Álgebra de Vectores

Suma de Vectores

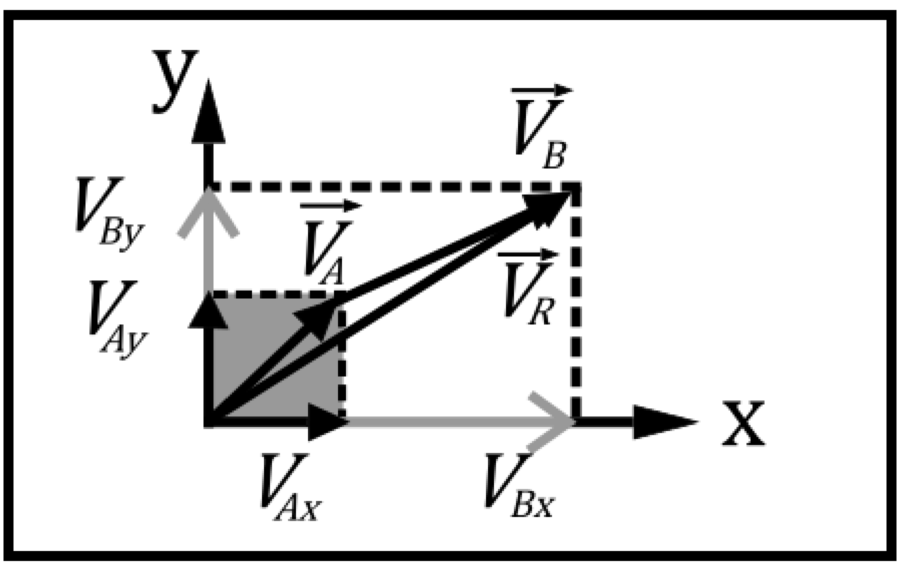
La suma de dos vectores, $\overrightarrow{V_A}$, y $\overrightarrow{V_B}$, *en un sistema de coordenadas cartesianas es un vector* $\overrightarrow{V_R}$ *definido como :*

$$\overrightarrow{V_R} = \overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{V_B}$$

En notación de componentes, la suma está dada como :

$$\overrightarrow{V_{Rx}} = \overrightarrow{V_{Ax}} + \overrightarrow{V_{Bx}}$$

$$\overrightarrow{V_{Ry}} = \overrightarrow{V_{Ay}} + \overrightarrow{V_{By}}$$



Ley conmutativa de la suma de vectores :

$$\overrightarrow{V_A} + \overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{V_B} + \overrightarrow{V_A}$$

$$Ley\ asociativa\ de\ la\ suma\ de\ vectores:$$

$$\left(\overrightarrow{V_A}+\overrightarrow{V_B}\right)+\overrightarrow{V_C}=\overrightarrow{V_A}+\left(\overrightarrow{V_B}+\overrightarrow{V_C}\right)$$

$$Ley\ distributiva\ para\ la\ multiplicación\ por\ escalar:$$

$$\varepsilon\left(\overrightarrow{V_A}+\overrightarrow{V_B}\right)=\varepsilon\overrightarrow{V_A}+\varepsilon\overrightarrow{V_B}$$

$$Producto\ escalar\ o\ punto:$$

$$\overrightarrow{V_A}\cdot\overrightarrow{V_B}=\overrightarrow{V_B}\cdot\overrightarrow{V_A}=\left|\overrightarrow{V_A}\right|\cdot\left|\overrightarrow{V_B}\right|\cos\alpha$$

$$Dónde\ \alpha\ es\ el\ ángulo\ entre\ los\ dos\ vectores.\ Si\ los\ dos\ vectores\ son\ perpendiculares\ entre\ sí,\ entonces:$$

$$\left|\overrightarrow{V_A}\right|\cdot\left|\overrightarrow{V_B}\right|=0,\ \overrightarrow{V_A}\perp\overrightarrow{V_B}$$

$$Si\ los\ vectores\ se\ dan\ en\ términos\ de\ sus\ componentes,\ entonces,\ en\ un\ sistema\ de\ coordenadas\ cartesianas\ de\ tres\ dimensiones:$$

