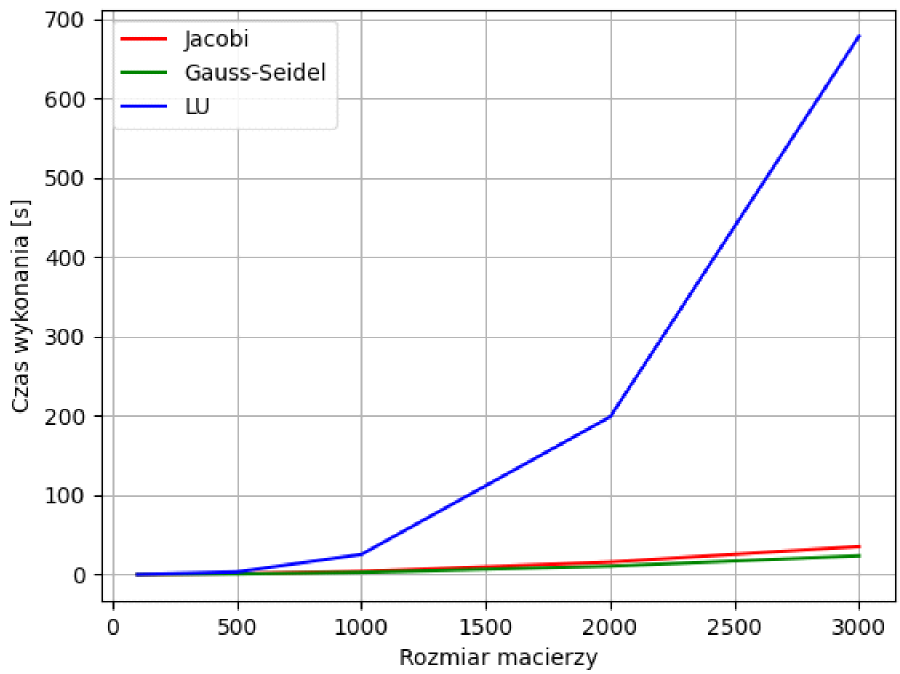
Czas wykonania: 36.44508171081543

Norma residuum: 3.722357207644674e-15

W tym przypadku wartość normy z residuum jest bliska 0, co oznacza że metoda faktoryzacji LU nadaje się do macierzy, które nie są diagonalnie dominujące

Zadanie E:

Stwórzymy wykres zależności czasu wyznaczenia rozwiązania dla trzech badanych metod w zależności od liczby niewiadomych N = {100, 500, 1000, 2000, 3000 . . . } dla macierzy opisanej w zadaniu A.



Z danego wykresu widać, że począwszy od rozmiaru macierzy 500, czas wykonania metodą faktoryzacji szybko rośnie, i metoda faktoryzacji LU wolniej docieraja do rozwiązania, niż iteracyjne metody

Zadanie F:

Na koniec tego projektu możemy stwierdzić, że metody iteracyjne są szybsze i mniej zależne od rozmiaru danych wejściowych, niż metoda bezpośrednia (faktoryzacja LU). Ale to nie znaczy, że metoda faktoryzacja LU nie będzie w ogóle używana, ponieważ, jak widać z zadania C i D, ta metoda jest przydatna dla macierzy, które nie są diagonalnie dominujące. Jeśli jednak wybierzemy między dwiema metodami iteracyjnymi, metoda Gaussa-Seidla jest szybsza i kończy się w mniejszej liczbie iteracji.