

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«МЭИ»

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Учебное пособие по курсу «Физика»

для студентов, обучающихся по направлениям
«Электроника и нанoeлектроника», «Радиотехника», «Биотехнические
системы и технологии», «Прикладная математика и информатика»,
«Информатика и вычислительная техника», «Управление в
технических системах», «Приборостроение», «Электроэнергетика и
электротехника», «Информационная безопасность»

Редактор О.И. Коваль

УДК
531
М-55
УДК[531+539.19](076.5)

Утверждено учебным управлением МЭИ в качестве учебного пособия
для студентов

Подготовлено на кафедре физики им. В.А. Фабриканта

Рецензенты

Д-р физ.-мат. наук В.И. Смирнов

Д-р физ.-мат. наук В.А. Никитенко

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. Лабораторный практикум. Учебное пособие по курсу «Физика»/ С.В. Григорьев, Б.В. Ермаков, Е.В. Зелепукина, О.И. Коваль, О.В. Бирюкова, И.В. Корецкая, Л.Г. Лапина, О.И. Лубенченко, О.В. Петрова, Г.М. Янина. Ред. О.И. Коваль. М.: Издательство МЭИ, 2017. – 144 с. ISBN 5 – 7046-0205-3.

Пособие содержит теоретический материал и описания лабораторных работ по разделу «Механика и молекулярная физика» курса «Физика», а также краткую теорию погрешностей измерений физических величин.

Лабораторный практикум предназначен для студентов первого курса, обучающихся по направлениям «Электроника и нанoeлектроника», «Радиотехника», «Биотехнические системы и технологии», «Прикладная математика и информатика», «Информатика и вычислительная техника», «Управление в технических системах», «Приборостроение», «Электроэнергетика и электротехника», «Информационная безопасность».

ISBN 5 – 7046-0205-3

© Национальный исследовательский университет «МЭИ», 2017

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ В ФИЗИЧЕСКОМ ПРАКТИКУМЕ

1. Для выполнения лабораторных работ студенты распределяются по бригадам (2-3 человека). Каждая бригада имеет свой график прохождения физического практикума.
2. Подготовка к лабораторной работе включает: знакомство с описанием лабораторной работы, ответы на контрольные вопросы и оформление отчёта (форма отчёта приводится ниже).
3. В конце занятия, после проверки правильности проведенных измерений и предварительных расчетов, преподаватель подписывает протокол лабораторной работы.
4. На следующем занятии полностью оформленный отчет по предыдущей работе, включающий расчет погрешностей измерений, Подписывается преподавателем (вторая подпись преподавателя).
5. После каждого цикла работ проводится защита выполненных работ, на которой проверяется знание студентом теории данного раздела физики и методов проведения экспериментов в лабораторных работах данного цикла.

Форма отчета

1. Фамилия, имя студента.
2. Факультет, группа, номер бригады.
3. Название работы.
4. Краткая теория к работе.
5. Схема установки. Пояснения к схеме.
6. Таблица спецификации измерительных приборов.
7. Данные установки (заполняются в процессе выполнения работы).
8. Таблицы результатов измерений.
9. Расчетная формула и формулы для погрешностей.
10. Предварительный расчет (выполняется к окончанию работы).
11. Полный расчет (выполняется к следующему занятию).
12. Окончательное значение измеренной величины

$$x = \bar{x} \pm \Delta x$$
13. Вывод.

Пример заполнения таблицы спецификации приборов

Спецификация измерительных приборов

Таблица

№ пп.	Название прибора	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность	Поправка на сдвиг нуля

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Введение

Неотъемлемой частью экспериментальных исследований, в том числе и проводимых в физическом практикуме, являются измерения физических величин. Измерения могут быть *прямыми* или *косвенными*. При прямом измерении значение измеряемой величины определяют непосредственно по показаниям измерительных приборов (например, измерение длины стержня линейкой), а при косвенном измерении окончательный результат может быть получен только после проведения соответствующих расчетов (например, для определения площади пластины необходимо воспользоваться формулой $S = a \cdot b$).

Используемые при измерении технические средства, прошедшие необходимый контроль, называются средствами измерения, а величины, получаемые с их помощью, принимаются как результат измерения.

Все измерения сопряжены с погрешностями, поэтому в результате измерений получают не истинное значение искомой величины, а значение, приближенное к нему. В конечном итоге, можно лишь указать доверительные границы интервала, в пределах которого лежит измеряемая величина. Так, измеряя длину стержня с помощью штангенциркуля с точностью нониуса 0,1 мм, можно лишь указать, что истинное значение длины l лежит, например, в интервале $13,4 \leq l \leq 13,6$ мм, если измеренное значение $l = 13,5$ мм, что и отражается в форме записи результата измерения:

$$l = (13,5 \pm 0,1) \text{ мм.}$$

Погрешность измерения – это отклонение результата измерения от истинного значения. Различают абсолютную и относительную погрешность измерения.

Абсолютная погрешность – это величина, равная отклонению измеренного значения от истинного значения измеряемой величины:

$$\Delta x = x_{\text{изм}} - x_{\text{ист.}}$$

Так как истинное значение неизвестно, то на практике можно дать лишь приближенное значение абсолютной погрешности.

Относительная погрешность равна отношению абсолютной погрешности к значению измеряемой величины

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x_{\text{изм}}} \cdot 100\%.$$

Очевидно, что именно относительная погрешность характеризует качество измерения, его точность. Эта величина безразмерна и, как правило, выражается в процентах.

1. Классификация погрешностей прямых измерений

По характеру проявления в эксперименте различают систематическую погрешность, случайную погрешность и грубые промахи.

Систематическая погрешность измерения – это составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной (по величине и знаку) при повторных измерениях. По источнику появления погрешности можно разделить на несколько групп.

Одна из них – это систематические погрешности, природа и величина которых известны (например, сдвиг нуля измерительного прибора), эти поправки могут быть определены до начала измерений и учтены в конечном результате. Примером этого типа погрешностей является также *методическая погрешность*. Она определяется недостатками выбранного метода измерения или неточностью расчетных формул. Так, если взвешивать тело на аналитических весах без введения поправки на потерю веса груза в воздухе, то появится

ошибка взвешивания, которую можно классифицировать как методическую.

Другая группа систематических погрешностей – это погрешности, для которых известно их предельное значение, но неизвестен знак. К ним, в частности, относится *инструментальная погрешность*. Она обусловлена конструкцией измерительного прибора, неточностью его изготовления. Величина этой погрешности определяется классом точности прибора, но знак ее неизвестен, поэтому инструментальную погрешность принято записывать со знаком \pm .

Случайная погрешность – это составляющая погрешности, изменяющаяся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Эта погрешность вызывается причинами, которые не всегда поддаются оценке. Она проявляется при повторных измерениях в виде разброса измеряемых значений, как по величине, так и по знаку. Случайная ошибка носит вероятностный характер. Ее можно уменьшить за счет увеличения числа измерений и соответствующей статистической обработки результатов измерений.

Грубые промахи обусловлены либо небрежным отсчетом, либо временной неисправностью прибора или внезапным сильным внешним воздействием.

Окончательный результат прямого измерения после исключения выявленных систематических погрешностей и грубых промахов необходимо представить в виде:

$$x = x_{\text{изм}} \pm \Delta x,$$

где $x_{\text{изм}}$ – значение измеряемой величины, Δx – полная погрешность измерения.

2. Оценка погрешностей прямых измерений при однократных наблюдениях

Систематическая погрешность измерения Δx в общем случае включает в себя инструментальную погрешность $\Delta x_{\text{инс}}$, методическую погрешность и погрешность считывания.

Инструментальную погрешность будем оценивать ее предельным значением. Металлические измерительные линейки изготовлены с высокой точностью. Их миллиметровые деления наносятся с погрешностью не более $\pm 0,05$ мм. Однако кроме этой погрешности необходимо учитывать погрешность считывания, которая может быть равна четверти деления, т.е. $\pm 0,25$ мм. Тогда предельное значение погрешности будет равно $\pm 0,3$ мм. Учитывая, что указатели в лабораторных установках отстоят от поверхности линейки на несколько миллиметров, в качестве предельного значения инструментальной погрешности линейки можно принять $\pm 0,5$ мм (в некоторых лабораторных работах она может достигать $1 \div 2$ мм). Предельная инструментальная погрешность штангенциркуля определяется точностью нониуса (цена деления дополнительной шкалы). Так, если она равна 0,1 мм, то инструментальная погрешность измерения принимается равной $\pm 0,1$ мм.

Предельную инструментальную погрешность электроизмерительных стрелочных приборов (амперметров, вольтметров и т. д.) можно определить по классу точности прибора K :

$$\Delta x_{\text{инс}} = \frac{K \cdot x_{\text{max}}}{100},$$

где x_{max} – наибольшее значение измеряемой величины, указанное на шкале, K – выраженная в процентах относительная погрешность показаний прибора.

Для определения погрешности цифровых измерительных приборов необходимо руководствоваться их паспортными данными,

указанными на учебных стендах. В любом случае их предельная инструментальная погрешность не может быть ниже единицы последнего разряда, высвечиваемого на индикаторной шкале прибора.

3. Случайные погрешности

Проведя несколько измерений одной и той же величины одним и тем же прибором можно обнаружить, что численные результаты этих измерений будут отличаться друг от друга на величину, большую, чем инструментальная погрешность. В этом случае говорят о случайной погрешности измерений.

Очевидно, что в отсутствие систематической погрешности наиболее близким к истинному значению измеряемой величины будет среднеарифметическое значение:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

где x_i – результат i -го измерения, $i = 1, 2 \dots n$.

При расчете среднего следует придерживаться правила: ошибка вычислений должна быть хотя бы на порядок меньше ошибки измерений.

Кроме среднего значения, необходимо оценить доверительные границы интервала, в пределах которого с вероятностью P находится истинное значение измеряемой величины, P – коэффициент надежности (достоверности).

Полуширина этого интервала и определяет случайную погрешность измерения. Для серии с малым числом измерений ($n = 3$ или $n = 5$) случайную погрешность следует рассчитывать по формуле:

$$\Delta x_{\text{сл}} = t_{P,n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}},$$

где $(x_i - \bar{x})$ – отклонение результата i -го измерения от среднеарифметического значения, $t_{P,n}$ – коэффициент Стьюдента, который зависит как от числа измерений n , так и от надежности P . В физических экспериментах обычно выбирают $P = 0,95$.

Значения коэффициента Стьюдента можно найти по табл. 1.

Таблица 1

P	$t_{P,2}$ $n = 2$	$t_{P,3}$ $n = 3$	$t_{P,5}$ $n = 5$	$t_{P,7}$ $n = 7$	$t_{P,10}$ $n = 10$
0,9	6,314	2,920	2,131	1,943	1,833
0,95	12,706	4,303	2,776	2,447	2,262
0,99	63,667	9,925	4,604	3,707	3,250

4. Суммарная погрешность прямого измерения

Если определены предельная инструментальная погрешность измерения $\Delta x_{\text{инс}}$, связанная с использованием того или иного измерительного прибора, и случайная погрешность $\Delta x_{\text{сл}}$, то *суммарная погрешность* прямого измерения вычисляется по формуле

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta x_{\text{инс}})^2 + (\Delta x_{\text{сл}})^2}$$

Предварительно необходимо округлять значения случайной и предельной инструментальной погрешностей до трех значащих цифр.

Результат прямого измерения записывается в следующей форме:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x; P = 0,95.$$

Это означает, что с вероятностью 0,95 истинное значение x лежит в пределах от $\bar{x} - \Delta x$ до $\bar{x} + \Delta x$.

При однократном измерении его результат записывается только с учетом инструментальной погрешности измерительного прибора. Она либо указывается на самом приборе (например, штангенциркуль), либо определяется по классу точности стрелочного прибора

(например, вольтметр), либо равна единице последнего разряда цифрового измерительного прибора. При записи результатов измерений следует придерживаться следующих правил:

1. Числовое значение измеряемой величины должно быть кратно минимальному значению шкалы прибора.

2. Числовое значение результата измерения должно оканчиваться цифрой того же порядка, что и числовое значение инструментальной погрешности.

Так, например, для штангенциркуля с инструментальной погрешностью $\Delta l = \pm 0,1$ мм результат измерения должен быть записан в следующей форме:

$$l = (83,7 \pm 0,1) \text{ мм}$$

3. Погрешности величин, **заданных на лабораторном стенде, равны единице последнего разряда в записи этих данных.**

Так, например, если указано, что масса пушки $m = 185$ г, то в качестве погрешности следует взять $\Delta m = \pm 1$ г и тогда:

$$m = (185 \pm 1) \text{ г}$$

4. При многократных измерениях необходимо оценить случайную погрешность. Если случайная погрешность окажется на порядок меньше инструментальной, то ее следует отбросить, и числовое значение измеряемой величины записывать с учетом только инструментальной погрешности.

Если обе погрешности одного порядка, то в этом случае применяются *правила округления*:

1. Число, выражающее суммарную погрешность измерения, округляется до одной значащей цифры; если первая значащая цифра 1 или 2, то округление производят до двух значащих цифр.

2. Числовое значение результата измерения должно оканчиваться цифрой того же порядка, что и числовое значение абсолютной (суммарной) погрешности.

3. При округлении целых чисел все отброшенные при округлении цифры заменяются множителем 10^m , где m – число отброшенных цифр. (Например, если $\Delta x = 1327$, то после округления следует записать $\Delta x = 13 \cdot 10^2$, если $\Delta x = 851$, то после округления получим $\Delta x = 9 \cdot 10^2$.)

4. Если при округлении первая отбрасываемая цифра больше или равна пяти, то предыдущая, сохраняемая цифра, увеличивается на единицу. В противном случае эта цифра не изменяется.

Например, если после расчетов оказалось, что суммарные погрешности измерений равны 0,47; 0,064; 0,128; 342, то следует записать:

$$\Delta x_1 = 0,5; \Delta x_2 = 0,06; \Delta x_3 = 0,13; \Delta x_4 = 3 \cdot 10^2.$$

Если при этом измеряемая величина равна 3,425; 12,8356; 9.025; 8395,7, то результат необходимо представить в форме:

$$x_1 \pm \Delta x_1 = 3,4 \pm 0,5;$$

$$x_2 \pm \Delta x_2 = 12,84 \pm 0,06;$$

$$x_3 \pm \Delta x_3 = 9,03 \pm 0,13;$$

$$x_4 \pm \Delta x_4 = (84 \pm 3) \cdot 10^2.$$

5. Погрешности косвенных измерений

Если числовое значение искомой величины $F(x, y, z, \dots)$ находится по формуле, связывающей ее с параметрами x, y, z, \dots , найденными из прямых измерений, то погрешность этой величины (погрешность косвенных измерений) находят по правилу:

$$\Delta F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 \cdot \Delta x^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 \cdot \Delta y^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 \cdot \Delta z^2 + \dots}$$

где $\frac{\partial F}{\partial x}$, $\frac{\partial F}{\partial y}$ и т. д. – частные производные функции $F(x, y, z, \dots)$ по переменным x, y, z, \dots ; $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \dots$ – суммарные погрешности прямых измерений x, y, z, \dots .

Так, для объема бруска $V = a \cdot b \cdot c$ погрешность ΔV равна

$$\Delta V = \sqrt{(\bar{b} \cdot \bar{c})^2 \cdot \Delta a^2 + (\bar{a} \cdot \bar{c})^2 \cdot \Delta b^2 + (\bar{a} \cdot \bar{b})^2 \cdot \Delta c^2},$$

или

$$\Delta V = V \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c}{c}\right)^2}.$$

В описании каждой лабораторной работы приведены формулы для расчета погрешности косвенных измерений.

В расчетные формулы часто входят универсальные константы, иррациональные числа. Погрешности этих величин – это погрешности округления их значений. Например, если число $\pi = 3,1415926\dots$ округлить до значения $\pi = 3,14$, то погрешность $\Delta\pi = 0,0016$; если $\pi = 3,141$, то $\Delta\pi = 0,0006$ и т. д.

Количество значащих цифр в числе π и других иррациональных числах следует выбирать так, чтобы относительная погрешность этих величин была мала по сравнению с суммарной относительной погрешностью прямых измерений.

Для справочных данных погрешность составляет 5 единиц разряда, следующего за последней значащей цифрой. Для данных установки (если их погрешность не указана) погрешность равна единице последнего разряда в записи этих данных. Так, если на установке задан момент инерции маятника $I_0 = 0,125 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, то $\Delta I_0 = 0,001 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

6. Пример статистической обработки результатов измерений

Пусть необходимо найти длину окружности диска. Диаметр D измерен с помощью штангенциркуля, точность нониуса которого равна 0,1 мм. Проведено 5 измерений, результаты которых сведены в табл. 2.