$$\overrightarrow{V_A}\cdot\overrightarrow{V_B}=V_{Ax}V_{Bx}+V_{Ay}V_{By}+V_{Az}V_{Bz}$$

$$puesto\ que:$$

$$\hat{i}\cdot\hat{i}=1$$

$$\hat{i}\cdot\hat{j}=0$$

$$\hat{j}\cdot\hat{i}=0$$

$$\hat{j}\cdot\hat{j}=1$$

$$\hat{i}\cdot\hat{k}=0$$

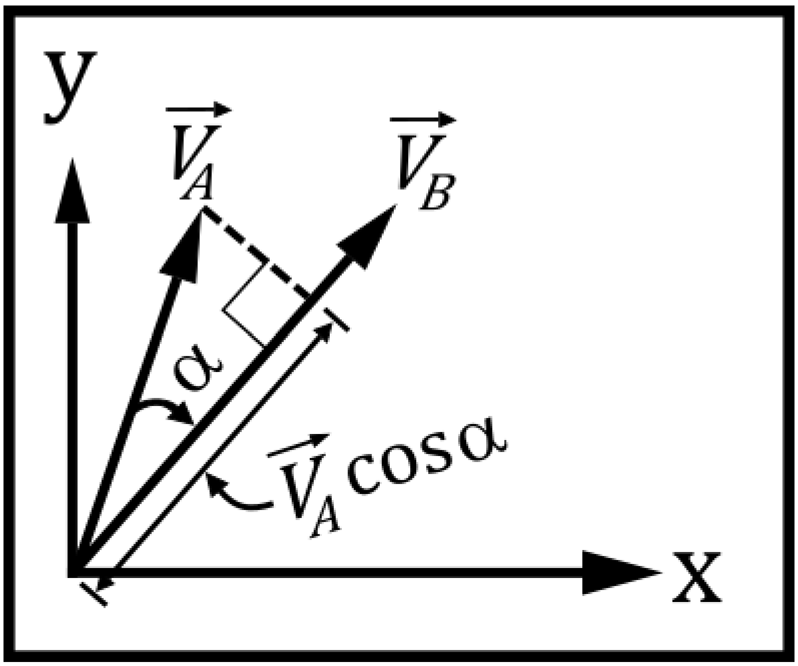
$\hat{k}\cdot\hat{i}=0$

$\hat{k}\cdot\hat{k}=1$

$\hat{j}\cdot\hat{k}=0$

$\hat{k}\cdot\hat{j}=0$

Producto escalar



Producto vectorial o cruz

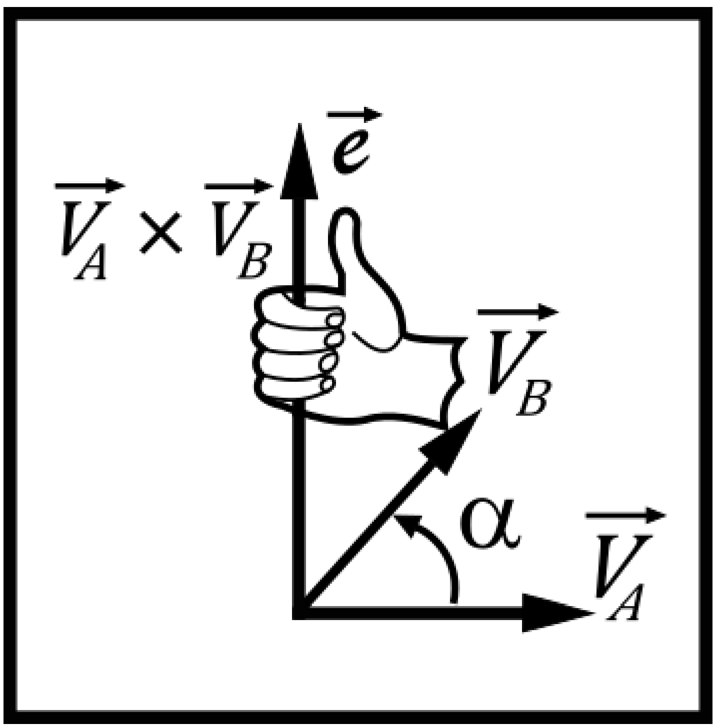
$$\vec{V_A}\times\vec{V_B}=\left|\vec{V_A}\right|\left|\vec{V_B}\right|(\sin\alpha)\vec{e}$$

