

Rasterizarea vectorilor

Prof. univ. dr. ing. Florica Moldoveanu

Rasterizarea

- Primitivele geometrice (linii, cercuri, poligoane) sunt definite intr-un plan analogic, XOY, prin coordonate.
- Suprafata de afisare este un spatiu discret, alcatuit din celule de afisare (pixeli) adresate prin coordonate intregi, $(0,0) \leq (x,y) \leq (x_{\max}, y_{\max})$
 - Pentru afisare, este necesara descompunerea primitivelor in fragmente care se afiseaza in celulelele suprafetei de afisare.
- **Rasterizarea** = operatia prin care o primitiva grafica este descompusa in fragmente
= aproximarea in spatiul discret a unei primitive definite analitic

Un vector este definit analitic prin coordonatele extremitatilor sale : $(x_1, y_1) - (x_2, y_2)$

- **Rasterizarea unui vector** = determinarea pixelilor spatiului discret care sunt cei mai apropiati de vectorul analitic.

Rasterizarea vectorilor

Ecuatia unui vector: $y = m \cdot x + b$

$$m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1) \text{ și } b = y_1 - m \cdot x_1$$

Fie:

culoare : culoarea in care se afiseaza fragmentele care alcatuiesc vectorul

putpixel(x,y, culoare);// scrie culoarea in celula din memoria imagine(frame buffer), corespunzatoare pixelului de adresa (x,y)

Afisarea vectorului:

```
putpixel(x1,y1, culoare);
```

```
for(x=x1+1; x<x2; x++)
```

```
{ y=m*x+b ;
```

```
  putpixel(x, (int)(y+0.5),culoare);
```

```
}
```

```
putpixel(x2,y2,culoare);
```

Dezavantaje algoritm :

- Nu se tine cont de panta dreptei: vectorii cu panta mare sunt aproximati prin cativa pixeli!
- Calculul fiecărei adrese de pixel de pe traseul vectorului contine operatii cu numere reale

Algoritmul Digital Differential Analyser (DDA)

- Tine cont de panta vectorului
- Coordonatele pixelilor de pe traseul vectorului se obtin printr-un calcul incremental (eficient)

Fie (x', y') si (x'', y'') - 2 puncte succesive de pe vector

- $(y'' - y') / (x'' - x') = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1) = m$
| $m < 1$ | : incrementare x : $x'' = x' + 1 \rightarrow y'' = y' + m$
| $m > 1$ | : incrementare y : $y'' = y' + 1 \rightarrow x'' = x' + 1/m$

void DDA(int x1, int y1, int x2, int y2, int culoare)

```
{double m,r; int x, y;  
if(x1==x2) //vector vertical  
{if(y1>y2)  
    {y=y1; y1=y2; y2=y;}  
for(y=y1; y<=y2;y++)  
    putpixel(x1,y,culoare);  
return;  
}
```

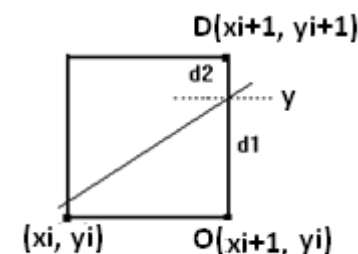
Algoritmul DDA(2)

```
if(y1==y2) //vector orizontal
{
    if(x1>x2)
        {x=x1; x1=x2; x2=x;}
    for(x=x1; x<= x2; x++) putpixel(x,y1,culoare);
    return;
}
m=(double)(y2-y1)/(x2-x1); r=abs(m);
// se genereaza vectorul de la (x1,y1) la (x2,y2)
if(r<=1 && x1>x2 || r>1 && y1>y2)
    {x=x1; x1=x2; x2=x; y=y1; y1=y2; y2=y;}
putpixel(x1, y1, culoare);
if( r<=1)
    for(x=x1+1, r=y1; x<x2; x++)
        {r+=m; putpixel(x, (int)(r+0.5), culoare); } // y = y + m
else
    {m=1/m;
    for(y=y1+1, r=x1; y<y2; y++)
        {r+=m; putpixel((int)(r+0.5), y, culoare); } // x = x +1/m
    }
putpixel(x2, y2, culoare);
}
```