Таблица 2

№	D_i , мм	$ \Delta D_i $, мм
1	12,8	0,22
2	12,6	0,02
3	12,4	0,18
4	12,6	0,02
5	12,5	0,08
Среднее	12,58	—

Среднее значение диаметра равно

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^5 D_i}{5} = \frac{12,8 + 12,6 + 12,4 + 12,6 + 12,5}{5} = 12,580 \text{ мм}$$

Зная \bar{D} , найдем $\Delta D_i = \bar{D} - D_i$. Соответствующие данные внесены в табл. 2. Случайную погрешность определим по формуле Стюдента. Учитывая, что при $n = 5$ и $P = 0,95$ коэффициент Стюдента $t = 2,776 \approx 2,8$, получим

$$\Delta D_{\text{сл}} = t_{P,n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{D} - D_i)^2}{n(n-1)}} = 2,78 \cdot \sqrt{\frac{0,22^2 + 0,02^2 + 0,18^2 + 0,02^2 + 0,08^2}{5 \cdot (5-1)}} = 0,1841 \text{ мм.}$$

С учетом округления $\Delta D_{\text{сл}} = 0,18$ мм.

Так как диаметр измерялся штангенциркулем, то инструментальная погрешность равна цене деления нониуса (дополнительной шкалы) $\Delta D_{\text{инс}} = 0,1$ мм.

В результате суммарная погрешность прямого измерения:

$$\Delta D = \sqrt{(\Delta D_{\text{инс}})^2 + (\Delta D_{\text{сл}})^2} = \sqrt{0,18^2 + 0,1^2} = 0,2059 \text{ мм}$$

или с учетом округления $\Delta D = 0,21$ мм.

Окончательный результат прямого измерения представим в виде

$$D = (12,58 \pm 0,21) \text{ мм}; P = 0,95.$$

Длина окружности $L = \pi D$. Погрешность косвенного измерения

$$\Delta L = \sqrt{\pi^2 \Delta D^2 + D^2 \Delta \pi^2}.$$

Относительная погрешность этого измерения

$$\frac{\Delta L}{L} = \sqrt{\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \pi}{\pi}\right)^2}.$$

Относительная погрешность при измерении диаметра

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{0,21}{12,58} = 0,017.$$

Следовательно, число π следует округлять так, чтобы

$$\frac{\Delta \pi}{\pi} \ll \frac{\Delta D}{D}.$$

Этому условию удовлетворяет значение $\pi = 3,14$. При этом

$$\frac{\Delta \pi}{\pi} = 0,00048. \text{ Тогда}$$

$$\bar{L} = \pi \bar{D} = 3,14 \cdot 12,58 = 39,5012 \text{ мм}.$$

Так как $\frac{\Delta L}{L} \approx \frac{\Delta D}{D} = 0,017$, то $\Delta L = \bar{L} \cdot 0,017 = 0,672$ мм или с

учетом округления $\Delta L = 0,7$ мм. Тогда окончательный результат измерения можно представить в виде

$$L = (39,5 \pm 0,7) \text{ мм.}$$

7. Указания к составлению графиков

Результаты измерения физических величин часто необходимо представить в виде графиков, наглядно показывающих связь между физическими величинами.

Для построения графиков удобно пользоваться миллиметровой бумагой, придерживаясь следующей последовательности:

1. Выбрать масштабы для откладываемых на графике величин.
2. На оси декартовой системы координат нанести деления, расстояния между которыми отвечают выбранному масштабу. Деления наносятся равномерно!
3. Нанести экспериментальные точки и построить по ним график.

При выборе масштабов надо исходить из следующего:

а) на графике должны быть отмечены результаты всех измерений;

б) начало координат не обязательно должно совпадать с нулевым значением откладываемой величины. За начало координат можно принять целое число, ближайшее к наименьшему значению измеренных величин;

в) график должен быть удобен для использования, поэтому одно деление масштабной линейки должно соответствовать 1, 2, 5, 10 или 25, 50 единицам откладываемой величины или такому же количеству долей единицы. Промежуточные значения, получаемые на опыте, на оси не наносятся. У концов координатных осей необходимо указать

обозначение откладываемой по оси величины и единицу ее измерения.

Наносимые на график экспериментальные точки надо изображать в виде кружочков радиусом менее 1 мм. График изображается гладкой линией, проходящей не через точки, а между ними, так, чтобы разброс экспериментальных точек по обе стороны от линии был примерно одинаков. Недопустимо проводить ломаную линию, состоящую из отрезков прямых, соединяющих соседние точки.

Графические зависимости, построенные по результатам измерений, иногда используются для нахождения физических величин. Как правило, это зависимости, допускающие аппроксимацию линейной функцией $y = kx + c$, графически изображаемой прямой линией. Искомая величина определяется либо по точке пересечения прямой с одной из координатных осей, либо по тангенсу угла наклона к оси абсцисс.

В первом случае по графику (рис.1) находят координаты точки пересечения построенной прямой с осью (например, $x = 0, y = a$). Для оценки погрешности параллельно экспериментальной прямой проводят две пунктирные прямые (одну выше, а другую ниже) так, чтобы бóльшая часть экспериментальных точек оказалась между пунктирными линиями. Если эти линии пересекают ось ординат в точках $y = a_1$ и $y = a_2$, то погрешность искомой величины a равна

$$\Delta a = \frac{|a_2 - a_1|}{\sqrt{n}},$$

где n – полное число экспериментальных точек на графике.

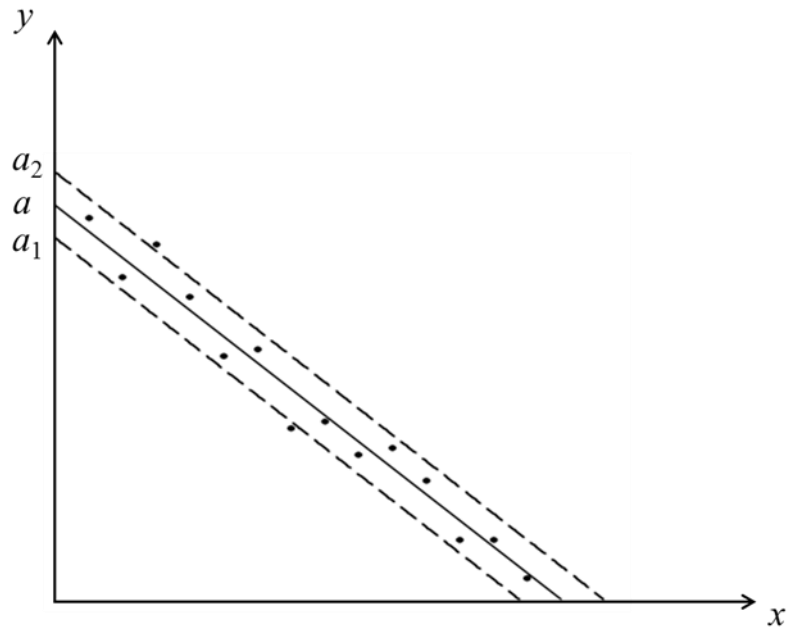


Рис. 1

Во втором случае определяется коэффициент k , равный тангенсу угла наклона экспериментальной прямой к оси абсцисс. Из графика рис. 2 $k = a/b$, где b и a – координаты наиболее удаленной от начала координат точки графика.

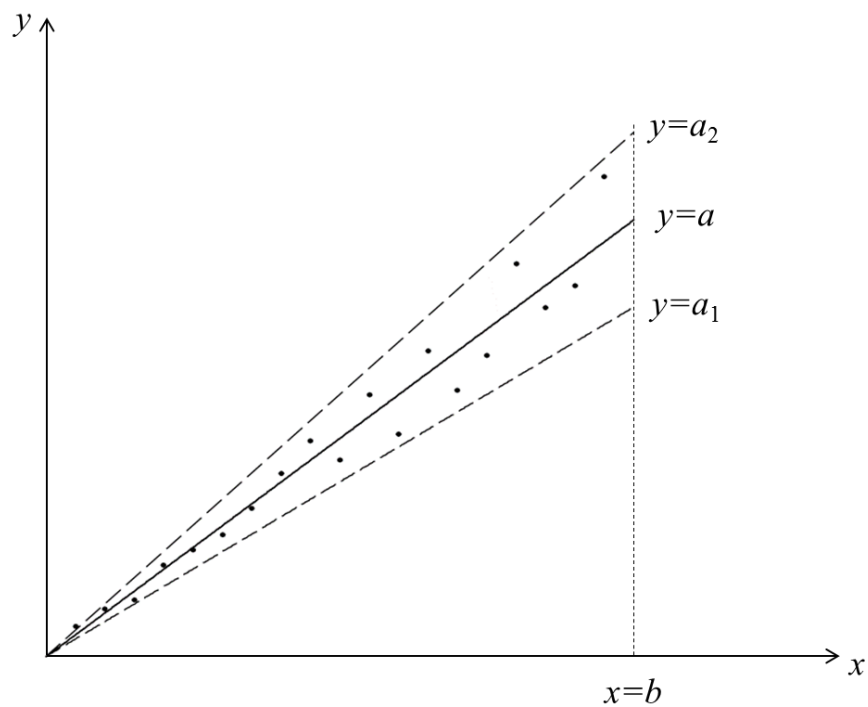


Рис.2

Для оценки погрешности измерения из начала координат проводят две пунктирные прямые так, чтобы бóльшая часть экспериментальных точек оказалась между ними. Из графика определяются $k_1=a_1/b$ и $k_2=a_2/b$, где a_1 и a_2 – ординаты точек на пунктирных прямых с абсциссой $x = b$. Тогда

$$\Delta k = \frac{|k_2 - k_1|}{\sqrt{n}},$$

(n – полное число экспериментальных точек на графике).

Для оценки погрешности из начала координат проводят две пунктирные прямые так, чтобы бóльшая часть экспериментальных точек оказалась между ними. Из графика определяются $k_1=a_1/b$ и $k_2=a_2/b$, где a_1 и a_2 – ординаты пунктирных прямых при $x = b$. Тогда

$$\Delta k = \frac{|k_2 - k_1|}{\sqrt{n}},$$

(n – полное число экспериментальных точек на графике).

Лабораторная работа № 1

ИЗМЕРЕНИЕ ОБЪЕМА ЦИЛИНДРА

Цель работы: ознакомление с приемами измерения линейных величин и определение объема цилиндра, а также расчет погрешностей проведенных измерений.

1. Описание метода измерений

Объем цилиндра (рис. 1) рассчитывается по формуле

$$V = \frac{\pi D^2 h}{4}, \quad (1)$$

где D – диаметр цилиндра; h – высота цилиндра.

Непосредственно измеряются высота и диаметр цилиндра с помощью штангенциркуля.

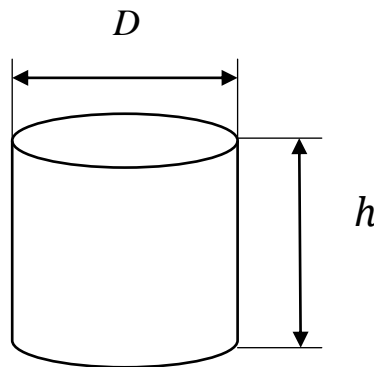


Рис. 1

2. Порядок выполнения работы

1. Заполнить таблицу 1.

Таблица 1

Спецификация измерительных приборов

№ пп.	Название прибора	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность	Поправка на сдвиг нуля

2. Определить линейные размеры цилиндра. Для этого измерить его диаметр и высоту в разных местах не менее пяти раз. Результаты измерений записать в табл. 2.

Таблица 2

Определение линейных размеров цилиндра

№ пп.	D_i , мм	$ \Delta D_i $, мм	h_i , мм	$ \Delta h_i $, мм
1				
2				
3				
4				
5				
Среднее		—		—

3. Обработка результатов опыта

1. Найти средние значения

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n}, \quad \bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{n},$$

где n – число измерений.

2. Рассчитать объем цилиндра по формуле (1), подставив в неё \bar{D} и \bar{h} .

$$\bar{V} = \frac{\pi \bar{D}^2 \bar{h}}{4}.$$

3. Найти модуль отклонения от среднего значения для каждого результата прямого измерения:

$$|\Delta D_i| = |\bar{D} - D_i|, \quad |\Delta h_i| = |\bar{h} - h_i|.$$

Результаты записать в табл. 2.

4. Рассчитать погрешности измеренных величин – случайную и суммарную.

Случайные погрешности для числа измерений $n = 5$ и надежности (доверительной вероятности) $P = 0,95$ рассчитываются по формулам:

$$\Delta D_{\text{сл}} = 2,78 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta D_i)^2}{n(n-1)}}, \quad \Delta h_{\text{сл}} = 2,78 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta h_i)^2}{n(n-1)}}.$$

Суммарная погрешность определяется как

$$\Delta D = \sqrt{(\Delta D_{\text{сл}})^2 + (\Delta D_{\text{инс}})^2},$$

$$\Delta h = \sqrt{(\Delta h_{\text{сл}})^2 + (\Delta h_{\text{инс}})^2}.$$

5. Записать результаты измерений линейных величин с учётом правил округления в виде

$$D = \bar{D} + \Delta D, \quad h = \bar{h} \pm \Delta h.$$

6. Рассчитать относительные погрешности

$$\delta_D = \frac{\Delta D}{\bar{D}}, \quad \delta_h = \frac{\Delta h}{\bar{h}}.$$

7. Рассчитать погрешность определения объема цилиндра по формуле

$$\Delta V = \bar{V} \sqrt{4 \left(\frac{\Delta D}{\bar{D}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{\bar{h}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \pi}{\pi} \right)^2}.$$

Убедиться, что относительная погрешность $\Delta \pi / \pi$ мала в сравнении с другими слагаемыми при значении $\pi = 3,14$.

Записать рассчитанное значение объёма:

$$V = \bar{V} + \Delta V.$$

8. **Сделать вывод по выполненной работе.**

4. Контрольные вопросы

1. Какие измерения называются прямыми, какие - косвенными?
2. Что называется абсолютной и относительной погрешностью измерений физической величины?
3. Как определяются предельная инструментальная, случайная, суммарная погрешности измерений?
4. Как определяется погрешность табличной величины?
5. Что называется доверительным интервалом?
6. Правила округления погрешности измерения.

Лабораторная работа № 2

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ ПРИ СОУДАРЕНИИ ШАРОВ

Цель работы: изучение явления соударения тел, экспериментальное определение времени соударения, расчет средней силы взаимодействия при ударе.

1. Описание установки и метода измерений

Схема установки представлена на рис. 1. Два металлических шара подвешены на вертикальной стойке с помощью бифилярных токопроводящих подвесов. В положении равновесия они должны касаться друг друга. У основания стойки закреплены две шкалы, с помощью которых определяются углы отклонения шаров до и после удара. На правой шкале закреплен электромагнит 3, который удерживает шар 2 в выбранном начальном положении. Микросекундомер 4 предназначен для определения времени соударения шаров. В его корпусе смонтирован также блок питания электромагнита. Включение электромагнита происходит после нажатия клавиши СЕТЬ. При нажатии на клавишу ПУСК цепь электромагнита размыкается, и шар начинает двигаться. При этом микросекундомер переходит в режим ожидания. Измерение времени соударения происходит в тот момент, когда возникает электрический контакт между шарами. Так как время соприкосновения шаров зависит от точности установки шаров (центры шаров и точка соприкосновения должны лежать на одной линии), то возможен разброс показаний в проведённых измерениях.

Для уменьшения погрешности измерений необходимо сделать выборку близких друг к другу значений из большого числа опытов. Микросекундомер фиксирует время только одного соударения т. Клавишей СБРОС вновь включается электромагнит и прибор готов к новому измерению.

