

Zadanie numeryczne NUM6 - algorytm QR i metoda potęgowa

Aleksander Pugowski

03-12-2022

1 Wprowadzenie

Zadanie polega na znalezieniu zadanych wartości oraz wektorów własnych dwóch różnych macierzy, przy pomocy algorytmu QR oraz metody potęgowej. Algorytm zaimplementowano przy użyciu języka Python, w środowisku Jupyter Notebook, a wyniki sprawdzono za pomocą biblioteki numerycznej NumPy, której użyto również do implementacji algorytmu.

2 Wyniki

Dla macierzy M, wartości własne, poszeregowane rosnąco, mają wartości:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= 1.053043831565538 \\ \lambda_2 &= 4.815806590682047 \\ \lambda_3 &= 5.900157268333133 \\ \lambda_4 &= 7.230992309419286\end{aligned}$$

Wartości te otrzymano przy warunku zakończenia algorytmu, gdy wartości pod diagonalą będą mniejsze niż 10^{-15} .

Dla macierzy B, przy pomocy metody potęgowej szukano jedynie największej na moduł wartości własnej oraz odpowiadającemu jej wektora własnego. Ta wartość własna wynosi:

$$\lambda_{max} = 10.015982848255211$$

zaś odpowiadający jej wektor własny ma współrzędne:

$$y = \begin{bmatrix} 0.5583 \\ 0.77621 \\ 0.28679 \\ 0.05965 \end{bmatrix}$$

Algorytm metody potęgowej został zatrzymany, gdy norma euklidesowa różnicy dwóch kolejnych wektorów wynosiła mniej niż 10^{-15} .

3 Dyskusja wyników

Zarówno polecenie, jak i implementacja zadanych algorytmów wydaje się być dość 'self-explanatory' (z braku pasującego polskiego odpowiednika). Warto

zwrócić uwagę, na warunek pod którym metoda potęgowa działa tj. wektor startowy y musi być taki, że $y^T \cdot u \neq 0$. Na maszynie cyfrowej nie jest to jednak problemem, ponieważ przy ograniczonej (nie-nieskończonej) precyzji, trafienie w akurat taki wektor startowy jest wysoce nieprawdopodobne.

Porównywanie efektywności czasowej tych metod (moim zdaniem) mija się z celem, gdyż de facto realizują one różne cele - algorytm QR znajduje wszystkie wartości własne, natomiast wyznaczenie wektorów stanowi już większe wyzwanie, natomiast metoda potęgowa jedynie wartość własną największą na moduł i odpowiadający jej wektor własny. Obie metody są efektywne, jednak do różnych celów.