

Zadanie numeryczne NUM7 - interpolacja wielomianowa

Aleksander Pugowski

21-12-2022

1 Wprowadzenie

Celem zadania jest wykreślenie wielomianów interpolacyjnych dla funkcji

$$y(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}$$

oraz dla dwóch zaproponowanych funkcji, przyjmując dwa różne rozkłady węzłów interpolacji, jeden dany równaniem

$$x_i = -1 + 2\frac{i}{n+1}$$

a drugi

$$x_i = \cos\left(\frac{(2i+1)\pi}{2(n+1)}\right)$$

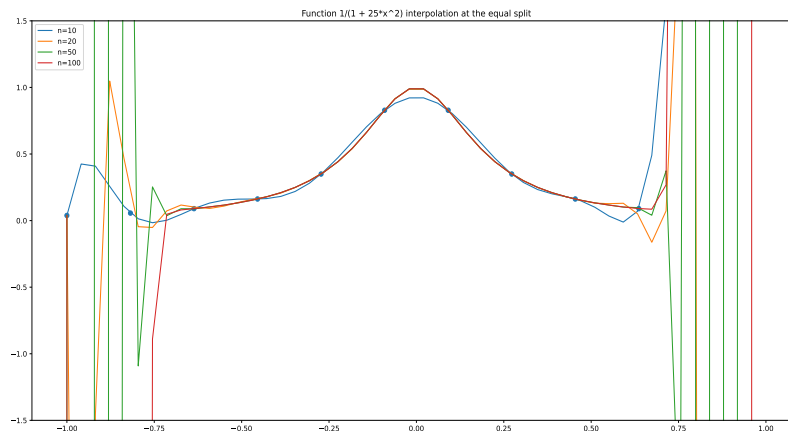
gdzie $i = 0, 1, \dots, n$, a n oznacza stopień wielomianu interpolacyjnego.

Szczególną uwagę należy zwrócić na efektywność interpolacji dla różnych n oraz na zachowanie wielomianu dla różnego doboru węzłów interpolacji.

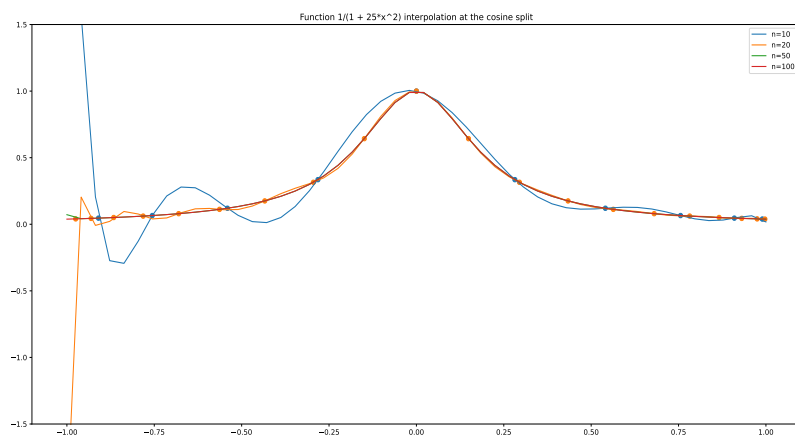
2 Wyniki

Celem lepszego zobrazowania zachowania dla różnych wartości n , przedstawiono wielomiany interpolacyjne na jednym wykresie dla takiego samego sposobu znajdowania węzłów. Wyniki są następujące:

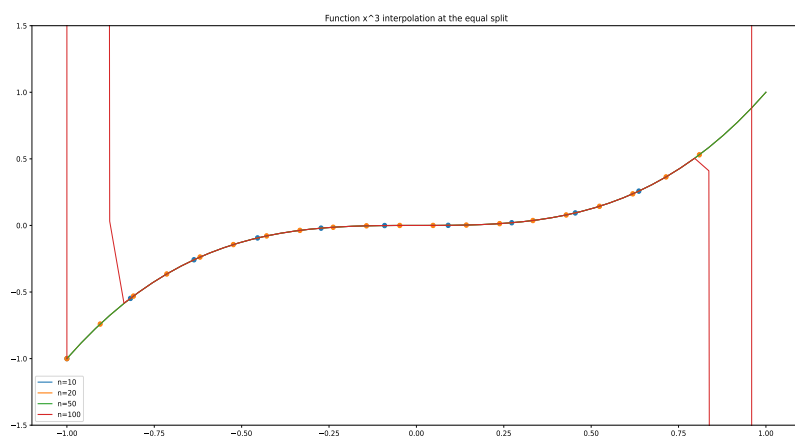
funkcja zadana w poleceniu przy jednorodnym rozłożeniu punktów



