

第1回 東工大オープン

問題 1. $a^3 + 2b^3 + 4c^3 = 2abc$ を満たす整数の組 (a, b, c) をすべて求めよ.

問題 2. 三角形の 2 辺が a, b で, 外接円の半径が r であるとき, もう一辺の長さを求めよ. ただし, $a < b < 2r$ とする.

問題 3. 袋の中に A, B, C と書かれた 3 枚のカードが入っている. 1 枚取り出して袋に戻す操作を繰り返す. A が連続して出るか, B が連続して出れば終了する. 作業を n 回行って終了しない確率を p_n とする. このとき,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p_{n+1}}{p_n}$$

を求めよ.

問題 4. 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\pi (\pi x - x^2) |\sin nx| dx$ を求めよ.

問題 5. 1 辺の長さが 1 の正三角形 OAB, OBC, OCD, ODA と三角形 ABC, CDA を面とする六面体の体積 V の最大値を求めよ.