攀枝花学院课程考核命题暨试卷印刷审批表

<table>
<tr><td rowspan="13">命题基本信息（命题教师填写）</td><td colspan="2">课程名称</td><td colspan="2">线性代数</td><td colspan="2">课程学时</td><td>32</td></tr>
<tr><td colspan="2">课程性质</td><td colspan="2">校管/归口课程</td><td colspan="2">卷　别</td><td>A 卷</td></tr>
<tr><td colspan="2">考核学期</td><td colspan="2">2014-2015-2</td><td colspan="2">考核形式</td><td>闭卷</td></tr>
<tr><td colspan="2">考核对象</td><td colspan="2">2014 级理工经管类本科</td><td colspan="2">应参加考试学生数</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">命题教师姓名</td><td colspan="2">刘冬兵</td><td colspan="2">命题教师职称</td><td>讲师</td></tr>
<tr><td colspan="2">课程所属院（系、部）</td><td colspan="2">数学与计算机学院</td><td colspan="2">教师答题时间</td><td>43</td></tr>
<tr><td colspan="2">预计平均分</td><td colspan="2">70</td><td colspan="2">预计及格率</td><td>70%</td></tr>
<tr><td>卷面题型</td><td>名词解释</td><td>填空题</td><td>选择题</td><td colspan="2">判断题</td><td>简答题</td></tr>
<tr><td>教师答题时间</td><td></td><td>5</td><td>5</td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td>卷面题型</td><td>综合论述</td><td>证明题</td><td>问答题</td><td colspan="2">计算题</td><td>其它</td></tr>
<tr><td>教师答题时间</td><td></td><td>3</td><td></td><td colspan="2">30</td><td></td></tr>
<tr><td>考核类型</td><td colspan="2">三基类</td><td colspan="3">一般综合型</td><td>综合型</td></tr>
<tr><td>百分比</td><td colspan="2">57</td><td colspan="3">28</td><td>15</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="15">审核意见（教研室主任填写）</td><td colspan="2" rowspan="2">材料完备性</td><td>教学过程考核成绩提交</td><td>√</td><td colspan="2">评阅标准及考核说明</td><td colspan="2">√</td></tr>
<tr><td>纸质试卷</td><td>√</td><td colspan="2">电子文档</td><td colspan="2">√</td></tr>
<tr><td rowspan="11">规范检查</td><td colspan="2">审核项目及要求</td><td>很好</td><td>较好</td><td>一般</td><td>差</td></tr>
<tr><td colspan="2">命题指导语明确、规范</td><td>√</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">题目分值标注准确、规范</td><td>√</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">打印清晰、规范</td><td>√</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">题型多样性</td><td></td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">卷面考核知识点对指导性培养计划的覆盖率高</td><td></td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">试卷广度覆盖本学期教学内容</td><td>√</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">试题体现了对学生掌握知识和技能的要求</td><td>√</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">试题体现了对应用型人才培养的要求</td><td></td><td>√</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">每套试卷中，试题份量与难易程度相当，试卷间无重复情况</td><td>√</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">试卷内容与近两年试题无重复情况</td><td>√</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">审核结果综合评价及意见</td><td colspan="6">教研室主任（签字）：
年　月　日</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>教学单位审批意见</td><td>院（部）领导（签字）：
年　月　日</td></tr>
<tr><td>使用记录</td><td>该试卷用于　年　月　日　：　~　：　考试　印制份数：
考务人员（签字）：
年　月　日</td></tr>
</table>

注：1、一卷一份。

2、“院管课程”试卷印制须连同考试安排表一并上报。

3、每套试卷必须经过审批后方用于考核，审核、审批意见必须明确。教研室审核结果综合评价及意见应从内容的科学性、表达的准确性、难易程度等方面进行审核。

装　订　线

攀枝花学院考试试卷

2014～2015 学年度第 二 学期

《 线性代数 》试卷（A 卷）

适用年级专业：2014 级理工经管类本科

考 试 形 式：（ ）开卷 （√）闭卷

二级学院：________________行政班级：_____________ 学 号：________________

教 学 班：________________任课教师：_____________ 姓 名：________________

注：学生在答题前，请将以上内容完整、准确填写，填写不清者，成绩不计。

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分	统分人
得分									

得分	阅卷人

一、选择题（每小题 2 分，共 10 分。请将答案填在下面的括号内）

1、若 n 阶矩阵 A 互换第一，二行后得矩阵 B，则必有（　　）.

（A） $A+B=0$；（B） $AB=0$；（C） $|A|+|B|=0$；（D） $|AB|=0$；

2、n 元非齐次线性方程组 $Ax=b$ 有唯一解的充要条件是（　　）.

（A） $R(A)=R(A,b)<n$；（B） $R(A)=R(A,b)=n$；

（C） $R(A,b)=R(A)$；（D） $R(A,b)>R(A)$；

3、已知 A 为三阶方阵，且 $|A|=a\neq 0$，则 $|2A|=$（　　）.

