

10/20/2013

FACULTATEA  
DE  
AUTOMATICA SI  
CALCULATOARE

# ELEMENTE DE GRAFICA PE CALCULATOR



EGC  
FACULTATEA

Laborator 3

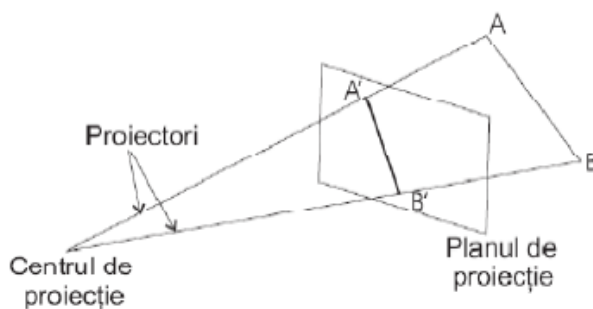
## Proiectii

Proiectiile sunt transformari dintr-un spatiu  $n$ -dimensional intr-un spatiu  $k$ -dimensional,  $k < n$ . In cazul nostrum, discutam despre proiectii din spatiul 3D in spatiul 2D. Proiectiile se aplica varfurilor obiectului. Topologia acestuia nu se modifica.

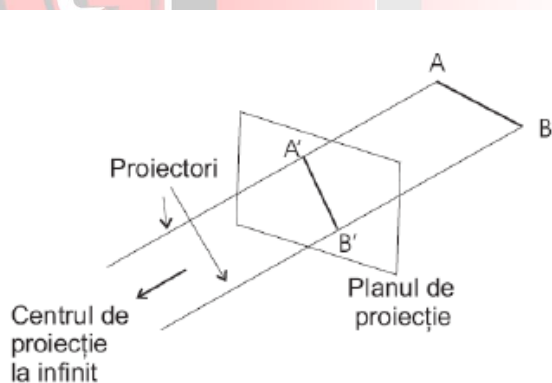
Proiectia unui varf 3D intr-un plan de proiectie 2D este punctul de intersectie dintre **planul de proiectie** si proiectorul care pleaca din **centrul de proiectie** si trece prin varf.

Exista doua clase de proiectii:

- **Proiectie perspectiva:** centrul de proiectie e situat la distanta finita fata de planul de proiectie iar proiectorii sunt drepte convergente in centrul de proiectie

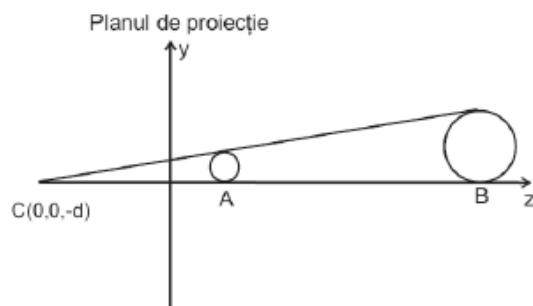


- **Proiectie paralela:** centrul de proiectie e situat la infinit; proiectorii sunt linii paralele care trec prin varfurile obiectului proiectat si au directia specificata (vectorul **directie de proiectie**)

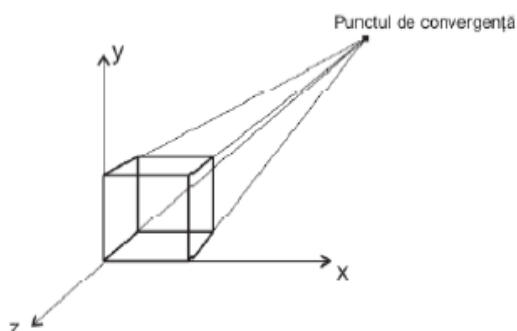


### 1. Proiectii perspectiva

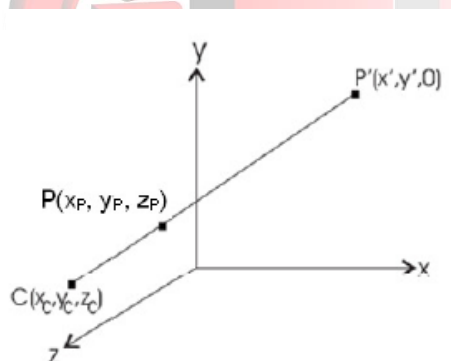
- Imagini asemanatoare celor obtinute cu aparatele de fotografiat
- Dimensiunea obiectului proiectat e invers proportional cu distanta de la centrul de proiectie la obiect



- Proiectiile liniilor paralele care nu sunt paralele cu planul de proiectie converg catre un punct din plan, numit punct de convergenta



