



# MATERI PERTEMUAN VI

## ALJABAR BOOLEAN 3

1

Wahyu Nur Cholifah, M.Kom



## PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

- Ada 3 metode penyederhanaan fungsi Boolean :
  1. Secara aljabar, menggunakan hukum-hukum aljabar boolean
  2. Metode peta karnough (K-Map)
  3. Teknik minimisasi fungsi Boolean dengan peta karnaugh



# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

Cara penyelesaian penyederhanaan fungsi boolean secara aljabar sama dengan cara menyelesaikan penjumlahan fungsi boolean pada bahasan penjumlahan dan perkalian fungsi boolean

**Contoh :** buatlah penyederhanaan fungsi Boolean dengan menggunakan hukum aljabar :

*a.*  $f(x, y, z) = x'y'z + x'yz + xy'$

*b.*  $f(x, y, z) = xz + y'z + xyz'$

## 1. Secara aljabar



# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

$$\begin{aligned}
 a. \quad f(x, y, z) &= x'y'z + x'yz + xy' \\
 &= (x'y'z + x'yz) + xy' \\
 &= x'z(y' + y) + xy' \\
 &= x'z \cdot 1 + xy' \\
 f(x, y, z) &= x'z + xy'
 \end{aligned}$$

Hkm komplemen  
 $y + y' = 1$   
 $y \cdot y' = 0$

$$\begin{aligned}
 b. \quad f(x, y, z) &= xz' + y'z + xyz' \\
 &= (xz' + xyz') + y'z \\
 &= xz'(1 + y) + y'z \\
 &= xz' \cdot 1 + y'z \\
 f(x, y, z) &= xz' + y'z
 \end{aligned}$$

Hkm dominasi  
 $a + 1 = 1$   
 $a \cdot 0 = 0$



# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

## 2. Metode Peta Karnaough (K-Map)

**Peta Karnaugh(k-map)** adalah sebuah diagram/peta yang terbentuk dari kotak-kotak(berbentuk bujur sangkar) yang bersisian. Peta karnaugh yang dibahas yaitu peta karnaugh:

1. Dua variable
2. Tiga variable
3. Empat variable



6

# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

## 1. PK 2 variable

		b	
		b'	b
a	a'	$a'b'$	$a'b$
	a	$ab'$	$ab$

		b	
		0	1
a	0	00	01
	1	10	11

		b	
		0	1
a	0	m0	m1
	1	m2	m3

Catt :  
a sebagai baris  
b sebagai kolom



7

# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

## 2. PK 3 variable

		bc			
a		$b'c'$	$b'c$	$bc$	$bc'$
$a'$		$a'b'c'$	$a'b'c$	$a'bc$	$a'bc'$
$a$		$ab'c'$	$ab'c$	$abc$	$abc'$

Cat :  
a sebagai baris  
bc sebagai kolom

		bc			
a		00	01	11	10
0		000	001	011	010
1		100	101	111	110

		bc			
a		00	01	11	10
0		m0	m1	m3	m2
1		m4	m5	m7	m6

# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

## 3. PK 4 variable

cd \ ab	c'd'	c'd	cd	cd'
a'b'	a'b'c'd'	a'b'c'd	a'b'cd	a'b'cd'
a'b	a'bc'd'	a'bc'd	ab'cd	a'bcd'
ab	abc'd'	abc'd	abcd	abcd'
ab'	ab'c'd'	ab'c'd	ab'cd	ab'cd'

cat :  
ab sebagai baris  
cd sebagai kolom

ab \ cd	00	01	11	10
00	m0	m1	m3	m2
01	m4	m5	m7	m6
11	m12	m13	m15	m14
10	m8	m9	m11	m10

ab \ cd	00	01	11	10
00	0000	0001	0011	0010
01	0100	0101	0111	0110
11	1100	1101	1111	1110
10	1000	1001	1011	1010