$(A)\ a$；$(B)\ 2a$；$(C)\ 6a$；$(D)\ 8a$；

4、设向量组 $\alpha_1=(2,\ -3,\ 1)^T,\alpha_2=(1,\ a,\ 1)^T,\alpha_3=(5,\ 0,\ 3)^T$ 线性相关，则 a 为（　　）.

$(A)\ 1$　$(B)\ 0$.　$(C)\ 6$.　$(D)\ -6$.

5、已知 A 为正定阵，则 A 的特征值应当（　　）.

（A）全部为正；（B）全部为零；（C）全部为负；（D）为任意值；

得分	阅卷人

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1、排列 451362 的逆序数为_________________.

2、已知 $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$， $B=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ ，则 $|BA|=$______________.

3、向量组 $\alpha^T=(-1,2,1)$ 和 $\beta^T=(3,-6,-3)$ 线性_________.

4、若矩阵 A 与 B 相似，则 A 与 B 的特征值____________.

5、设向量 $\alpha^T=(2,1,-2),\beta^T=(4,2,a)$ 正交，则 $a=$_____________.

得分	阅卷人

三、计算题（每题 8 分，共 32 分）

1、D= $\begin{vmatrix}3 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 3 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 3\end{vmatrix}$.

2、 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 1 & 1\\ 2 & -3\end{pmatrix}$, 求 $(AB)^T$ 。

3、当 a 为何值时, 向量组 $\alpha_1=(2,\ \ 0,\ \ 1)^T$, $\alpha_2=(1,\ \ a,\ \ 1)^T$, $\alpha_3=(5,\ \ 0,\ \ 3)^T$ 线性相关.

4、设 $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$，求 A^{-1}.

得分	阅卷人

四、计算题（10 分）

已知向量组 $\alpha_1=(3,1,1,-1)^T$,$\alpha_2=(-1,0,2,4)^T$, $\alpha_3=(2,1,3,-3)^T$, $\alpha_4=(4,1,-1,-3)^T$, 求向量组的秩, 并求一个最大无关组.

得分	阅卷人

五、计算题（14 分）

当 a,b 为何值时，非齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=1 \\ x_2-x_3+2x_4=1 \\ 2x_1+3x_2+(a+2)x_3+4x_4=b+3 \\ 3x_1+5x_2+x_3+(a+8)x_4=5 \end{cases}$$

讨论方程组：（1）有唯一解；（2）无解；（3）有无穷多个解？

得分	阅卷人

六、计算题（15 分）

求一个正交变换 $x = Py$

把二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_2x_3 + 2x_3^2$ 化为标准形.

得分	阅卷人

七、证明题（4 分）

设 $A^k = O$（k 为正整数），

证明：$(E - A)^{-1} = E + A + A^2 + \cdots + A^{k-1}$.

2014～2015 学年度第 二 学期

《线性代数》试卷（ A 卷）

评阅标准及考核说明

适用年级专业：2014 级本科类

考 试 形 式：（ ）开卷、（ √ ）闭卷

一、选择题[三基类] [教师答题时间：5 分钟]

（每小题 2 分，共 10 分）

1、 C； 2、B； 3、 D； 4、C； 5、A；

二、填空题[三基类] [教师答题时间： 5 分钟]

（每题 3 分，共 15 分）

1、 8; 2、-1; 3、相关; 4、相同（相等）； 5、5；

三、计算题（每题 8 分，共 32 分）

1、[教师答题时间： 4 分钟]

解：原式 $\underline{\underline{r_1 \leftrightarrow r_4}} - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \underline{\underline{r_2 - r_1}} - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \underline{\underline{\begin{matrix} r_3 - r_1 \\ r_4 - 3r_1 \end{matrix}}} - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & -2 & -8 \end{vmatrix}$ （4 分）

$\underline{\underline{r_4 + r_2}} - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -10 \end{vmatrix} \underline{\underline{r_4 + r_3}} - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -12 \end{vmatrix} = 48$ （4 分）

2、[教师答题时间： 3 分钟]

解： $AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$，（4 分）

$(AB)^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. （4 分）

3、[教师答题时间： 3 分钟]

解： 令 $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 0 & a & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$， ……………（5 分）

得 $a = 0$ 时, （2 分）

向量组线性相关. ……………（1 分）

4、[教师答题时间：4分钟]

解：$|A|=\begin{vmatrix}0&2&-1\\1&1&2\\-1&-1&-1\end{vmatrix}=-2\neq 0$，所以$A$可逆.　　(2分)

下面计算各元素的代数余子式：

$A_{11}=\begin{vmatrix}1&2\\-1&-1\end{vmatrix}=1$，$A_{12}=-\begin{vmatrix}1&2\\-1&-1\end{vmatrix}=-1$，$A_{13}=-\begin{vmatrix}1&1\\-1&-1\end{vmatrix}=0$，

