### Posudek oponenta diplomové práce

Název: Pseudofinite structures and limits

Autor: Bc. Ondřej Ježil

### SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Tématem anglicky psané práce je studium chování limit tzv. širokých posloupností množin (orientovaných či neorientovaných) grafů. Tyto limity představují ony pseudokonečné struktury z názvu práce. Typickou otázkou, jejíž mnohé instance autor práce řeší, je, jakým způsobem se pravdivost jistých sentencí platících o grafech v široké posloupnosti přetavuje v pravdivost těchto sentencí v limitě. S tím je přímo spojena i otázka, kdy je teorie této limity kompletní (tj. kdy pro ni platí nula-jedničkový zákon). Hlavním nástrojem umožňujícím dobře uchopit chování limitních struktur je v práci forsing s náhodnými veličinami. Význačnou aplikací je pak např. existence relativně velké kliky v limitě široké posloupnosti grafů obsahujících pouze jednu (dostatečně velkou) kliku.

# CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

**Téma práce.** Téma považuji za docela náročné pro diplomovou práci. Student se ho zhostil se ctí. Pokud mohu soudit, práce nejspíš neobsahuje žádné chybné důkazy či nesmyslná tvrzení. Na druhou stranu bych ji ale nemohl doporučit ke čtení nikomu, kdo již není ve studované problematice alespoň trochu zběhlý. Nevím, zda vinou nedostatku času, ale stalo se, že práce obsahuje relativně dost překlepů, což v kombinaci s nepříliš jistými formulacemi v anglickém jazyce a občasnou rezignací na vysvětlení konkrétního značení či pojmu velmi ztěžuje čtení a porozumění textu. Zadání práce bylo ale splněno, ač — jak jsem pochopil z textu — byly původní plány o maličko ambicióznější.

Vlastní příspěvek. Vlastním příspěvkem je, hádám, odvození některých nula-jedničkových zákonů a důkaz existence relativně velké kliky v limitní struktuře.

Matematická úroveň. Po matematické stránce považuji práci za zdařilou, pokud se týče zapracování konkrétního, dosti netriviálního obsahu, ovšem již méně podařenou, pokud jde o řádnou, rigorózní prezentaci tohoto obsahu. Tento neduh se vyskytuje prakticky od úvodní kapitoly až po závěr. Na mnoha místech autor předpokládá, že jím užívané značení je snad jediné možné (kupř.  $E_{K_{\lfloor k/2 \rfloor}}$  na straně 17 nahoře či horní index b ve znění věty 2.4.2) a neformálně užívané pojmosloví (jako např. sampling či event) je všeobecně známé. Na několika místech je anglický text nešikovně až zmatečně formulován: např. začátek důkazu věty 2.1.1 (jejíž samotné znění je již úsměvné), znění věty 2.3.3, znění domněnky 3.2.2. Nakonec: důkazy některých tvrzení mi přišly odbyté (lemma 1.4.4 či lemma 3.1.5), zatímco např. relativně snadné lemma 2.5.2 bylo detailně prokázáno.

Práce se zdroji. Zdroje jsou v práci většinou řádně citovány. U některých výsledků ale není jasné, zda jsou původní autorovy či zda ještě stále vycházejí z [Kra11]. Dále například u lemmatu 1.2.3 bych ocenil nějaký odkaz do literatury či alespoň zmínku, zda je důkaz tohoto důležitého výsledku lehký (či naopak těžký), a proto je vynechán.

Formální úprava. Práce je smysluplně strukturována. Bohužel, jak již zmíněno výše, počet překlepů je relativně vysoký a zdá se, že text neprošel žádnou korekturou. V opačném případě si nedokážu představit, jak se mohlo stát, že je důkaz věty 4.1.8 obsažen v práci zdvojeně. Práce obsahuje i drobnější typografické nekonzistence, např. 1 je sázena občas tučně a občas ne, ač by měla být

(důsledek 2.4.3). Nakonec: číslování vzorců je v naprosté většině případů nadbytečné a spíše jen ruší; bylo účelně využito snad jen na dvou místech ve 4. kapitole.

# Připomínky a otázky

- 1. Mohl byste detailněji pohovořit o svém vlastním přínosu?
- 2. Odkud se vzalo t v exponentu na prvním řádku nahoře na straně 10? To je to, co jsme si fixovali spolu s n, nebo nějaké jiné, libovolné nestandardní?
- 3. Nechápu motivaci za příkladem 2.2.4. Vždyť ve znění věty 2.2.3 je  $\lim_{k\to\infty} k^{1/k_0}b_k=0$  jedinou malostní podmínkou na  $b_k$ . Je zřejmé, že nějaká taková je potřebná. Je tedy podstatou příkladu 2.2.4 to, že splňuje nějakou slabší malostní podmínku, která již nepostačuje? Pokud ano, jakou.
- 4. Proč je u dalších zmínek příkladu 2.2.4 v práci místo horní celé části sázena dolní celá část?
- 5. Mohl byste podrobněji ukázat, jak plyne nerovnost mezi (4.26) a (4.27)?

# Závěr

**Práci** považuji za dobrou. Ač by pro případné další čtenáře bylo záhodno připravit její "2. výtisk", myslím, že splňuje všechny požadavky kladené na diplomovou práci a jako takovou ji **doporučuji uznat**.

Návrh klasifikace oponent sdělí předsedovi zkušební (sub)komise.

doc. Mgr. Jan Šaroch, Ph.D. Katedra algebry MFF UK 2. června 2022