

# Индивидуальное домашнее задание

## Вариант 1

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^3 + x^2 + 1$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_2$ . Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_8$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Найти два каких-либо примитивных элемента этого поля.

2. Записать порождающую и проверочную матрицы для  $(16,5)$ -кода Рида-Малера первого порядка (т.е. для кода, дуального к удлинённому  $(16,11)$ -коду Хэмминга). Содержит ли ошибку полученное по зашумленному каналу слово 1101101001011011. Какова вероятность обнаружения и исправления ошибки для этого кода?

3. Найти смежные классы, их лидеры и синдромы бинарного  $(3,1)$ -кода, порождённого многочленом  $g(x) = x^2 + x + 1$ . Декодировать при помощи них слово 110.

4. Пусть  $\xi$  — примитивный элемент поля  $\mathbf{F}_9$ ,  $\xi^2 + \xi + 2 = 0$ . Найти порождающий многочлен тернарного БЧХ-кода длины 8, исправляющего две ошибки. Декодировать слово 22001001.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$((X \rightarrow Y) \rightarrow (Z \rightarrow \neg X)) \rightarrow (\neg Y \rightarrow \neg Z).$$

## Вариант 2

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_2$ . Описать поле  $\mathbf{F}_{16}$ , полученное расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Является ли элемент  $\xi$  поля  $\mathbf{F}_{16}$  примитивным? Найти минимальный многочлен элементов  $\xi$  и  $(\xi^2 + 1)^{-1}$ .

2. Пусть  $G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  — порождающая матрица бинарного линейного  $(5,2)$ -кода. Найти для этого кода проверочную матрицу, все синдромы и лидеры смежных классов. Декодировать при помощи лидеров слово 10011. Оценить вероятность ошибочного декодирования.

3. Найти все кодовые слова, порождающую и проверочную матрицы бинарного кода с порождающим многочленом  $g(x) = x^3 + x + 1$ , если длина  $k$  сообщений равна 4. Имеет ли слово 0110011 обнаруживаемую ошибку?

4. Пусть  $\xi$  — примитивный элемент поля  $\mathbf{F}_{16}$ ,  $\xi^4 + \xi + 1 = 0$ , а  $g(x) = x^{10} + x^8 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$  — порождающий многочлен БЧХ-кода  $(15,5)$ . Найти минимальное расстояние этого кода и посланное кодовое слово и сообщение, если получено слово 110101011101011.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$((((X \rightarrow Y) \rightarrow \neg X) \rightarrow \neg Y) \rightarrow \neg Z) \rightarrow Z.$$

### Вариант 3

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^4 + x^3 + 1$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_2$ . Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_{16}$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Доказать, что элемент  $\xi$  поля  $\mathbf{F}_{16}$  примитивный. Найти минимальный многочлен элемента  $\xi^3$ .

2. Пусть  $G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  — порождающая матрица бинарного линейного (5,3)-кода. Найти для этого кода проверочную матрицу, все кодовые слова и дуальный код. Выписать все смежные классы, их синдромы и лидеры для дуального кода и при помощи них декодировать слово 11011. Найти весовые спектры для исходного кода и дуального к нему.

3. Многочлен  $g(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + 1$  является порождающим многочленом бинарного циклического кода блоковой длины  $n = 15$ . Найти для этого кода проверочный многочлен, а также порождающую и проверочную матрицы.

4. Пусть  $\xi$  — примитивный элемент поля  $\mathbf{F}_9$ ,  $\xi^2 + \xi + 2 = 0$ . Найти порождающий многочлен тернарного БЧХ-кода длины 8, исправляющего две ошибки. Декодировать слово 02121101.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$(X \rightarrow (Y \rightarrow Z)) \rightarrow ((X \rightarrow \neg Z) \rightarrow (X \rightarrow \neg Y)).$$

## Вариант 4

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^4 + x + 1$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_2$ . Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_{16}$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Доказать, что элемент  $\xi$  поля  $\mathbf{F}_{16}$  примитивный. Найти минимальный многочлен элемента  $\xi^5$ .