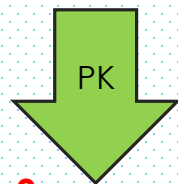




# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

**CONTOH1:**  
diberikan  
table  
kebenaran  
gambaran  
peta  
karnaughnya

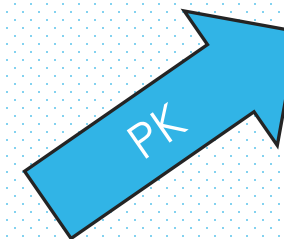
x	y	$f(x,y)$
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1



		y	
		0	1
x	0	0	0
	1	1	1

x	y	z	$f(x,y,z)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

		yz			
		00	01	11	10
x	0	0	0	0	1
	1	0	0	1	1



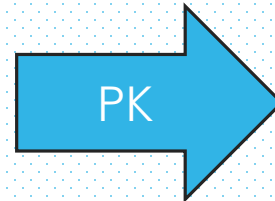


# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

10

w	x	y	z	$f(w,x,y,z)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

Wahyu Nur Cholifah-Matematika Diskrit



		yz			
wx		00	01	11	10
	00	0	1	0	0
	01	0	0	1	1
	11	0	0	0	1
	10	0	0	0	0

# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

**CONTOH 2 cara 1:** gambarkan peta karnugh untuk  $f(a, b, c) = ac' + b$

	bc	b'c'	b'c	bc	bc'
a					
a'	a'b'c'	a'b'c	a'bc	a'bc'	
a	ab'c'	ab'c	abc	abc'	

**Penyelesaian:** pilah masing-masing sukunya:

1.  $ac'$ :

$a \rightarrow$  semua kotak pada baris ke 2

$c' \rightarrow$  semua kotak pada kolom ke 1 dan kolom ke 4

	bc	b'c'	b'c	bc	bc'
a					
a'					
a	1				1

$$\begin{aligned}
 ac' &= ab'c' + abc' \\
 &= ac'(b' + b) \\
 &= ac' \cdot 1 \\
 &= ac'
 \end{aligned}$$

2.  $b$ :

$b \rightarrow$  semua kotak pada kolom ke 3 dan kolom ke 4

	bc	b'c'	b'c	bc	bc'
a					
a'			1	1	
a			1	1	

$$\begin{aligned}
 b &= a'bc + a'bc' + abc + abc' \\
 &= (a'bc + a'bc') + (abc + abc') \\
 &= a'b(c + c') + ab(c + c') \\
 &= a'b \cdot 1 + ab \cdot 1 \\
 &= b(a' + a) \\
 &= b
 \end{aligned}$$



	bc	b'c'	b'c	bc	bc'
a					
a'			1	1	
a	1		1	1	

# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

**Cara 2:** gambarkan peta karnugh untuk  $f(a, b, c) = ac' + b$

$$f(a, b, c) = ac' + b$$

$$= ac'(b + b') + b(a + a')$$

$$= abc' + ab'c' + (ab + a'b)(c + c')$$

$$= \textcolor{red}{abc'} + ab'c' + abc + \textcolor{red}{abc'} + a'bc + a'bc'$$

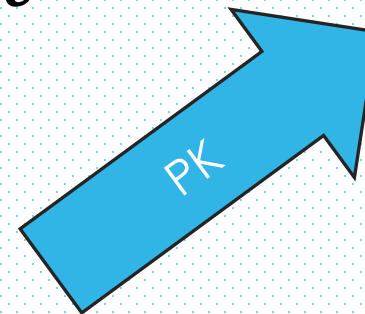
$$= \textcolor{red}{abc'} + ab'c' + abc + a'bc + a'bc'$$