$A_{21}=-\begin{vmatrix}2&-1\\-1&-1\end{vmatrix}=3$，$A_{22}=\begin{vmatrix}0&-1\\-1&-1\end{vmatrix}=-1$，$A_{23}=-\begin{vmatrix}0&2\\-1&-1\end{vmatrix}=-2$

$A_{31}=\begin{vmatrix}2&-1\\1&2\end{vmatrix}=5$，$A_{32}=-\begin{vmatrix}0&-1\\1&-2\end{vmatrix}=-1$，$A_{33}=\begin{vmatrix}0&2\\1&1\end{vmatrix}=-2$　　(4分)

A的伴随矩阵为

$$A^*=\begin{pmatrix}A_{11}&A_{12}&A_{13}\\A_{21}&A_{22}&A_{23}\\A_{31}&A_{32}&A_{33}\end{pmatrix}^T=\begin{pmatrix}A_{11}&A_{21}&A_{31}\\A_{12}&A_{22}&A_{32}\\A_{13}&A_{23}&A_{33}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&3&5\\-1&-1&-1\\0&-2&-2\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{A^*}{|A|}=-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&3&5\\-1&-1&-1\\0&-2&-2\end{pmatrix}$$　　(2分)

四、计算题（10分）[一般综合类][教师答题时间：4分钟]

解:令 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)=\begin{pmatrix}3&-1&2&4\\1&0&1&1\\1&2&3&-1\\-1&4&-3&-3\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&-1&0&2\\0&1&1&-1\\0&3&3&-3\\0&3&-3&-1\end{pmatrix}$ (4分)

$$\to\begin{pmatrix}1&0&4&2\\0&1&-2&0\\0&0&-3&1\\0&0&0&0\end{pmatrix},$$　　(2分)

由$R(A)=3$, 故向量组的秩为3；　(2分)

$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是向量组的一个极大无关组. (2分)

五、计算题（14分）[一般综合类][教师答题时间：6分钟]

解　用初等行变换把增广矩阵化为行阶梯形矩阵：

$$\tilde{A}=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\0&1&-1&2&1\\2&3&a+2&4&b+3\\3&5&1&a+8&5\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\0&1&-1&2&1\\0&1&a&2&b+1\\0&2&-2&a+5&2\end{pmatrix}$$

$$\sim\begin{pmatrix}1&1&1&1&1\\0&1&-1&2&1\\0&0&a+1&0&b\\0&0&0&a+1&0\end{pmatrix}$$ （8 分）

由此可知：

（1）当 $a\neq-1$ 时，$R(A)=R(\tilde{A})=4$ ，方程组有唯一解；（2 分）

（2）当 $a=-1$，$b\neq0$ 时，$R(A)=2$，而 $R(\tilde{A})=3$，方程组无解；（2 分）

（3）当 $a=-1$，$b=0$ 时，$R(A)=R(\tilde{A})=2$，方程组有无穷多个解.（2 分）

六、计算题[一般综合类]（15 分）[教师答题时间：6 分钟]

解　二次型的矩阵

$$A=\begin{pmatrix}5&0&0\\0&2&1\\0&1&2\end{pmatrix}$$ （2 分）

由特征方程 $|A-\lambda E|=\begin{vmatrix}5-\lambda&0&0\\0&2-\lambda&1\\0&1&2-\lambda\end{vmatrix}=(1-\lambda)(3-\lambda)(5-\lambda)=0,$

得 A 的特征值 $\lambda_1=1$，$\lambda_2=3$，$\lambda_3=5$.（5 分）

当 $\lambda_1=1$ 时，解方程组 $(A-E)x=0$，

得基础解系 $\alpha_1=\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$，单位化得 $p_1=\begin{pmatrix}0\\-\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}$.（2 分）

当 $\lambda_2=3$ 时，解方程组 $(A-3E)x=0$，

得基础解系 $\alpha_2=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$，单位化得 $p_2=\begin{pmatrix}0\\\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}$.（2 分）

当 $\lambda_3=5$ 时，解方程组 $(A-5E)x=0$，

得基础解系 $\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$，单位化得 $p_3=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$.（2 分）

于是由正交变换 $$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix},$$ （1 分）

得二次型 $f = 5x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_2x_3 + 2x_3^2$ 的标准形为

$f = y_1^2 + 3y_2^2 + 5y_3^2$.（1 分）

七、证明题[综合类]（4 分）[教师答题时间：3 分钟]

证明：因为

$(E-A)(E+A+A^2+\cdots+A^{k-1}) = E+A+A^2+\cdots+A^{k-1}-A-A^2-\cdots-A^{k-1}-A^k = E-A^k = E$，

(3分)

所以 $E-A$ 可逆，并且 $(E-A)^{-1} = E+A+A^2+\cdots+A^{k-1}$.(1分)