2. Пусть  $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  — порождающая матрица бинарного линейного  $(5,2)$ -кода. Найти для этого кода проверочную матрицу и дуальный код. Сколько ошибок обнаруживают и исправляют исходный код и дуальный к нему?

3. Выписать таблицу лидеров смежных классов и их синдромов бинарного  $(7,3)$ -кода, порождённого многочленом  $g(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$ . Каково минимальное расстояние этого кода?

4. Найти порождающий многочлен и проверочную матрицу бинарного БЧХ-кода длины 7, исправляющего две ошибки, если  $\xi$  — примитивный элемент поля  $\mathbf{F}_{2^3}$ ,  $\xi^3 + \xi + 1 = 0$ . Определить посланное кодовое слово и сообщение, если получено слово 1011010.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$((X \rightarrow Y) \rightarrow \neg X) \rightarrow (X \rightarrow Y \wedge X).$$

## Вариант 5

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^3 + x^2 + 1$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_2$ . Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_8$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Найти два каких-либо примитивных элемента этого поля.

2. Пусть  $G = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  — порождающая матрица тернарного линейного  $(4,2)$ -кода. Найти проверочную матрицу, все кодовые слова и дуальный код. Выписать для дуального кода все смежные классы и их синдромы и декодировать при помощи лидеров слово 12101. Оценить вероятность безошибочного декодирования.

3. Найти какой-нибудь порождающий и проверочный многочлен бинарного циклического  $(7,4)$ -кода, эквивалентного  $(7,4)$ -коду Хэмминга. Декодировать слово 1010110 в этом циклическом коде.

4. Пусть  $\xi$  — примитивный элемент поля  $\mathbf{F}_{32}$ ,  $\xi^2 + 2\xi + 2 = 0$ . Найти порождающий многочлен тернарного БЧХ-кода длины 8, исправляющего две ошибки. Декодировать слово 22101020.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$\neg(X \wedge Y \rightarrow \neg X) \wedge \neg(X \wedge Y \rightarrow \neg Y).$$

## Вариант 6

1. Поле  $\mathbf{F}_{16}$  получено расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ . Описать все элементы этого поля и найти его какой-нибудь примитивный элемент.

2. Пусть  $H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  — порождаю-

щая матрица бинарного (7,4)-кода Хэмминга. По зашумленному каналу были посланы два кодовых слова, а получены векторы 1001010, 1101011. Декодировать эти векторы и оценить вероятность того, что декодированные слова совпадают с посланными?

3. Найти все кодовые слова, порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для тернарного циклического (4,2)-кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^2 + 1$ . Закодировать сообщения 11, 22. Выписать таблицу лидеров и смежных классов и при помощи нее декодировать слово 0121.

4. Пусть  $\xi$  — примитивный элемент поля  $\mathbf{F}_{2^4}$ ,  $\xi^4 + \xi + 1 = 0$ , а  $g(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1$  — порождающий многочлен БЧХ-кода длины 15. Найти проверочную матрицу этого кода, если известно, что код исправляет две ошибки. Найти также посланные кодовое слово и сообщение, если получено слово 111011101011101.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$(\neg X \rightarrow \neg Y) \rightarrow (Y \wedge Z \rightarrow X \wedge Z).$$

## Вариант 7

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^2 + x + 2$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_3$ . Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_9$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Доказать, что элемент  $\xi$  примитивен и найти минимальный многочлен для элемента  $\xi^4$ .

2. Пусть  $H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  — проверочная матрица бинарного линейного  $(5,3)$ -кода. Найти порождающую матрицу, все кодовые слова и дуальный код. Выписать все смежные классы и их лидеры для дуального кода, и при помощи них декодировать слово 01110. Сравнить вероятности правильного декодирования для исходного кода и дуального к нему.