$$= 110 + 100 + 111 + 011 + 010$$

$$= m6 + m4 + m7 + m3 + m2$$

$$f(a, b, c) = \Sigma(2, 3, 4, 6, 7)$$

		bc			
a		00	01	11	10
	0			1	1
	1	1		1	1



# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

## CONTOH 3:

gambaran peta karnugh untuk

$$f(a, b, c, d) = bc'd + acd$$

		cd			
ab		c'd'	c'd	cd	cd'
a'b'					
a'b			1		
ab			1	1	
ab'				1	

$$f(a, b, c, d) = bc'd + acd$$

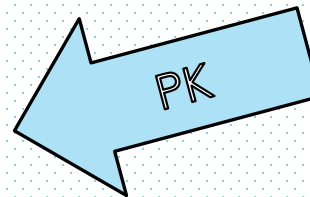
$$= bc'd(a + a') + acd(b + b')$$

$$= abc'd + a'bc'd + abcd + ab'cd$$

$$= 1101 + 0101 + 1111 + 1011$$

$$= m13 + m5 + m15 + m11$$

$$f(a, b, c, d) = \Sigma(5, 11, 13, 15)$$



# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

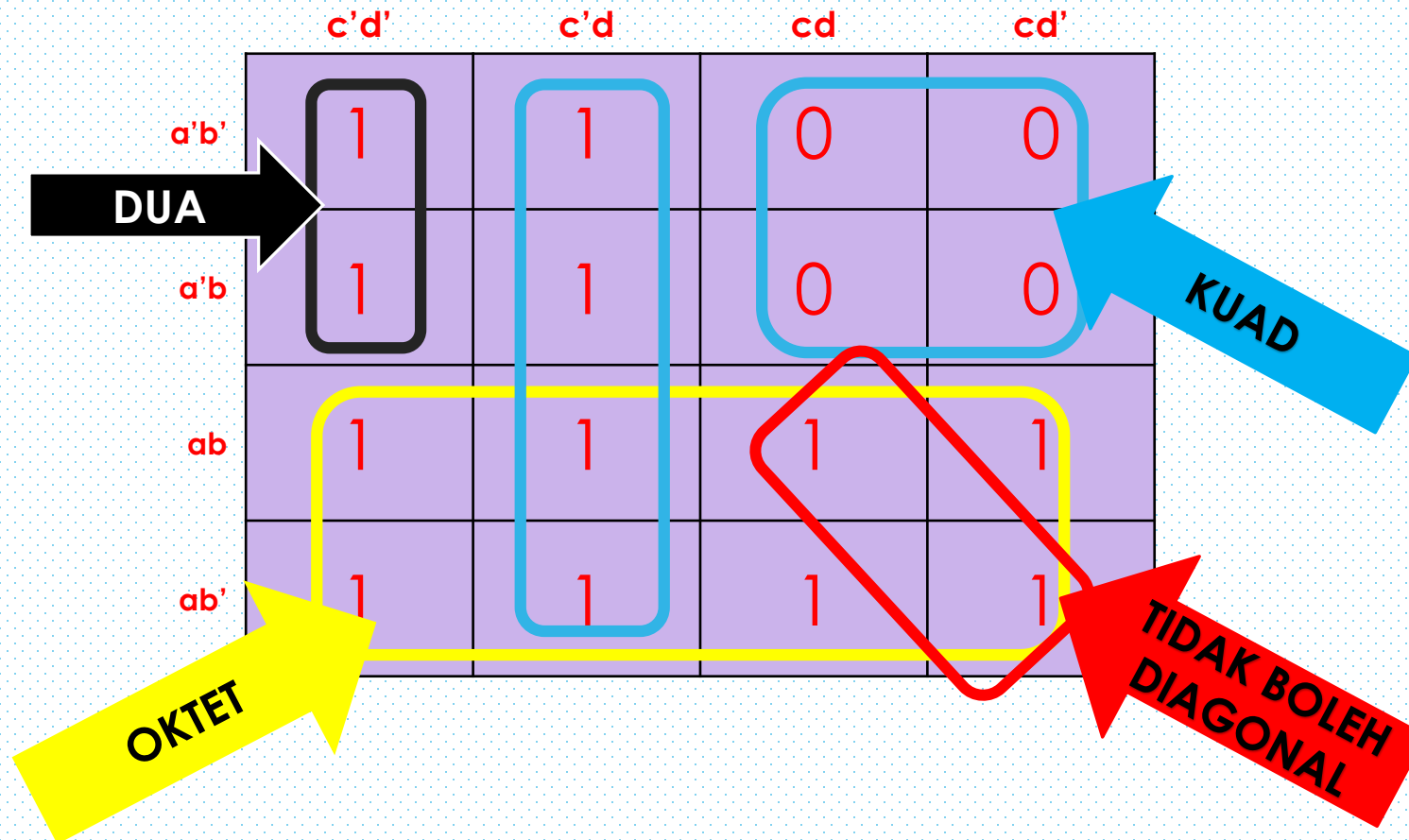
Penggunaan PK dalam penyederhanaan teknik minimisasi dalam penyederhanaan fungsi Boolean dilakukan dengan **menggabungkan kotak-kotak yang bernilai 1 dan saling bersisian**.

