

Wydział Informatyki Politechniki Białostockiej

Przetwarzanie Sygnałów i Obrazów – Pracownia specjalistyczna

Ćwiczenie Nr. 3

Temat: Dyskretne Przekształcenie Fouriera

Imię i Nazwisko studenta: Wojciech Domański, Dominik Gąsowski

Data realizacji ćwiczenia: 20.11.2023r

Zadanie 3.1

```
A = 1
f = 1000
T = 1 / f
N = 32
t = np.linspace(0, T, N, endpoint=False)
y = A * np.sin(2 * np.pi * f * t)
plt.figure(figsize=(12,8))

Re = np.real(y)
plt.subplot(3,2,1)
plt.stem(Re)
#plt.stem(freq)

plt.xlabel('Numer próbki')
plt.ylabel('Amplituda')
plt.title('Re(y)')

plt.subplot(3,2,2)
plt.axis((-1, N, -1, 0.05))
plt.title("Im(y)")
plt.xlabel("Numer Próbki")
plt.ylabel("Amplituda")
Im = np.imag(y)
plt.stem(Im)
```

```

fft = np.fft.fft(y) * 2/N
Re_fft = np.real(fft)
plt.subplot(3,2,3)
plt.stem(Re_fft)
plt.axis((-1,N,-1,1))
plt.title("Re(fft(y))")
plt.xlabel("Numer pasma czestotliwosciowego")
plt.ylabel("Amplituda")

Im_fft = np.imag(fft)
plt.subplot(3,2,4)
plt.stem(Im_fft)
plt.axis((-1,N,-1.1,1.1))
plt.title("Im(fft(y))")
plt.xlabel("Numer pasma czestotliwosciowego")
plt.ylabel("Amplituda")

Modul = np.abs(fft)
plt.subplot(3,2,5)
plt.stem(Modul)
plt.axis((-1,N,-0.05,1.05))
plt.title("Modul(fft(y))")
plt.xlabel("Numer pasma czestotliwosciowego")
plt.ylabel("Magnituda")

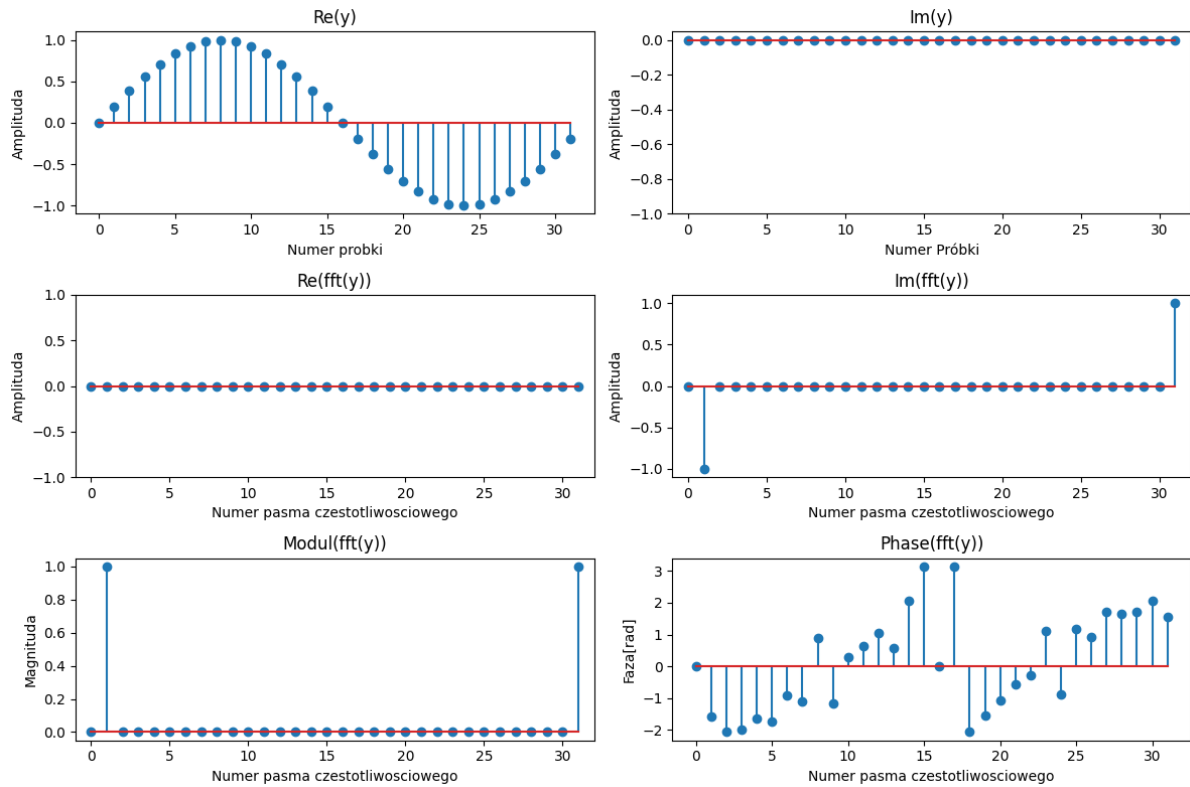
```

```

kat = np.angle(fft)
plt.subplot(3,2,6)
plt.stem(kat)
plt.title("Phase(fft(y))")
plt.xlabel("Numer pasma czestotliwosciowego")
plt.ylabel("Faza[rad]")

plt.tight_layout()
plt.show()
plt.savefig("Zadanie1.png")

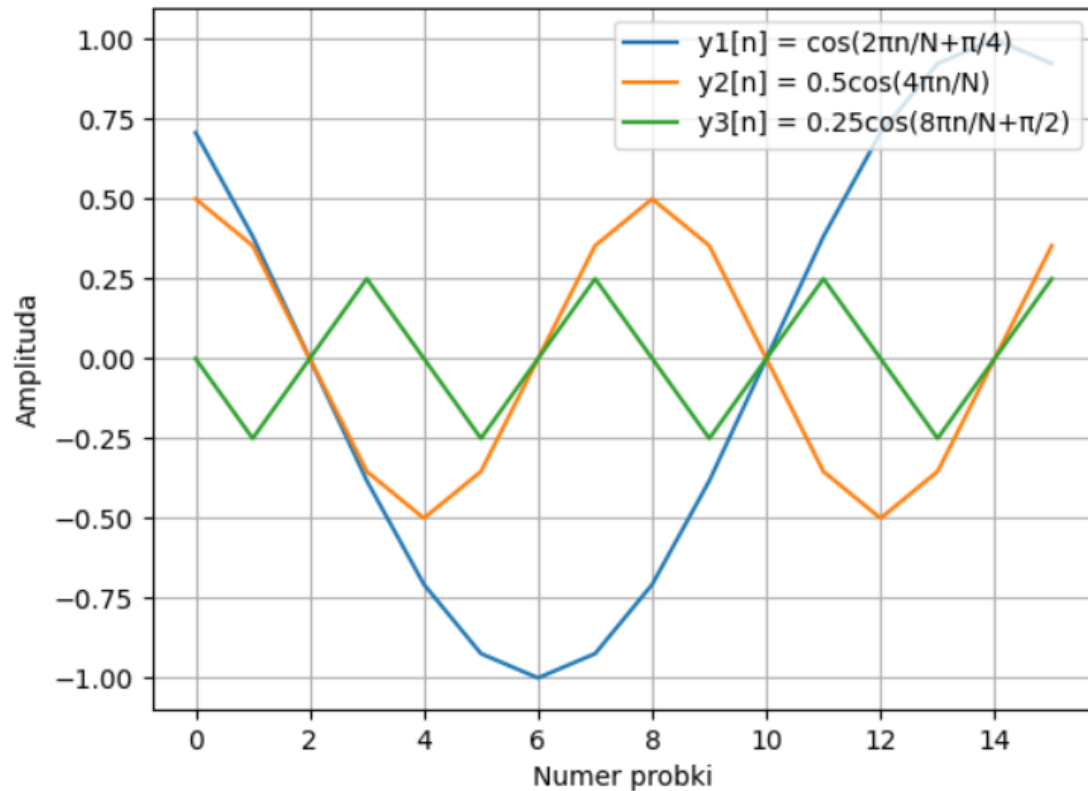
```