3. Найти какой-нибудь порождающий и проверочный многочлен бинарного циклического  $(15,11)$ -кода, эквивалентного  $(15,11)$ -коду Хэмминга. Сколько ошибок обнаруживает и исправляет этот код? Декодировать слово 101010100111010 в этом циклическом коде.

4. Найти порождающий многочлен бинарного БЧХ-кода длины 7, исправляющего три ошибки, если  $\xi$  — примитивный элемент поля  $\mathbf{F}_{2^3}$ ,  $\xi^3 + \xi^2 + 1 = 0$ . Определить посланное кодовое слово и сообщение, если получено слово 1101011.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$(Z \rightarrow X) \rightarrow (\neg(Y \rightarrow Z) \rightarrow X).$$

## Вариант 8

1. Поле  $\mathbf{F}_{16}$  получено расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ . Найти минимальные многочлены элемента  $\xi^2$  поля  $\mathbf{F}_{16}$ . Является ли он примитивным.

2. Пусть (15,11)-код Хэмминга задан проверочной матрицей, столбцы которой расположены в естественном порядке. Найти проверочную матрицу, определить информационную скорость и декодировать полученное слово 110100101100011. Оценить вероятность безошибочного декодирования.

3. Дана порождающая матрица  $G = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

линейного (5,3)-кода над  $\mathbf{F}_3$ . Найти проверочную матрицу этого кода. Будет ли код циклическим?

4. Найти порождающий многочлен и проверочную матрицу бинарного БЧХ-кода длины 7, исправляющего две ошибки, если  $\xi$  — примитивный элемент поля  $\mathbf{F}_{2^3}$ ,  $\xi^3 + \xi^2 + 1 = 0$ . Определить посланное кодовое слово и сообщение, если получено слово 0101110.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$\neg(X \wedge Y \rightarrow X) \vee (X \wedge (Y \vee Z)).$$



## Вариант 9

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^3 + x + 1$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_2$ . Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_8$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Доказать, что элемент  $\xi$  примитивен и найти минимальный многочлен для элемента  $\xi^{-1}$ . Является ли элемент  $\xi^{-1}$  примитивным?

2. Записать проверочную матрицу  $(15,11)$ -кода Хэмминга  $C$  и его удлинённого  $(16,11)$ -кода  $\overline{C}$ . Для полученных слов 111011110101011, 1011011101110101, найти наиболее вероятные посланные кодовые слова из  $C$  и  $\overline{C}$  соответственно. Сколько ошибок обнаруживают и исправляют эти коды?

3. Выписать таблицу лидеров смежных классов и их синдромов бинарного  $(7,4)$ -кода, порождённого многочленом  $g(x) = x^3 + x^2 + 1$ . Сколько ошибок обнаруживает и исправляет этот код?

4. Найти порождающий многочлен бинарного БЧХ-кода длины 7, исправляющего три ошибки, если  $\xi$  — примитивный элемент поля  $\mathbf{F}_8$ ,  $\xi^3 + \xi + 1 = 0$ . Определить посланное кодовое слово и сообщение, если получено слово 0010101.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$\neg(X \wedge (Y \vee Z)) \rightarrow X \wedge Y \vee Z.$$

## Вариант 10

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^2 + 2x + 2$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_3$ . Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_9$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Доказать, что элемент  $\xi$  примитивен и найти минимальный многочлен для элемента  $\xi^4$ . Является ли элемент  $\xi^4$  примитивным?

2. Пусть  $G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  — порождающая матрица

бинарного линейного  $(5,3)$ -кода. Найти проверочную матрицу, все кодовые слова и дуальный код. Выписать все смежные классы и их лидеры и при помощи них декодировать слово 10111. Какой код, исходный или дуальный к нему, обнаруживает и исправляет больше ошибок?

3. Бинарный циклический код длины 63 имеет порождающим примитивный многочлен  $g(x) = x^6 + x^4 + 1$ . Какому коду Хэмминга эквивалентен этот код? Каково минимальное расстояние этого кода?