## 3. Teknik Minimisasi

Kelompok kotak yang bernilai 1 dapat membentuk :

1. Pasangan (dua)
2. Kuad (empat)
3. Oktet (delapan)

# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN





# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

## CONTOH :

Diberikan peta karnugh sebagai berikut, carilah penyederhanaan fungsi booleannya kedalam bentuk SOP dan POS :

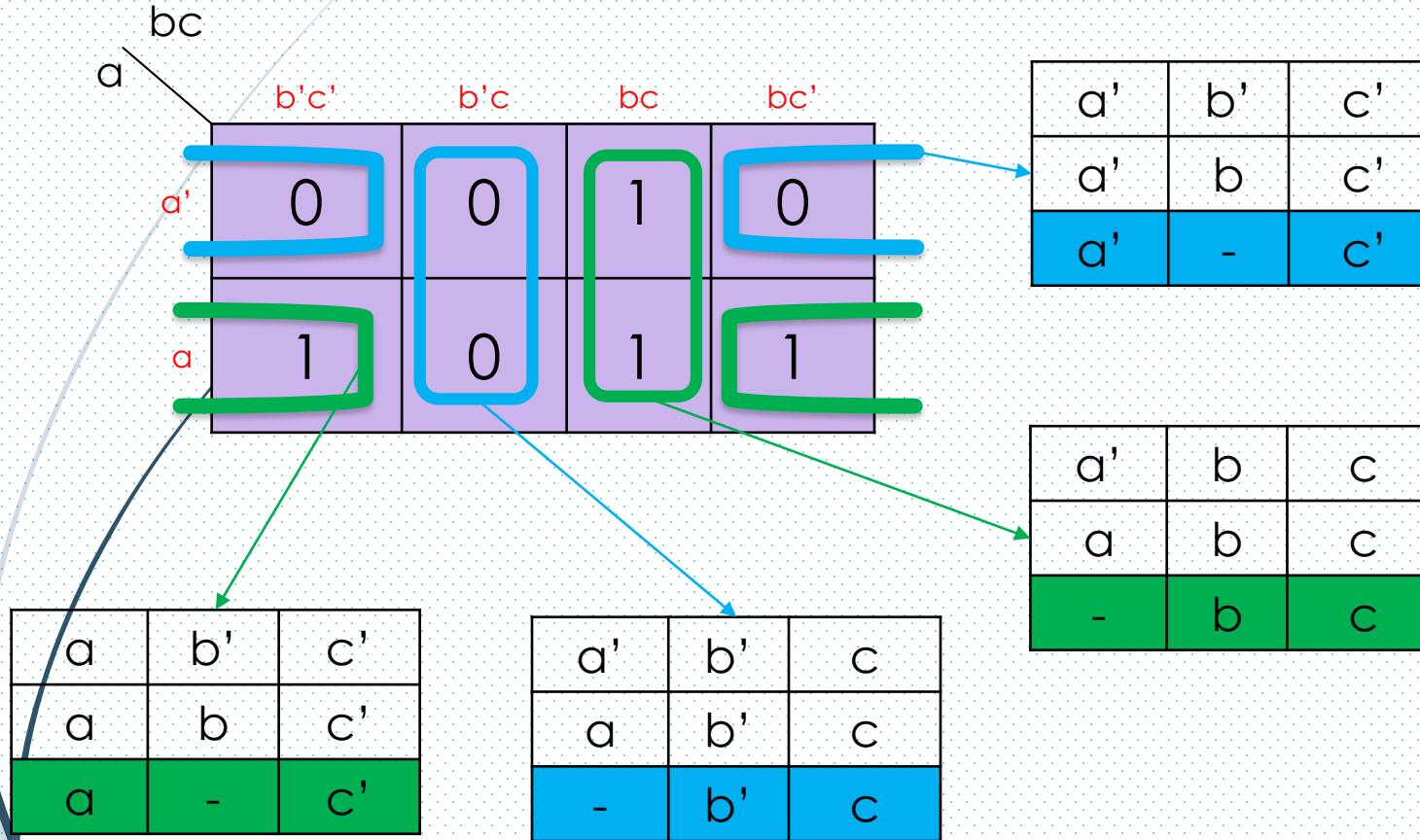
		bc			
a		$b'c'$	$b'c$	$bc$	$bc'$
	$a'$	0	0	1	0
	a	1	0	1	1

		cd			
ab		$c'd'$	$c'd$	$cd$	$cd'$
	$a'b'$	0	1	1	0
	$a'b$	0	1	1	0
	ab	1	1	1	1
	$ab'$	1	1	1	1





# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN



Bentuk baku SOP = 1

$$f(a, b, c) = ac' + bc$$

Bentuk baku POS = 0

$$f(a, b, c) = (a' + c').(b' + c)$$

# PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

		cd			
	ab	c'd'	c'd	cd	cd'
a'b'	0	1	1	0	
a'b	0	1	1	0	
ab	1	1	1	1	
ab'	1	1	1	1	

a'	b'	c'	d'
a'	b'	c	d'
a'	b	c'	d'
a'	b	c	d'
a'	-	-	d'

a'	b'	c'	d
a'	b'	c	d
a'	b	c'	d
a'	b	c	d
a'	-	-	d

a	b	c'	d'
a	b	c'	d
a	b	c	d
a	b	c	d'
a	b'	c'	d'
a	b'	c'	d
a	b'	c	d
a	b'	c	d'
a	-	-	-

Bentuk baku SOP = 1

$$f(a, b, c, d) = a + a'd$$

Bentuk baku POS = 0

$$f(a, b, c, d) = (a' + d')$$

# CONTOH-CONTOH PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

1. Dari table kebenaran tentukan bentuk sederhana dari fungsi Boolean ke dalam bentuk SOP dan POS

a	b	c	f(a,b,c)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

-Matematika Diskrit

2. Carilah penyederhanaan beserta PK dari minimisasi fungsi Boolean  $f(x, y, z) = x'z + x'y + xy'z + yz$

3. Carilah penyederhanaan dari minimisasi fungsi Boolean  $f(x, y, z) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 6)$

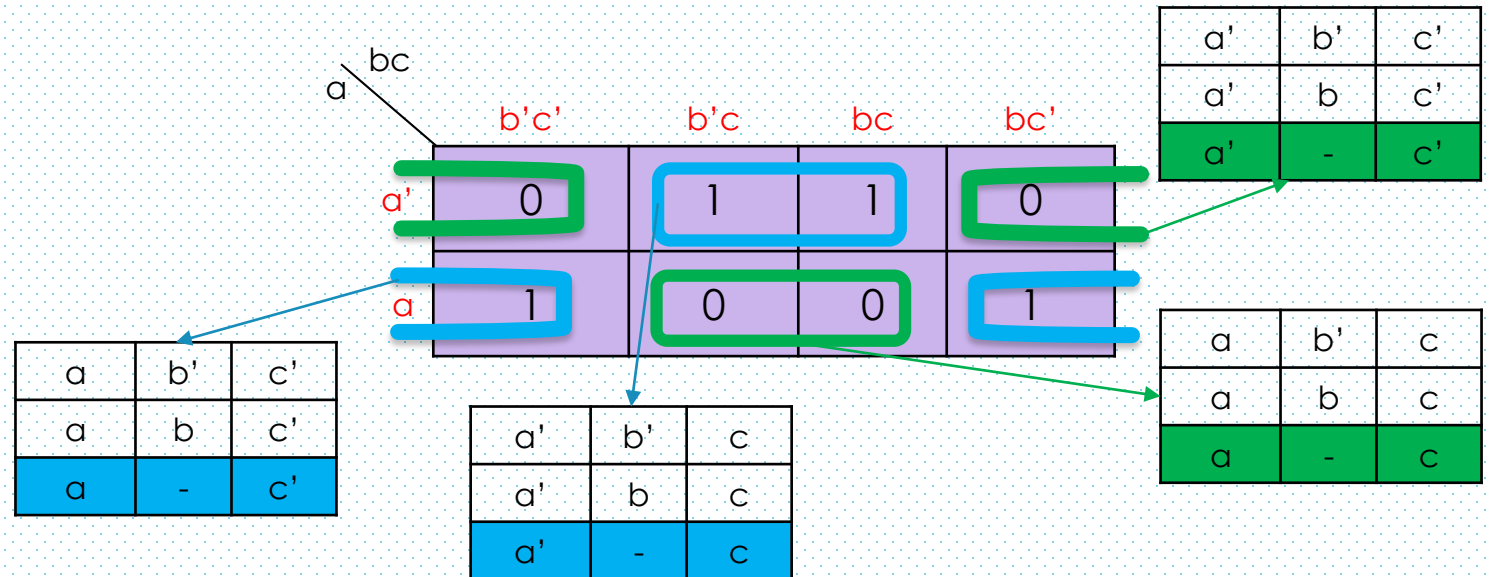
4. Dari PK dibawah ini sederhanakan fungsi booleannya kedalam bentuk SOP

