

MATERI PERTEMUAN IV ALJABAR BOOLEAN I

—
Wahyu Nur Cholifah, M.Kom

DEFINISI ALJABAR BOOLEAN

Aljabar Bool merupakan aljabar yang berhubungan dengan variable-variable biner dan operator-operator logic.

Catt:

$+$ = tambah

$.$ = kali

$'$ = komplemen

Aljabar Boolean terdiri dari :

1. B = himpunan (Bool)
2. $+$ dan $.$ = operator biner
3. $'$ = operator unar/komplemen
4. 0 dan 1 = elemen biner
5. a, b, c, \dots, z = variable

HUKUM-HUKUM ALJABAR BOOLEAN

1. HKM IDENTITAS

- i. $a + 0 = a$
- ii. $a \cdot 1 = a$

2. HKM KOMPLEMEN

- i. $a + a' = 1$
- ii. $a \cdot a' = 0$

3. HKM INVOLUSI

- i. $(a')' = a$

4. HKM DOMINASI

- i. $a + 1 = 1$
- ii. $a \cdot 0 = 0$

5. HKM KOMUTATIF

- i. $a + b = b + a$
- ii. $a \cdot b = b \cdot a$

6. HKM DISTRIBUTIF

- i. $a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$
- ii. $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$

7. HKM ASOSIATIF

- i. $a + (b + c) = (a + b) + c$
- ii. $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

8. HKM IDEMPOTEN

- i. $a + a = a$
- ii. $a \cdot a = a$

9. HKM PENYERAPAN

- i. $a + (a \cdot b) = a$
- ii. $a \cdot (a + b) = a$

10. HKM De MORGAN

- i. $(a + b)' = a' \cdot b'$
- ii. $(a \cdot b)' = a' + b'$

11. HKM 0/1

- i. $0' = 1$
- ii. $1' = 0$

TERAPAN ALJABAR BOOLEAN

Terapan aljabar Boolean antara lain :

1. Aljabar Boolean 2 Variable dan 3 Variable
2. Prinsip Dualitas
3. Fungsi Boolean
4. Penjumlahan dan Perkalian 2 Fungsi
5. Komplemen Fungsi Boolean
6. Bentuk Kanonik
7. Rangkaian Logik (Gate)
8. Penyederhanaan Fungsi Boolean

Catt:
Pada pertemuan 4 hanya membahas :

1. Aljabar Boolean 2 Variable dan 3 Variable
2. Prinsip Dualitas
3. Fungsi Boolean
4. Penjumlahan dan Perkalian 2 Fungsi

Sedangkan point 5-8 akan dibahas pada pertemuan selanjutnya



ALJABAR BOOLEAN 2 & 3 VARIABLE

Aljabar Boolean dapat di implemetasikan ke dalam bentuk table.

Yang dimaksud dengan 2 dan 3 disini adalah banyaknya variable yang digunakan.

Terdiri dari :

1. Operator biner (+ dan .)
2. Operator unar/komplen (')
3. Elemen biner (0 dan 1)
4. Variable (a,b,..z)

ALJABAR BOOLEAN 2 & 3 VARIABLE

TABEL KEBENARAN ALJABAR BOOLEAN 2 VARIABEL

Kaidah penggunaan operator biner, operator unar dan elemen biner ke dalam bentuk table 2 variable :

Dengan rumus : 2^n , n = banyaknya variable

a	a'
0	1
1	0

a	b	$a.b$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

a	b	$a+b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



ALJABAR BOOLEAN 2 & 3 VARIABLE

**TABEL
KEBENARAN
ALJABAR
BOOLEAN
3 VARIABEL**

a	b	c	$a.b.c$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

a	b	c	$a+b+c$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



ALJABAR BOOLEAN 2 & 3 VARIABLE

CONTOH:

Perhatikan
bahwa

$$1. a+(a'.b)=a+b$$

$$2. a+(b.c)+(a.c')$$

Buatlah table
kebenarannya

a	b	a'	$a'.b$	$a+(a'.b)$	$a+b$
0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1

a	b	c	c'	$b.c$	$a.c'$	$a+(b.c)+(a.c')$
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	1

PRINSIP DUALITAS

Misalkan s adalah kesamaan (identity) di dalam aljabar Boolean yang melibatkan :

1. Operator biner (+ dan .)
2. Operator unar/komplen (')
3. Elemen biner (0 dan 1)
4. Variable (a,b,..z)

Notasi simbolik dualitas = S^*

Dengan cara mengganti :

$$1 \rightarrow 0$$

$$0 \rightarrow 1$$

$$+ \rightarrow .$$

$$. \rightarrow +$$

$$' \rightarrow '$$

PRINSIP DUALITAS

Contoh tentukan dual dari :

1. $a+0=a$
2. $(a.1).(0+a')=1$
3. $a.(a'+b)=a.b$
4. $(a+b).(b+c)=ac+b$
5. $(a+1).(a+0)=a$