***Proiectia perspectiva in planul xOy cu un centru de proiectie oarecare:***



C – centru de proiectie

P – punctul proiectat

P' – proiectia lui P in xOy

Ecuatiile parametrice ale proiectorului care trece prin P:

$$x = x_c + (x_p - x_c) * t$$

$$y = y_c + (y_p - y_c) * t, \quad 0 \leq t \leq 1, \text{ pentru punctele aflate pe segm CP}$$

$$z = z_c + (z_p - z_c) * t$$

$$0 = z_c + (z_p - z_c) * t \Rightarrow t' = -z_c / (z_p - z_c) \Rightarrow$$

$$x' = (x_c * z_p - z_c * x_p) / (z_p - z_c)$$

$$y' = (y_c * z_p - z_c * y_p) / (z_p - z_c)$$

La fel ca in laboratoarele anterioare, ne intereseaza forma matriciala a matricii de proiectie:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = P_{persp} * \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_{persp} = \begin{bmatrix} \frac{-z_c}{z_p - z_c} & 0 & \frac{x_c}{z_p - z_c} & 0 \\ 0 & \frac{-z_c}{z_p - z_c} & \frac{y_c}{z_p - z_c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Aceasta matrice de proiectie depinde de coordonata  $z_p$  (adica de punctul ce urmeaza a fi proiectat). Se doreste o matrice de proiectie independenta de punctul proiectat.

$$\begin{bmatrix} x'_w \\ y'_w \\ z'_w \\ w \end{bmatrix} = P_{persp} * \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix}, \quad w = z_p - z_c$$

$$P_{persp} = \begin{bmatrix} -z_c & 0 & x_c & 0 \\ 0 & -z_c & y_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_c \end{bmatrix}$$

Coordonate omogene  $\Rightarrow w = -(z_p - z_c) / z_c$

Pentru a obtine coordonatele carteziene ale punctului proiectat,  $x'_w$  si  $y'_w$  se impart la  $w$  (impartirea perspectiva):

$$x' = x'_w / w$$

$$y' = y'_w / w.$$

Forma finala a matricii proiectiei perspective (pe care o vom folosi si la laborator) este:

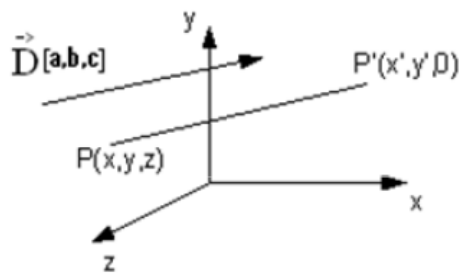
$$P_{persp} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{x_c}{z_c} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{y_c}{z_c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{z_c} & 1 \end{bmatrix}$$

## 2. Proiectii paralele

- Proiectoriile sunt drepte paralele cu directie data: directia de proiectie
- Sunt transformari affine (conserva paralelismul liniilor)
- Unghiurile se conserva doar pentru fetele obiectului paralele cu planul de proiectie

### *Proiectii paralele in planul xOy*

Fie P un punct in spatiu, de coordonate (x,y,z) care se proiecteaza in punctul P'(x',y') din planul de proiectie, directia projectorilor fiind D(a b c).



Din conditia de parallelism  $PP' \parallel D \Rightarrow PP' = s * D$

$$x' - x = s * a$$

$$y' - y = s * b$$

$$0 - z = s * c \Rightarrow s = -z / c$$

$$x' = x - (a / c) * z$$

$$y' = y - (b / c) * z.$$

Forma matriciala a proiectiei paralele este:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = P_{\text{paral}} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_{\text{paral}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{a}{c} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{b}{c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## 3. Framework

Proiectiile vor fi implementate in clasa **Transform3D**. Transformarile din laboratorul trecut, de translatie, rotatie si scalare, se numesc transformari de modelare. Din acest motiv ele se aplica pe matricea curenta de modelare, *ModelMatrix*. Transformarile de proiectie afecteaza in schimb o alta matrice, care se numeste matricea de proiectie, *ProjectionMatrix*.

In plus fata de laboratorul trecut, exista urmatoarele functii (unele din ele urmand a fi implementate la laborator) si attribute:

**Functii:**

*static void loadIdentityProjectionMatrix(); //matricea curenta de proiectie devine matricea identitate*

*static void multiplyProjectionMatrix(float matrix[4][4]); //inmulteste matricea matrix cu matricea curenta de proiectie*

*static void parallelProjectionMatrix(float a, float b, float c);*

*static void perspectiveProjectionMatrix(float xc, float yc, float zc);*

**Atribute:**

*static float ProjectionMatrix[4][4];*

*static float MVPMatrix[4][4];*

*static bool proj\_type; //false=proiectie paralela, true=proiectie perspectiva*

Modificari fata de laboratorul trecut:

- In *static void applyTransform(Object3D \*o)*, inainte de aplicarea transformarilor curente pe varfurile obiectului *o*, se calculeaza matricea curenta de transformari, care este:

$$MVPMatrix = ProjectionMatrix * ModelMatrix.$$

Aceasta matrice se numeste *MVPMatrix* (Provenienta MVP: modelare, vizualizare, proiectie – se va discuta pe larg in urmatoarele laboratoare)

Dupa calcularea matricii *MVPMatrix*, aceasta se inmulteste cu toate varfurile obiectului *o*. In cazul in care proiectia este perspectiva, se realizeaza si o impartire perspectiva.

Responsabil laborator: Anca Morar