Zadanie 3.2

```
N = 16
n = np.arange(start=0, stop=N)
y1 = np.cos(2*np.pi*n/N + np.pi/4)
y2 = 0.5*np.cos(4*np.pi*n/N)
y3 = 0.25*np.cos(8*np.pi*n/N + np.pi/2)
y4 = y1 + y2 + y3

plt.plot(y1, label='y1[n] = cos(2πn/N+π/4)'); plt.plot(y2, label='y2[n] = 0.5cos(4πn/N)'); plt.plot(y3, label='y3[n] = 0.25cos(8πn/N+π/2)')
plt.legend(loc='upper right'); plt.xlabel("Numer próbki"); plt.ylabel("Amplituda"); plt.grid(True)
plt.savefig("Zadanie2_1")
```



```

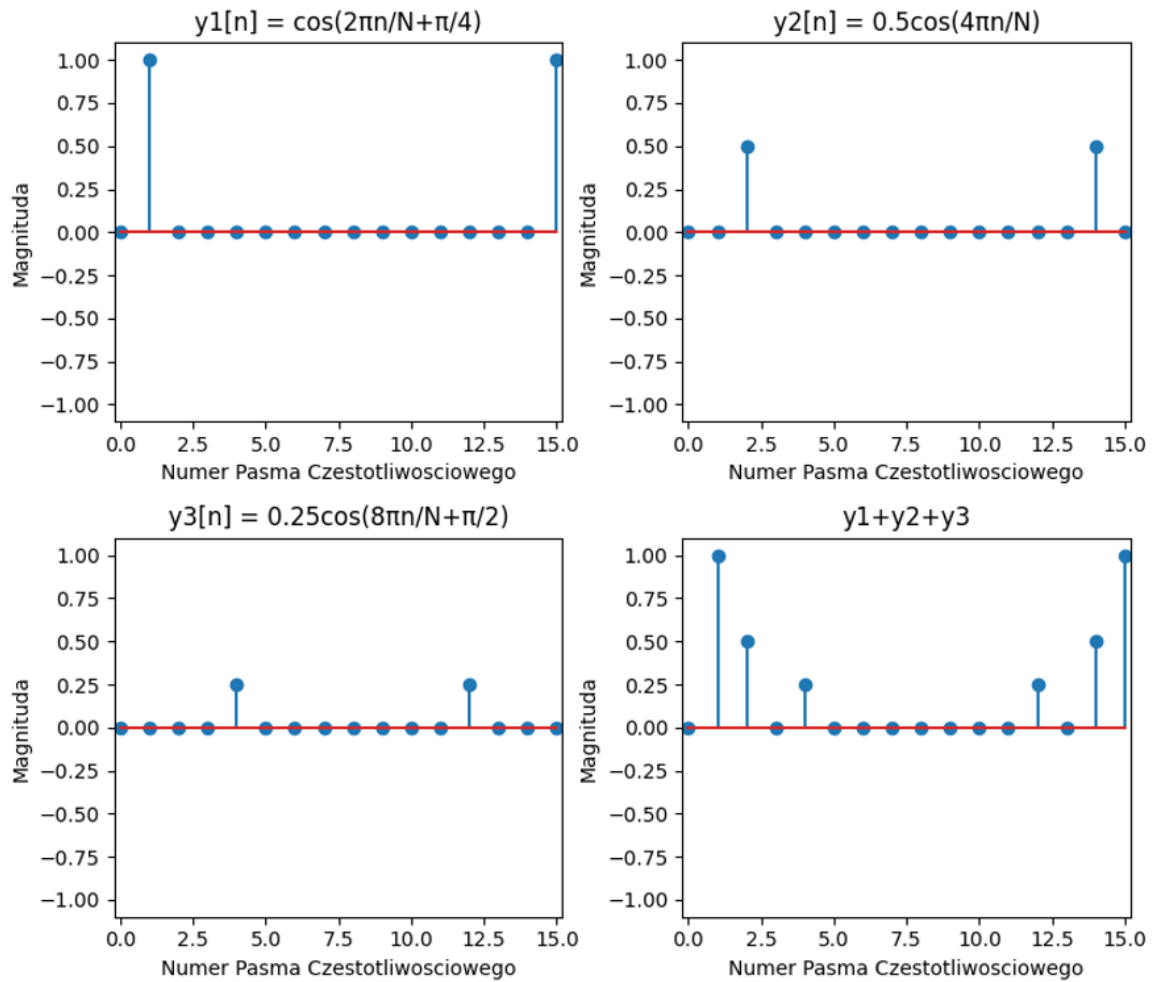
y1_fft = 2*np.fft.fft(y1)/N
y2_fft = 2*np.fft.fft(y2)/N
y3_fft = 2*np.fft.fft(y3)/N
y4_fft = 2*np.fft.fft(y4)/N

y1_fft_abs = np.abs(y1_fft)
y2_fft_abs = np.abs(y2_fft)
y3_fft_abs = np.abs(y3_fft)
y4_fft_abs = np.abs(y4_fft)

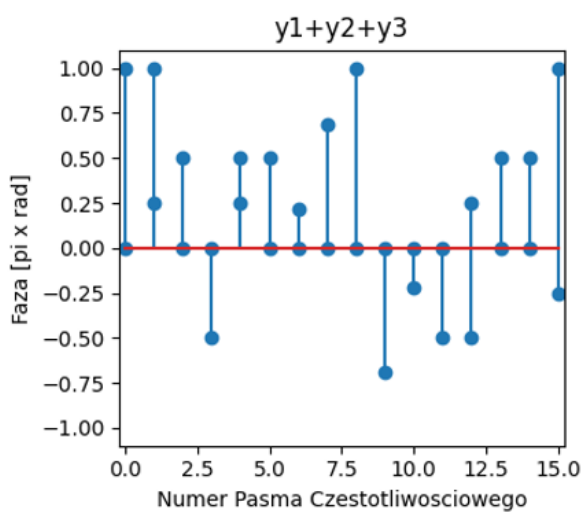
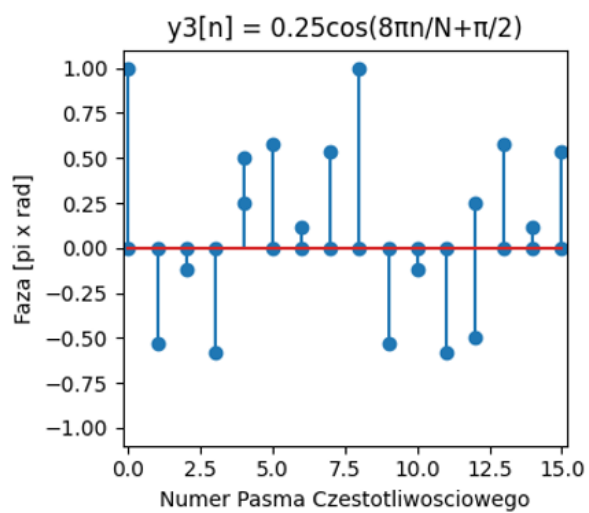
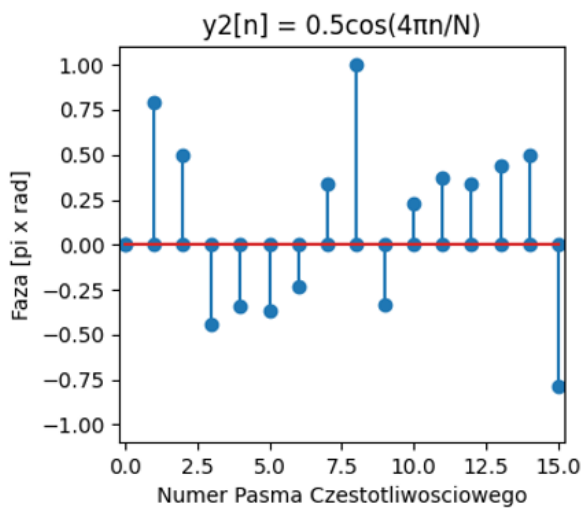
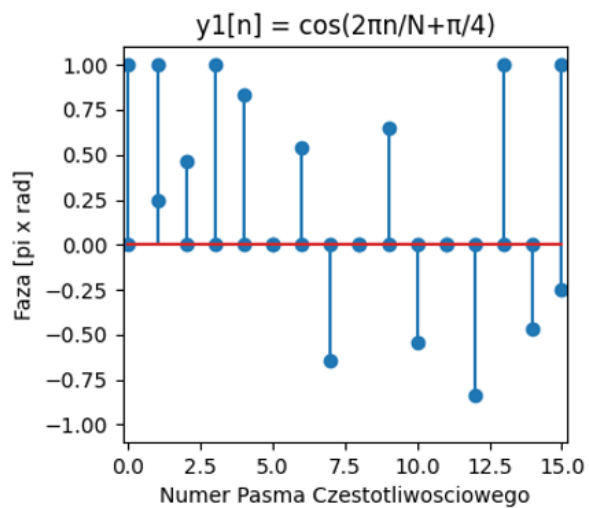
y1_fft_ang = np.angle(y1_fft)/np.pi
y2_fft_ang = np.angle(y2_fft)/np.pi
y3_fft_ang = np.angle(y3_fft)/np.pi
y4_fft_ang = np.angle(y4_fft)/np.pi

plt.figure(figsize=(8,7))
plt.subplot(2, 2, 1); plt.stem(y1_fft_abs); plt.title('y1[n] = cos(2πn/N+π/4)'); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.axis((-0.2, 15.2, -1.1, 1.1))
plt.subplot(2, 2, 2); plt.stem(y2_fft_abs); plt.title('y2[n] = 0.5cos(4πn/N)'); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.axis((-0.2, 15.2, -1.1, 1.1))
plt.subplot(2, 2, 3); plt.stem(y3_fft_abs); plt.title('y3[n] = 0.25cos(8πn/N+π/2)'); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.axis((-0.2, 15.2, -1.1, 1.1))
plt.subplot(2, 2, 4); plt.stem(y4_fft_abs); plt.title('y1+y2+y3'); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.axis((-0.2, 15.2, -1.1, 1.1))
plt.tight_layout()
plt.savefig("Zadanie2_2")

```



```
plt.subplot(2, 2, 1); plt.stem(y1_fft_ang); plt.title('y1[n] = cos(2πn/N+π/4)'); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]")
plt.subplot(2, 2, 2); plt.stem(y2_fft_ang); plt.title('y2[n] = 0.5cos(4πn/N)'); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]")
plt.subplot(2, 2, 3); plt.stem(y3_fft_ang); plt.title('y3[n] = 0.25cos(8πn/N+π/2)'); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]")
plt.subplot(2, 2, 4); plt.stem(y4_fft_ang); plt.title('y1+y2+y3'); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]")
plt.tight_layout()
plt.savefig("Zadanie2_3.png")
```