4. Пусть  $\xi$  — примитивный элемент поля  $\mathbf{F}_{2^4}$ ,  $\xi^4 + \xi + 1 = 0$ . Найти порождающий многочлен бинарного БЧХ-кода длины 15, исправляющего три ошибки. Сколько ошибок в слове 100100101010100.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$\neg(X \wedge Y) \rightarrow \neg(X \rightarrow Z).$$

## Вариант 11

1. Построить поле  $\mathbf{F}_{16}$ , используя неприводимый над  $\mathbf{F}_2$  многочлен  $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ . Показать для любого элемента  $\alpha \in \mathbf{F}_{16}$  если  $f(\alpha) = 0$ , то  $\alpha$  не является примитивным корнем, а элемент  $\alpha + 1$  является.

2. Найти порождающую матрицу, все кодовые слова и дуальный код для линейного тернарного  $(4,2)$ -кода с проверочной матрицей  $H = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Оценить вероятности правильного декодирования для этих кодов. Выписать таблицу лидеров и смежных классов для исходного кода и при помощи нее декодировать слово 2102.

3. Найти все кодовые слова, порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для бинарного циклического кода, порождённого многочленом  $f(x) = x^3 + x^2 + 1$ , если кодовое сообщение состоит из 4-х символов. Найти синдром слова 1110111. Содержит ли оно ошибку?

4. Пусть  $\xi$  — примитивный элемент поля  $\mathbf{F}_{16}$ ,  $\xi^4 + \xi + 1 = 0$ . Найти порождающий многочлен бинарного БЧХ-кода длины 15, исправляющего две ошибки. Декодировать слово 101110100110101.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$X \vee (Y \rightarrow (Z \leftrightarrow X \wedge Y)).$$

## Вариант 12

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^3 + x^2 + 1$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_2$ . Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_8$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Доказать, что элемент  $\xi$  примитивен и найти минимальный многочлен для элемента  $\xi^{-2}$ . Является ли элемент  $\xi^{-2}$  примитивным?

2. Использовать (7,4)-код Хэмминга для кодирования сообщений 1011, 0111. Закодировать также эти сообщения при помощи удлиненного (8,4)-кода Хэмминга. Декодировать вектор 11001101 при помощи (8,4)-кода. Оценить вероятность обнаружения ошибки и правильного декодирования для этих кодов.

3. Выписать таблицу лидеров смежных классов и их синдромов для тернарного (8,6)-кода, порождённого многочленом  $g(x) = x^2 + x + 2$ . Сколько ошибок обнаруживает этот код?

4. Пусть  $\xi$  — примитивный элемент поля  $\mathbf{F}_{2^4}$ ,  $\xi^4 + \xi^3 + 1 = 0$ . Найти порождающий многочлен бинарного БЧХ-кода длины 15, исправляющего три ошибки. Сколько ошибок в слове 001110100110110.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$(X \leftrightarrow Z) \rightarrow X \wedge \neg Y.$$

### Вариант 13

1. Найти все неприводимые над  $\mathbf{F}_2$  многочлены степени 3.  
3. Построить при помощи одного из них поле  $\mathbf{F}_8$  и найти в нем какой-нибудь примитивный элемент.

2. Пусть  $C$  — бинарный линейный  $(7,3)$ -код с порождающей матрицей  $G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти для кода  $C$  дуальный код  $C^*$  и показать, что  $C$  самоодуален (т.е.  $C \subseteq C^*$ ). Найти для кода  $C$  все смежные классы и их синдромы и декодировать слово 0110101.

3. Найти порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для тернарного циклического  $(8,6)$ -кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^2 + x + 2$ . Закодировать сообщение 12012.

4. Определить порождающий многочлен бинарного БЧХ-кода длины 31 с минимальным расстоянием  $d = 7$ .