Зная угол отклонения от вертикали α шара 2 и длину подвеса l , определяем высоту h_2 , на которую поднят шар:

$$h_2 = l - l \cos \alpha. \quad (1)$$

Среднюю силу взаимодействия между шарами в момент удара можно найти, записав второй закон Ньютона для шара 1 в проекции на горизонтальную ось:

$$\Delta(m_1 v) = F_{\text{ср}} \tau \text{ или } m_1(v_{\text{кон}} - v_{\text{нач}}) = F_{\text{ср}} \tau. \quad (2)$$

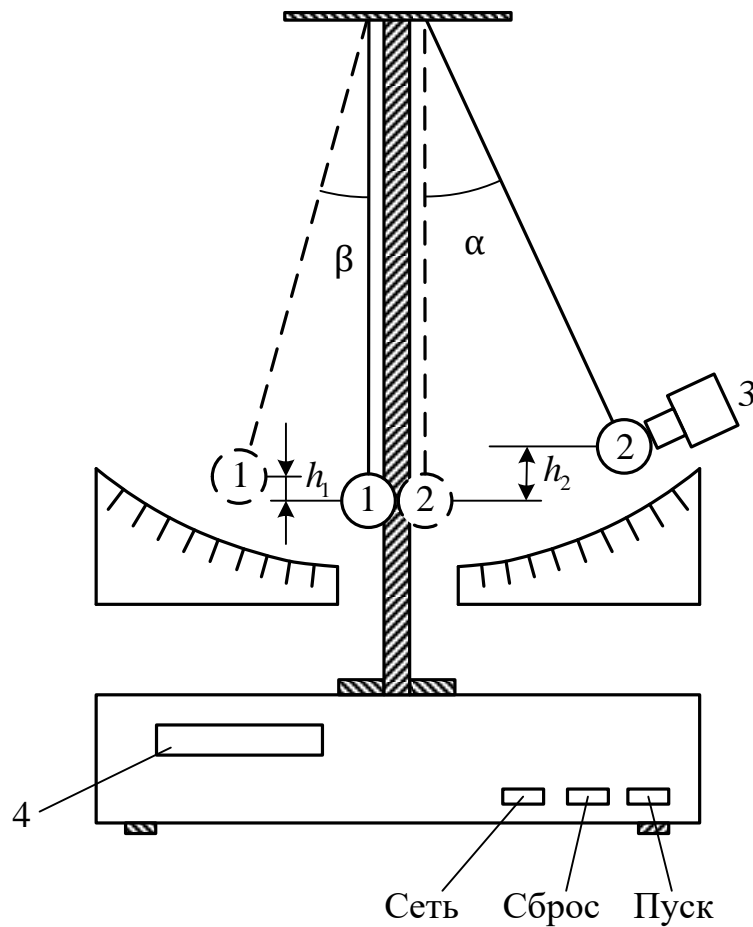


Рис. 1

До взаимодействия шар 1 покоился и его начальная скорость $v_{\text{нач}} = 0$. После удара он начнет двигаться со скоростью $v_{\text{кон}}$, которую можно найти из закона сохранения механической энергии, зная высоту h_1 , на которую поднимется шар:

$$\frac{m_1 v_{\text{кон}}^2}{2} = m_1 g h_1, \quad (3)$$

где

$$h_1 = l - l \cos \beta. \quad (4)$$

Отсюда

$$v_{\text{кон}} = \sqrt{2gl(1 - \cos \beta)} = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\beta}{2}. \quad (5)$$

Подставив это значение в формулу (2), получим

$$F_{\text{ср}} = \frac{2m_1 \sqrt{gl}}{\tau} \sin \frac{\beta}{2}. \quad (6)$$

Угол отклонения β меньше, чем угол α . Это связано с тем, что удар не является абсолютно упругим.

Оценим долю механической энергии системы, которая переходит в теплоту во время удара шаров:

$$\eta = \frac{W_{\text{нач}} - W_{\text{кон}}}{W_{\text{нач}}}. \quad (7)$$

Начальная энергия системы шаров определяется потенциальной энергией шара 2. Зная высоту h_2 (см. формулу (1)), найдем

$$W_{\text{нач}} = m_2 g h_2 = m_2 g l (1 - \cos \alpha). \quad (8)$$

Конечная энергия системы шаров после удара равна сумме кинетических энергий шаров:

$$W_{\text{кон}} = \frac{m_1 v_{\text{кон}}^2}{2} + \frac{m_2 u^2}{2} = m_1 g h_1 + \frac{m_2 u^2}{2}, \quad (9)$$

где u – скорость шара 2 после удара, которую можно найти из закона сохранения импульса в момент удара (в проекции на горизонтальную ось):

$$m_2 u_2 = m_1 v - m_2 u, \quad (10)$$

где $u_2 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$ – скорость шара 2 до удара (см. аналогичные формулы (3) и (4)).

После преобразований формулу (7) можно привести к виду

$$\eta = \frac{m_1}{m_2} \frac{2\sqrt{(1 - \cos\beta)(1 - \cos\alpha)} - \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)(1 - \cos\beta)}{1 - \cos\alpha}. \quad (11)$$

2. Порядок выполнения работы

1. Составить таблицу спецификации измерительных приборов.
2. Нажать на клавишу СЕТЬ, при этом должно заработать табло цифровой индикации на панели микросекундомера. Отклонить шар 2 на угол α до соприкосновения с электромагнитом. Нажать клавишу СБРОС, которая сбрасывает (обнуляет) показания микросекундомера.
3. Нажать клавишу ПУСК. Измерить время соударения τ и угол β отклонения шара 1 после удара. Данные записать в табл.1, после чего нажать клавишу СБРОС.
4. Измерения провести не менее **десяти раз**, после этого сделать выборку, состоящую из **пяти наиболее совпадающих результатов**.

Данные установки

$\alpha =$ $\Delta\alpha =$
 $m_1 =$ $\Delta m_1 =$
 $m_2 =$ $\Delta m_2 =$
 $l =$ $\Delta l =$

Таблица1

№ пп.	τ_i , мкс	$\Delta\tau_i$, мкс	β_i , град	$\Delta\beta_i$, град
1				
2				
⋮				
10				
Среднее		—		—

3. Обработка результатов измерений

1. Найти среднее значение времени соударения $\bar{\tau}$ и угла отклонения $\bar{\beta}$ по **пяти близким значениям**.
2. По формуле (6) найти среднюю силу взаимодействия двух шаров $F_{\text{ср}} (g = 9,82 \text{ м/с}^2)$.
3. Найти отклонение от среднего значения $\Delta\tau_i = \bar{\tau} - \tau_i$ и записать в табл.1 модуль $|\bar{\tau} - \tau_i|$ для пяти выбранных значений.
4. Рассчитать случайную погрешность $\Delta\tau_{\text{сл}}$.
5. Найти суммарную погрешность $\Delta\tau$:

$$\Delta\tau = \sqrt{\Delta\tau_{\text{сл}}^2 + \Delta\tau_{\text{инс}}^2}.$$

6. Записать результат измерения времени соударения

$$\tau = \bar{\tau} \pm \Delta\tau.$$

7. Рассчитать погрешность $\Delta\beta$ (аналогично расчёту $\Delta\tau$ – пункты 3-6) и выразить её в радианах.
8. Рассчитать погрешность ΔF по формуле

$$\Delta F_{\text{ср}} = F_{\text{ср}} \sqrt{\frac{1}{4} \text{ctg}^2 \frac{\beta}{2} \Delta\beta^2 + \left(\frac{\Delta\tau}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_1}{m_1}\right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2}.$$

В этой формуле можно пренебречь слагаемыми, величина которых много меньше остальных.

9. Записать окончательный результат расчетов в виде

$$F_{\text{ср}} = \bar{F}_{\text{ср}} \pm \Delta F.$$

10. По формуле (11) найти долю энергии, перешедшей в теплоту, и оценить степень упругости удара.
11. **Сделать вывод по выполненной работе.**

Контрольные вопросы

1. Какой удар называется упругим?
2. Что называется неупругим ударом?
3. Какие законы сохранения выполняются при упругом и неупругом ударах?
4. Найти долю энергии, которая переходит в тепло при неупругом ударе.
5. Найти скорости шаров после упругого удара.
6. Опишите экспериментальную установку для изучения соударения шаров. Является ли удар упругим? Центральным?

Лабораторная работа № 3

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Цель работы: изучение закона сохранения импульса для системы, состоящей из пушки и снаряда.

1. Описание метода измерений и экспериментальной установки

Пружинная пушка укреплена на тележке, которая может двигаться с малым трением по горизонтальным рельсам. При срабатывании спускового механизма снаряд выталкивается распрямляющейся пружиной и движется вначале в стволе пушки, а затем в воздухе (рис. 1).

Систему пушка-снаряд можно считать приближенно замкнутой в горизонтальном направлении, так как силы тяжести и реакции опоры вертикальны, а сила трения между колесами тележки и рельсами много меньше внутренних сил взаимодействия между пушкой и снарядом, действующих малый промежуток времени. Действием силы трения за это время можно пренебречь. Следовательно, за время взаимодействия пушки и снаряда, происходящего от начала действия пружины до момента вылета снаряда из ствола, сохраняется проекция импульса системы на горизонтальное направление (вдоль оси пушки):

$$P_{x\text{кон}} = P_{x\text{нач}}.$$

Начальный импульс системы равен нулю, так как оба тела неподвижны. Поэтому проекция импульса системы должна оставаться равной нулю до конца взаимодействия, т. е. должно иметь место равенство

$$P_{1x} + P_{2x} = 0,$$

или

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = 0, \tag{1}$$

где m_1 – масса пушки и тележки; v_{1x} – проекция скорости тележки на горизонтальное направление в конце ее взаимодействия со

снарядом; m_2 – масса снаряда; $v_{1x} = -v_1$, v_{2x} – проекция скорости снаряда на горизонтальное направление в конце взаимодействия пушки и снаряда $v_{2x} = v_2$ (вертикальная составляющая скорости снаряда сразу после вылета из пушки равна нулю). В результате имеем:

$$P_1 = P_2. \quad (2)$$

Выполнение соотношения (2) проверяется в данной работе.

Для этого необходимо определить значения скоростей v_1 и v_2 , исследуя независимые движения тележки с пушкой и снаряда после окончания их взаимодействия. Зафиксируем начальное положение указателя тележки. Так как время взаимодействия пушки и снаряда мало, смещение тележки с пушкой за это время много меньше перемещений тележки с пушкой и снаряда после отрыва снаряда от ствола. Следовательно, фиксированное начальное положение указателя тележки можно принять за начальную точку независимого движения тележки с пушкой. Движение тележки после вылета снаряда из ствола пушки является прямолинейным равнозамедленным под действием постоянной силы трения. Начальная скорость этого движения – v_1 ; конечная скорость – $v_t = 0$. Измеряя расстояние S , пройденное тележкой до остановки, и время t_1 этого движения, можно найти v_1 по формуле

$$v_1 = \frac{2S}{t_1}. \quad (3)$$

Независимое движение снаряда считаем свободным падением (сопротивлением воздуха можно пренебречь) с начальной скоростью v_2 , направленной горизонтально. В системе координат, показанной на рис. 1, законы движения снаряда имеют вид:

$$x = v_2 t, \quad y = \frac{gt^2}{2}. \quad (4)$$

Подставив в уравнения (4) координаты точки падения снаряда

$x = l$ и $y = h$ и, исключив время, получим формулу для расчета скорости v_2 :

$$v_2 = l \sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (5)$$

Таким образом, измеряя величины l и h (рис.1), можно рассчитать скорость снаряда v_2 .

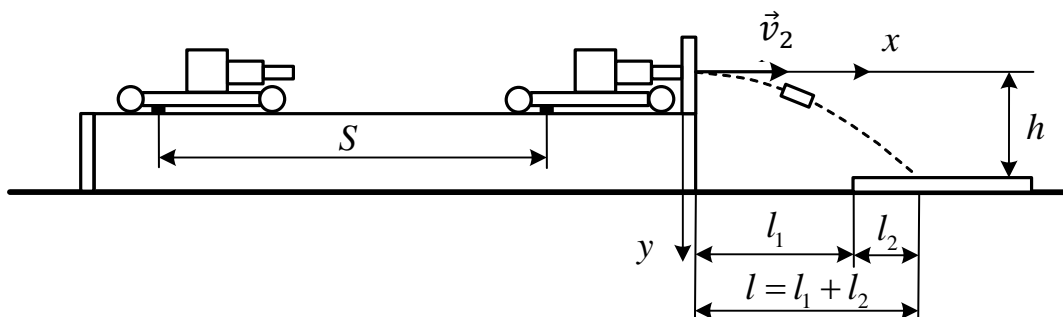


Рис. 1

Экспериментальная установка показана на рис. 2. Пружинная пушка укреплена на тележке, которая передвигается по горизонтальным рельсам. Для проверки горизонтального положения рельсов служит уровень 1, расположенный между рельсами. При горизонтальном положении рельсов пузырек воздуха должен находиться в центре уровня. Пружина пушки 2 надета на стержень 3 и сжимается снарядом, который насаживают на стержень с внешней стороны электромагнита 4. Электромагнит удерживает пружину в сжатом состоянии. Напряжение к электромагниту подается от источника питания БП (блок питания). Тумблер 5 служит для замыкания цепи электромагнита.

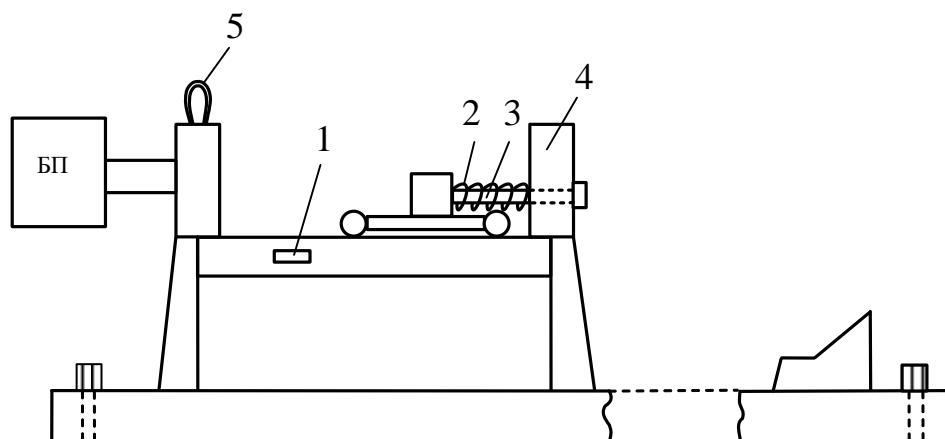


Рис. 2

2. Порядок выполнения работы

1. Заполнить таблицу спецификации измерительных приборов.
2. С помощью уровня проверить горизонтальность рельсов.
3. Взвесить на технических весах снаряд (m_2).
4. Измерить высоту h (см. рис. 1).
5. Включить источник питания.
6. На площадку, на которую падает снаряд, положить миллиметровую и копировальную бумагу.
7. Замкнуть цепь электромагнита и сжать снарядом пружину пушки.
8. Произвести выстрел, разомкнув цепь электромагнита, и одновременно включить секундомер.
9. Измерить время движения тележки до остановки t_1 и путь S , пройденный тележкой. Значения t_1 и S записать в таблицу 2.
10. Измерить путь l , пройденный снарядом по горизонтали до следа, оставленного на бумаге в том месте, где упал снаряд,

Из рис.1 видно, что $l = l_1 + l_2$, где l_1 – расстояние от края ствола пушки до площадки, накрытой бумагой (оно задано на установке), а l_2 – расстояние, измеренное до следа на бумаге. После каждого

измерения след снаряда нужно зачеркнуть, чтобы не спутать с последующими следами.

Пункты 7-10 выполнить 5 раз.

Полученные результаты занести в табл.1.

Данные установки

$m_1 =$ $\Delta m_1 =$ $l_1 =$ $\Delta l_1 =$ $h =$ $\Delta h =$

Результат взвешивания: $m_2 =$ $\Delta m_2 =$

Таблица 1

№ пп.	S , мм	ΔS , мм	t , с	Δt , с	l_2 , мм	Δl_2 , мм
1						
2						
3						
4						
5						
Среднее		—		—		—

3. Обработка результатов измерений

1. По формуле (3) найти скорость тележки с пушкой v_1 .
2. Рассчитать погрешность Δv_1 , используя формулу

$$\Delta v_1 = \bar{v}_1 \sqrt{\left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_1}{t_1}\right)^2},$$

где

$$\Delta S = \sqrt{\Delta S_{\text{сл}}^2 + \Delta S_{\text{инс}}^2}; \quad \Delta S_{\text{сл}} = 2,78 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta S_i)^2}{n(n-1)}},$$

$$\Delta t_1 = \sqrt{\Delta t_{1\text{сл}}^2 + \Delta t_{1\text{инс}}^2}; \quad \Delta t_{1\text{сл}} = 2,78 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta t_{1i})^2}{n(n-1)}}.$$

Записать результат определения v_1 в виде:

$$v_1 = \bar{v}_1 \pm \Delta v_1.$$

3. По формуле (5) найти скорость снаряда v_2 .

4. Рассчитать погрешность Δv_2 , используя формулу

$$\Delta v_2 = \bar{v}_2 \sqrt{\frac{(\Delta l_1)^2 + (\Delta l_2)^2}{l_1 + l_2} + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta h}{h} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta g}{g} \right)^2},$$

где относительные погрешности $\frac{\Delta g}{g}$ и $\frac{\Delta h}{h}$ малы в сравнении с другими слагаемыми ($g = 9,82 \text{ м/с}^2$);

$$\Delta l_2 = \sqrt{\Delta l_{2\text{сл}}^2 + \Delta l_{2\text{инс}}^2}; \quad \Delta l_{2\text{сл}} = 2,78 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta l_{2i})^2}{n(n-1)}}.$$

Записать результаты расчета v_2 в виде

$$v_2 = \bar{v}_2 \pm \Delta v_2.$$

5. Рассчитать импульсы тележки с пушкой:

$$P_1 = m_1 v_1$$

и снаряда:

$$P_2 = m_2 v_2.$$

6. Рассчитать погрешности ΔP_1 и ΔP_2 , используя формулу

$$\Delta P = P \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m} \right)^2 + \left(\frac{\Delta v}{v} \right)^2}.$$

Записать результаты расчетов в виде

$$P_1 = \bar{P}_1 \pm \Delta P_1. \quad P_2 = \bar{P}_2 \pm \Delta P_2.$$

7. Сравнить модуль разности $|P_2 - P_1|$ с погрешностью этой разности

$\Delta |P_2 - P_1|$, равной $\sqrt{(\Delta P_1)^2 + (\Delta P_2)^2}$.