Zadanie 3.3

```
A = 1
f = 1000
T = 1 / f
N = 32
t = np.linspace(0, T, N, endpoint=False)
y = A * np.sin(2 * np.pi * f * t)
plt.figure(figsize=(12, 8))
fft = 2*np.fft.fft(y)/N

Re = np.real(y)
plt.subplot(3, 2, 1)
plt.stem(Re)
plt.xlabel('Numer próbek')
plt.ylabel('Amplituda')
plt.title('Re(y)')

plt.subplot(3, 2, 2)
plt.axis((-1, N, -1, 0.05))
plt.title("Im(y)")
plt.xlabel("Numer próbek")
plt.ylabel("Amplituda")
Im = np.imag(y)
plt.stem(Im)

ifft = np.fft.ifft(y) * N
```

```

Modul = np.abs(iff_t)
plt.subplot(3, 2, 3)
plt.stem(Modul)
plt.axis((-1, N, -0.3, 16.5))
plt.title("Moduł(iff_t(y))")
plt.xlabel("Numer pasma częstotliwościowego")
plt.ylabel("Magnituda")

kat = np.angle(iff_t)
kat_normalized = np.interp(kat, (kat.min(), kat.max()), (-1, 1))
plt.subplot(3, 2, 4)
plt.stem(kat_normalized)
plt.title("Faza(iff_t(y))")
plt.xlabel("Numer pasma częstotliwościowego")
plt.ylabel("Faza[rad]")

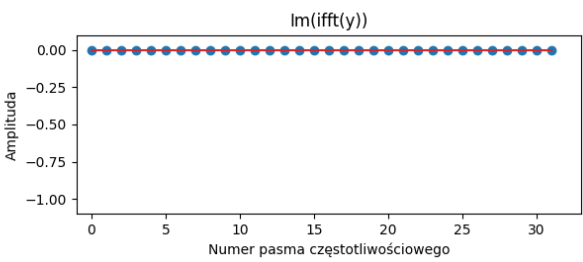
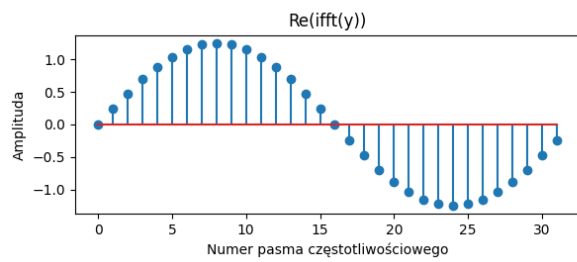
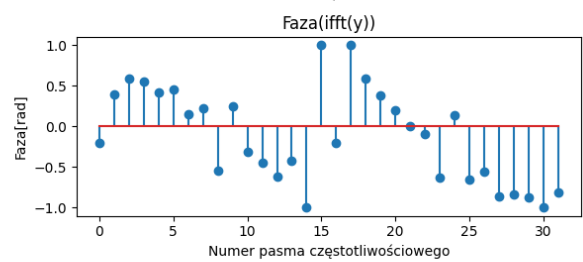
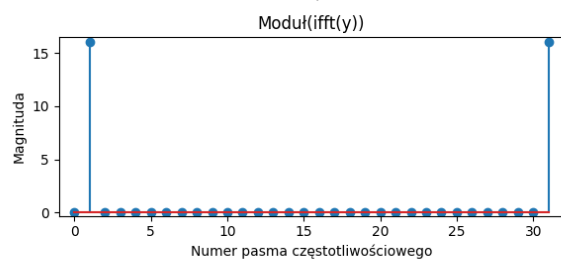
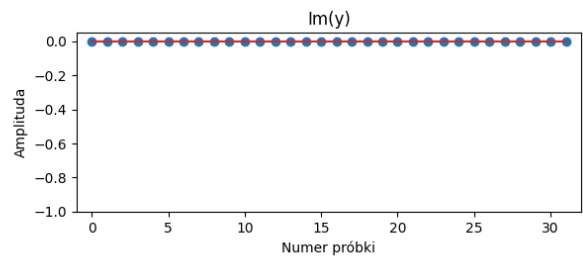
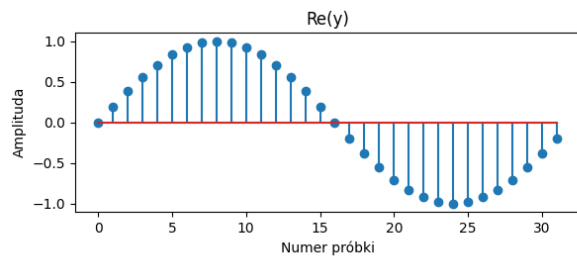
iff_t = np.fft.iff_t(fft)*20
plt.subplot(3, 2, 5)
plt.stem(iff_t)
plt.title("Re(iff_t(y))")
plt.xlabel("Numer pasma częstotliwościowego")
plt.ylabel("Amplituda")

```

```

Im_iff_t = np.imag(iff_t)
plt.subplot(3, 2, 6)
plt.axis((-1, N + 1, -1.1, 0.1))
plt.stem(Im_iff_t[:N])
plt.title("Im(iff_t(y))")
plt.xlabel("Numer pasma częstotliwościowego")
plt.ylabel("Amplituda")
plt.savefig("Zadanie3a.png")

```

```

N = 32
n = np.arange(start=0, stop=N)
y1 = np.cos(2*np.pi*n/N + np.pi/4)
y2 = 0.5*np.cos(4*np.pi*n/N)
y3 = 0.25*np.cos(8*np.pi*n/N + np.pi/2)
y4 = y1 + y2 + y3
plt.figure(figsize=(12, 10))

plt.subplot(2, 2, 1)
plt.stem(y4)
plt.axis((-1, N, -2.1, 2.1))
plt.title("y1+y2+y3")
plt.xlabel("Numer Probki")
plt.ylabel("Amplituda")

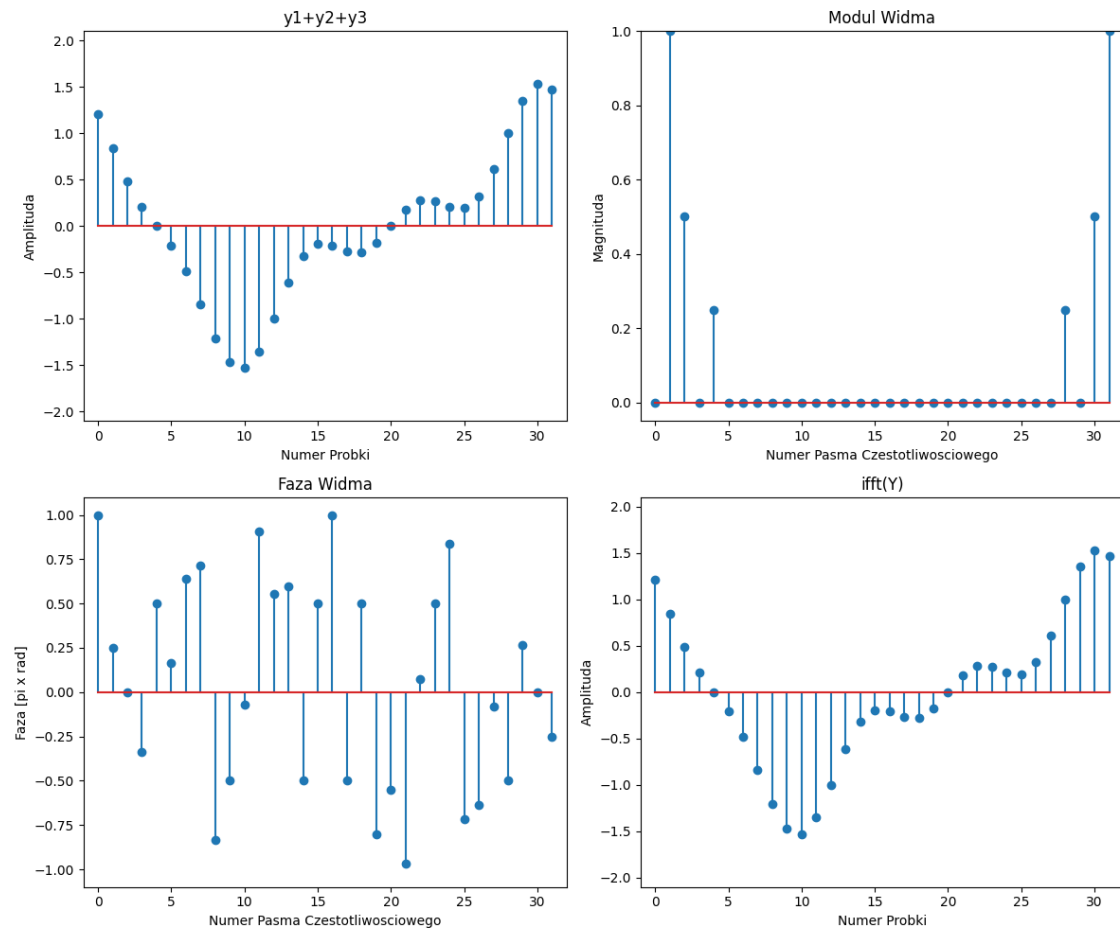
fft = 2*np.fft.fft(y4)/N
fft_abs = np.abs(fft)
plt.subplot(2, 2, 2)
plt.axis((-1, N, -0.05, 1))
plt.stem(fft_abs)
plt.title("Modul Widma")
plt.xlabel("Numer Pasma Czystotliwosciowego")
plt.ylabel("Magnituda")