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$X \wedge (Y \wedge Z \vee T) \vee \neg T.$$

## Вариант 14

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^2 + x + 2$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_3$ . Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_9$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Доказать, что элемент  $\xi$  примитивен и найти минимальный многочлен для элемента  $\xi + 1^{-1}$ . Является ли элемент  $\xi^{-4}$  примитивным?

2. Записать порождающие и проверочные матрицы для удлиненного  $(8,4)$ -кода Хэмминга и дуального к нему  $(8,4)$ -кода (кода Рида-Малера первого порядка). Оценить вероятность правильного декодирования для этих кодов. Для полученных слов 01110110, 11010011 найти наиболее вероятные посланные кодовые слова из кода удлиненного Хэмминга.

3. Выписать таблицу лидеров смежных классов и их синдромов бинарного  $(7,4)$ -кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^3 + x + 1$ . Найти все кодовые слова и весовой спектр этого кода.

4. Бинарный исправляющий две ошибки БЧХ-код длины 31 определяется корнем  $\xi$  многочлена  $f(x) = x^5 + x^4 + 1$ . Найти ошибки, если полученное слово имеет синдром  $(1111110110)^T$ .

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$X \wedge \neg(\neg Y \wedge (Z \rightarrow (X \leftrightarrow Y))).$$

## Вариант 15

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^3 + x^2 + 1$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_2$ . Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_8$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Доказать, что элемент  $\xi$  примитивен и найти минимальный многочлен для элемента  $\xi^2$ . Является ли элемент  $\xi^2$  примитивным?

2. Записать порождающие матрицы для  $(7,4)$ -кода Хэмминга  $C$  и его дуального  $(7,3)$ -кода (бинарного симплексного кода)  $C^*$ . Сколько ошибок обнаруживают и исправляют эти коды? Декодировать слова 1011010, 0111011 в коде  $C$ .

3. Найти порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для тернарного циклического  $(8,6)$ -кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^2 + 2x + 2$ . Найти синдром слова 22120101. Содержит ли оно ошибку?

4. Бинарный исправляющий две ошибки БЧХ-код длины 31 определяется корнем  $\xi$  многочлена  $f(x) = x^5 + x^2 + 1$ . Найти ошибки, если полученное слово имеет синдром  $(1110011101)^T$ .

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$\neg(\neg X \vee \neg Y) \wedge (X \rightarrow Y \wedge Z).$$

## Вариант 16

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^4 + x^3 + 1$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_2$ . Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_{16}$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Доказать, что элемент  $\xi$  поля  $\mathbf{F}_{16}$  примитивный. Найти минимальный многочлен элемента  $\xi^5$ .

2. Тернарный линейный  $(3,2)$ -код порождается матрицей  $G = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти порождающую матрицу и все кодовые слова дуального кода. Выписать для дуального кода все смежные классы и их лидеры и при помощи них декодировать слово 122. Сколько ошибок обнаруживают и исправляют исходный код и дуальный к нему.

3. Многочлен  $f(x) = x^3 + x + 1$  порождает бинарный циклический  $(7,4)$  код. Найти все кодовые слова, проверочный многочлен, порождающую и проверочную матрицу этого кода. Закодировать сообщение 1011.

4. Найти порождающий многочлен кода Рида-Соломона длины 4 над  $\mathbf{F}_5$  с конструктивным расстоянием 3.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$\neg(\neg X \rightarrow \neg Y) \wedge (X \rightarrow Y \wedge Z).$$



## Вариант 17

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^2 + 1$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_3$ . Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_9$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Доказать, что элемент  $\xi$  не является примитивным и найти его минимальный многочлен.

2. Написать порождающую и проверочную матрицу бинарного  $(15,3)$ -кода с пятикратным повторением. Выписать все кодовые слова и декодировать слово 11001101111110010. Какова вероятность правильного декодирования. Сколько ошибок обнаруживает и исправляет этот код?