8. Сделать вывод по выполненной работе.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон сохранения импульса и условия его применения.
2. При выполнении каких условий можно считать систему пушка-снаряд приближенно замкнутой в горизонтальном направлении?
3. Какие силы являются внутренними, какие – внешними для рассматриваемой системы тел?
4. Вывести формулы для расчёта скоростей тележки с пушкой и снаряда в момент выстрела.
5. Сохраняется ли механическая энергия в процессе взаимодействия пушки и снаряда? Чему она равна в начальный и конечный момент взаимодействия?
7. Объясните работу экспериментальной установки для изучения закона сохранения импульса.

Лабораторная работа № 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ПЛОСКОГО ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы – изучение колебательного движения физического маятника, а также определение его момента инерции.

1. Описание установки и метода измерения

Схема установки приведена на рис.1. Плоское тело может свободно колебаться вокруг оси OZ , перпендикулярной плоскости чертежа.

Такая система представляет собой физический маятник, колебания которого близки к гармоническим при малых амплитудах колебаний.

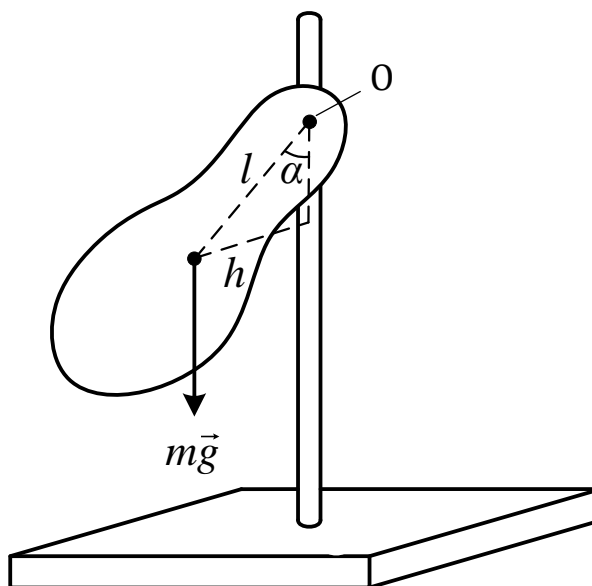


Рис.1

Найдем период таких колебаний. Если маятник отвести от положения равновесия на малый угол α , то на него будет действовать возвращающий момент силы тяжести, равный

$$\vec{M} = [\vec{r}, m\vec{g}], \quad (1)$$

где \vec{r} – радиус-вектор, проведённый из точки O в точку приложения силы тяжести, $m\vec{g}$ – сила тяжести, действующая на физический маятник.

Проекция возвращающего момента на ось OZ равна:

$$M_z = -mgh = -mgl\sin\alpha, \quad (2)$$

где l – расстояние от центра масс тела до оси вращения; h – плечо силы тяжести mg .

Знак “–” означает, что вектор углового смещения тела от положения равновесия противоположен вектору \vec{M} , (ось OZ направлена по вектору углового смещения “от нас” – рис. 1).

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения

$$I\vec{\epsilon} = \vec{M}, \quad (3)$$

в проекции на ось OZ

$$I\epsilon_z = M_z = -mgl\sin\alpha,$$

где I – момент инерции тела относительно оси OZ , ϵ_z – проекция вектора углового ускорения на ось OZ .

Момент силы трения на оси пренебрежимо мал.

Так как $\epsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$, а при малых углах отклонения $\sin\alpha \approx \alpha$, то уравнение (3) можно преобразовать к виду

$$I \frac{d^2\alpha}{dt^2} + mgl\alpha = 0. \quad (4)$$

Если ввести обозначение $\omega^2 = \frac{mgl}{I}$, то получим уравнение

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega^2\alpha = 0, \quad (5)$$

которое описывает процесс колебаний тела с угловой, или

циклической, частотой $\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I}}$ и периодом колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}. \quad (6)$$

Момент инерции тела I характеризует инертные свойства тела во вращательном движении и зависит как от массы тела, так и от ее распределения по объему тела относительно оси вращения. По

определению момент инерции $I = \sum \Delta m_i r_i^2$,

где Δm_i – масса элемента тела; r_i – расстояние от оси вращения до этого элемента. Для непрерывного распределения массы

$$I = \int_{(m)} r^2 dm \quad (7)$$

Формула (7) удобна для теоретического расчёта момента инерции тел правильной формы. Однако для тел сложной формы вычисление интеграла в аналитическом виде, как правило, невозможно, и требует применения компьютерных приближённых численных методов расчёта. В таких случаях можно воспользоваться экспериментальным методом определения момента инерции, например, методом колебаний физического маятника.

Воспользуемся формулой (6), из которой момент инерции тела относительно оси вращения равен

$$I = \frac{T^2}{4\pi^2} mgl. \quad (8)$$

Таким образом, для определения момента инерции плоского тела необходимо измерить период колебаний тела, знать его массу и определить расстояние от оси вращения до центра масс тела. Положение центра масс (С) можно найти как точку пересечения двух вертикальных линий, которые можно нанести на поверхность тела, подвешивая его на ось вращения в двух точках, например, 1 и 2 – рис. 2.

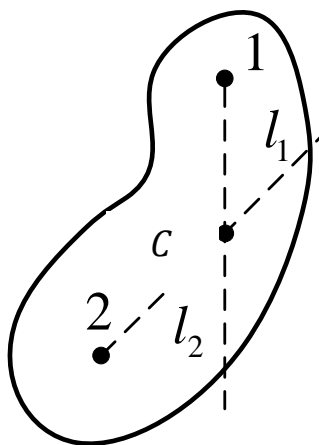


Рис. 2

Если I_1 – момент инерции тела относительно оси 1, а I_2 – относительно оси 2, то согласно теореме Штейнера

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_0 + ml_1^2 \\ I_2 &= I_0 + ml_2^2 \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Здесь I_0 – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр масс; l_1 и l_2 – расстояния от центра масс до осей вращения 1 и 2, m – масса тела. Решив систему уравнений (9), можно найти момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс

$$I_0 = \frac{I_1 l_2^2 - I_2 l_1^2}{l_2^2 - l_1^2}. \quad (10)$$

2. Порядок выполнения работы

1. Заполнить таблицу спецификации измерительных приборов.
2. Закрепить тело на подставке на оси 1 или 2 (момент инерции тела определяется относительно двух осей – оси 1 и 2). Отклонив маятник на малый угол ($\sim 5^\circ$), убедитесь в том, что до полной остановки он совершает не менее 15 колебаний.
3. Измерить время τ десяти полных колебаний. Опыт повторить 5 раз. Результаты записать в таблицу 1.
4. Аналогичные измерения повторить, закрепив тело на оси 2.

5. Определить расстояния l_1 и l_2 от осей вращения 1 и 2 до центра масс тела. Для этого свободно закрепите тело на оси 1 и с помощью нити с грузом отметьте положение первой вертикальной линии. Подвесив тело на оси 2, найдите вторую вертикальную линию. Точка их пересечения покажет положение центра масс тела.

6. С помощью линейки измерьте расстояния l_1 и l_2 от осей вращения 1 и 2 до центра масс. Каждое измерение проведите один раз. Предельная инструментальная погрешность Δl не менее 1 мм.

Данные установки:

Масса тела $m =$ $\Delta m =$ $N=10$

Расстояние от осей вращения до центра масс:

$l_1 =$ $\Delta l_1 =$ $l_2 =$ $\Delta l_2 =$

Таблица 1

№ пп.	Ось 1		Ось 2	
	$\tau_{1i}, \text{с}$	$\Delta\tau_{1i}, \text{с}$	$\tau_{2i}, \text{с}$	$\Delta\tau_{2i}, \text{с}$
1				
2				
3				
4				
5				
Среднее		—		—

3. Обработка результатов измерений

1. Рассчитать периоды колебаний T_1 и T_2 по среднему значению $\bar{\tau}_1$ и $\bar{\tau}_2$.

$$T_1 = \frac{\bar{\tau}_1}{N}, \quad T_2 = \frac{\bar{\tau}_2}{N}.$$

2. Вычислить значения моментов инерции I_1 и I_2 по формуле (8).

3. Рассчитать случайные погрешности $\Delta\tau_{1\text{сл}}$ и $\Delta\tau_{2\text{сл}}$ и суммарные погрешности времени $\Delta\tau_1, \Delta\tau_2, \Delta T_1, \Delta T_2$:

$$\Delta\tau_{\text{сл}} = 2,78 \sqrt{\frac{\sum \Delta\tau_i^2}{n(n-1)}}, \quad n = 5; \quad \Delta\tau = \sqrt{\Delta\tau_{\text{сл}}^2 + \Delta\tau_{\text{инс}}^2}; \quad \Delta T = \frac{\Delta\tau}{N}.$$

4. Рассчитать погрешности косвенных измерений ΔI_1 и ΔI_2 по формуле:

$$\Delta I = \bar{I} \sqrt{4 \left(\frac{\Delta T}{T} \right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m} \right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g} \right)^2 + 4 \left(\frac{\Delta \pi}{\pi} \right)^2}.$$

Относительными погрешностями $\frac{\Delta g}{g}$ и $\frac{\Delta \pi}{\pi}$ можно пренебречь.

5. Записать окончательный результат измерений:

$$I_1 = \bar{I}_1 \pm \Delta I_1;$$

$$I_2 = \bar{I}_2 \pm \Delta I_2$$

с учетом правил округления.

6. По формуле (10) определите момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс.

7. Сделать вывод по выполненной работе.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение момента инерции тела I . От каких параметров он зависит?
2. Почему в данной работе $I_1 \neq I_2$?
3. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения и охарактеризуйте каждую из величин, входящих в это уравнение.
4. Выведите формулу для периода колебаний физического маятника.
5. Докажите, что период колебаний однородного физического маятника не зависит от его массы (на примере колебаний диска или кольца).
6. Что такое физический маятник?
7. Что такое центр масс тела? Как он находится в работе?
8. Сформулируйте теорему Штейнера.

Лабораторная работа № 5**ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ
ГРУНТА И ИЗУЧЕНИЕ НЕУПРУГОГО СОУДАРЕНИЯ ГРУЗА
И СВАИ НА МОДЕЛИ КОПРА**

Цель работы – на модели копра определить среднюю силу сопротивления грунта при забивании свай, изучить условия применения закона сохранения импульса и закона изменения механической энергии при неупругом соударении груза и свай.

1. Описание установки и метода измерений

Модель копра схематически представлена на рис. 1. Груз 1 может двигаться по направляющей стальной струне 2. Падая с некоторой высоты H , груз 1 ударяется о сваю 3 и забивает ее в «грунт». Сила сопротивления между сваем и «грунтом» создается за счет силы нормального давления со стороны пружины 4 на втулку, играющую роль грунта. Меняя деформацию пружины с помощью винта 5, можно изменять силу нормального давления.

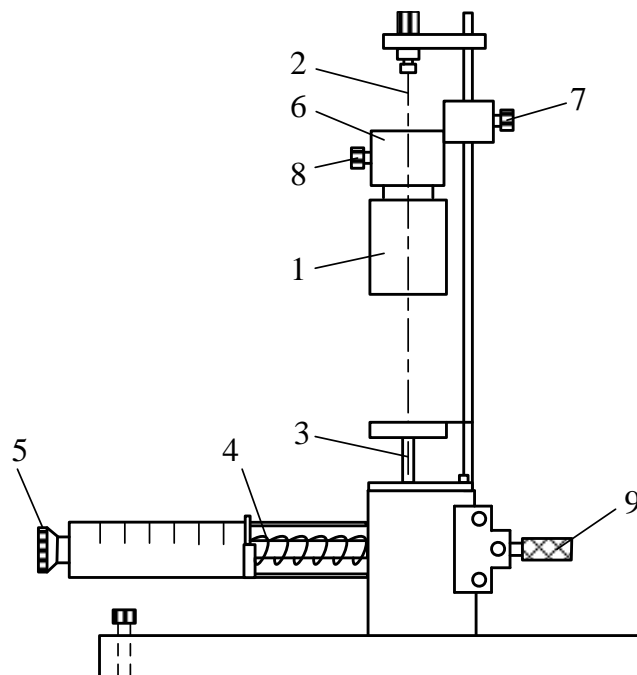


Рис. 1

Замок 6, удерживающий груз 1 на требуемой высоте, передвигается по направляющей 2 и закрепляется стопорным винтом 7. Освобождение груза производится нажатием клавиши 8 замка 6.

Нажимая вниз рычаг 9, снимают давление со сваи.

При определении силы сопротивления грунта следует последовательно рассмотреть три этапа движения груза:

1. Свободное падение груза до удара (трением между грузом и вертикальной направляющей пренебрегаем).
2. Неупругое соударение груза и сваи.
3. Совместное движение сваи и груза после удара до остановки.

При падении груза с высоты H полная механическая энергия $W_{\text{мех}}$ системы груз-земля сохраняется, поэтому можно записать

$$\Delta W_{\text{мех}} = \Delta W_{\text{пот}} + \Delta W_{\text{кин}} = 0. \quad (1)$$

Здесь $\Delta W_{\text{пот}}$ – изменение потенциальной энергии, а $\Delta W_{\text{кин}}$ – изменение кинетической энергии.

Учитывая, что

$$\Delta W_{\text{кин}} = \frac{m_1 v_1^2}{2}, \quad \Delta W_{\text{пот}} = -m_1 g H, \quad (2)$$

получаем

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = m_1 g H, \quad (3)$$

где m_1 – масса груза, v_1 – скорость груза непосредственно перед ударом о сваю. Отсюда следует, что

$$v_1 = \sqrt{2gH}. \quad (4)$$

На втором этапе происходит неупругое соударение груза со свайей. Систему груз-свая считаем приближенно замкнутой, так как внешние силы, действующие на систему (сила тяжести, сила сопротивления грунта), значительно меньше внутренней силы взаимодействия, возникающей при кратковременном ударе. Следовательно, импульс системы сохраняется и можно записать

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2, \quad (5)$$

где m_2 – масса сваи, v_2 – общая скорость сваи и груза после удара.

Из (4) и (5) получаем

$$v_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{2gH}. \quad (6)$$

После неупругого удара груз и свая двигаются замедленно до полной остановки. На этом этапе сила сопротивления грунта, являющаяся диссипативной (неконсервативной), совершает работу. Следовательно, полная механическая энергия системы груз-свая-земля не сохраняется. Изменение полной механической энергии ΔW равно работе неконсервативных сил, в данном случае, силы сопротивления грунта $A_{\text{сопр}}$, т. е.

$$\Delta W_{\text{мех}} = \Delta W_{\text{к}} + \Delta W_{\text{п}} = A_{\text{сопр}}, \quad (7)$$

где $\Delta W_{\text{к}}$, $\Delta W_{\text{п}}$ – соответственно изменения кинетической и потенциальной энергий сваи и груза от начала их совместного движения до остановки:

$$\Delta W_{\text{к}} = W_{\text{к}2} - W_{\text{к}1} = -\frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{2}, \quad (8)$$

$$\Delta W_{\text{п}} = W_{\text{п}2} - W_{\text{п}1} = -(m_1 + m_2)gS, \quad (9)$$

где S – перемещение груза и сваи от начала их совместного движения до остановки. На участке S средняя сила сопротивления грунта \mathbf{f} совершает работу

$$A_{\text{сопр}} = \mathbf{fS} = fS \cos \alpha, \quad (10)$$

где угол $\alpha = \pi$, так как направление силы сопротивления противоположно перемещению.

Подставляя (8) - (10) в уравнение (7), получаем

$$-\frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{2} - (m_1 + m_2)gS = -fS. \quad (11)$$

Разделив левую и правую части уравнения (11) на S и подставив значение v_2 из (4), получим формулу для расчета средней силы сопротивления грунта:

$$f = \left[\left(\frac{m_1^2}{m_1 + m_2} \right) \frac{H}{S} + m_1 + m_2 \right] \cdot g. \quad (12)$$

Энергия, затраченная на деформацию при неупругом соударении груза и сваи, равна потере механической энергии на деформацию

$$\Delta W' = \Delta W'_k + \Delta W'_n,$$

где

$$\Delta W'_k = W'_{k2} - W'_{k1} = \frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{2} - \frac{(m_1)v_1^2}{2}, \quad (13)$$

W'_{k1}, W'_{k2} – кинетическая энергия системы до и после удара.

Изменение потенциальной энергии можно считать равным нулю ($\Delta W'_n = 0$), так как смещение груза и сваи за короткое время соударения очень мало.

Подставив в (13) значения скоростей из (4) и (6), получим

$$\Delta W' = \Delta W'_k = m_1 g H \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} - 1 \right) = -g H \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (14)$$

Разделив (14) на значение кинетической энергии системы до удара W'_{k1} , получим формулу для расчета доли механической энергии, затраченной на деформацию при неупругом ударе:

$$\frac{\Delta W'}{W'_{k1}} = \frac{m_1 g H}{(m_1 + m_2) m_1 g H} \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}. \quad (15)$$

Внутреннюю силу f^* , действующую в системе груз-свая во время неупругого соударения, находим, используя для груза m_1

II закон Ньютона:

$$\frac{m_1(v_2 - v_1)}{\Delta t} = m_1 \mathbf{g} + \mathbf{f}^* \quad (16)$$

где Δt – время соударения.