Dezavantaj: calcule cu numere reale

Algoritmul Bresenham -pentru vectori din primul octant- (1)

- Contine numai operatii cu numere intregi
 - Calcul incremental al coordonatelor pixelilor de pe traseul vectorului
 - Pentru fiecare valoare a lui x se alege acel punct al spațiului discret care este mai apropiat de punctul de pe vectorul teoretic
- Fie $m=(y_2-y_1)/(x_2-x_1)$ panta vectorului,
 - (x_i, y_i) ultimul punct al spațiului discret ales în procesul de generare a vectorului.
 - d_1 distanța de la punctul de pe vectorul teoretic, (x_i+1, y) , la punctul $O(x_i+1, y_i)$
 - d_2 distanța de la punctul de pe vectorul teoretic la punctul $D(x_i+1, y_i+1)$.
 - O si D sunt adrese de pixeli (puncte ale spatiului discret)
- Următorul punct al spatiului discret ales pentru aproximarea vectorului va fi:
- O dacă $d_1 < d_2$, D în caz contrar.
 - Dacă $d_1 = d_2$ se poate alege oricare dintre cele două puncte.



Algoritmul Bresenham(2)

- Exprimăm diferența $d1-d2$:

$y=m*(x_i+1)+b$ este ordonata punctului de pe vectorul teoretic

$$d1=y-y_i=m*(x_i+1)+b-y_i$$

$$d2=y_i+1-y=y_i+1-m*(x_i+1)-b$$

$$d1-d2=2*m*(x_i+1)-2*y_i+2*b -1$$

- Se înlocuiește m cu dy/dx apoi se înmulțește în ambele părți cu dx . Rezultă:

$$t_i=(d1-d2)*dx=2*dy*(x_i+1)-2*dx*y_i+2*b*dx-dx =$$

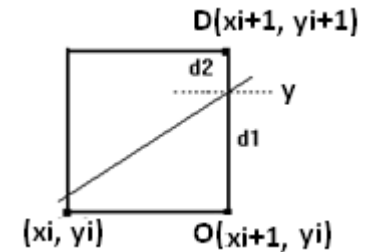
$$2*dy*x_i - 2*dx*y_i + 2*b*dx-dx + 2*dy$$

- t_i reprezintă eroarea de aproximare în pasul i : pe baza sa se alege urmatorul punct al spațiului discret

Notăm cu (x_{i+1}, y_{i+1}) punctul care se va alege în pasul curent.

- Expresia erorii de aproximare pentru pasul următor este:

$$t_{i+1} = 2*dy*x_{i+1} - 2*dx*y_{i+1} + 2*b*dx - dx + 2*dy$$



Algoritmul Bresenham(3)

$$t_i = (d1 - d2) * dx \quad (dx > 0)$$

(1) Dacă $t_i \leq 0$, se alege punctul O, deci $x_{i+1} = x_i + 1$ și $y_{i+1} = y_i$

Rezultă:

$$t_{i+1} = 2 * dy * (x_i + 1) - 2 * dx * y_i + 2 * b * dx - dx + 2 * dy$$

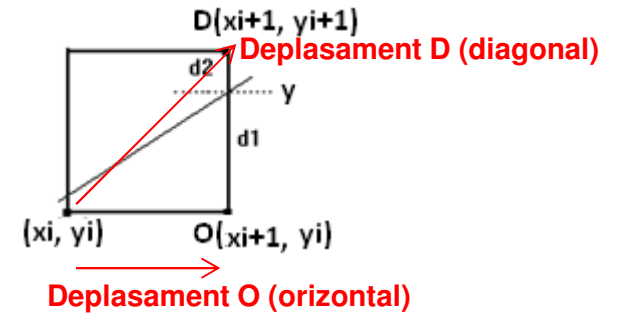
sau $t_{i+1} = t_i + 2 * dy$

(2) Dacă $t_i > 0$, se alege punctul D, deci $x_{i+1} = x_i + 1$ și $y_{i+1} = y_i + 1$

Rezultă:

$$t_{i+1} = 2 * dy * (x_i + 1) - 2 * dx * (y_i + 1) + 2 * b * dx - dx + 2 * dy$$

sau $t_{i+1} = t_i + 2 * dy - 2 * dx$



➤ Valoarea variabilei de test se obtine prin calcul incremental: adunarea unei constante intregi