```

```
fft_ang = np.angle(fft)/np.pi
plt.subplot(2, 2, 3)
plt.axis((-1, N, -1.1, 1.1))
plt.stem(fft_ang)
plt.title("Faza Widma")
plt.xlabel("Numer Pasma Czystotliwosciowego")
plt.ylabel("Faza [pi x rad]")

ifft = N*np.fft.ifft(fft)/2
plt.subplot(2, 2, 4)
plt.axis((-1, N, -2.1, 2.1))
plt.stem(ifft)
plt.title("ifft(Y)")
plt.xlabel("Numer Probki")
plt.ylabel("Amplituda")

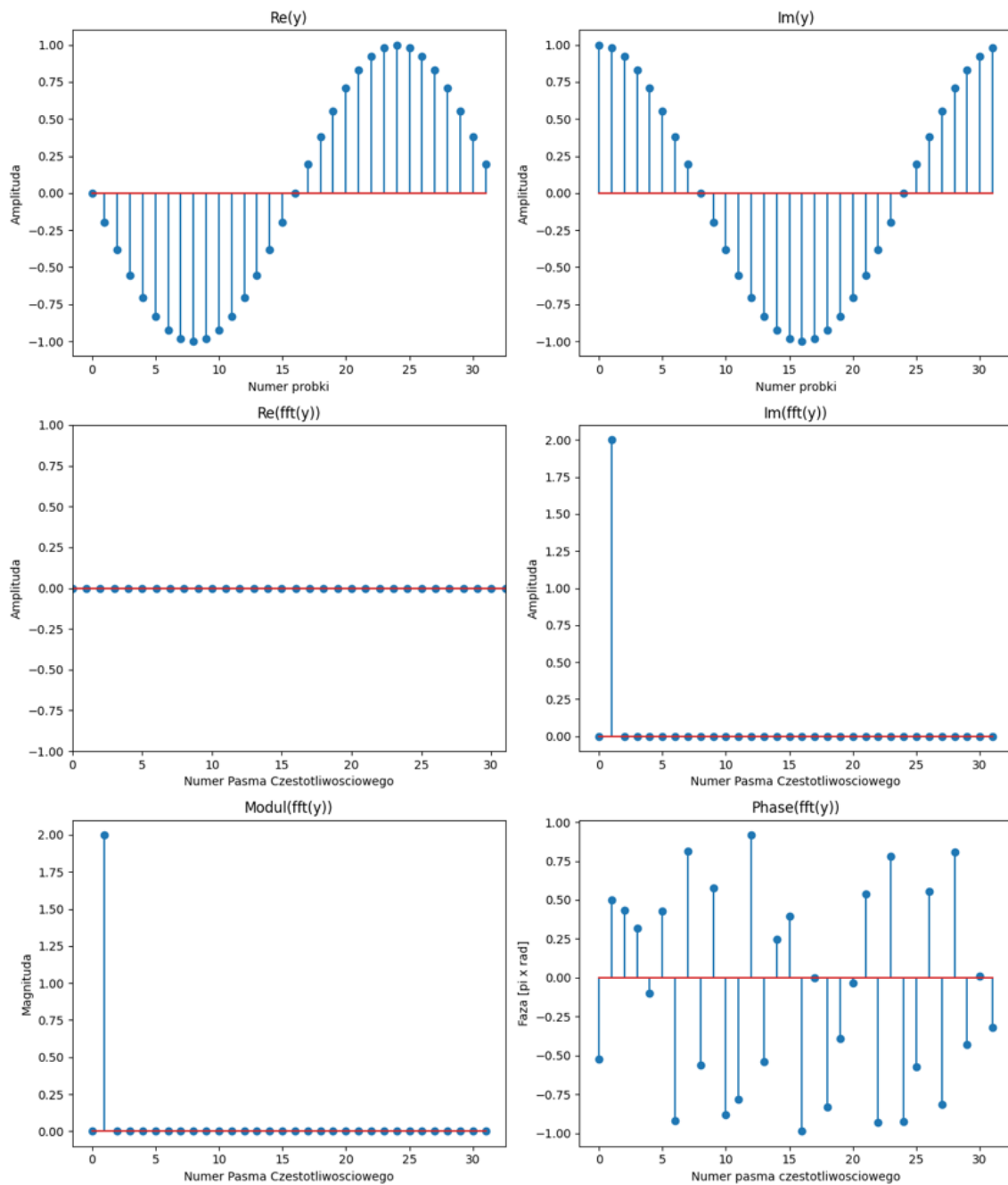
plt.tight_layout()
plt.show()
plt.savefig("Zadanie3b.png")
```



Zadanie 3.4

```
N = 32
k=1
phi = np.pi/2
n = np.arange(start=0, stop=N)
y = np.exp(1j*((2*np.pi * k/N * n) + phi))
y_re = np.real(y)
y_im = np.imag(y)
fft = 2*np.fft.fft(y)/N
fft_re = np.real(fft)
fft_im = np.imag(fft)
fft_abs = np.abs(fft)
fft_ang = np.angle(fft)/np.pi

plt.figure(figsize=(12, 14))
plt.subplot(3, 2, 1); plt.stem(y_re); plt.title("Re(y)"); plt.xlabel("Numer probki"); plt.ylabel("Amplituda")
plt.subplot(3, 2, 2); plt.stem(y_im); plt.title("Im(y)"); plt.xlabel("Numer probki"); plt.ylabel("Amplituda")
plt.subplot(3, 2, 3); plt.stem(fft_re); plt.title("Re(fft(y))"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Amplituda"); plt.axis((0, 31, -1, 1))
plt.subplot(3, 2, 4); plt.stem(fft_im); plt.title("Im(fft(y))"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Amplituda")
plt.subplot(3, 2, 5); plt.stem(fft_abs); plt.title("Modul(fft(y))"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.subplot(3, 2, 6); plt.stem(fft_ang); plt.title("Phase(fft(y))"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]"); plt.xlabel("Numer pasma czesotliwosciowego")
plt.tight_layout()
plt.savefig("Zadanie4.png")
```



Zadanie 3.5

```
def DFT(y):
    n = len(y)
    dft_matrix = dft(n=n)
    return np.dot(dft_matrix, y)

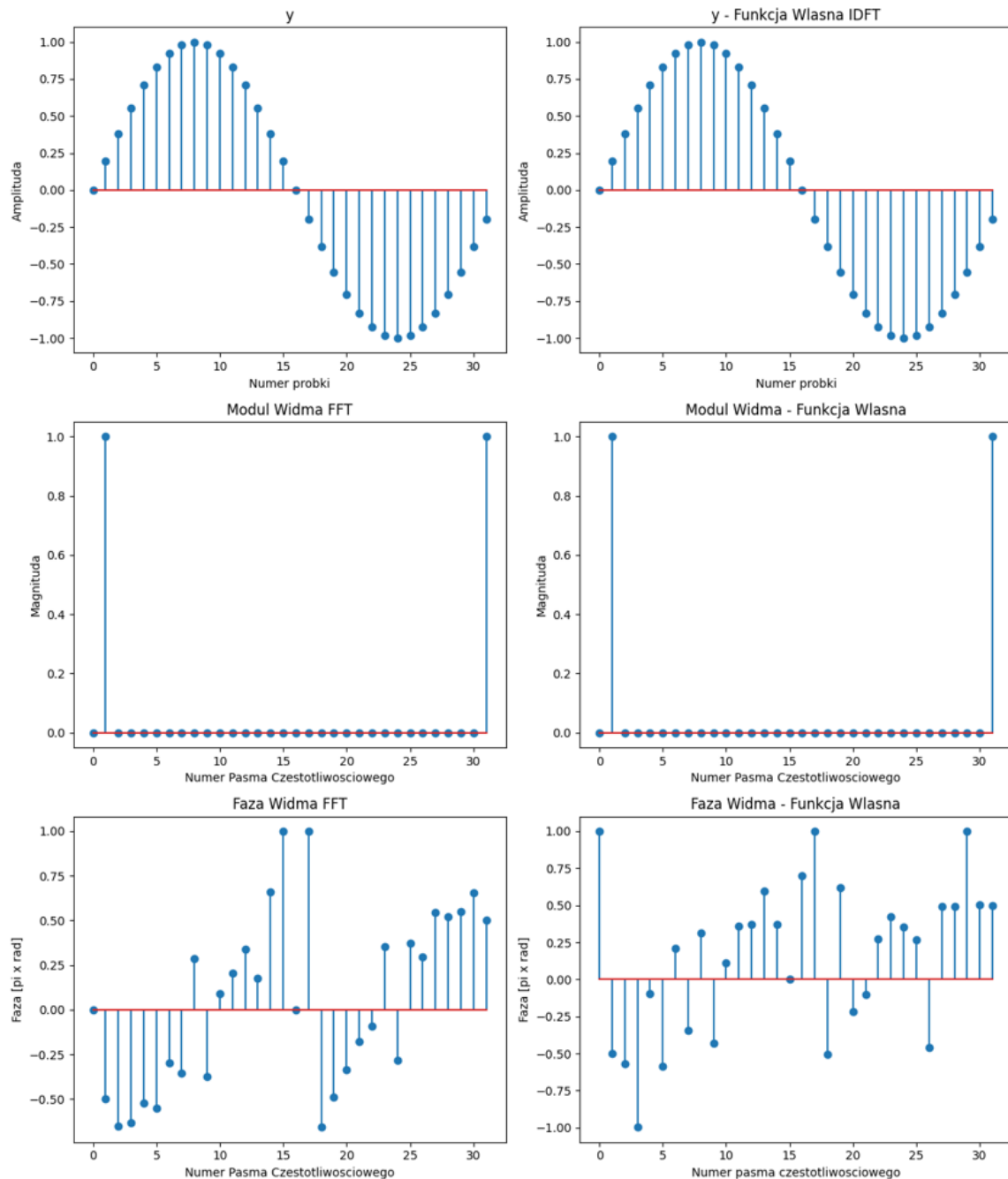
def IDFT(y):
    n = len(y)
    dft_matrix = dft(n=n)
    return np.dot(np.linalg.inv(dft_matrix), y)
```

```

N = 32
f = 1
n = np.arange(start=0, stop=N)
y = np.sin(2*np.pi*f*n/N)
fft = 2*np.fft.fft(y)/N
fft_abs = np.abs(fft)
fft_ang = np.angle(fft)/np.pi
fft_moj = 2*DFT(y)/N
fft_moj_abs = np.abs(fft_moj)
fft_moj_ang = np.angle(fft_moj)/np.pi
ifft_moj = N*IDFT(fft_moj)/2

plt.figure(figsize=(12, 14))
plt.subplot(3, 2, 1); plt.stem(y); plt.title("y"); plt.xlabel("Numer probki"); plt.ylabel("Amplituda")
plt.subplot(3, 2, 2); plt.stem(ifft_moj); plt.title("y - Funkcja Wlasna IDFT"); plt.xlabel("Numer probki"); plt.ylabel("Amplituda")
plt.subplot(3, 2, 3); plt.stem(fft_abs); plt.title("Modul Widma FFT"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.subplot(3, 2, 4); plt.stem(fft_moj_abs); plt.title("Modul Widma - Funkcja Wlasna"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.subplot(3, 2, 5); plt.stem(fft_ang); plt.title("Faza Widma FFT"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]")
plt.subplot(3, 2, 6); plt.stem(fft_moj_ang); plt.title("Faza Widma - Funkcja Wlasna"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]"); plt.xlabel("Numer pasma czesotliwosciowego")
plt.tight_layout()
plt.savefig("Zadanie5a.png")

