

# Union Query

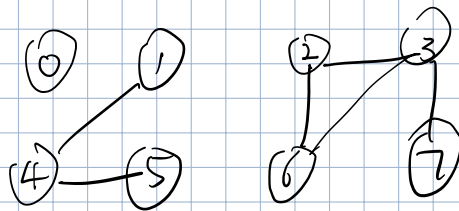
并查集

$p$  is connected to  $p$

$p$  is connected to  $q \Leftrightarrow q$  is connected to  $p$

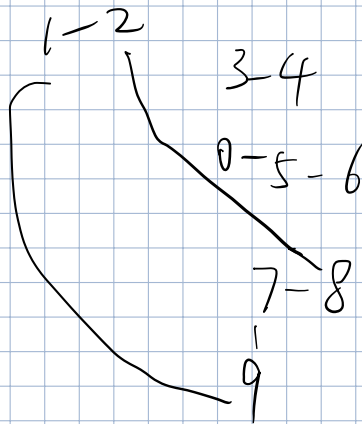
互通.

$\{0\}$     $\{1, 4, 5\}$     $\{2, 3, 6, 7\}$

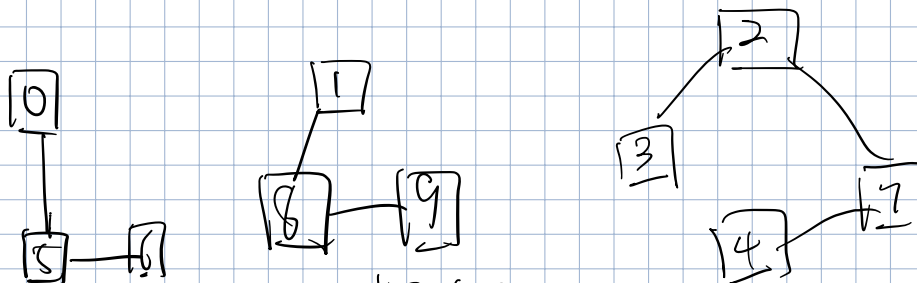


Find query: 找两个对象是否是在同一连通分量

Union Command: 连接分量, 连通集合.



# Quick find 贪心算法



id 相等则表示连通

id

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	6	7	7	7	1	1	7	6	6

id[i]

let id = new Array(10)

(p, q) toUnion(2, 3)

toUnion(0, 1)  
id. 把所有变成 6

for let i=0; i < N; i++)

{ if (id[i] == id[p])  
id[i] = id[q]; }

错误, 因为未完全  
合并时 id[p] 已经改  
变, 而非原来的 id[p]

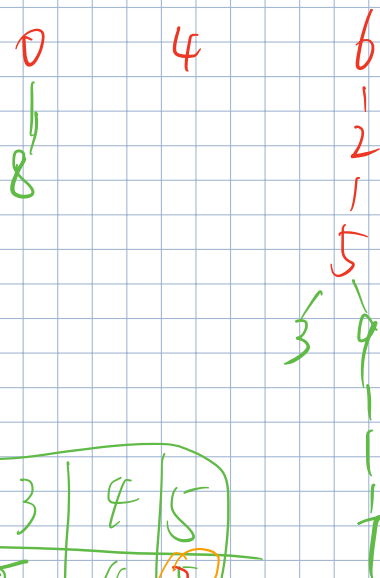
判断连通,  $O(1)$

合并,  $N$  个对象  $O(N^2)$

初始化:  $O(N)$

Quick Union 快速并, "懒策略"

id 保存某节点的父亲节点



0	1	2	3	4	5
0	1	4	5	4	2

union(5, 2)