Jawaban :

1. $S^* = a.1=a$
2. $S^* = (a+0)+(1.a')=0$
3. $S^* = a+(a'.b)=a+b$
4. $S^* = (a.b)+(b.c)=(a+c).b$
5. $S^* = (a.0)+(a.1)=a$

FUNGSI BOOLEAN (FUNGSI BINER)

Fungsi Boolean adalah ekspresi yang dibentuk dari peubah Boolean melalui :

1. Operator biner (+ dan .)
2. Operator unar/komplen (')
3. Variable (a,b,..z)

Peubah = variable

Notasi simbolik : f, h, g

Contoh :

$$1. f(x) = x$$

$$2. g(x, y) = x'y + x$$

$$3. h(x, y, z) = (x + y)' + xyz$$

Nama Fungsi	Variable Fungsi	Isi Variable Fungsi
f	x	x
g	x, y	$x'y + x$
h	x, y, z	$(x + y)' + xyz$

FUNGSI BOOLEAN (FUNGSI BINER)

Fungsi Boolean dapat juga di implementasikan ke dalam table kebenaran

Contoh :

$$f(x, y, z) = xyz' + x$$

x	y	z	z'	xyz'	$xyz' + x$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

PENJUMLAHAN & PERKALIAN DUA FUNGSI

Misalkan f dan g adalah dua fungsi Boolean dengan n peubah (variable) maka :

Penjumlahan $f+g$

$$1. (f + g)(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1 + x_2 + \dots + x_n) + g(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

Perkalian $f.g$

$$2. (f . g)(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1 + x_2 + \dots + x_n) . g(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

PENJUMLAHAN & PERKALIAN DUA FUNGSI

Contoh 1:

Carilah penjumlahan dan perkalian fungsi dari persamaan

$$f(x, y) = xy' + y$$

$$g(x, y) = x' + y'$$

Penjumlahan

$$f + g(x, y) = (xy' + y) + (x' + y')$$

$$= xy' + y + x' + y'$$

$$= xy' + x' + \underline{y + y'}$$

$$f + g(x, y) = xy' + x' + 1$$

Hkm komplemen
 $y + y' = 1$
 $y \cdot y' = 0$

PENJUMLAHAN & PERKALIAN DUA FUNGSI

Perkalian

$$\begin{aligned} f \cdot g(x, y) &= (xy' + y) \cdot (x' + y') \\ &= xy'x' + \underline{xy'y'} + yx' + yy' \\ &= \underline{xx'y'} + \underline{xy'y'} + x'y + \underline{yy'} \\ &= 0 \cdot y' + xy' + x'y + 0 \\ &= 0 + xy' + x'y + 0 \\ f \cdot g(x, y) &= xy' + x'y \end{aligned}$$

Catt: $y' \cdot y' = y'$

Hkm komplemen
 $y + y' = 1$
 $y \cdot y' = 0$

PENJUMLAHAN & PERKALIAN DUA FUNGSI

Contoh 2:

Carilah penjumlahan dan perkalian fungsi dari persamaan

$$f(x, y, z) = xy' + y$$

$$g(x, y, z) = x' + xy'z$$

Penjumlahan

$$\begin{aligned} f + g(x, y, z) &= (xy' + y) + (x' + xy'z) \\ &= xy' + y + x' + xy'z \\ &= (xy' + xy'z) + x' + y \\ &= xy'(1 + z) + x' + y \\ &= xy'.1 + x' + y \end{aligned}$$

Hkm dominasi
 $y+1=1$
 $y.0=0$

$$f + g(x, y, z) = xy' + x' + y$$

PENJUMLAHAN & PERKALIAN DUA FUNGSI

Perkalian

$$\begin{aligned}
 f \cdot g(x, y, z) &= (xy' + y) \cdot (x' + xy'z) \\
 &= xy'x' + xy'xy'z + yx' + yxy'z \\
 &= \underline{xx'y'} + \underline{xx'y'y'z} + x'y + \underline{xyy'z} \\
 &= 0 \cdot y' + xy'z + x'y + x \cdot 0 \cdot z \\
 f \cdot g(x, y, z) &= xy'z + x'y
 \end{aligned}$$

Hkm idempotent
 $y + y = y$
 $y \cdot y = y$

Hkm komplement
 $y + y' = 1$
 $y \cdot y' = 0$

LATIHAN 3

1. Tentukan dual dari :
 - a. $(xy' + y) + (x' + y')$
 - b. $1 + x = 0 + x$

2. Buatlah table kebenaran fungsi dibawah ini:

$$f = a' + b'c' + abc$$

3. Carilah penjumlahan dan perkalian fungsi dari persamaan dibawah ini:

- i. $g(a, b) = ab' + b$
 $h(a, b) = a' + b$

- ii. $f(a, b, c) = a + ab'$
 $g(a, b, c) = a'b'c + a'bc$