Eroarea de aproximare pentru primul pas: $x_i = x1$ și $y_i = y1$:

$$t_1 = 2 * dy * x1 - 2 * dx * y1 + 2 * dy - dx + 2 * dx * (y1 - (dy/dx) * x1)$$

sau $t_1 = 2 * dy - dx$

Algoritmul Bresenham(4)

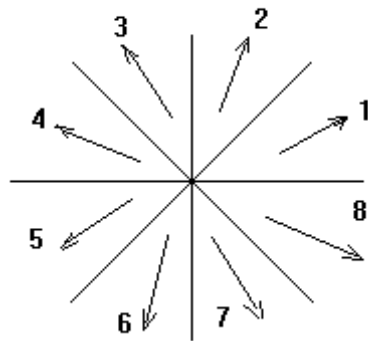
Implementare in C:

```
void Bres_vect(int x1, int y1, int x2, int y2, int culoare)
{ //pentru vectori cu panta cuprinsă între 0 și 1
  int dx, c1, c2, x, y, t;
  dx=x2-x1;
  c1=(y2-y1)<<1; // 2*dy
  c2=c1-(dx<<1); // 2*dy - 2*dx
  t=c1-dx; // 2*dy - dx
  putpixel(x1, y1, culoare);
  for(x=x1+1, y=y1; x<x2; x++)
  {if(t<0) t+=c1; //deplasament O
    else { t+=c2; y++;} // deplasament D
    putpixel(x,y,culoare);
  }
  putpixel(x2,y2,culoare);
}
```

Algoritmul Bresenham- generalizare(1)

Generalizarea algoritmului Bresenham pentru vectori de orice panta

- Vectorii definiți în spațiul 2D pot fi clasificați, pe baza pantei, în opt clase geometrice, numite “**octanți**”
- Un vector care aparține unui octant O are 7 vectori simetrici în ceilalți 7 octanți



$$dx = x_2 - x_1 \text{ și } dy = y_2 - y_1$$

octantul 1: $dx > 0$ și $dy > 0$ și $dx \geq dy$;

octantul 2: $dx > 0$ și $dy > 0$ și $dx < dy$;

octantul 3: $dx < 0$ și $dy > 0$ și $abs(dx) < dy$;

octantul 4: $dx < 0$ și $dy > 0$ și $abs(dx) \geq dy$;

octantul 5: $dx < 0$ și $dy < 0$ și $abs(dx) \geq abs(dy)$;

octantul 6: $dx < 0$ și $dy < 0$ și $abs(dx) < abs(dy)$;

octantul 7: $dx > 0$ și $dy < 0$ și $dx < abs(dy)$;

octantul 8: $dx > 0$ și $dy < 0$ și $dx \geq abs(dy)$;

Algoritmul Bresenham -generalizare(2)

Notam cu:

+h, deplasamentul orizontal spre dreapta (în sensul crescător al axei x),

-h, deplasamentul orizontal spre stânga (în sensul descrescător al axei x),

+v, deplasamentul vertical în sus (în sensul crescător al axei y),

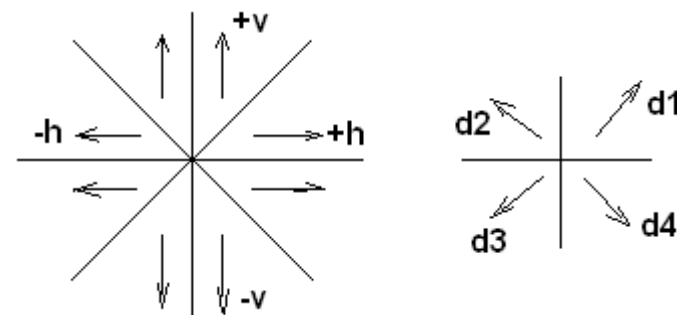
-v, deplasamentul vertical în jos (în sensul descrescător al axei y),

d1, deplasamentul diagonal dreapta-sus,

d2, deplasamentul diagonal stânga-sus,

d3, deplasamentul diagonal stânga-jos,

d4, deplasamentul diagonal dreapta-jos.