```

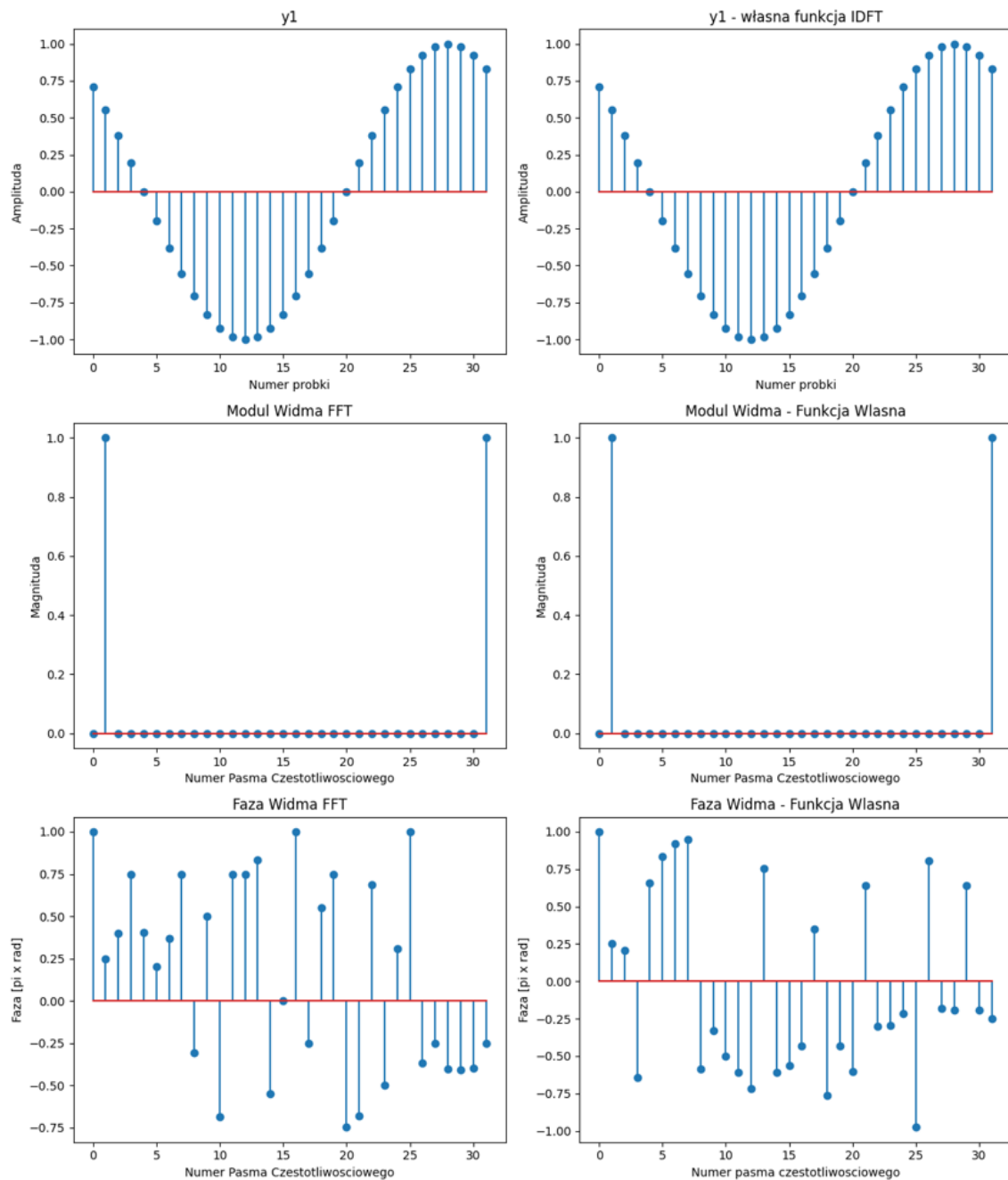


```

N = 32
n = np.arange(start=0, stop=N)
y1 = np.cos(2*np.pi*n/N + np.pi/4)
y1_fft = 2*np.fft.fft(y1)/N
y1_fft_abs = np.abs(y1_fft)
y1_fft_ang = np.angle(y1_fft)/np.pi
y1_fft_moj = 2*DFT(y1)/N
y1_fft_abs_moj = np.abs(y1_fft_moj)
y1_fft_ang_moj = np.angle(y1_fft_moj)/np.pi
y1_ifft_moj = N*IDFT(y1_fft_moj)/2

plt.figure(figsize=(12, 14))
plt.subplot(3, 2, 1); plt.stem(y1); plt.title("y1"); plt.xlabel("Numer probki"); plt.ylabel("Amplituda")
plt.subplot(3, 2, 2); plt.stem(y1_ifft_moj); plt.title("y1 - własna funkcja IDFT"); plt.xlabel("Numer probki"); plt.ylabel("Amplituda")
plt.subplot(3, 2, 3); plt.stem(y1_fft_abs); plt.title("Modul Widma FFT"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.subplot(3, 2, 4); plt.stem(y1_fft_abs_moj); plt.title("Modul Widma - Funkcja Wlasna"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.subplot(3, 2, 5); plt.stem(y1_fft_ang); plt.title("Faza Widma FFT"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]")
plt.subplot(3, 2, 6); plt.stem(y1_fft_ang_moj); plt.title("Faza Widma - Funkcja Wlasna"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]"); plt.xlabel("Numer pasma czesotliwosciowego")
plt.tight_layout()
plt.savefig("Zadanie5b_y1.png")

```

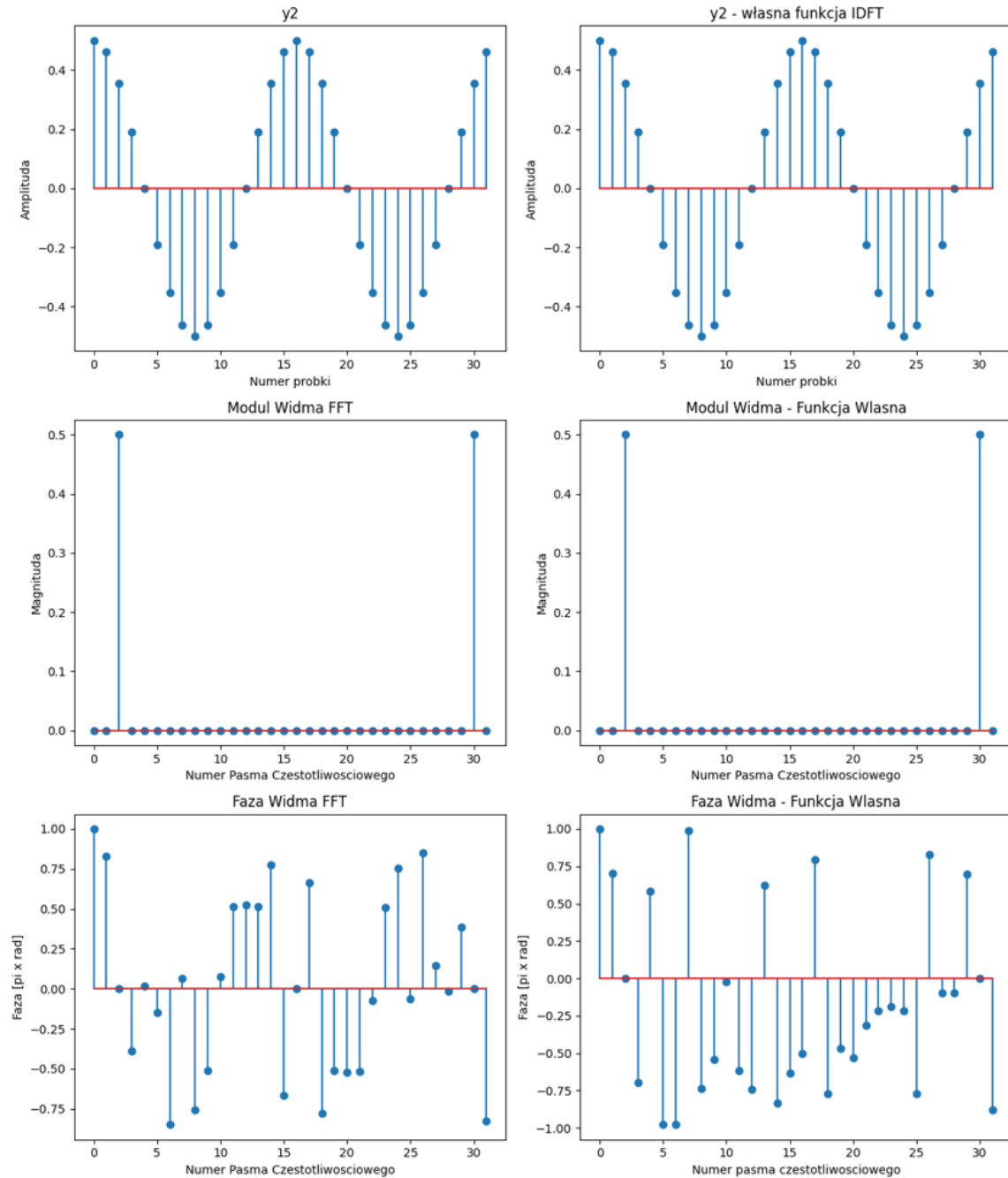


```

y2 = 0.5*np.cos(4*np.pi*n/N)
y2_fft = 2*np.fft.fft(y2)/N
y2_fft_abs = np.abs(y2_fft)
y2_fft_ang = np.angle(y2_fft)/np.pi
y2_fft_mojie = 2*DFT(y2)/N
y2_fft_abs_mojie = np.abs(y2_fft_mojie)
y2_fft_ang_mojie = np.angle(y2_fft_mojie)/np.pi
y2_ifft_mojie = N*IDFT(y2_fft_mojie)/2

plt.figure(figsize=(12, 14))
plt.subplot(3, 2, 1); plt.stem(y2); plt.title("y2"); plt.xlabel("Numer probki"); plt.ylabel("Amplituda")
plt.subplot(3, 2, 2); plt.stem(y2_ifft_mojie); plt.title("y2 - własna funkcja IDFT"); plt.xlabel("Numer probki"); plt.ylabel("Amplituda")
plt.subplot(3, 2, 3); plt.stem(y2_fft_abs); plt.title("Modul Widma FFT"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.subplot(3, 2, 4); plt.stem(y2_fft_abs_mojie); plt.title("Modul Widma - Funkcja Wlasna"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.subplot(3, 2, 5); plt.stem(y2_fft_ang); plt.title("Faza Widma FFT"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]")
plt.subplot(3, 2, 6); plt.stem(y2_fft_ang_mojie); plt.title("Faza Widma - Funkcja Wlasna"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]"); plt.xlabel("Numer pasma czesotliwosciowego")
plt.tight_layout()
plt.savefig("Zadanie5b_y2.png")