В проекции на вертикальную ось имеем:

$$\frac{m_1(v_2 - v_1)}{\Delta t} = m_1 g - f^*. \quad (17)$$

Как показали дополнительные измерения, $\Delta t = 10^{-4}$ с. Подставив в (17) значения скоростей v_1 и v_2 из (4) и (6), получаем формулу для расчета внутренней силы f^* :

$$f^* = \frac{\sqrt{2gH} \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right)}{\Delta t} + m_1 g. \quad (18)$$

2. Порядок выполнения работы

1. Составить таблицу спецификации измерительных приборов.
2. С помощью винта 5 установить указатель пружины на одном из делений шкалы l_1 . Рекомендуемые значения l_1 – 4, 5 и 6 делений.
3. Нажать вниз рычаг 9 и поднять сваю до предела.
4. Поднять груз на выбранную высоту и закрепить его в замке 6. Записать в табл. 1 положения указателя пружины l , нижнего основания груза H_1 , указателя сваи H_2 (рис. 2).
5. Нажать клавишу 8, освобождая груз. Записать в табл. 2 положение указателя сваи H_3 после удара.
6. С помощью рычага 9 снять давление со сваи и поднять её до первоначального положения H_2 . Провести измерения H_1 , H_2 и H_3 5 раз.

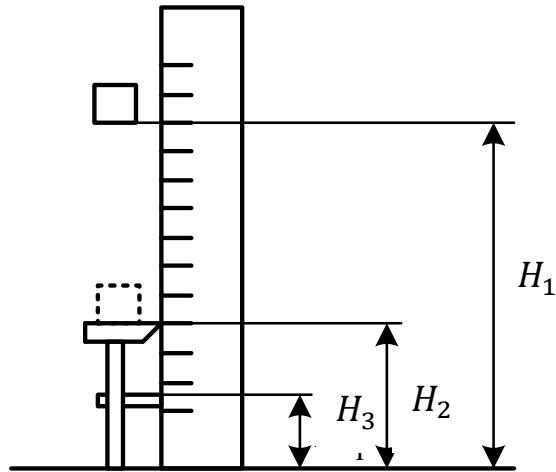


Рис. 2

7. Вторую серию измерений провести при тех же значениях l_1 и H_2 , но уменьшив высоту падения груза (другое значение H_1). Измерения проделать 5 раз, записывая в табл. 2 значение H_3 .

8. Провести третью серию измерений 5 раз при тех же начальных положениях сваи и груза, что и во второй серии (п. 7), но изменить деформацию пружины. Указатель пружины установить на 6 или 7 деление шкалы.

Данные установки

$m_1 =$ $m_2 =$ $\Delta m_1 =$ $\Delta m_2 =$

Таблица 1

Исходные данные и результаты измерений H_3 , S и f

№ серии	l , дел.	H_1 , мм	H_2 , мм	$H=H_1-H_2$, мм	H_3 , мм	$S=H_2-H_3$, мм	f , Н
1							
2							
3							

Таблица 2

Измерения H_3

№ пп	1-я серия		2-я серия		3-я серия	
	H_3 , мм	ΔH_3 , мм	H_3 , мм	ΔH_3 , мм	H_3 , мм	ΔH_3 , мм
1						
2						
3						
4						
5						
Среднее	-			-		-

3. Обработка результатов измерений

1. Для каждой серии опытов рассчитать значение $S = H_2 - H_3$, где H_3 – среднее значение. Средние значения H_3 , S для каждой серии записать в табл. 1.
2. Рассчитать по формуле (12) значение f для каждой серии.
3. По формуле (15) найти долю механической энергии, затраченной на неупругую деформацию тел.
4. По формуле (18) найти величину внутренней силы f^* , действующей на груз во время соударения.
5. Для одной серии опытов (по указанию преподавателя) рассчитать погрешности:

$$\Delta H = \sqrt{\Delta H_1^2 + \Delta H_2^2}, \quad \Delta H_3 = \sqrt{\Delta H_{3\text{сл}}^2 + \Delta H_{3\text{инс}}^2}, \quad \Delta S = \sqrt{\Delta H_2^2 + \Delta H_3^2}.$$

Записать результат измерения H_3 для этой серии в виде

$$H_3 = \bar{H}_3 \pm \Delta H_3$$

6. Для указанной серии рассчитать погрешность косвенного измерения силы сопротивления, которая вычисляется по обычным правилам. Если пренебречь погрешностью Δg , то получим формулу для расчёта Δf :

.

$$\Delta f^2 = m_1^2 g^2 \left\{ \left(\frac{\Delta m_1}{m_1} \right)^2 \left[1 + \frac{m_1(m_1 + 2m_2)H}{(m_1 + m_2)^2 S} \right]^2 + \right. \\ \left. + \left(\frac{\Delta m_2}{m_1} \right)^2 \left[1 - \frac{m_1^2 H}{(m_1 + m_2)^2 S} \right]^2 + \right. \\ \left. + \left(\frac{m_1}{(m_1 + m_2)} \frac{H}{S} \right)^2 \left[\left(\frac{\Delta H}{H} \right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{S} \right)^2 \right] \right\}.$$

Эту формулу можно упростить, оставив в ней слагаемые, значения которых велики в сравнении с другими. Тогда Δf можно рассчитать по формуле:

$$\Delta f \approx g \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)} \frac{H}{S} \sqrt{\left(\frac{\Delta H}{H} \right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{S} \right)^2}.$$

7. Записать окончательный результат в виде

$$f = f \pm \Delta f.$$

8. Сравнить значение внутренней силы f^* с величиной внешних сил в момент удара:

$$\frac{f^*}{(m_1 + m_2)g}.$$

9. Сделать вывод по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. На каких этапах движения груза и сваи сохраняется механическая энергия системы груз-свая? На каких этапах механическая энергия не сохраняется?
2. Можно ли считать систему груз-свая замкнутой? Какие результаты, полученные в работе, позволяют считать систему груз-свая приближенно замкнутой?
3. При каком отношении между массами груза и сваи при неупругом ударе большая часть механической энергии пойдет на забивку сваи, а потери энергии на деформацию будут невелики?
4. Зависит ли сила сопротивления грунта от высоты H подъёма груза? Зависит ли сила сопротивления грунта от величины деформации пружины (т. е. от величины l)?

Лабораторная работа № 6

ИЗМЕРЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТЕЛ МЕТОДОМ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: измерение момента инерции крутильного маятника в виде профиля с закреплёнными на нём грузами методом вращательных колебаний; экспериментальная проверка теоремы Гюйгенса-Штейнера.

1. Описание установки и метода измерений

Экспериментальная установка представляет собой крутильный маятник - твёрдое тело, способное вращаться вокруг неподвижной оси под действием момента упругих сил пружины, при этом момент сил направлен против углового перемещения маятника.

Основное уравнение динамики вращательного движения:

$$I\varepsilon = M, \quad (1)$$

где I – момент инерции твёрдого тела, ε – угловое ускорение, M – главный момент внешних сил (векторная сумма всех моментов сил). В проекции на ось вращения z

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = M_z(\varphi). \quad (2)$$

В этом уравнении функция $\varphi(t)$ –угловое перемещение тела.

Модуль момента внешних сил пропорционален угловому перемещению маятника, проекция его на ось вращения равна

$$M_z = -K\varphi, \quad (3)$$

где K – *вращательный коэффициент упругости* маятника.

Тогда уравнение (2) будет иметь вид

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0, \quad (4)$$

где

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{I}}. \quad (5)$$

Уравнение (4) – дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний. Его решением является выражение для угла поворота $\varphi(t)$:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos(\omega t + \alpha), \quad (6)$$

где φ_0 и α – константы, определяемые начальными условиями, ω – циклическая частота гармонических вращательных (крутильных) колебаний. Период этих колебаний с учётом (5) равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{K}}. \quad (7)$$

Он зависит от момента инерции системы I и вращательного коэффициента упругости K . Зная коэффициент K , и, измеряя T , можно определить момент инерции системы:

$$I = \frac{KT^2}{4\pi^2}. \quad (8)$$

Экспериментальная установка представлена на рис. 1. Она состоит из двух частей: колебательной системы 1 и устройства 2 для измерения коэффициента упругости пружин. Индикаторным прибором является оптический датчик, подсоединённый к компьютеру 3.

Колебательная система изображена на рис. 2. Она состоит из закреплённого на вертикальной оси шкива 1, ремень 2 которого связан с упругими пружинами 3, зацепленными за штыри стойки. К шкиву жёстко прикреплён металлический профиль 4 с рядом отверстий 5, в которых фиксируются грузы 6. Вращательные колебания регистрируются оптическим датчиком 7 в виде импульсов при перекрытии оптической оси датчика “язычком” 8, жёстко скреплённым со шкивом колебательной системы.

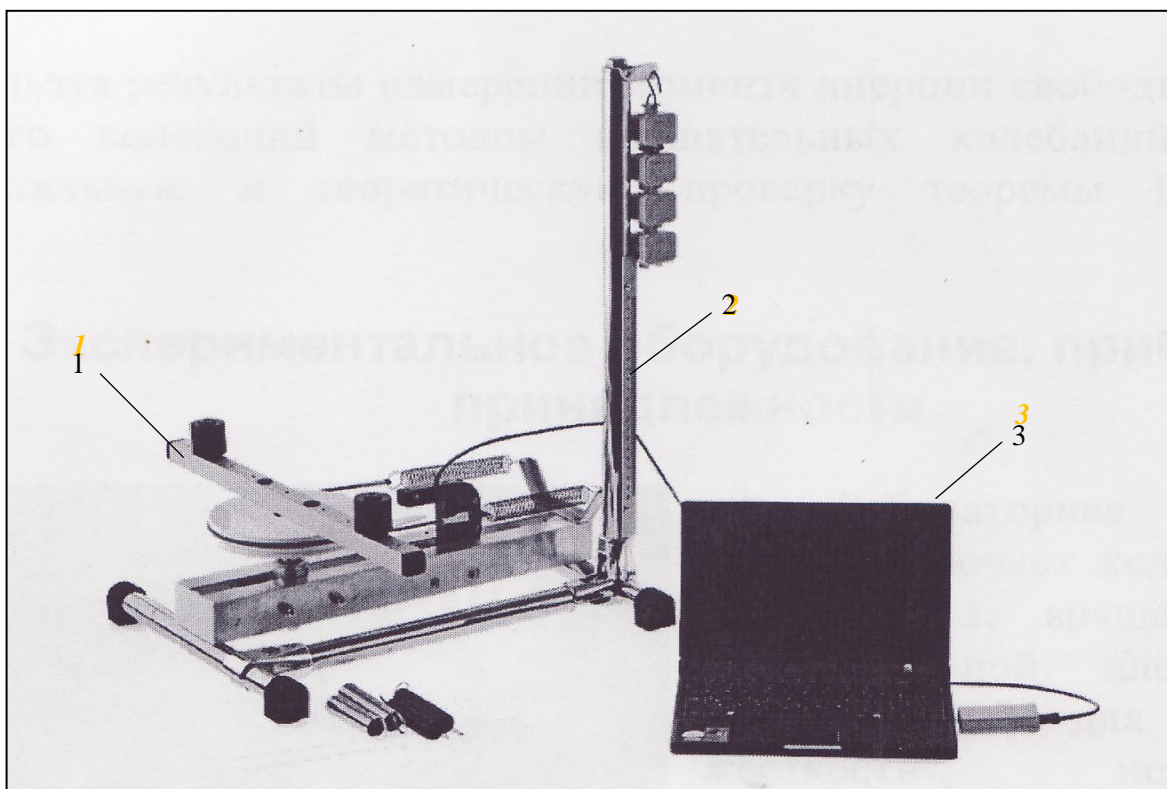


Рис. 1

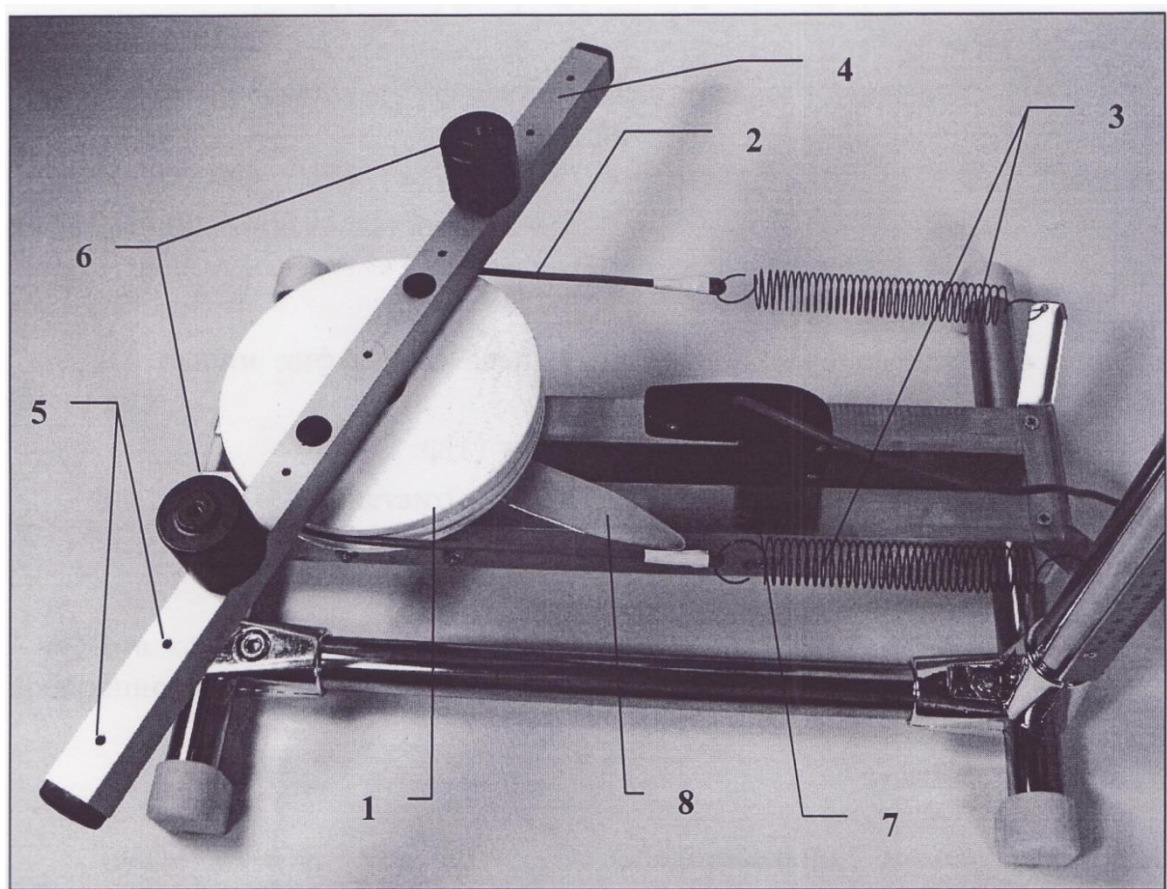


Рис. 2

Эксперимент состоит из двух частей: измерение коэффициента упругости пружины и измерение периода вращательных колебаний системы.

Измерение коэффициента упругости пружины

Вращательный коэффициент системы K , входящий в формулу (8), определяется коэффициентом упругости пружин, прикреплённых к шкиву 1. Если на пружине подвесить груз массы m_0 , на груз будут действовать силы тяжести F_T и сила упругости $F_{\text{упр}}$.

По закон Ньютона в проекции на вертикальную ось запишем в виде:

$$F_T = F_{\text{упр}}. \quad (9)$$

По закону Гука модуль силы упругости пружины

$$F_{\text{упр}} = kl,$$

где k – коэффициент упругости пружины, l – её удлинение. Модуль силы тяжести

$$F_T = m_0 g,$$

где g – ускорение свободного падения. Тогда уравнение (9) запишем как

$$kl = m_0 g. \quad (10)$$

Устройство для измерения коэффициента упругости пружин показано на рис. 3. Оно состоит из стойки с подвесом, набора калиброванных грузов массой по 100 г каждый и металлической линейки.

