

Численные методы. Явная разностная схема

Альвинский Александр

June 4, 2023

1 Введение

В этом лабораторном отчете мы решим краевую задачу, используя явную разностную схему. Задача состоит в том, чтобы найти решение уравнения в частных производных :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a^2(x, t) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + f(x, t) \quad (1)$$

с учетом граничных условий:

$$U(0, t) = \mu_1(t) \quad U(1, t) = \mu_2(t)$$

и начальное условие:

$$U(x, 0) = \phi(x)$$

Наша цель – построить график распределения тепла в стержне (температурный профиль) в начальный и конечный моменты времени.

2 Решение

Для решения краевой задачи воспользуемся явной разностной схемой, реализованной на Python. Код Python представлен в следующем разделе.

3 Python код

Вот код Python, используемый для решения задачи с граничными значениями и построения профиля температуры.:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
Define the parameters
a = 0.5
```

```

h = 0.1
tau = 0.001
N = int(1 / h) + 1
M = int(0.1 / tau) + 1

Define the functions
def a_squared(x, t):
    return 0.5

def f(x, t):
    return 0

def mu1(t):
    return 1

def mu2(t):
    return 0.5

def phi(x):
    return np.sin(np.pi * x)

Инициализирование массива температуры
U = np.zeros((N, M))

Установление начальных условие
U[:, 0] = phi(np.linspace(0, 1, N))

Граничные
U[0, :] = mu1(np.linspace(0, 0.1, M))
U[-1, :] = mu2(np.linspace(0, 0.1, M))

Решение с помощью разностной схемы
for j in range(0, M-1):
    for i in range(1, N-1):
        U[i, j+1] = (1 - 2 * a_squared(i * h, j * tau) * tau / h2) * U[i, j] +
            a_squared(i * h, j * tau) * tau / h2 * (U[i-1, j] + U[i+1, j]) +
            tau * f(i * h, j * tau)

График
x = np.linspace(0, 1, N)
t_initial = 0
t_final = 0.1

plt.plot(x, U[:, 0], label='t = {}'.format(t_initial))
plt.plot(x, U[:, -1], label='t = {}'.format(t_final))
plt.xlabel('x')

```

```
plt.ylabel('Temperature')
plt.title('Temperature Profile')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```

4 Результаты

График на рис. 1 показывает профиль температуры стержня в начальный момент времени ($t = 0$) и конечный момент времени ($t = 0, 1$)

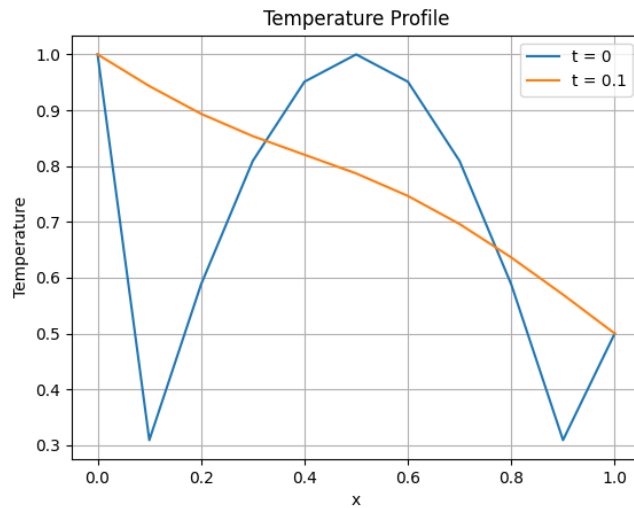


Figure 1: Numerical solution of the ODE

5 Вывод

В этом лабораторном отчете мы успешно решили данную краевую задачу, используя явную разностную схему. Полученный график температурного профиля иллюстрирует распределение тепла в стержне в начальный и конечный моменты времени. Эта информация может быть полезна при изучении различных физических явлений, связанных с теплообменом.