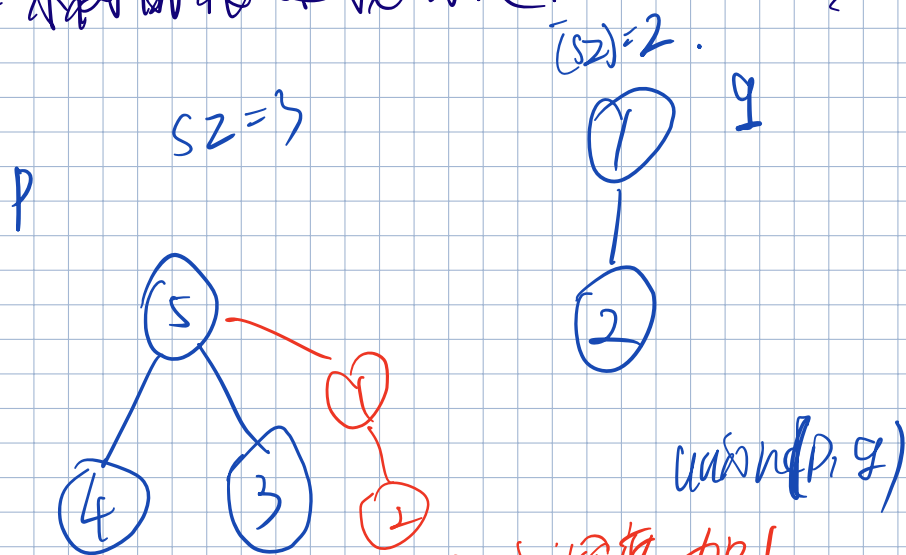
Initial: N

# Quick-Union Improvements.

## Improvement 1:

### Weighted quick-union.

- 避免生成过高的树
- 追踪每个树的尺寸.
- 将小树的根连接到大树的根.



此时: 深度加1.  
节点数至少翻倍.

翻倍  $\times (2)^{\log_2 N} = N$  次, 得到所有节点

合并与查询都需  $O(\log N)$  的时间复杂度

进一步优化:  
路径压缩

标值

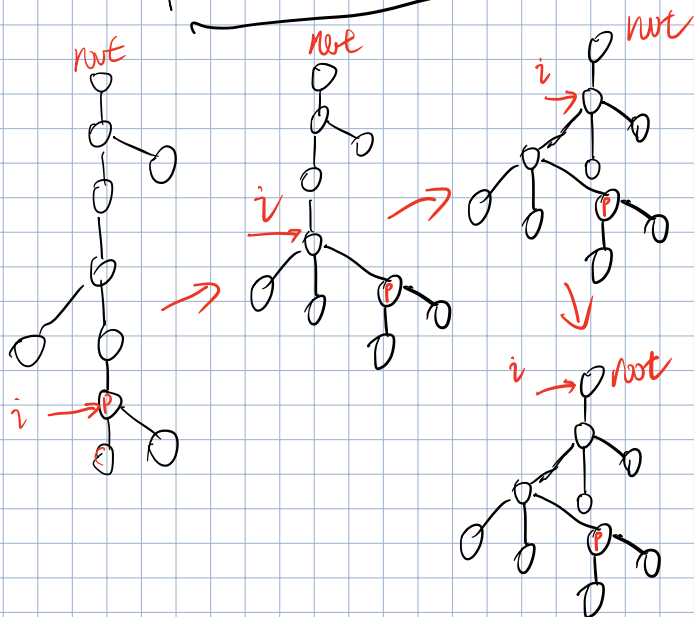
```

root = function (i) {
  while (i !== id[i]) {
    id[i] = id[id[i]]
    i = id[i]
  }
  return i
}

```

每次向上  
查找将  
其放在  
每个节点

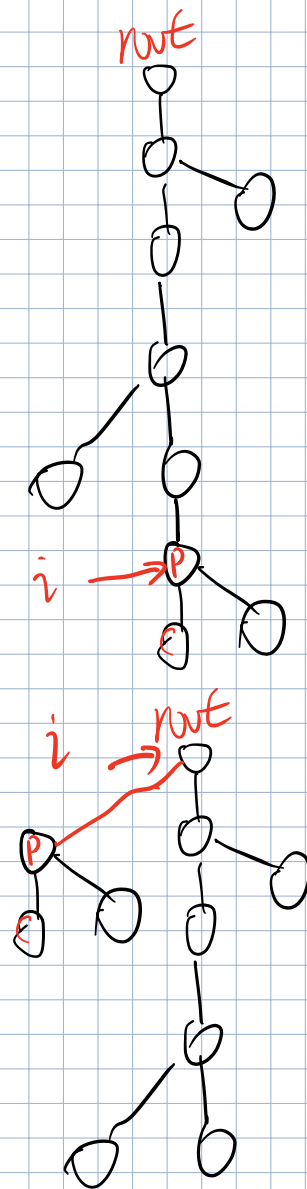
指针指向  
每个节点



我的思路

```
root = func(x, i) {  
  let tmp = i  
  while (i != id[i]) {  
    i = id[i];  
  }  
  id[tmp] = i;  
  return i;  
}
```