```

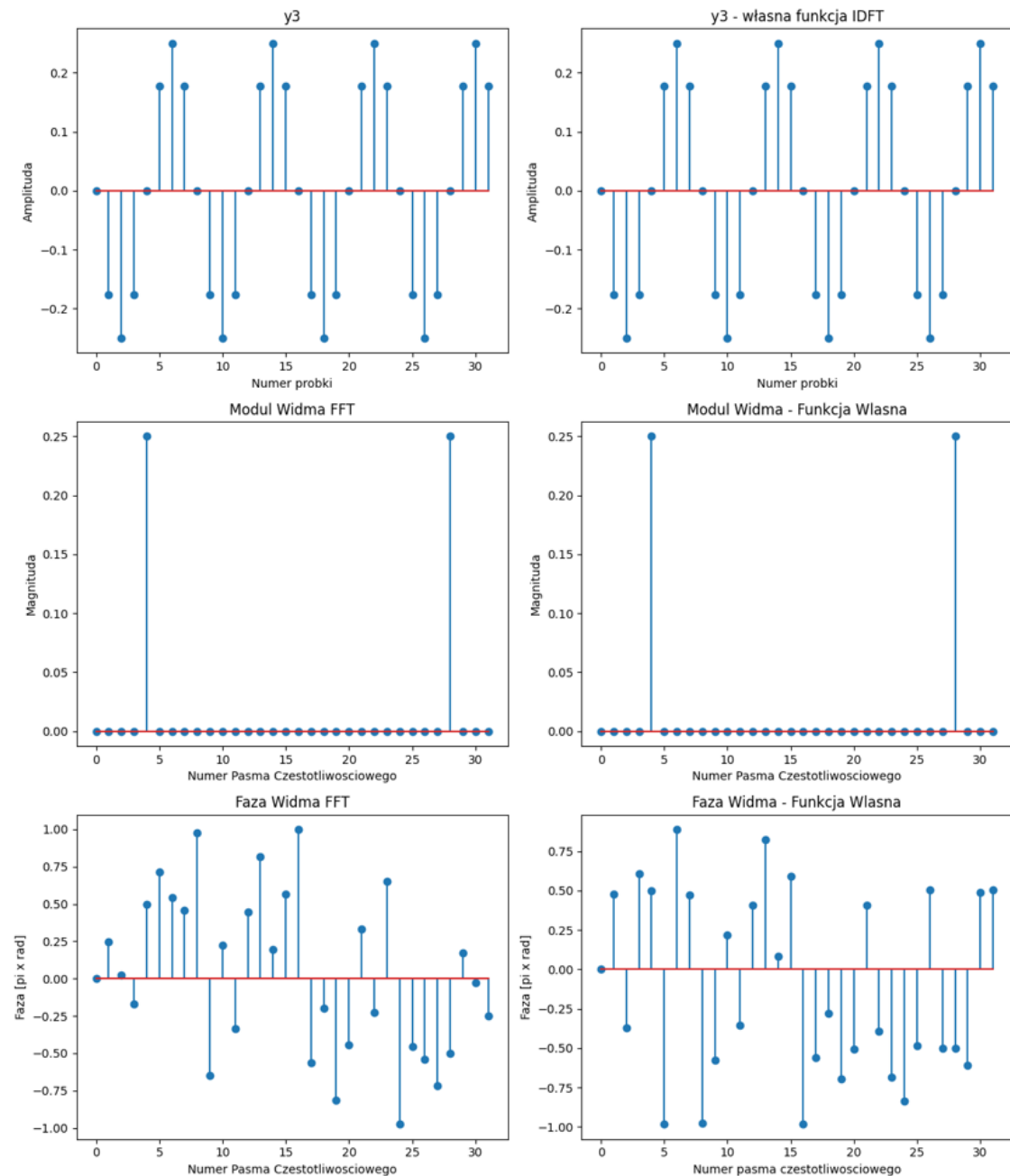



```

y3 = 0.25*np.cos(8*np.pi*n/N + np.pi/2)
y3_fft = 2*np.fft.fft(y3)/N
y3_fft_abs = np.abs(y3_fft)
y3_fft_ang = np.angle(y3_fft)/np.pi
y3_fft_moj = 2*DFT(y3)/N
y3_fft_abs_moj = np.abs(y3_fft_moj)
y3_fft_ang_moj = np.angle(y3_fft_moj)/np.pi
y3_ifft_moj = N*IDFT(y3_fft_moj)/2

plt.figure(figsize=(12, 14))
plt.subplot(3, 2, 1); plt.stem(y3); plt.title("y3"); plt.xlabel("Numer probki"); plt.ylabel("Amplituda")
plt.subplot(3, 2, 2); plt.stem(y3_ifft_moj); plt.title("y3 - własna funkcja IDFT"); plt.xlabel("Numer probki"); plt.ylabel("Amplituda")
plt.subplot(3, 2, 3); plt.stem(y3_fft_abs); plt.title("Modul Widma FFT"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.subplot(3, 2, 4); plt.stem(y3_fft_abs_moj); plt.title("Modul Widma - Funkcja Wlasna"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.subplot(3, 2, 5); plt.stem(y3_fft_ang); plt.title("Faza Widma FFT"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]")
plt.subplot(3, 2, 6); plt.stem(y3_fft_ang_moj); plt.title("Faza Widma - Funkcja Wlasna"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]"); plt.xlabel("Numer pasma czesotliwosciowego")
plt.tight_layout()
plt.savefig("Zadanie5b_y3.png")

```

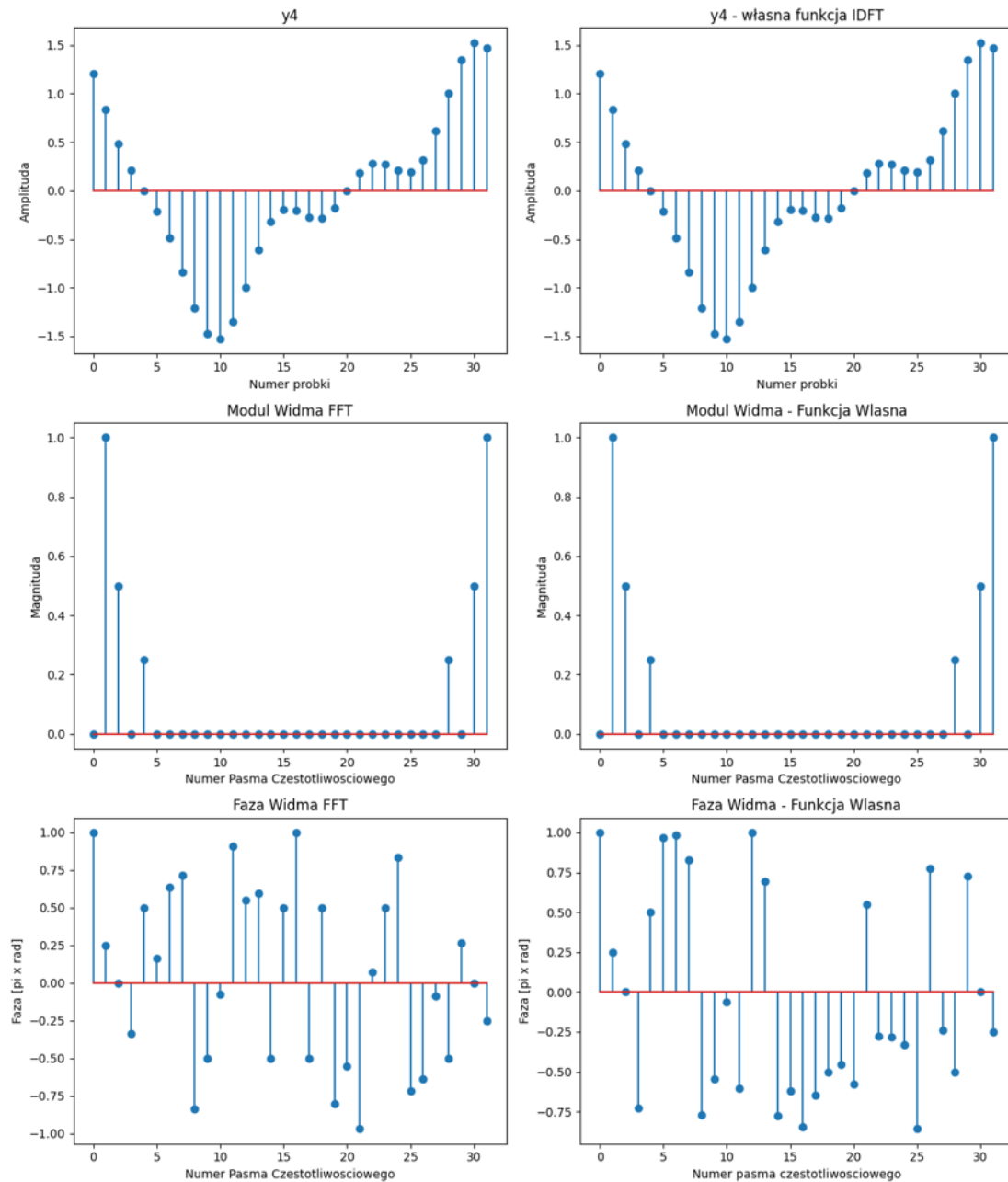


```

y4 = y1 + y2 + y3
y4_fft = 2*np.fft.fft(y4)/N
y4_fft_abs = np.abs(y4_fft)
y4_fft_ang = np.angle(y4_fft)/np.pi
y4_fft_moje = 2*DFT(y4)/N
y4_fft_abs_moje = np.abs(y4_fft_moje)
y4_fft_ang_moje = np.angle(y4_fft_moje)/np.pi
y4_iftt_moje = N*IDFT(y4_fft_moje)/2

plt.figure(figsize=(12, 14))
plt.subplot(3, 2, 1); plt.stem(y4); plt.title("y4"); plt.xlabel("Numer probki"); plt.ylabel("Amplituda")
plt.subplot(3, 2, 2); plt.stem(y4_iftt_moje); plt.title("y4 - własna funkcja IDFT"); plt.xlabel("Numer probki"); plt.ylabel("Amplituda")
plt.subplot(3, 2, 3); plt.stem(y4_fft_abs); plt.title("Modul Widma FFT"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.subplot(3, 2, 4); plt.stem(y4_fft_abs_moje); plt.title("Modul Widma - Funkcja Wlasna"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Magnituda")
plt.subplot(3, 2, 5); plt.stem(y4_fft_ang); plt.title("Faza Widma FFT"); plt.xlabel("Numer Pasma Czesotliwosciowego"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]")
plt.subplot(3, 2, 6); plt.stem(y4_fft_ang_moje); plt.title("Faza Widma - Funkcja Wlasna"); plt.ylabel("Faza [pi x rad]"); plt.xlabel("Numer pasma czesotliwosciowego")
plt.tight_layout()
plt.savefig("Zadanie5b_y4.png")