		cd			
		c'd'	c'd	cd	cd'
ab	a'b'	0	1	1	0
	a'b	0	1	1	1
	ab	0	1	1	1
	ab'	1	1	1	0

# CONTOH-CONTOH PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

1. Dari table kebenaran tentukan bentuk sederhana dari fungsi Boolean ke dalam bentuk SOP dan POS

a	b	c	f(a,b,c)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0



Bentuk baku SOP = 1

$$f(a,b,c) = a'c + ac'$$

Bentuk baku POS = 0

$$f(a,b,c) = (a' + c').(a + c)$$

# CONTOH-CONTOH PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

2. Carilah penyederhanaan beserta PK dari minimisasi fungsi Boolean  $f(x, y, z) = x'z + x'y + xy'z + yz$

	$yz$			
$x$	$y'z'$	$y'z$	$yz$	$yz'$
$x'$	$x'y'z'$	$x'y'z$	$x'yz$	$x'yz'$
$x$	$xy'z'$	$xy'z$	$xyz$	$xyz'$

Penyelesaian: pilah masing-masing sukunya:

1.  $x'z$ :

$x' \rightarrow$  semua kotak pada baris ke 1

$z \rightarrow$  semua kotak pada kolom ke 2 dan 3

		1	1	

2.  $x'y$ :

$x' \rightarrow$  semua kotak pada baris ke 1

$y \rightarrow$  semua kotak pada kolom ke 3 dan 4

			1	1

3.  $xy'z$ :

		1		

4.  $yz$ :  
 $y \rightarrow$  semua kotak pada kolom ke 3 dan 4  
 $z \rightarrow$  semua kotak pada kolom ke 2 dan 3

			1	
			1	

	$yz$			
$x$	$y'z'$	$y'z$	$yz$	$yz'$
$x'$		1	1	1
$x$		1	1	

# CONTOH-CONTOH PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

3. Carilah penyederhanaan dari  
Minimisasi fungsi Boolean

$$f(x, y, z) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 6)$$

x	y'	z'
x	y'	z
x	y'	-

	yz			
	00	01	11	10
0	1			1
1	1	1		1

x'	y'	z'
x'	y	z'
x	y'	z'
x	y	z'
-	-	z'

jadi hasil penyederhanaanya  $f(x, y, z) = z' + xy'$

# CONTOH-CONTOH PENYEDERHANAAN FUNGSI BOOLEAN

4. Dari PK dibawah ini sederhanakan fungsi booleannya dalam bentuk sop

a	b'	c'	d'
a	b'	c'	d
a	b'	c'	-

Bentuk baku SOP = 1

		cd			
ab		c'd'	c'd	cd	cd'
a'b'		1	1		
a'b		1	1	1	
ab		1	1	1	
ab'		1	1	1	

a'	b'	c'	d
a'	b'	c	d
a'	b	c'	d
a'	b	c	d
a	b	c'	d
a	b'	c	d
a	b'	c'	d
a	b'	c	d
-	-	-	d

a'	b	c	d
a'	b	c	d'
a	b	c	d
a	b	c	d'
-	b	c	-

jadi hasil penyederhanaanya  $f(a, b, c, d) = ab'c' + d + bc$

## LATIHAN 5

1. Dari PK dibawah ini carilah peyederhanaan fungsi booleannya dalam bentuk SOP dan POS

		yz			
		x			
x	y'z'	y'z	yz	yz'	
	0	0	1	1	
x'	1	1	0	0	

		cd			
		ab			
a'b'	c'd'	c'd	cd	cd'	
	1	1	0	0	
	1	1	0	0	
	1	1	1	1	
a'b	1	1	1	1	
ab	1	1	1	1	
ab'	1	1	1	1	

2. Dari persamaan  $f(a, b, c) = a + b' + c$  buatlah PK nya