Если на две пружины, соединённые последовательно, как показано на рис. 3, подвесить грузы суммарной массой m_1 и измерить удлинение пружин l_1 , а затем для грузов с массой m_2 – удлинение l_2 , то из (10) получим

$$\begin{cases} k_0 l_1 = m_1 g, \\ k_0 l_2 = m_2 g, \end{cases}$$

где k_0 - коэффициент упругости последовательно соединённых двух пружин

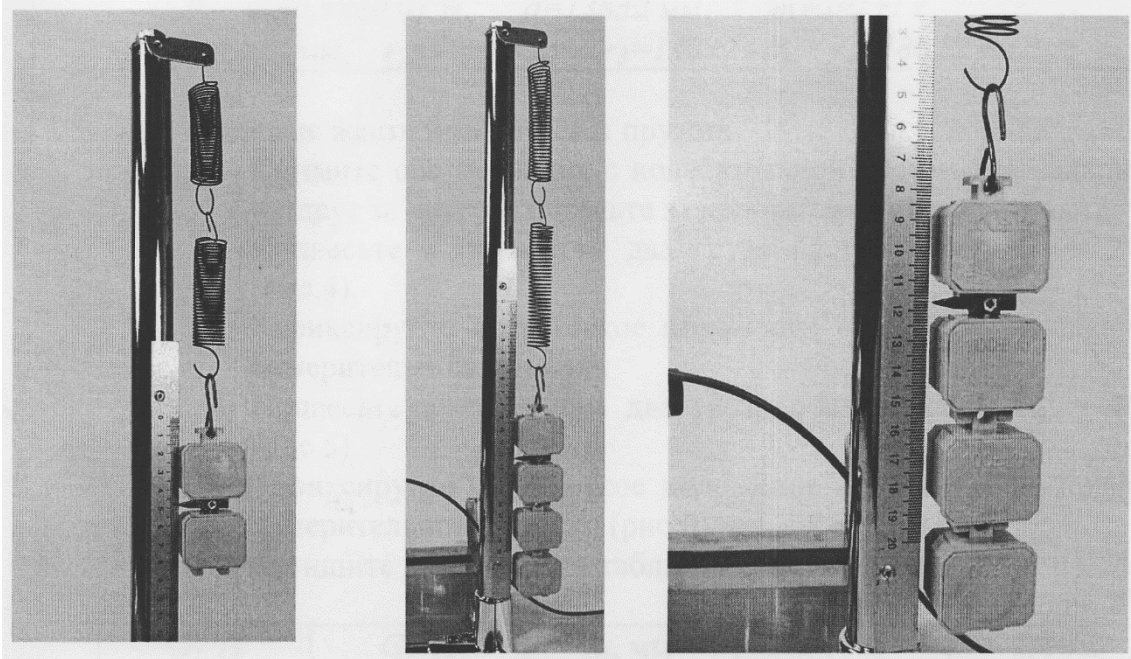


Рис. 3

Вычитая верхнее равенство системы из нижнего, и, учитывая, что $k_0 = k/2$, получим коэффициент упругости для одной пружины:

$$k = 2k_0 = 2 \frac{m_2 - m_1}{l_2 - l_1} g. \quad (11)$$

Измерение момента инерции колебательной системы

Ремень, связанный с пружинами, надевают на шкив диаметра d и выводят систему из положения равновесия, повернув её на угол φ (рис. 4). Стрелкой на рис. 4 показано положение “язычка”.

При этом одна пружина оказывается сжатой на $l = \frac{d}{2}\varphi$, а другая – растянутой на ту же величину. Поэтому суммарный момент сил упругости станет равным

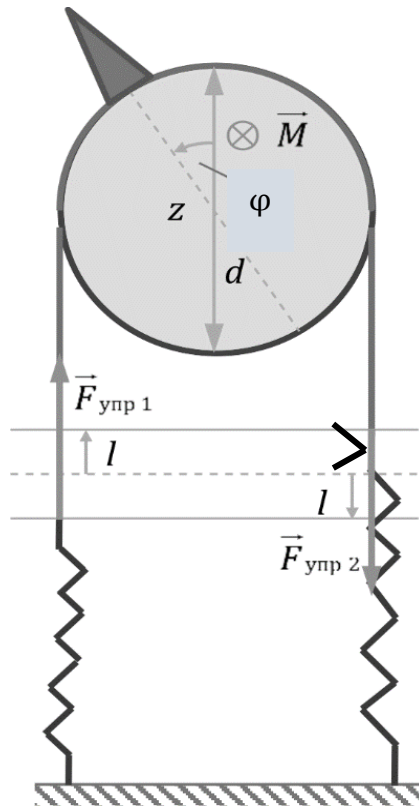


Рис. 4

$$M_z = -2F_{\text{упр}} \frac{d}{2} = -k \frac{d\varphi}{2} d = -\frac{kd^2}{2} \varphi. \quad (12)$$

Сравнивая это выражение с равенством (3), получим для вращательного коэффициента упругости K :

$$K = \frac{kd^2}{2}. \quad (13)$$

Подставив (13) в (8), получим выражение для момента инерции колебательной системы:

$$I = \frac{kd^2 T^2}{8\pi^2}. \quad (14)$$

Момент инерции колебательной системы можно изменить, устанавливая грузы 6 в отверстия 5, расположенные на разных расстояниях от оси вращения системы (рис. 5).

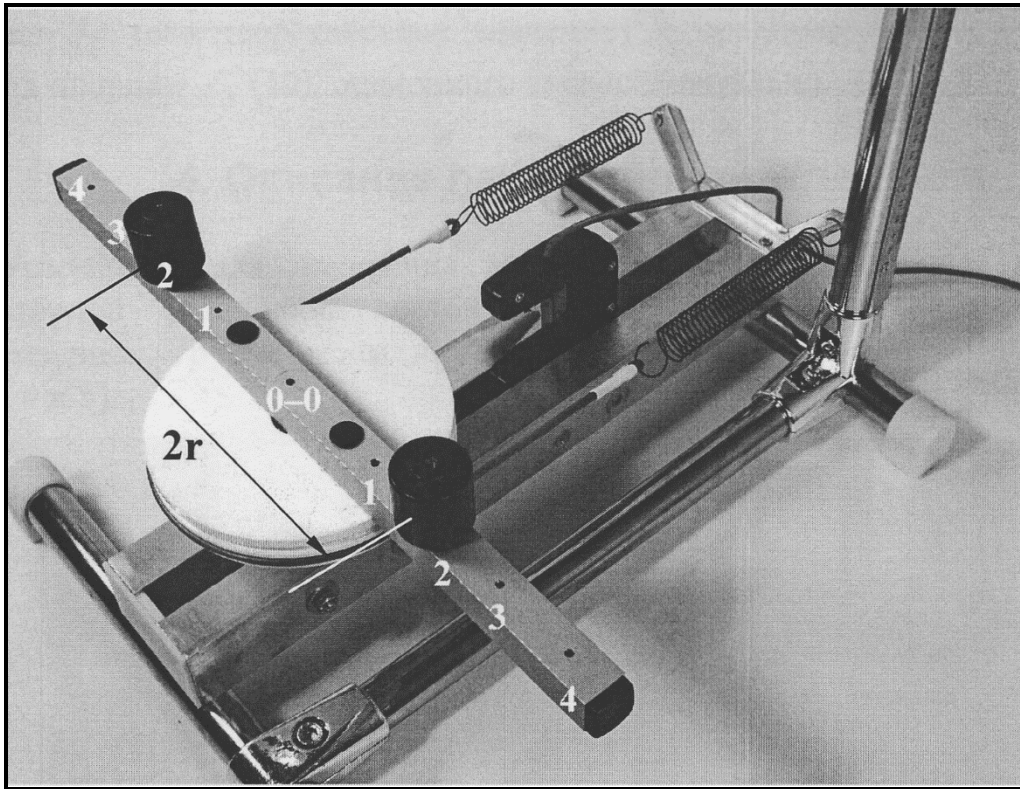


Рис. 5

Из формулы (14) следует, что моменты инерции подвижной части колебательной системы относятся как квадраты периодов их колебаний. Если I_0 – момент инерции системы начальной конфигурации, то момент инерции в другой конфигурации

$$I = I_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^2, \quad (15)$$

За начальную конфигурацию принимается *профиль без грузов*.

Теоретический расчёт момента инерции

Если один груз массы m поставить в положение 0, то момент инерции подвижной части колебательной системы

$$I_0^{\text{гр}} = I_0 + I_{p0}, \quad (16)$$

где I_{p0} – момент инерции груза относительно оси, проходящей через его центр масс и совпадающей с осью вращения системы. Если сместить груз в положение p ($p = 1, 2, 3, 4$), то момент инерции груза

относительно оси вращения в соответствии с теоремой Штейнера равен

$$I_p = I_{p0} + mr_p^2, \quad (17)$$

где r_p – расстояние p -го гнезда от оси системы (см. табл. 1).

Тогда момент инерции системы с грузом

$$I_p^{\text{гп}} = I_{p0} + mr_p^2 + I_0. \quad (18)$$

Отсюда момент инерции груза относительно оси вращения

$$I_p = I_p^{\text{гп}} - I_0. \quad (19)$$




В эксперименте измеряют I_0 , $I_0^{\text{гп}}$ и $I_p^{\text{гп}}$ и сравнивают результаты расчёта по формулам (17) и (19).

Если добавить второй груз такой же массы в положение q ($I_{p0} = I_{q0}$), то момент инерции колебательной системы будет

$$I_{pq}^{\text{гп}} = I_0 + 2I_{p0} + m(r_p^2 + r_q^2). \quad (20)$$

2. Порядок выполнения работы

1. Заполните таблицу спецификации измерительных приборов.
2. Измерить коэффициент упругости пружин (рис. 3).
 - 1) Подвесить обе пружины на кронштейн подвеса стойки, соединив их последовательно друг с другом.
 - 2) Подвесить к пружинам два калибровочных груза общей массой $m_1 = 2m_0$.
 - 3) Измерить смещение стрелки l_1 на шкале измерительной линейки. Записать результат в табл. 2.
 - 4) Подвесить к пружинам четыре груза общей массы $m_2 = 4m_0$.
 - 5) Измерить смещение стрелки l_2 на шкале измерительной линейки. Записать результат в табл. 2.
3. Собрать колебательную систему в соответствии с рис. 2.
 - 1) Снять калибровочные грузы с пружин, а обе пружины – с подвеса.
 - 2) Прикрепить пружины к обоим концам ремня.

- 3) Надеть ремень на шкив и закрепить свободные концы пружин за штыри стойки. Отрегулировать положение ремня так, чтобы острие “язычка” находилось строго под фотодатчиком.
4. Подключить оптический датчик к входу преобразователя аналогового сигнала в цифровой сигнал (АЦП), присоединив последний к USB-входу компьютера.
5. После включения компьютера запустить программу «Практикум по физике» (окно программы показано на рис. 6). На панели устройств выбрать соответствующий сценарий эксперимента (Alt + C) .
6. Запустить измерения для выбранного датчика (Ctrl + S)  и сразу после запуска привести в движение колебательную систему.
7. После записи нескольких (7-8) импульсов перекрытия остановить измерения (Ctrl + T) .
8. Выделить область из 5-6 импульсов перекрытия для её детального просмотра с увеличенным масштабом (Alt + левая кнопка мыши).
9. Измерить период колебаний маятника по передним или задним фронтам соседних чётных (или нечётных) импульсов перекрытий, поставив жёлтый (левая кнопка мыши) и зелёный маркер (правая кнопка мыши) на соответствующие фронты импульса перекрытия (рис. 6). Записать результат в табл. 2. Провести измерения 5 раз.
10. Поставить один груз в положение 0. Измерить период колебаний системы (пп. 6-9). Измерения провести 5 раз. Записать результаты в табл. 2.
11. Поставить груз в положение, указанное преподавателем, например: $p = 2$. Измерить период колебаний системы. Измерения провести 5 раз. Записать результаты в табл. 3.
12. Поставить два груза в положения, указанные преподавателем, например ($p = 1$, $q = 2$), с разных сторон от оси системы, и с одной стороны. Измерить периоды колебаний системы (пп. 6-9), при этом

измерение периода колебаний в каждой конфигурации повторить 3 раза. Записать результаты в табл. 3.

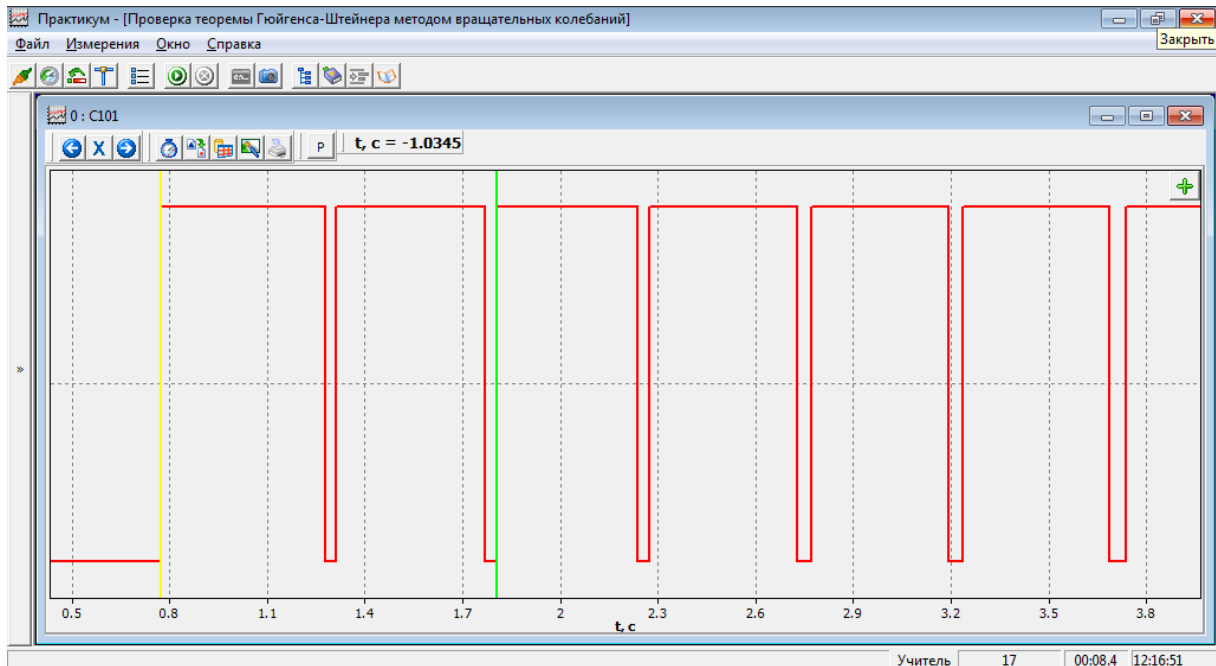


Рис. 6

Данные установки

Таблица 1

Масса калибровочного груза	$m_0 = 100 \pm 1$ г
Диаметр шкива	$d = 100 \pm 2$ мм
Масса груза	$m = 202 \pm 1$ г
Расстояния от гнёзд до оси колебательной системы (рис. 5)	$r_1 = 60 \pm 2$ мм $r_2 = 100 \pm 2$ мм $r_3 = 140 \pm 2$ мм $r_4 = 180 \pm 2$ мм

Измерение коэффициента упругости пружины

Таблица 2

m_1 , Г	l_1 , мм	m_2 , Г	l_2 , мм

Измерение периодов колебаний

и моментов инерции колебательной системы

Таблица 3

№ позиции	$T_i, \text{с}$	$T, \text{с}$	$I_0, \text{кг} \cdot \text{м}^2$
Пустой профиль			I_0
Один груз в положении 0			$I_0^{\text{гр}}$
Один груз в положении $p = 1$ или $p = 2$			$I_p^{\text{гр}}$
Два груза в положениях p, q с одной стороны от оси			$I_{pq}^{\text{гр}}$
Два груза в положениях p, q с разных сторон от оси			${}_p I_q^{\text{гр}}$

3. Обработка результатов измерений

1. Рассчитать коэффициент упругости пружины по формуле (11).
2. Рассчитать погрешность измерения коэффициента упругости пружины по формуле:

$$\Delta k = k \sqrt{\frac{\Delta m_1^2 + \Delta m_2^2}{(m_2 - m_1)^2} + \frac{\Delta l_1^2 + \Delta l_2^2}{(l_2 - l_1)^2}}.$$

Погрешностью измерения ускорения свободного падения пренебрегаем ($g = 9,82 \text{ м/с}^2$), $\Delta m_1 = 2\Delta m_0$; $\Delta m_2 = 4\Delta m_0$.

Расчёт момента инерции колебательной системы

1. Рассчитать средние значения периода колебаний \bar{T} для всех серий измерений. Записать результаты расчёта в табл. 3.
2. Рассчитать погрешность измерения периода колебаний пустого профиля по формулам:

$$\Delta T_{\text{сл}} = 2,78 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta T_i)^2}{n(n-1)}}, \quad n = 5,$$

$$\Delta T = \sqrt{\Delta T_{\text{сл}}^2 + \Delta T_{\text{инс}}^2}.$$

3. Рассчитать среднее значение момента инерции I_0 пустого профиля по формуле (14).
4. Рассчитать погрешность момента инерции пустого профиля по формуле

$$\Delta I_0 = I_0 \sqrt{\left(\frac{\Delta k}{k}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta T_0}{T_0}\right)^2}.$$

5. Рассчитать средние значения моментов инерции $I_p^{\text{гр}}$ профиля с одним грузом, расположенным в отверстиях 0; 1 или 2 по формуле (15). Записать результаты в табл. 3.