Octant	1	2	3	4	5	6	7	8
Deplas O	+h	+v	+v	-h	-h	-v	-v	+h
Deplas D	d1	d1	d2	d2	d3	d3	d4	d4

Correspondența între alegerea curentă într-un pas al algoritmului Bresenham (punctul O sau punctul D) și deplasamentul echivalent în fiecare octant:

Algoritmul Bresenham - generalizare(3)

Algoritmul Bresenham generalizat -implementare in C

void Bres_general(int x1, int y1, int x2, int y2, int culoare)

```
{ int x, y, i, oct, dx, dy, absdx, absdy, c1, c2, t;
```

```
  if(x1==x2)
```

```
    //vertical
```

```
    {if(y1>y2){y=y1; y1=y2; y2=y;}
```

```
    for(y=y1; y<=y2;y++)
```

```
        putpixel(x1,y,culoare);
```

```
    return;
```

```
}
```

```
if(y1==y2)
```

```
    //orizantal
```

```
    {if(x1>x2) {x=x1; x1=x2; x2=x;}
```

```
    for(x=x1; x<= x2; x++)
```

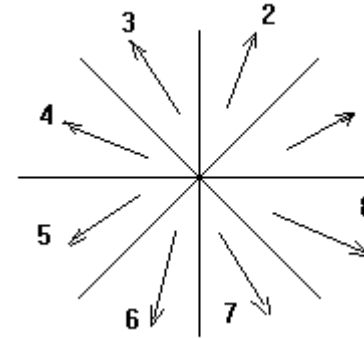
```
        putpixel(x,y1,culoare);
```

```
    return;
```

```
}
```

Algoritmul Bresenham - generalizare (4)

```
dx=x2-x1; dy=y2-y1;
absdx=abs(dx); absdy=abs(dy);
if(dx>0)//oct=1,2,7,8
{if(dy>0)// oct=1,2
  if(dx>=dy) oct=1; else oct=2;
else
  if(dx>=absdy) oct=8; else oct=7;
}
else//3,4,5,6
{if(dy>0)// oct=3,4
  if(absdx>=dy) oct=4; else oct=3;
else
  if(absdx>=absdy) oct=5; else oct=6;
}
```



```
// Numărul de pași la execuția algoritmului generalizat este maxim(abs(dx), abs(dy))
// Dacă abs(dy) > abs(dx), se inversează rolul variabilelor dx și dy în calculul constantelor c1 și c2
if(absdy>absdx) // adresele de pe traseul vectorului se obțin prin incrementarea lui y
  {x=absdx; absdx=absdy; absdy=x;}
c1=absdy<<1; c2=c1-(absdx<<1);
t=c1-absdx;
```

```

putpixel(x1,y1,culoare);
for(i=1,x=x1,y=y1; i<absdx; i++)
{ if(t<0) // deplasament O
    {t+=c1;
      switch(oct)
      {case 1: case 8:x++; break; // +h
       case 4: case 5:x--;break; // -h
       case 2: case 3:y++;break; // +v
       case 6: case 7:y--;break; // -v
      }
    }
  else
    {t+=c2 // deplasament D
      switch(oct)
      {case 1: case 2: x++;y++;break; // d1
       case 3: case 4: x--;y++;break; // d2
       case 5: case 6: x--;y--;break; // d3
       case 7: case 8: x++;y--;break; // d4
      }
    }
  putpixel(x,y,culoare);
} putpixel(x2,y2,culoare);
}

```

Algoritmul Bresenham - generalizare (5)

Generarea liniilor întrerupte

```
void Bres_gen(int x1, int y1, int x2, int y2, int șablon)
```

```
{ // șablon: întreg pe 16 biți
```

```
  int val, bit, biți[16] ;
```

```
  .....
```

```
  for(int i=0,val=1; i<16; i++)
```

```
  {  biți[i] = șablon & val;
```

```
    val = val << 1;
```

```
  }
```

```
  .....
```

```
  if(biți[0]) putpixel(x1,y1,culoare);
```

```
  for(i=1,x=x1,y=y1, bit=1; i<absdx; i++)
```

```
  { .....
```

```
    if(biți[(bit++) % 16]) putpixel(x,y,culoare);
```

```
  }
```

```
  if(biți[bit % 16]) putpixel(x2,y2,culoare);
```

```
}
```