每次找到根节点时  
将该节点直接添加  
到根节点下  
只需一行代码  
常数时间。



显然大神  
(u, v)

给的解法更妙  
union(2, 4)

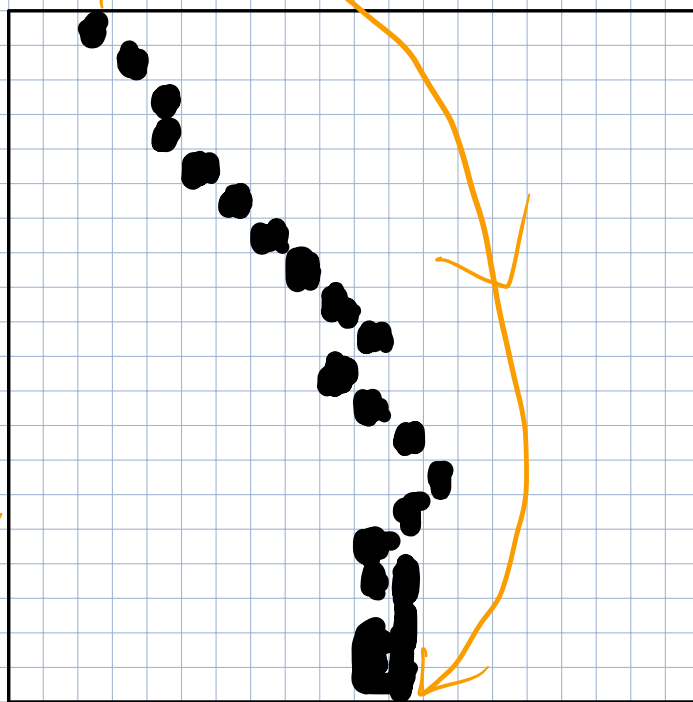
## 并查集不存在线性时间 算法

algorithm	最坏时间复杂度
quick-find	$MN$
quick-union	$MN$
weighted QU	$N + M \log N$
QU + path compression	$N + M \log N$
weighted QU + path compression	$N + M \lg N$
并查集不存在线性查找时间	

$N$  个对象,  $M$  次 find 或 union 操作

# 渗透模型.

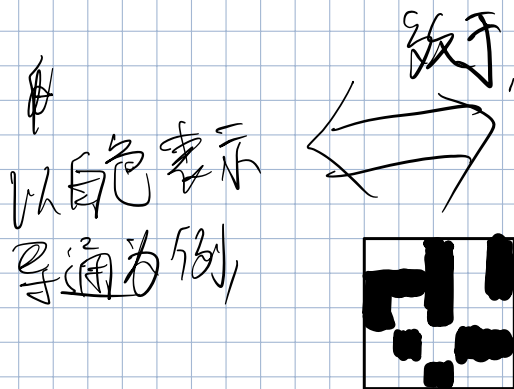
每个单元  
以一定概率  
发生渗透,  
概率为  $p$ ,  
直至是水渗透,  
上到下连通



等

人





暴力枚举,  $N \times N$  次,  
对顶部每个点 (5)  
检查与底部各点是否连通  
worst-time-complexity  $N^2 \cdot 5 \times 5$

解:  
方法, 顶部和底部, 创建虚拟节点  
只需检查 top, bottom 结点是否连通

思路: 对每个点先

① 概率判断, 以 $p$   
决定是否导通, 设置  
标记为1, ~~对~~

② 对每个点进行归并  
处理, 一旦有标记为  
1的在四周, 进行  
归并

③ 对 top-site  
bottom-site 连通  
性检查