```



Zadanie 3.6

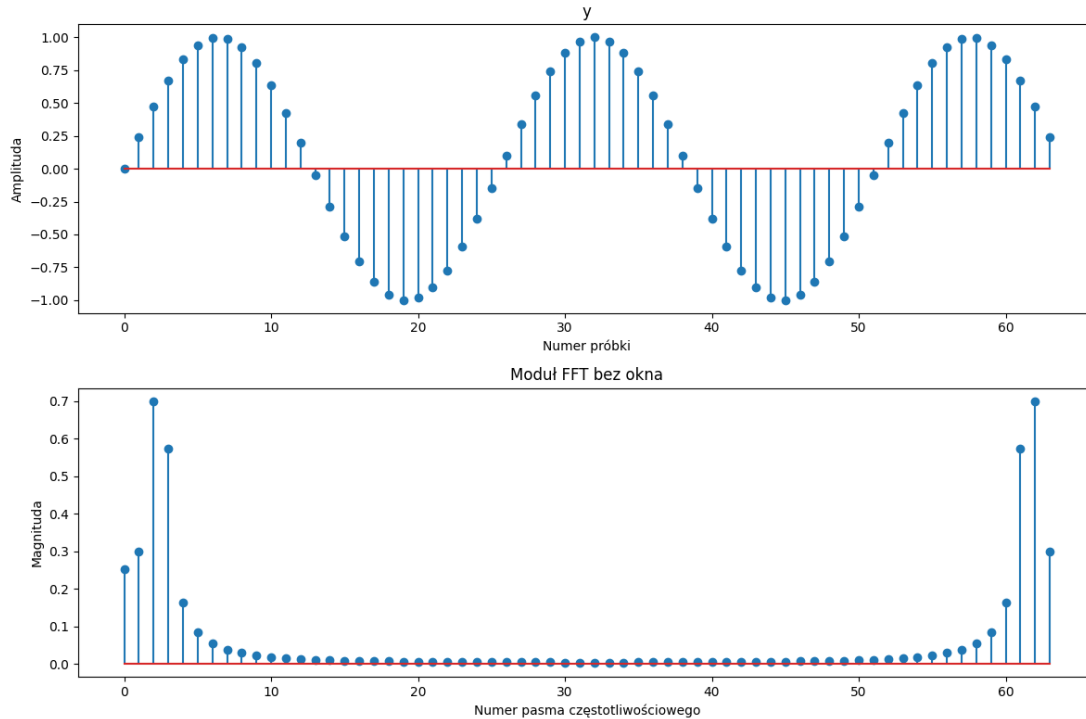
```
A = 1
f = 1000
T = 2.5 / f
N = 64
t = np.linspace(0, T, N, endpoint=False)
y = A * np.sin(2 * np.pi * f * t)
plt.figure(figsize=(12, 8))

Re = np.real(y)
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.stem(Re)
plt.title('y')
plt.xlabel('Numer próbki')
plt.ylabel('Amplituda')

fft_result = np.fft.fft(y)
magnitude = np.abs(fft_result)

max_magnitude = np.max(magnitude)
normalized_magnitude = (0.7 / max_magnitude) * magnitude
```

```
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.stem(normalized_magnitude)
plt.title('Moduł FFT bez okna')
plt.xlabel('Numer pasma częstotliwościowego')
plt.ylabel('Magnituda')
plt.savefig("Zadanie6_sinusoida.png")
```



Okno Bartletta

```

window = np.bartlett(N)
windowed_signal = y * window
fft_result = np.fft.fft(windowed_signal)
magnitude = np.abs(fft_result)
max_magnitude = np.max(magnitude)
normalized_magnitude = (0.7 / max_magnitude) * magnitude

```

```

plt.subplot(3, 2, 1)
plt.stem(normalized_magnitude)
plt.title('Moduł FFT - Bartlett')
plt.xlabel('Numer pasma częstotliwościowego')
plt.ylabel('Magnituda')

```

Okno Blackmana

```

window = np.blackman(N)
windowed_signal = y * window
fft_result = np.fft.fft(windowed_signal)
magnitude = np.abs(fft_result)
max_magnitude = np.max(magnitude)
normalized_magnitude = (0.7 / max_magnitude) * magnitude

```

```

plt.subplot(3, 2, 2)
plt.stem(normalized_magnitude)
plt.title('Moduł FFT - Blackman')
plt.xlabel('Numer pasma częstotliwościowego')
plt.ylabel('Magnituda')

```

```

# Okno Hamminga
window = np.hamming(N)
windowed_signal = y * window
fft_result = np.fft.fft(windowed_signal)
magnitude = np.abs(fft_result)
max_magnitude = np.max(magnitude)
normalized_magnitude = (0.7 / max_magnitude) * magnitude

plt.subplot(3, 2, 3)
plt.stem(normalized_magnitude)
plt.title('Moduł FFT - Hamming')
plt.xlabel('Numer pasma częstotliwościowego')
plt.ylabel('Magnituda')

# Okno Hann
window = np.hanning(N)
windowed_signal = y * window
fft_result = np.fft.fft(windowed_signal)
magnitude = np.abs(fft_result)
max_magnitude = np.max(magnitude)
normalized_magnitude = (0.7 / max_magnitude) * magnitude

plt.subplot(3, 2, 4)
plt.stem(normalized_magnitude)
plt.title('Moduł FFT - Hann')
plt.xlabel('Numer pasma częstotliwościowego')
plt.ylabel('Magnituda')