6. Рассчитать средние экспериментальные значения моментов инерции $I_{pq}^{гр}$ и ${}_pI_q^{гр}$ для профиля с двумя грузами по формуле (15). Записать результаты в табл. 3.

7. Рассчитать моменты инерции I_{pT} и $I_{pэ}$ одного груза по формулам (17) и (19):

$$I_{pT} = I - I_0 + mr_p^2; \quad I_{pэ} = I_p - I_0.$$

8. Сравнить разность моментов инерции одного груза $|I_{pT} - I_{pэ}|$ с погрешностью измерения:

$$|I_{pT} - I_{pэ}| \leq \sqrt{2}\Delta I_0.$$

9. Рассчитать значения моментов инерции I_{pqT} по формуле (20).

10. Сравнить разность моментов инерции колебательной системы при расположении грузов с одной и с разных сторон от оси вращения системы с погрешностью измерения, т.е.

$$|I_{pq} - {}_pI_q| \leq \sqrt{2}\Delta I_0.$$

(Полагаем $\Delta I_{pq} \approx \Delta I_0$).

11. Сравнить экспериментальные и теоретические значения моментов инерции I_{pq} , т.е.

$$|I_{pqT} - \bar{I}_{pqэ}| \leq \sqrt{2}\Delta I_0,$$

где $\bar{I}_{pqэ}$ – среднее значение экспериментально измеренного момента инерции I_{pq} :

$$\bar{I}_{pqэ} = \frac{I_{pqэ} + {}_pI_{qэ}}{2}.$$

12. Сделать выводы по выполненной работе.

Контрольные вопросы

1. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения и дайте определение всех входящих в него величин.
2. Сформулируйте теорему Гюйгенса-Штейнера.
3. Что такое крутильный маятник?
4. Как в работе измеряется коэффициент упругости пружин?
5. Докажите, что при последовательном соединении двух одинаковых пружин их коэффициент упругости уменьшается вдвое.
6. Как проводятся измерения периода колебаний? Почему отсчитываются только чётные (или нечётные) импульсы перекрытия?
7. Как изменяется в работе момент инерции колебательной системы?
8. Выведите формулу для расчёта момента инерции системы в начальной конфигурации.

Лабораторная работа 7

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Цель работы: экспериментальное определение момента инерции тела сложной геометрической формы - крестообразного маятника.

1. Описание установки и метода измерений

Прибор Обербека, применяемый в данной работе, схематически изображен на рис. 1. Крестообразный маятник состоит из четырех стержней 1 и двух шкивов 2 различного радиуса, укрепленных на одной горизонтальной оси (0), перпендикулярной плоскости чертежа. По стержням могут перемещаться и закрепляться в нужном положении четыре (по одному на каждом стержне) цилиндрических грузика 3 одинаковой массы M .

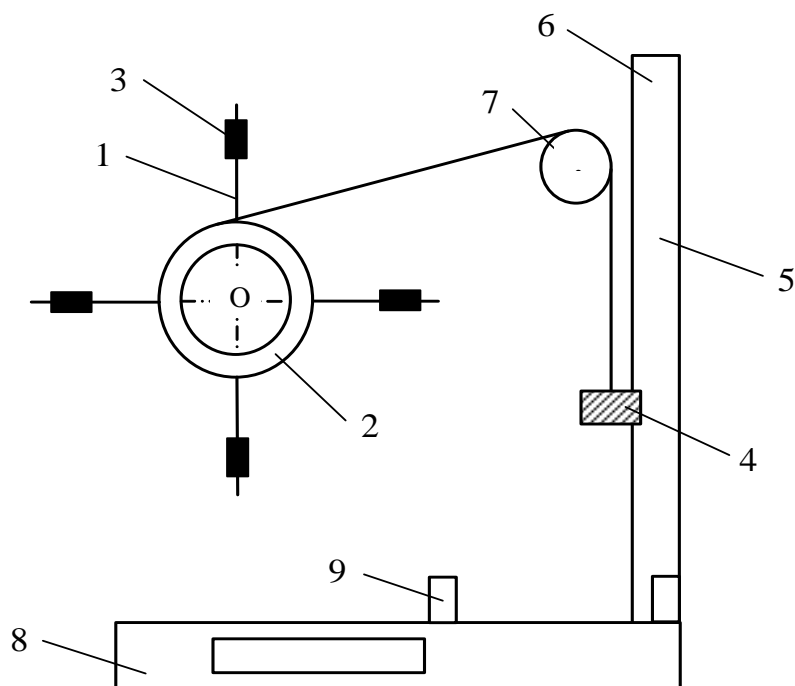


Рис. 1

С помощью груза 4 массы m , прикрепленного к концу намотанной на один из шкивов нити, крестообразный маятник приводится во

вращение. Высота h , с которой начинает движение груз m , отсчитывается по линейке 5, укрепленной на вертикальной стойке 6. Нить пропускается через легкий шкив 7. Время движения груза 4 с высоты h отсчитывается по секундомеру 8. Крестообразный маятник, линейка и секундомер смонтированы вместе. Секундомер, применяемый в такой установке, снабжен фотодатчиком 9, который автоматически включает его, когда груз касается опоры¹. В данной установке (рис.2) используется симметричное расположение цилиндрических грузиков M на стержнях. Если пренебречь моментом сил трения в подшипниках оси, то единственной силой, которая создает вращающий момент относительно неподвижной оси вращения, является сила натяжения нити \vec{T}' (рис.2), $\vec{T}' = -\vec{T}$.

Основное уравнение динамики вращательного движения для маятника Обербека имеет вид

$$I\varepsilon = T'r, \quad (1)$$

где I - момент инерции маятника; ε - угловое ускорение; r - радиус шкива, на который наматывается нить.

Для поступательного движения груза m можно записать систему уравнений

$$\begin{aligned} ma &= mg - T; \\ h &= \frac{at^2}{2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где h - высота, с которой начинает движение груз m ; t - время движения груза до остановки; a - ускорение груза.

Используя связь линейного и углового ускорений $a = \varepsilon r$, получим

$$I = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (3)$$

Работа состоит из двух частей.

¹В лаборатории имеется прибор Обербека, в котором крестообразный маятник, секундомер и линейка не объединены в одну установку

В первой устанавливается независимость момента инерции I от момента внешних сил. Изменение величины момента сил проводится изменением радиуса шкива r .

Во второй части работы изучается зависимость момента инерции от распределения массы тела относительно оси вращения. Из определения момента инерции следует, что при неизменной массе крестообразного маятника изменением распределения массы относительно оси вращения можно получить разные моменты инерции. Изменение распределения массы маятника можно осуществить, перемещая цилиндрические грузики M вдоль стержней.

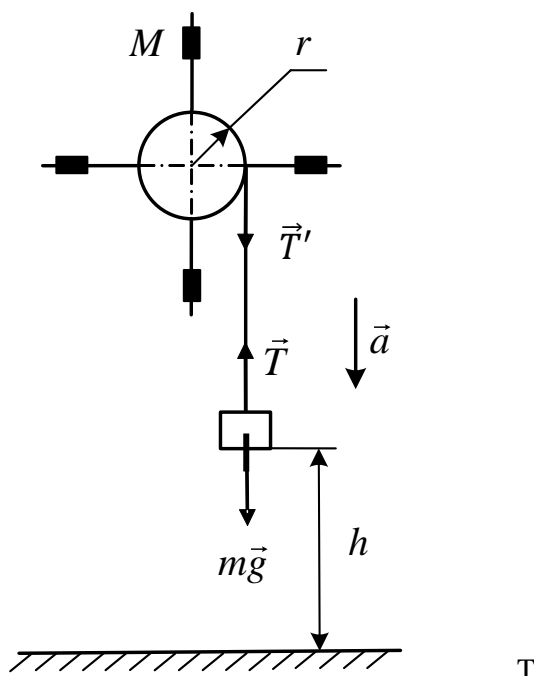


Рис. 2

2. Порядок выполнения работы

Часть 1

1. Заполнить таблицу спецификации измерительных приборов.
2. Измерить с помощью штангенциркуля диаметры шкивов d_1 и d_2 .
3. Закрепить цилиндрические грузики M на середине стержня таким образом, чтобы система находилась в положении безразличного

равновесия. Этого добиваются проверкой равновесия в двух взаимно перпендикулярных положениях крестовины: сначала один из стержней располагают горизонтально, затем другой - при этом маятник не должен вращаться.

4. Закрепить нить с грузом m на шкиве радиуса r_1 и намотать ее так, чтобы груз поднялся на высоту h . Высоту отсчитывать по линейке по нижнему торцу груза m .

5. Включить в сеть секундомер (кнопка СЕТЬ), при этом загорается цифровая индикация и лампочка фотодатчика. Одновременно включается тормоз, не позволяющий вращаться маятнику, и груз m фиксируется на высоте h .

6. Переключить секундомер на измерение времени (кнопка ПУСК). Одновременно отключается тормоз, и груз m начинает опускаться, вращая маятник.

Внимание. Кнопка ПУСК должна быть включена все время, пока секундомер отсчитывает время движения груза.

7. Записать время движения груза t_1 в таблицу 1, отключить секундомер от сети (кнопка СЕТЬ). Провести измерения (п. 4-6) пять раз².

8. Перекинуть нить с грузом на другой шкив радиуса r_2 и повторить опыт по измерению времени движения груза t_2 с той же высоты h 5 раз (пп. 4 - 6). Данные записать в таблицу 2.

Часть 2

1. Закрепить нить с грузом m на шкиве радиуса r_1 .

2. Установить грузики M ближе к оси вращения.

*Если секундомер не соединен с установкой, то измерение времени падения груза с высоты h производится включением и выключением секундомера вручную.

3. Включить секундомер и повторить опыты (ч. 1, п. 4-6) по измерению времени падения груза t_3 5 раз. Данные записать в табл. 3.

4. Установить грузики M дальше от оси вращения и измерить время падения груза t_4 5 раз. Данные записать в табл. 4.

Таблица 1			Таблица 2	
M – на середине стержня				
$m =$ $r_1 =$			$m =$ $r_2 =$	
i	t_1	Δt_1	t_2	Δt_2
1				
2				
3				
4				
5				
Среднее		–		–

Таблица 3			Таблица 4	
$m =$ $r_1 =$			$m =$ $r_1 =$	
M – ближе к оси			M – дальше от оси	
i	$t_3, \text{с}$	$\Delta t_3, \text{с}$	$t_4, \text{с}$	$\Delta t_4, \text{с}$
1				
2				
3				
4				
5				

Среднее		–	Среднее	–
---------	--	---	---------	---

Данные установки:

$$M = \quad \Delta M =$$

$$m = \quad \Delta m =$$

$$h = \quad \Delta h =$$

$$r_1 = \frac{d_1}{2}; \quad \Delta r_1 = \frac{\Delta d_1}{2};$$

$$r_2 = \frac{d_2}{2}; \quad \Delta r_2 = \frac{\Delta d_2}{2}.$$

3. Обработка результатов измерений

1. Рассчитать средние значения времени $\bar{t}_1, \bar{t}_2, \bar{t}_3, \bar{t}_4$.
2. Вычислить по формуле (3) моменты инерции I_1 и I_2 , используя данные табл. 1 и 2.

$$3. \text{ Вычислить среднее значение } I' = \frac{(I_1 + I_2)}{2}.$$

4. Вычислить моменты инерции I_3 и I_4 , используя данные табл. 3 и 4.

Проверить соотношение $I_4 > I' > I_3$.

5. Рассчитать погрешности измерений:

$$\Delta t_{1\text{сл}} = 2,78 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2}{n(n-1)}}, \quad n = 5,$$

$$\Delta t_1 = \sqrt{\Delta t_{1\text{сл}}^2 + \Delta t_{1\text{инс}}^2}.$$

Аналогично рассчитать погрешность Δt_2 :

$$\Delta t_{2\text{сл}} = 2,78 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2}{n(n-1)}},$$

$$\Delta t_2 = \sqrt{\Delta t_{2\text{сл}}^2 + \Delta t_{2\text{инс}}^2}.$$

Записать результаты измерений:

$$t_1 = \bar{t}_1 \pm \Delta t_1,$$

$$t_2 = \bar{t}_2 \pm \Delta t_2.$$

6. Рассчитать погрешности ΔI_1 и ΔI_2 :

$$\Delta I_1 = I_1 \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta r_1}{r_1}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta t_1}{t_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2} \approx I_1 \cdot 2 \frac{\Delta t_1}{t_1},$$

$$\Delta I_2 = I_2 \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta r_2}{r_2}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta t_2}{t_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2} \approx I_2 \cdot 2 \frac{\Delta t_2}{t_2}.$$

Здесь учтено, что относительная погрешность $\frac{\Delta t}{t}$ значительно больше относительных погрешностей других параметров.

7. Рассчитать погрешность $\Delta I' = \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta I_1)^2 + (\Delta I_2)^2}$ и записать результат:

$$I' = \bar{I}' \pm \Delta I'$$

8. Сделать вывод по выполненной работе.

Контрольные вопросы

1. Сформулировать основное уравнение динамики вращательного движения.
2. Какая сила создает вращающий момент в данной работе?
Определить направление вектора момента силы \vec{M} .
3. Как в работе изменяется момент силы и момент инерции крестообразного маятника?
4. Почему в начале опыта необходимо установить нейтральное равновесие крестообразного маятника (крестовины с грузами)?
5. Как найти скорость груза при ударе об опору?
6. При каких условиях в рассматриваемой системе выполняется закон сохранения механической энергии?
7. Как определить работу сил трения на оси вращения маятника Обербека?

Лабораторная работа № 8

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

Цель работы – изучение плоского движения тела. Экспериментально определяется момент инерции маятника Максвелла.

1. Описание установки и метода измерений

Маятник Максвелла (рис.1) представляет собой однородный диск 1, насаженный на цилиндрический вал 2 и жестко скрепленный с ним. На диске закреплено объемное металлическое кольцо 3. Центры масс диска, вала и кольца лежат на одной оси. На вал наматываются нити 4, концы которых закреплены на кронштейне 6 (рис. 2). При разматывании нитей маятник совершает плоское движение, которое складывается из поступательного движения центра масс и вращательного движения вокруг оси симметрии.

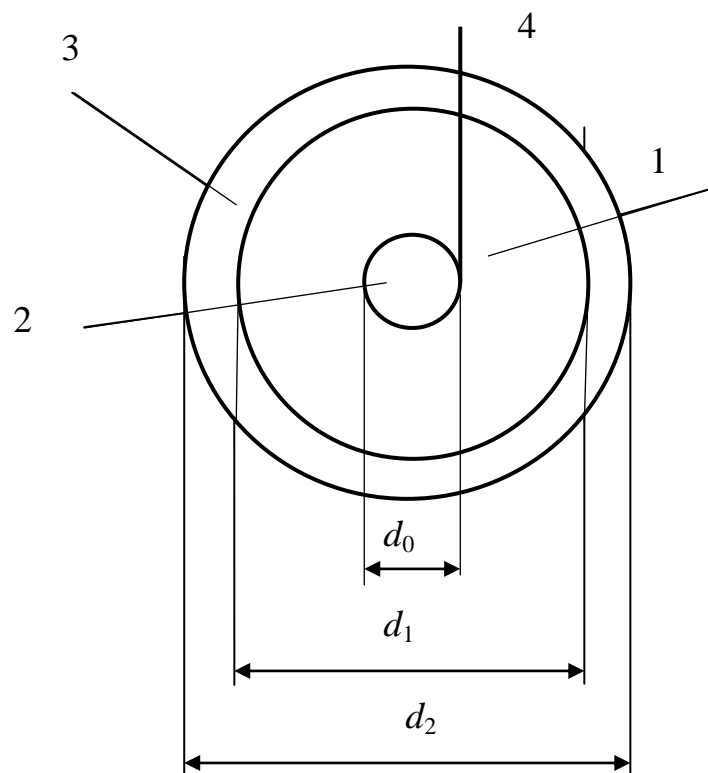


Рис. 1

Схема экспериментальной установки представлена на рис.2. На вертикальной стойке 5 закреплены кронштейны 6 и 7. На кронштейне 6 смонтирован электромагнит 8 и устройство 9 для крепления и регулировки длины нитей подвеса. Маятник фиксируется в верхнем положении электромагнитом 8.

На стойке 5 закреплена миллиметровая шкала, позволяющая определить расстояние, на которое перемещается центр масс маятника Максвелла при его движении. Время движения маятника от верхнего положения до нижнего измеряется электронным секундомером 10 с цифровой индикацией. Включение электронного секундомера осуществляется нажатием клавиши ПУСК, расположенной на нижней панели прибора. Одновременно отключаются от источника питания электромагниты, удерживающие маятник в верхнем положении, и начинается движение маятника вниз. Остановка счета времени осуществляется при помощи фотоэлектрического датчика 11 в момент пересечения маятником оптической оси фотодатчика. Фотодатчик закреплен на нижнем кронштейне 7; кронштейн может перемещаться вдоль вертикальной стойки 5.