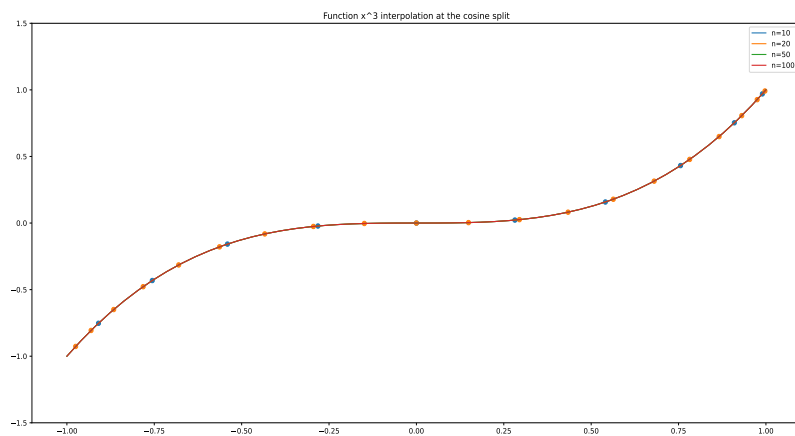
funkcja zadana w poleceniu przy cosinusowym rozłożeniu punktów



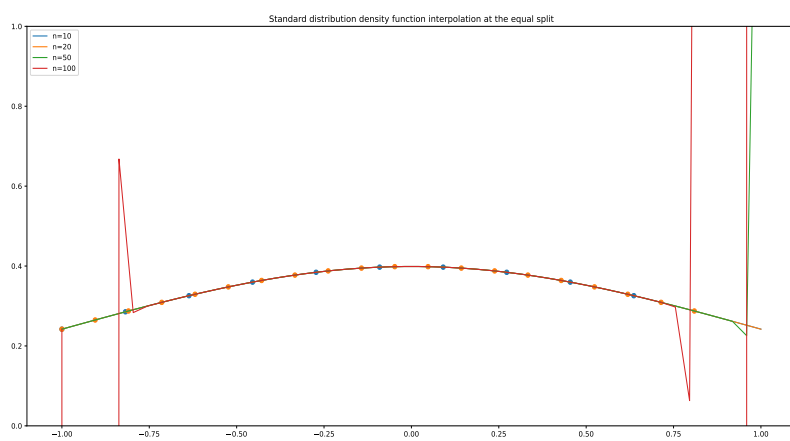
funkcja $y(x) = x^3$ przy jednorodnym rozłożeniu punktów



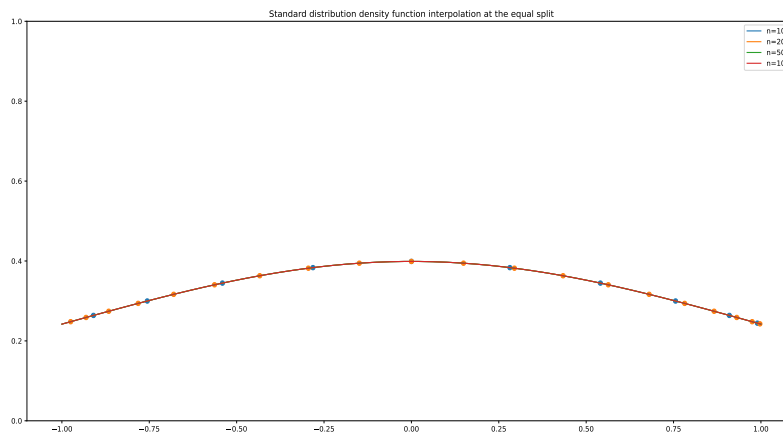
funkcja $y(x) = x^3$ przy cosinusowym rozłożeniu punktów



funkcja gęstości prawdopodobieństwa rozkładu normalnego standardowego przy jednorodnym rozłożeniu punktów



funkcja gęstości prawdopodobieństwa rozkładu normalnego standardowego przy cosinusowym rozłożeniu punktów



3 Dyskusja wyników

Udało się otrzymać poprawną funkcję do interpolacji liniowej, przy pomocy metody Lagrange'a. Po dokładnej analizie otrzymanych wykresów, nasuwają się następujące wnioski:

- 1) Wielomiany interpolacyjne nie działają dobrze na granicach interesującego nas przedziału. Pojawiają się znaczące odstępstwa (oscylacje Rungego), pomimo poprawnego przybliżania funkcji dla większości badanego przedziału
- 2) Oscylacje na granicach przedziału są tym większe, im większy wybierzemy stopień wielomianu
- 3) Większy stopień wielomianu nie necessarily oznacza lepsze dopasowanie. Dla większości wypadków, wielomian nieco niższego stopnia modeluje dane lepiej niż ten większego (i oczywiście wymaga on mniej obliczeń)
- 4) Dobór węzłów interpolacji ma znaczenie dla efektywności interpolacji, szczególnie dla pojawiania się oscylacji Rungego, co dobrze widać porównując dwa pierwsze wykresy. Jednorodne podzielenie przedziału wydaje się być złym pomysłem
- 5) Bardziej jednorodne funkcje (np. rozkład normalny) dają się precyzyjniej modelować niż te mniej monotoniczne, co dobrze widać porównując wykres 6 i 4 z wykresem 2.