```

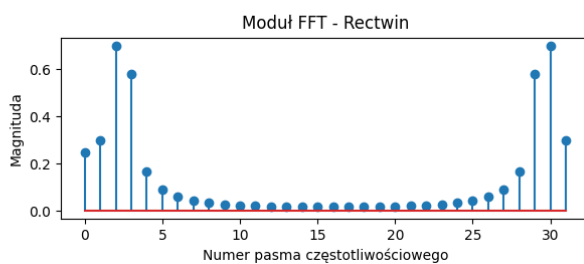
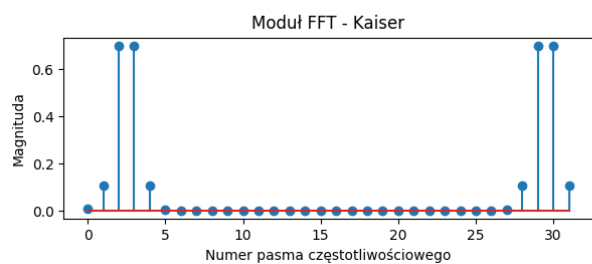
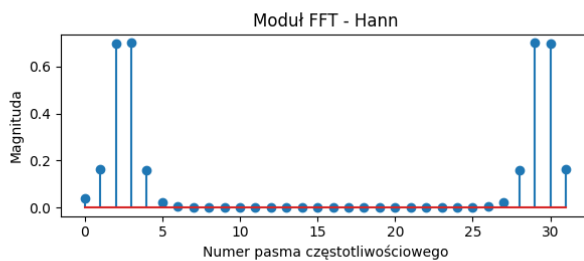
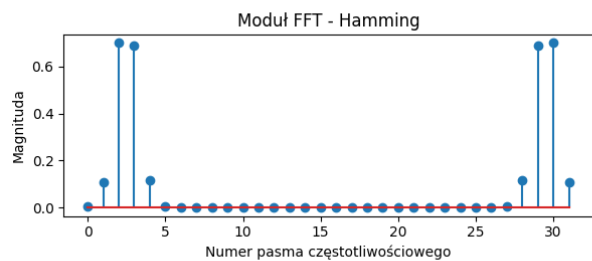
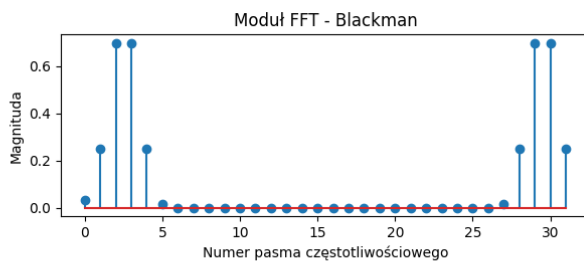
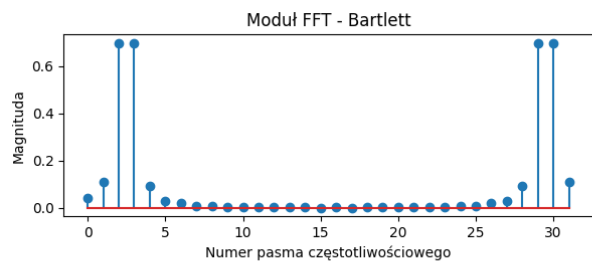
```
window = np.kaiser(N,5)
windowed_signal = y * window
fft_result = np.fft.fft(windowed_signal)
magnitude = np.abs(fft_result)
max_magnitude = np.max(magnitude)
normalized_magnitude = (0.7 / max_magnitude) * magnitude
```

```
plt.subplot(3, 2, 5)
plt.stem(normalized_magnitude)
plt.title('Moduł FFT - Kaiser')
plt.xlabel('Numer pasma częstotliwościowego')
plt.ylabel('Magnituda')
```

```
#okno Rectwin
window = np.ones(N)
windowed_signal = y * window
fft_result = np.fft.fft(windowed_signal)
magnitude = np.abs(fft_result)
max_magnitude = np.max(magnitude)
normalized_magnitude = (0.7 / max_magnitude) * magnitude
```

```
plt.subplot(3, 2, 6)
plt.stem(normalized_magnitude)
plt.title('Moduł FFT - Rectwin')
plt.xlabel('Numer pasma częstotliwościowego')
plt.ylabel('Magnituda')
```

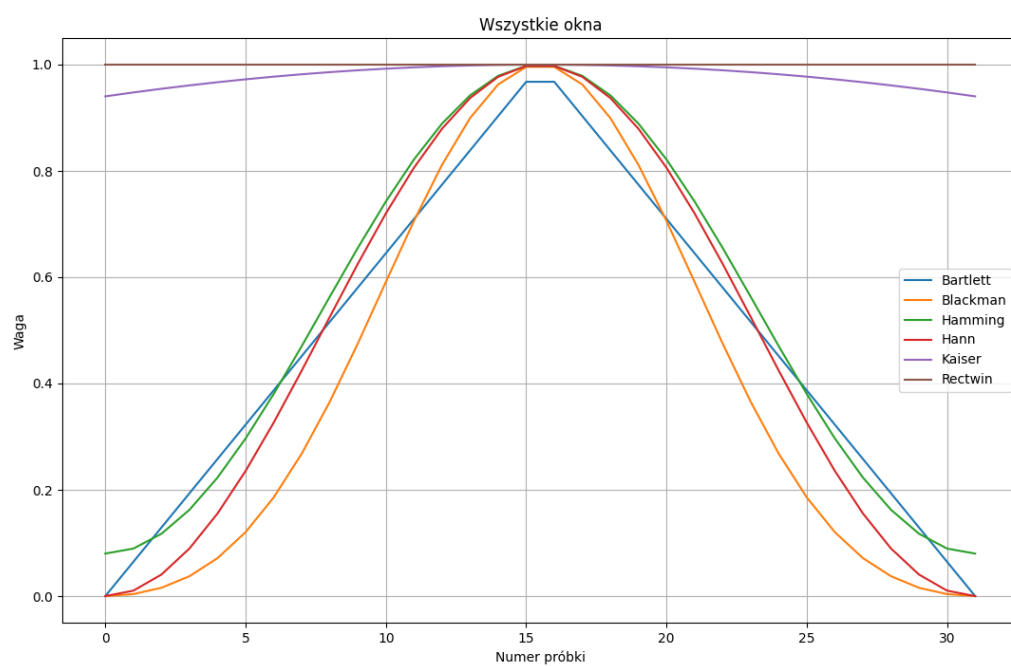
```
#
plt.tight_layout()
plt.show()
plt.savefig("Zadanie6_okna.png")
```



```
#Wszystkie okna
N = 32
samples = np.arange(N)
plt.figure(figsize=(13,8))

window = np.bartlett(N)
plt.plot(samples, window, label='Bartlett')
window = np.blackman(N)
plt.plot(samples, window, label='Blackman')
window = np.hamming(N)
plt.plot(samples, window, label='Hamming')
window = np.hanning(N)
plt.plot(samples, window, label='Hann')
window = np.kaiser(N, 0.5)
plt.plot(samples, window, label='Kaiser')
window = np.ones(N)
plt.plot(samples, window, label='Rectwin')

plt.xlabel('Numer próbki')
plt.ylabel('Waga')
plt.title('Wszystkie okna')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
plt.savefig("Zadanie6_wykres_laczony.png")
```

Wnioski:

Zadanie 1:

Wykres części urojonej widma zespolonego DFT jest symetryczny względem punktu $(16, 0)$, leżącego na osi numerów pasm częstotliwościowych. Wykres modułu widma zespolonego DFT jest symetryczny względem prostej pionowej przechodzącej przez punkt $(16, 0)$, leżący na osi numerów pasm częstotliwościowych.

Zadanie 2:

Faza odpowiadająca niezerowej wartości widma zespolonego jest równa przesunięciu fazowemu sygnału. Poprzez wyskalowanie wartości widma zespolonego, amplituda widma jest równa amplitudzie sygnału w dziedzinie czasu. Przy zwiększonej liczbie okresów sygnału, wartości widma zespolonego są przesunięte w prawo na osi numerów pasm częstotliwościowych, co odpowiada większej częstotliwości sygnału. Dyskretna transformata Fouriera sumy sygnałów jest równa sumie transformat poszczególnych sygnałów.

Zadanie 3:

Wyznaczeniu odwrotnej transformaty Fouriera dla widm zespolonych FFT pozwala uzyskać oryginalny przebieg sygnału w dziedzinie czasu.

Zadanie 4:

Widmo uzyskane przez transformatę Fouriera sygnału zespolonego jest niesymetryczne w przeciwieństwie do widma sygnału o zerowych częściach urojonych.

Zadanie 5:

Funkcja DFT napisana własnoręcznie generuje takie same widma zespolone jak funkcja z pakietu 'numpy.fft'. Sygnał w dziedzinie czasu wyznaczony przy pomocy własnej funkcji IDFT jest taki sam jak oryginalny sygnał.

Ćwiczenie 3. Dyskretne przekształcenie Fouriera

Zadanie 3.1

Wygeneruj dokładnie 1 okres fali sinusoidalnej (32 lub 64 próbek). Sporządź wykresy sinusoidy i jej transformaty Fouriera (funkcja `fft`) w jednym oknie (część rzeczywistą - `real`, urojoną - `imag`, moduł - `absolute` i kąt - `angle`). Co możesz powiedzieć o symetrii widma zespolonego?

Zadanie 3.2

Wygeneruj następujące sygnały: $y_1[n] = \cos(2\pi n/N + \pi/4)$, $y_2[n] = 0.5\cos(4\pi n/N)$ oraz $y_3[n] = 0.25\cos(8\pi n/N + \pi/2)$, gdzie N - liczba próbek sygnału. Wyznacz ich transformaty Fouriera. Obliczenia powtórz dla sygnału $y_4 = y_1 + y_2 + y_3$. Jaki jest związek pomiędzy amplitudą, fazą, liczbą okresów poszczególnych sygnałów a wartościami widma zespolonego? Jak zachowuje się funkcja `fft` w stosunku do sumy sygnałów?

Zadanie 3.3

Wyznacz odwrotną transformatę Fouriera (funkcja `ifft`) dla widm zespolonych FFT otrzymanych w zadaniach 3.1 i 3.2. Jak zinterpretujesz otrzymane wyniki?

Zadanie 3.4

Powtórz zadanie 3.1 dla sinusoidy zespolonej tj. $y[n] = \exp(j(\omega n + \varphi))$, gdzie ω – pulsacja unormowana oraz φ – przesunięcie fazowe. UWAGA, przyjmując, że $\omega = 2\pi k/N$, gdzie N – liczba próbek sygnału oraz k – dowolna liczba całkowita. Jakie są różnice (w symetrii) w stosunku do widma sygnału rzeczywistego?

Zadanie 3.5

Napisz własną funkcję realizującą dyskretną transformatę Fouriera – DFT oraz jej transformatę odwrotną - IDFT. Wykorzystaj postać macierzową przekształcenia oraz funkcję generującą macierz typu DFT (ang. DFT matrix), np. `from scipy.linalg import dft`. Porównaj wyniki z zadania 3.1 i 3.2 z wynikami własnej funkcji transformaty Fouriera.

Zadanie 3.6

Wygeneruj 2.5 okresu sinusoidy. Sprawdź jak wygląda moduł widma zespolonego FFT sygnału. Skąd biorą się zniekształcenia? Porównaj z FFT sygnału wymnożonego przez funkcję okna. Zastosuj funkcję okna typu: `bartlett`, `blackman`, `hamming`, `hann`, `kaiser`, `rectangular` (okno wymienione jako ostatnie oznacza okno prostokątne). Porównaj parametry okien.