



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ \_\_\_\_\_ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА \_\_\_\_\_ «Теоретическая информатика и компьютерные технологии»

**Лабораторная работа № 9**  
**по курсу «Численные методы линейной алгебры»**  
**«Реализация сингулярного разложения матрицы (SVD)»**

Студент группы ИУ9-71Б Баев Д.А

Преподаватель Посевин Д. П.

*Москва 2023*

# 1 Задание

1. Реализовать SVD разложение матрицы.
2. Проверить корректность реализации прямым перемножением матриц.
3. Проверить через numpy.

## 2 Исходный код

Исходный код программы представлен в листингах 1– 2.

Листинг 1 — Реализация SVD разложения

```
1 def svd_decomposition(A):
2     ATA = np.dot(A.T, A)
3
4     eigenval, eigenvec = np.linalg.eig(ATA)
5     singular = np.sqrt(eigenval)
6
7     S = np.zeros(shape=(len(singular), len(singular)))
8     for i in range(len(S)):
9         S[i][i] = singular[i]
10    V = eigenvec
11    U = A @ V @ np.linalg.inv(S)
12
13    return U, S, V.T
```

Листинг 2 — Проверка SVD разложения

```
1 A = np.array([[3, 1, 0], [1, 2, 2], [0, 1, 1]])
2
3 print(f"A: {A}")
4
5 U, S, V_T = svd_decomposition(A)
6
7 A_compute = U @ S @ V_T
8
9 print(f"A_compute: {A_compute}")
10
11 print("-----\n")
12
13 print(f"U: {U}")
14 print(f"S: {S}")
15 print(f"V_T: {V_T}")
16
17 print("-----\n")
18
19 U_np, S_np, V_np = np.linalg.svd(A)
20 print(f"U_np: {U_np}")
21 print(f"S_np: {S_np}")
22 print(f"V_np: {V_np}")
```

## 3 Результаты

На рисунках 1- 3 приведен результат SVD разложения для матриц различных размерностей.

```

A: [[3 1 0]
     [1 2 2]
     [0 1 1]]
A_compute: [[ 3.00000000e+00  1.00000000e+00 -1.75207071e-16]
             [ 1.00000000e+00  2.00000000e+00  2.00000000e+00]
             [-1.11022302e-16  1.00000000e+00  1.00000000e+00]]
-----

U: [[-0.67988662 -0.71823656 -0.14795412]
     [-0.68742382  0.55397543  0.46963786]
     [-0.25534813  0.42100768 -0.8703734 ]]
S: [[3.92823172 0.          0.          ]
     [0.          2.35739994 0.          ]
     [0.          0.          0.10798654]]
V_T: [[-0.69422679 -0.58807183 -0.41499481]
        [-0.67902533  0.34390515  0.64857834]
        [ 0.2386918  -0.73205244  0.63806383]]
-----

U_np: [[-0.67988662  0.71823656  0.14795412]
        [-0.68742382 -0.55397543 -0.46963786]
        [-0.25534813 -0.42100768  0.8703734 ]]
S_np: [3.92823172 2.35739994 0.10798654]
V_np: [[-0.69422679 -0.58807183 -0.41499481]
        [ 0.67902533 -0.34390515 -0.64857834]
        [-0.2386918  0.73205244 -0.63806383]]

```

Рис. 1 — Результаты для матрицы 3x3

```

A: [[1 2 3]
     [4 5 6]
     [7 8 9]]
A_compute: [[1. 2. 3.]
             [4. 5. 6.]
             [7. 8. 9.]]
-----

U: [[-2.14837238e-01  8.87230688e-01  8.66671290e-08]
     [-5.20587389e-01  2.49643953e-01  2.88890430e-08]
     [-8.26337541e-01 -3.87942782e-01 -2.16667823e-08]]
S: [[1.68481034e+01  0.00000000e+00  0.00000000e+00]
     [0.00000000e+00  1.06836951e+00  0.00000000e+00]
     [0.00000000e+00  0.00000000e+00  6.14889472e-08]]
V_T: [[-0.47967118 -0.57236779 -0.66506441]
        [-0.77669099 -0.07568647  0.62531805]
        [ 0.40824829 -0.81649658  0.40824829]]
-----

U_np: [[-0.21483724  0.88723069  0.40824829]
        [-0.52058739  0.24964395 -0.81649658]
        [-0.82633754 -0.38794278  0.40824829]]
S_np: [1.68481034e+01  1.06836951e+00  4.41842475e-16]
V_np: [[-0.47967118 -0.57236779 -0.66506441]
        [-0.77669099 -0.07568647  0.62531805]
        [-0.40824829  0.81649658 -0.40824829]]

```

Рис. 2 — Результаты для матрицы 3x2

```

A: [[1 2]
     [4 5]
     [7 8]]
A_compute: [[1. 2.]
             [4. 5.]
             [7. 8.]]
-----

U: [[ 0.89640564 -0.17259857]
     [ 0.27400657 -0.50818671]
     [-0.3483925  -0.84377485]]
S: [[ 0.58339625  0.          ]
     [ 0.          12.59601718]]
V_T: [[-0.76502988  0.64399479]
       [-0.64399479 -0.76502988]]
-----

U_np: [[-0.17259857  0.89640564  0.40824829]
        [-0.50818671  0.27400657 -0.81649658]
        [-0.84377485 -0.3483925  0.40824829]]
S_np: [12.59601718  0.58339625]
V_np: [[-0.64399479 -0.76502988]
        [-0.76502988  0.64399479]]

```

Рис. 3 — Результаты для матрицы 2x3

## 4 Выводы

В рамках данной лабораторной работы было реализовано сингулярное разложение матрицы (SVD) через поиск правых сингулярных векторов. В результате сверки было установлено, что метод работает корректно и выдает результат, практически аналогичный методу numpy (с точностью до знаков).