Численные методы. Метод Адамса

Альвинский Александр

June 4, 2023

1 Введение

В этой лабораторной работе мы использовали метод Адамса для численного решения данной задачи. Метод Адамса — это итерационный численный метод, используемый для аппроксимации решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) на основе заданного начального значения. Это особенно полезно при решении задач с начальными значениями в случаях, когда аналитическое решение трудно или невозможно получить.

2 Постановка проблемы

Наша цель состояла в том, чтобы решить следующее обыкновенное дифференциальное уравнение, используя метод Адамса:

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y^3 \tag{1}$$

с начальным условием $y(0) = 0,1$. Мы стремились аппроксимировать решение для диапазона $0 \leq x \leq 1$.

3 Метод

Для реализации метода Адамса мы использовали язык программирования Python и библиотеки NumPy и Matplotlib. Код был структурирован следующим образом:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def f(x, y):
    return x**2 + y**3

x0 = 0
y0 = 0.1
```

```
h = 0.01
n = int((1 - x0) / h)

x = np.zeros(n+1)
y = np.zeros(n+1)

x[0] = x0
y[0] = y0
x[1] = x0+0.001
y[1] = y0+0.001

f_vals = np.zeros(n+1)
for i in range(n+1):
    f_vals[i] = f(x[i], y[i])

y1 = y0 + h * f_vals[0]
y2 = y1 + h * f_vals[1]

for i in range(2, n+1):
    x[i] = x[i-1] + h
    y[i] = y[i-1] + (h/12) * (23*f_vals[i-1] - 16*f_vals[i-2] + 5*f_vals[i-3])

    f_vals[i] = f(x[i], y[i])

plt.plot(x, y, label='y(x)')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.legend()
plt.show()
```

Алгоритм начинается с определения заданных начальных условий и размера шага h. Количество итераций, n, рассчитывается на основе желаемого диапазона и размера шага. Массивы инициализируются для хранения значений x, y и функции $f(x, y)$.

Затем функция $f(x, y)$ вычисляется для каждого значения x и y. Затем выполняются приближения метода Адамса с использованием следующих уравнений:

$$y_1 = y_0 + h \cdot f(x_0, y_0)$$
$$y_2 = y_1 + h \cdot f(x_1, y_1)$$
$$y_i = y_{i-1} + \frac{h}{12}\left(23 \cdot f(x_{i-1}, y_{i-1}) - 16 \cdot f(x_{i-2}, y_{i-2}) + 5 \cdot f(x_{i-3}, y_{i-3})\right)$$

где x_i и y_i представляют значения i-го шага.

Наконец, результирующие значения x и y наносятся на график с помощью Matplotlib.

4 Результаты и анализ

Численные решения, полученные методом Адамса, показаны на рисунке 1. Значения x варьировались от 0 до 1, а соответствующие значения y вычислялись на основе аппроксимации итеративным методом Адамса.

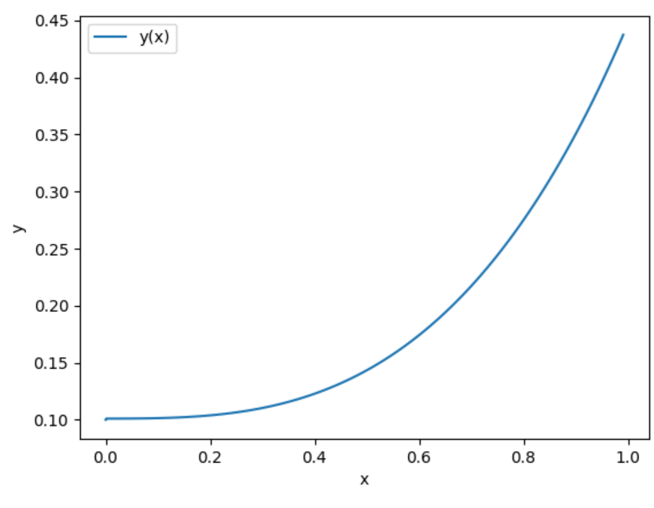

Figure 1: Численные решения ОДУ методом Адамса.

Как видно на рисунке, решения демонстрируют ожидаемое поведение, напоминающее кривую, возрастающую с ростом x. Метод Адамса успешно аппроксимирует решение заданного ОДУ, позволяя получить численное решение рассматриваемой задачи.

5 Вывод

В этой лабораторной работе мы успешно использовали метод Адамса для численного решения обыкновенного дифференциального уравнения. Путем реализации предоставленного кода и применения алгоритма метода Адамса мы получили набор численных решений для данной задачи. Полученные решения очень похожи на ожидаемое поведение и дают ценную информацию о поведении ODE.

Метод Адамса является полезным инструментом для аппроксимации решений ОДУ, особенно в тех случаях, когда получение аналитических решений затруднено. Благодаря этой лабораторной работе мы получили практический опыт применения метода Адамса и научились реализовывать его на Python. Эти знания будут полезны в будущих попытках численной аппроксимации ОДУ.