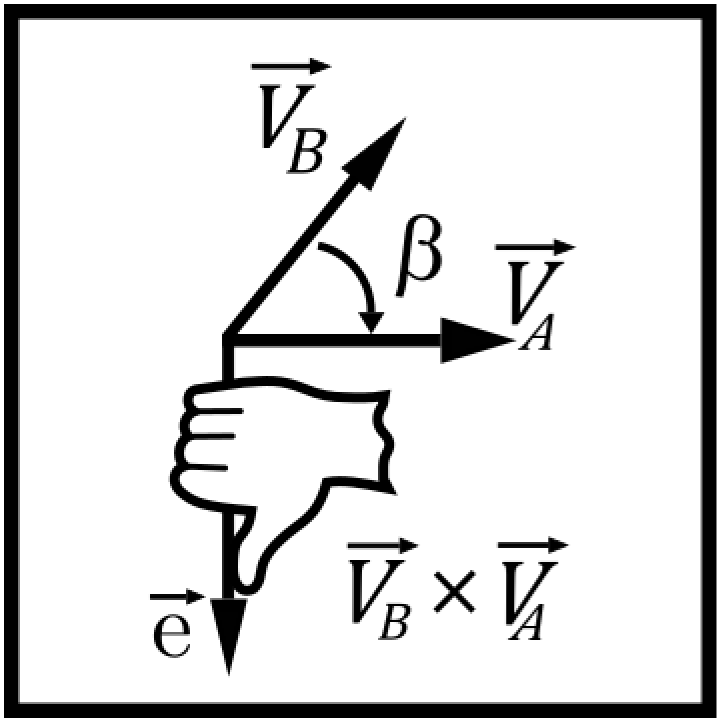
donde e donde es el vector unitario perpendicular al plano formado por los vectores : $\vec{V_A}$ *y* $\vec{V_B}$

Regla de la mano derecha

La dirección del vector $\vec{e}$ *se puede hallar al rodear con los dedos de la mano derecha a un eje hipotético perpendicular al plano* $:\overrightarrow{V_A} - \overrightarrow{V_B}$

de modo que el vector $\overrightarrow{V_A}$ *gire junto al ángulo* α *hasta que esté alineado con el vector* $:\overrightarrow{V_B}$*. El pulgar entonces da la dirección de* $\vec{e}$





$$\overrightarrow{V_A} \times \overrightarrow{V_B} = -\overrightarrow{V_B} \times \overrightarrow{V_A}$$

Un sistema de coordenadas cartesianas se denomina sistema de mano derecha sí :

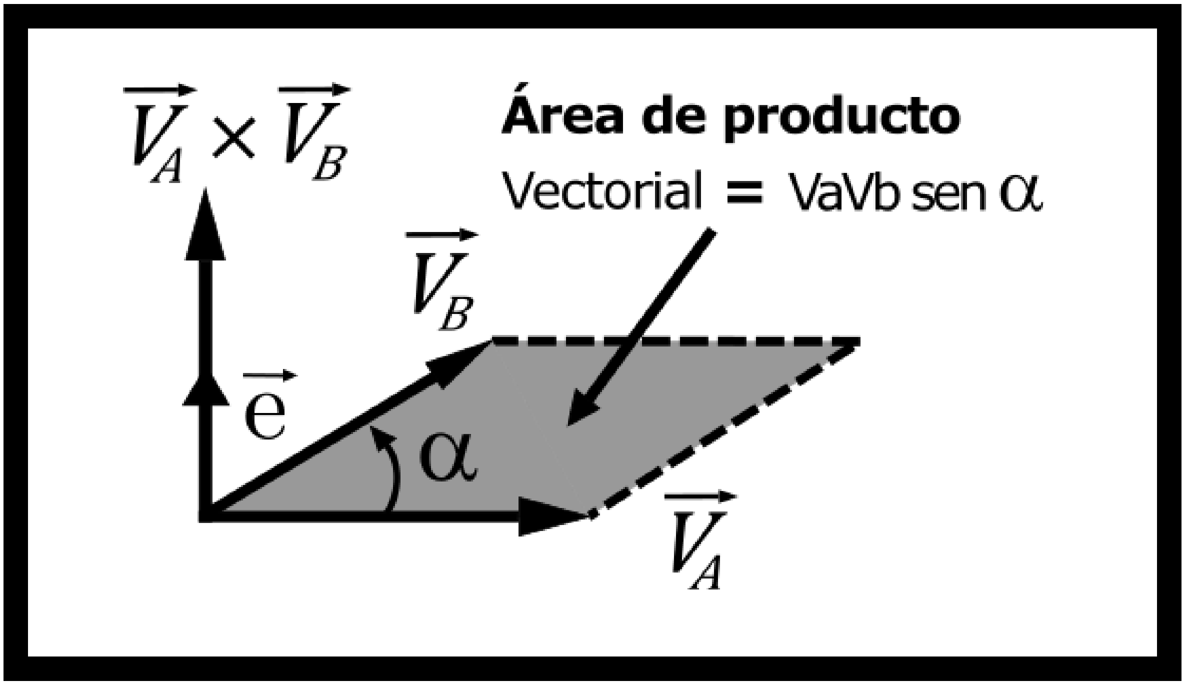
$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$$