3. Найти все кодовые слова, порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для бинарного циклического кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^3 + x + 1$ , если кодовое сообщение состоит из 4-х символов. Закодировать сообщения 1011, 1110.

4. Бинарный исправляющий две ошибки БЧХ-код длины 31 определяется корнем  $\xi$  многочлена  $f(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x + 1$ . Декодировать слово 1101101101100011001011001110110.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$(Z \rightarrow X) \rightarrow (\neg(Y \vee Z) \rightarrow X).$$

## Вариант 18

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^4 + x + 1$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_2$ . Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_{16}$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Доказать, что элемент  $\xi$  поля  $\mathbf{F}_{16}$  примитивный. Найти минимальный многочлен элемента  $\xi^3$ .

2. Пусть  $G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  — порождающая матрица тернарного линейного  $(4,2)$ -кода. Найти проверочную матрицу, все кодовые слова и дуальный код. Сколько ошибок обнаруживают и исправляют эти коды? Для дуального кода выписать таблицу лидеров и смежных классов и при помощи нее декодировать слово 2000.

3. Найти порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для бинарного циклического  $(7,4)$ -кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^3 + x + 1$ . Найти порождающий многочлен и весовой спектр дуального кода.

4. Пусть  $\xi$  — примитивный элемент поля  $\mathbf{F}_{24}$ ,  $\xi^4 + \xi^3 + 1 = 0$ . Найти порождающий многочлен бинарного БЧХ-кода длины 15, исправляющего две ошибки. Декодировать слово 110110100110011.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$(Z \rightarrow X) \rightarrow (\neg(Y \rightarrow Z) \wedge X).$$

## Вариант 19

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^2 + 1$  — единственный неприводимый над полем  $\mathbf{F}_2$  многочлен степени 2. Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_4$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  этого многочлена и найти все минимальные многочлены элементов этого поля.

2. Тернарный линейный  $(3,2)$ -код порождается матрицей  $G = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти проверочную матрицу, все кодовые и дуальный код. Выписать все смежные классы и их лидеры и при помощи них декодировать слово 021. Какова вероятность ошибочного декодирования?

3. Найти порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для бинарного циклического  $(7,4)$ -кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^3 + x^2 + 1$ . Найти порождающий многочлен и минимальное расстояние дуального кода.

4. Бинарный исправляющий две ошибки БЧХ-код длины 31 определяется корнем  $\xi$  многочлена  $f(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x + 1$ . Декодировать слово 0101110101011001110001010111110.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$(Z \leftrightarrow X) \rightarrow (\neg(Y \rightarrow Z) \vee X).$$

## Вариант 20

1. Показать, что многочлен  $f(x) = x^2 + 2x + 2$  неприводим над полем  $\mathbf{F}_3$ . Описать все элементы поля  $\mathbf{F}_9$ , полученного расширением поля  $\mathbf{F}_2$  при помощи корня  $\xi$  многочлена  $f(x)$ . Какой элемент является обратным к элементу  $\xi + 2$ . Является ли он примитивным?

2. Написать порождающую и проверочную матрицу бинарного  $(n, 1)$ -кода с повторением. Доказать, что дуальный к нему есть  $(n, n - 1)$ -код с проверкой на чётность. Выписать все кодовые слова для этих кодов. Сколько ошибок обнаруживают и исправляют эти коды?

3. Найти порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для бинарного циклического кода, порождённого многочленом  $g(x) = x^3 + x^2 + 1$ , если кодовое сообщение состоит из 4-х символов. Найти порождающий многочлен и все кодовые слова дуального кода.

4. Найти порождающий многочлен  $(7, 3)$ -кода Рида-Соломона над  $\mathbf{F}_8$ . Сколько ошибок обнаруживает и исправляет этот код.

5. Найти СКНФ и СДНФ формулы логики высказываний:

$$(Z \vee X) \rightarrow (\neg(Y \leftrightarrow Z) \rightarrow X).$$