Si dos vectores son paralelos entre sí, entonces :

$$\overrightarrow{V_A} \times \overrightarrow{V_B} = 0, \ \overrightarrow{V_A} \parallel \overrightarrow{V_B}$$

Si los vectores se dan en términos de sus componentes, entonces en un sistema de coordenadas cartesianas de tres dimensiones :

$$\overrightarrow{V_A} \times \overrightarrow{V_B} = \begin{Bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ V_{Ax} & V_{Ay} & V_{Bz} \\ V_{Bx} & V_{By} & V_{Bz} \end{Bmatrix}$$

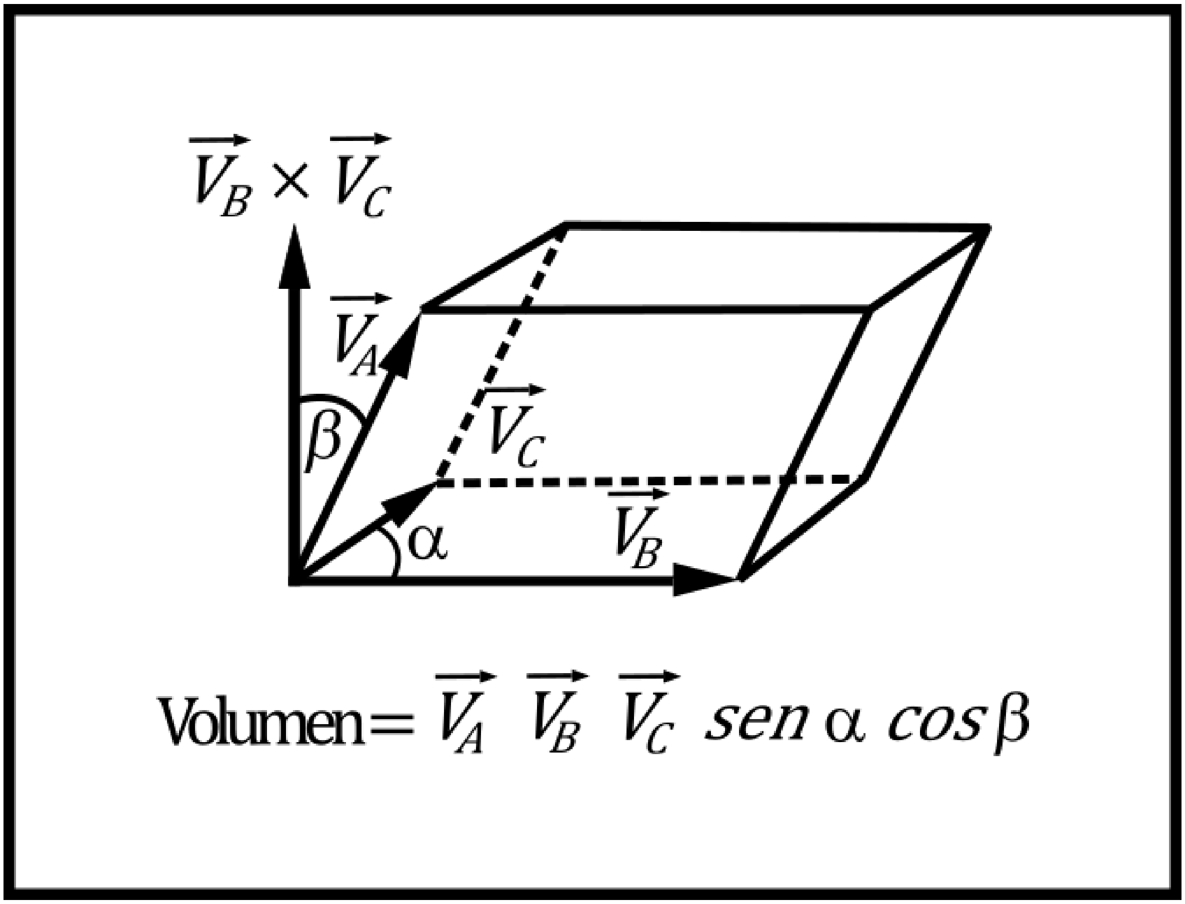


Producto escalar triple

La maginitud del producto escalar triple es igual al volumen del paralelepipedo formado por los tres vectores.

$$\overrightarrow{V_A}, \overrightarrow{V_B}, \overrightarrow{V_C} : \overrightarrow{V_A} \cdot (\overrightarrow{V_B} \times \overrightarrow{V_C})$$

Producto escalar triple



Fórmulas de derivación de vectores

$$\frac{d}{dt}\left[\vec{u}(t)+\vec{v}(t)\right]=\frac{d\vec{u}}{dt}+\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}\left[c\ \vec{u}(t)\right]=c\frac{d\vec{u}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}\left[f(t)\vec{u}(t)\right]=\frac{df}{dt}\vec{u}+f\ \frac{d\vec{u}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}\left[\vec{u}(t)\cdot\vec{v}(t)\right]=\frac{d\vec{u}}{dt}\cdot\vec{v}(t)+\vec{u}(t)\cdot\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Integración de un vector

$$\int_a^b \vec{r}(t)dt = \left[\vec{R}(t)\right]_a^b = \vec{R}(b) - \vec{R}(a)$$

Más de dos vectores

$$R_y = \sum_{i=1}^{n} F_y$$

$$R_x = \sum_{i=1}^{n} F_x$$

$$F_x = F\cos\theta$$

$$F_y = F\sin\theta$$

Fórmulas suma de dos vectores

Ley de senos

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

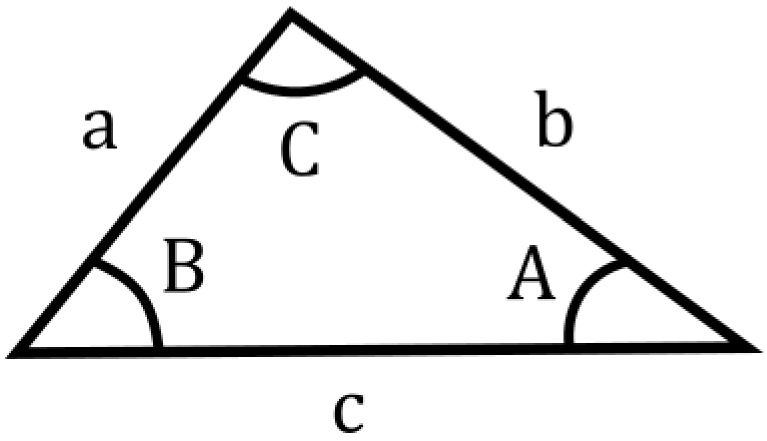
Ley de cosenos

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2ab}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$



Fórmulas método del polígono

$$\sin\theta = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto adyacente}}$$

$$\cot\theta = \frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Cateto opuesto}}$$

$$\sec\theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente}}$$

$$\csc\theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto}}$$