Для поступательного движения центра масс маятника в проекции на вертикальную ось запишем систему уравнений:

$$ma = mg - 2T, \quad (1)$$

$$h = \frac{at^2}{2}, \quad (2)$$

где m - масса маятника; a - ускорение его центра масс; T - сила натяжения нити, h - расстояние, пройденное центром масс от верхнего до нижнего положения, t - время движения.

Основное уравнение динамики вращательного движения для маятника в проекции на ось вращения, проходящей через центр масс системы, имеет вид

$$I\varepsilon = 2T \frac{d_0}{2}, \quad (3)$$

где I – момент инерции маятника; d_0 – диаметр вала.

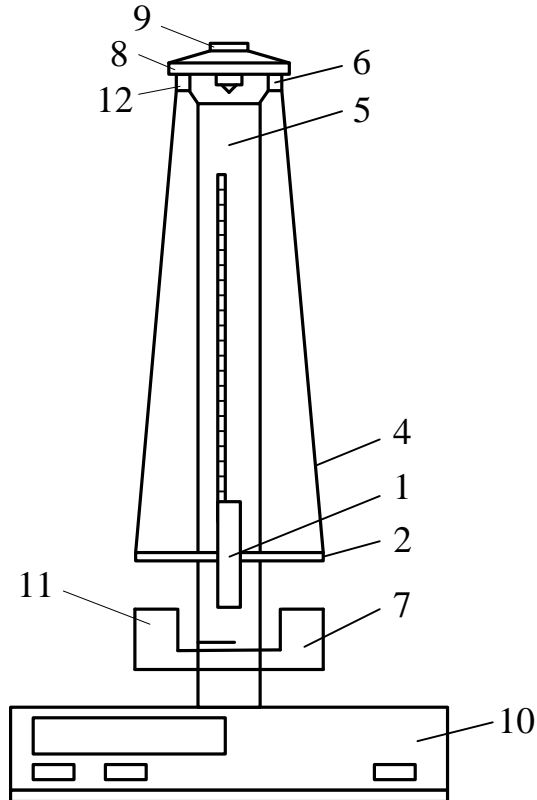


Рис.2

Так как при движении маятника Максвелла нет проскальзывания нити относительно вала, угловое и линейное ускорения связаны соотношением

$$a = \varepsilon \frac{d_0}{2}. \quad (4)$$

Решая совместно уравнения (1) – (4), получим расчетную формулу для экспериментального определения момента инерции маятника:

$$I_{\vartheta} = \frac{m}{4} d_0^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right), \quad (5)$$

где g – ускорение свободного падения; h – расстояние, пройденное центром масс от верхнего до нижнего положения; t – время движения, $m = m_0 + m_k$ – суммарная масса диска и вала и съёмного кольца.

Считаем, что маятник Максвелла имеет правильную геометрическую форму, и его момент инерции можно рассчитать аналитически. Результат расчета дает формулу для теоретического определения момента инерции

$$I_T = I_0 + \frac{1}{8} m_k (d_1^2 + d_2^2), \quad (6)$$

где I_0 – момент инерции вала с диском; m_k – масса съемного кольца; d_1 и d_2 – внутренний и внешний диаметры кольца*.

2. Порядок выполнения работы

1. **Заполнить таблицу спецификации измерительных приборов.**
2. Закрепить кронштейн 7 на стойке, установив расстояние h , которое пройдет маятник Максвелла до пересечения оптической оси нижнего фотодатчика.
3. Нажать кнопку СЕТЬ. При этом должны загореться лампочки фотодатчика и цифровые индикаторы электронного секундомера. Кнопка ПУСК должна быть включена, чтобы цепь электромагнита была замкнута.
4. Вращая вал маятника, зафиксировать его в верхнем положении при помощи электромагнита. При этом необходимо следить за тем, чтобы нити наматывались на вал виток к витку в направлении к диску. В верхнем положении нижний край съемного кольца должен оказаться на уровне оптической оси верхнего фотодатчика 12.
5. Нажать клавишу СБРОС, которая обнуляет показания секундомера.
6. Нажать клавишу ПУСК. При этом цепь электромагнита размыкается, маятник начинает раскручиваться и двигаться вниз. Одновременно верхний фотодатчик 12 включает электронный секундомер.

*Предлагается студентам самостоятельно вывести формулу (6)

7. После одного полного колебания (спуск–подъем) остановить маятник. Записать в табл.1 показания электронного секундомера.

8. Пункты 4 - 7 повторить не менее 5 раз.

Таблица 1

№ пп.	$t, \text{с}$	$\Delta t, \text{с}$
1		
2		
3		
4		
5		
Среднее		—

Данные установки:

Масса вала и диска	$m_0 = ;$	$\Delta m_0 = ;$
Масса съемного кольца	$m_k = ;$	$\Delta m_k = ;$
Момент инерции вала и диска	$I_0 = ;$	$\Delta I_0 = ;$
Диаметр вала	$d_0 = ;$	$\Delta d_0 = ;$
Диаметры кольца: внутренний	$d_1 = ;$	$\Delta d_1 = ;$
внешний	$d_2 = ;$	$\Delta d_2 = ;$
Ускорение свободного падения	$g = 9,82 \text{ м/с}^2;$	
Расстояние	$h = ;$	$\Delta h = .$

3. Обработка результатов измерений

1. Вычислить среднее значение \bar{t} .
2. Рассчитать момент инерции I_3 маятника Максвелла по формуле (5).
3. Рассчитать абсолютную погрешность прямого измерения Δt :

$$\Delta t_{\text{сл}} = 2,78 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2}{n(n-1)}}; \quad \Delta t = \sqrt{\Delta t_{\text{сл}}^2 + \Delta t_{\text{инс}}^2}.$$

4. Рассчитать погрешность косвенных измерений $\Delta I_{\text{э}}$ по формуле

$$\Delta I_{\text{э}} = \bar{I}_{\text{э}} \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta d_0}{d_0}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2},$$

здесь учтено, что $gt^2/2h \gg 1$,

$$\Delta m = \sqrt{\Delta m_0^2 + \Delta m_k^2}.$$

5. По формуле (6) рассчитать значение I_T .

6. Рассчитать погрешность ΔI_T по формуле

$$\Delta I_T = \sqrt{\Delta I_0^2 + \frac{1}{16} m_k^2 (d_1^2 \Delta d_1^2 + d_2^2 \Delta d_2^2) + \frac{1}{64} (d_1^2 + d_2^2)^2 \Delta m_k^2}.$$

7. Записать результат измерений $I_{\text{э}}$ с учетом погрешностей.

$$I_{\text{э}} = \bar{I}_{\text{э}} \pm \Delta I_{\text{э}}.$$

8. Сравнить разность $|I_{\text{э}} - I_T|$ с погрешностью этой разности,

равной $\sqrt{\Delta I_{\text{э}}^2 + \Delta I_T^2}$. Объяснить полученный результат.

9. Сделать вывод по выполненной работе.

Контрольные вопросы

1. Какое движение твердого тела называется плоским?
2. Сформулировать основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела.
3. Как найти скорость произвольной точки тела при плоском движении?
4. Записать закон сохранения механической энергии.
5. Определить скорость центра масс тела в нижней точке.
6. Чему равна скорость точки касания нити с валом маятника?

7. Определить силу натяжения нити в момент, когда маятник изменяет направление своего поступательного движения (в нижней точке).
8. Вывести формулу (6) для расчёта I_T .
9. Показать направления векторов углового ускорения $\vec{\epsilon}$ и момента сил натяжения нити \vec{M}_T .

Лабораторная работа № 9

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВИКА

Цель работы - экспериментальное определение момента инерции системы, состоящей из маховика, шкива и вала.

1. Описание установки и метода измерений

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1. Массивный маховик M , шкив S и горизонтальный вал жёстко соединены между собой, система может вращаться как единое целое вокруг оси O_1O_2 . На шкив наматывается невесомая, нерастяжимая нить, с помощью которой груз m поднимается на высоту H над уровнем пола, при этом система маховик – шкив поворачивается на n_1 оборотов. Под действием вращающего момента силы натяжения нити маховик и шкив начинают ускоренное вращение вокруг оси O_1O_2 . После соприкосновения груза с полом нить соскальзывает со шкива, а система маховик - шкив продолжает вращаться. Под действием момента силы трения в подшипниках вала через некоторое время система останавливается, сделав n_2 оборотов.

Основное уравнение динамики вращательного движения запишем в виде:

$$I\varepsilon = TR - M_{\text{тр}}, \quad (1)$$

где I – момент инерции системы маховик – шкив, ε - угловое ускорение, T – сила натяжения нити, R - радиус шкива, $M_{\text{тр}}$ – момент силы трения.

Для поступательного движения груза m запишем уравнение движения в соответствии со II законом Ньютона:

$$ma = mg - T, \quad (2)$$

$$v = at, \quad H = \frac{at^2}{2}, \quad v = \frac{2H}{t}, \quad (3)$$

где a - ускорение груза; t - время падения груза с высоты H ;

v - скорость груза в момент касания пола.

Между нитью и поверхностью шкива S отсутствует проскальзывание, поэтому угловая скорость ω вращения шкива в момент времени t связана с линейной скоростью груза соотношением

$$\omega = \frac{v}{R}, \quad (4)$$

где R - радиус шкива.

Так как маховик M и шкив S жестко связаны с валом, угловая скорость системы маховик-шкив определяется тем же соотношением (4).

Из (3) и (4) имеем:

$$\omega = \frac{2H}{Rt} \quad (5)$$

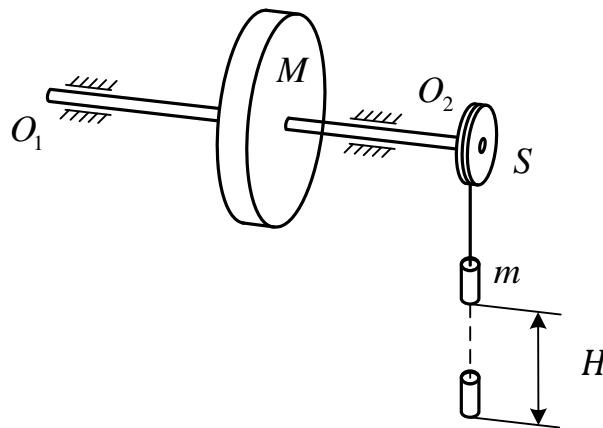


Рис. 1

Чтобы учесть влияние момента силы трения, воспользуемся законом изменения механической энергии на двух этапах движения системы.

На *первом* этапе движения (от начала движения до касания грузом пола) закон изменения полной механической энергии $W_{\text{мех}}$ имеет вид

$$\Delta W_{\text{мех}} = A_{\text{тр}}; \quad \left(\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \right) - mgH = A_{\text{тр1}}, \quad (6)$$

где $\frac{mv^2}{2}$ - кинетическая энергия груза в момент касания пола; I - момент инерции системы маховик-шкив; $\frac{I\omega^2}{2}$ - кинетическая энергия вращающегося маховика со шкивом в тот же момент времени; mgH - потенциальная энергия системы в начальный момент времени, когда груз поднят на высоту H от пола; $A_{тр1}$ - работа сил трения.

На *втором* этапе движения системы – вращения системы маховик – шкив по инерции до полной остановки - аналогичное уравнение закона изменения полной механической энергии имеет вид

$$0 - \frac{I\omega^2}{2} = A_{тр2}, \quad (7)$$

где $A_{тр2}$ - работа силы трения.

Работа сил трения отрицательна и пропорциональна числу оборотов системы n_1 и n_2 на первом и втором этапе движения соответственно:

$$\begin{aligned} A_{тр} &= -M_{тр}\Delta\varphi, & \Delta\varphi &= 2\pi n, \\ A_{тр1} &= -\alpha n_1, & A_{тр2} &= -\alpha n_2, \end{aligned} \quad (8)$$

α - коэффициент пропорциональности, одинаковый в обоих случаях.

Из (7) и (8) имеем:

$$\frac{I\omega^2}{2} = \alpha n_2; \quad \alpha = \frac{I\omega^2}{2n_2}. \quad (9)$$

Для $A_{тр1}$ получим выражение

$$A_{тр1} = -\frac{I\omega^2 n_1}{2n_2}.$$

Тогда (6) примет вид:

$$\left(\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \right) - mgH = -\frac{n_1}{n_2} \frac{I\omega^2}{2}. \quad (10)$$

Используя (4), (5), после несложных преобразований найдем момент инерции системы маховик - шкив I :

$$I = \frac{mR^2(gt^2 - 2H)}{2H\left(1 + \frac{n_1}{n_2}\right)}. \quad (11)$$

Формулу (11) можно упростить, если учесть, что выполняется неравенство $gt^2 \gg 2H$. Если радиус R и высоту H выразить через диаметр шкива d , $R = d/2$, $H = n_1\pi d$, то получим

$$I = \frac{mdt^2gn_2}{8n_1\pi(n_2 + n_1)} \quad (12)$$

2. Порядок выполнения работы

1. Заполнить таблицу спецификации измерительных приборов.
2. Штангенциркулем измерить диаметр шкива d 5 раз.
3. Надеть петлю, имеющуюся на нити с грузом, на штырек шкива S . Намотать нить на шкив так, чтобы груз m находился на полу, а нить была натянута. В этом положении на маховик M нанести мелом горизонтальную черту. Повернуть маховик M на целое число оборотов n_1 (обороты отсчитываются по отмеченной мелом черте, число оборотов n_1 должно быть не менее трех-четырех) так, чтобы груз поднялся на высоту H .
4. Измерить время падения груза секундомером. Для этого включить секундомер в момент, когда начнёт вращение маховик, и выключить в момент касания грузом пола.
5. Подсчитать число оборотов n_2 маховика M (по отмеченной мелом черте) от момента касания грузом пола до полной остановки маховика. Число оборотов n_2 округлять до $\frac{1}{4}$ оборота. Измерения провести 5 раз.
7. Результаты измерений времени падения груза t и число оборотов n_2 записать в табл. 2.

3. Обработка результатов измерений

Данные установки:

$$m = \quad ; \quad \Delta m = ; \quad n_1 = \quad .$$

Диаметр шкива $d =$

- Измерение времени падения груза t и числа оборотов маховика n_2 .

Таблица 1

№ п/п	t_i , с	Δt_i , с	n_{2i}	Δn_{2i}
1				
2				
3				
4				
5				
Среднее		-		-

- По формуле (8), используя средние значения \bar{t} и \bar{n}_2 , рассчитать \bar{I} .

- Рассчитать погрешности прямых и косвенных измерений:

$$\Delta t_i = |t_i - \bar{t}|,$$

$$\Delta t_{\text{сл}} = 2,78 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2}{n(n-1)}}, \text{ где } n = 5.$$

$$\Delta t = \sqrt{(\Delta t_{\text{сл}})^2 + (\Delta t_{\text{инс}})^2};$$

$$t = \bar{t} \pm \Delta t.$$

$$\Delta n_{2i} = |n_{2i} - \bar{n}_{2i}|,$$

$$\Delta n_{2\text{инс}} = 0,25, \quad \Delta n_{2\text{сл}} = 2,78 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta n_{2i})^2}{n(n-1)}}, \text{ где } n = 5.$$

$$\Delta n_2 = \sqrt{(\Delta n_{2\text{сл}})^2 + (\Delta n_{2\text{инс}})^2};$$

$$n_2 = \bar{n}_2 \pm \Delta n_2.$$

$$\Delta I = I \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \frac{n_1^2}{(n_1 + n_2)^2} \left(\frac{\Delta n_2}{n_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2}.$$

При выводе формулы предполагалось, что относительные погрешности числа π (3,14), величины g (9,82) и n_1 пренебрежимо малы.

В большинстве случаев $n_1 \ll n_2$, относительные погрешности m , H и d также малы, и можно пользоваться приближённой формулой

$$\Delta I = I \sqrt{4\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta n_2}{n_2}\right)^2}.$$

4. Записать окончательный результат $I = \bar{I} \pm \Delta I$.

5. Сделать вывод по выполненной работе.

Контрольные вопросы

1. Что такое момент инерции? От чего он зависит?
2. Почему нельзя применить закон сохранения механической энергии в данной работе?
3. Дать определение момента силы относительно неподвижной оси. Какая сила создает вращающий момент? Показать направление вектора вращающего момента.
4. Зачем в работе измеряется число оборотов маховика n_2 ?
5. Как определить момент инерции маховика, если пренебречь трением?
6. Вывести расчетную формулу для момента инерции маховика.
7. Сформулировать основное уравнение динамики вращательного движения.

Лабораторная работа №10
ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И
ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ
ПРИБОРА АТВУДА

Цель работы - изучение динамики поступательного и вращательного движений.

Экспериментально определяются ускорения поступательного движения грузов и вращательного движения блока, момент инерции блока, момент сил трения в подшипнике.

1. Описание установки и метода измерений

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1. На вертикальной стойке 1 закреплены кронштейны: 2, 3, 4 и верхняя втулка 5. На верхней втулке закреплен блок 10; трение на оси блока мало. Через блок перекинута нить 12 с двумя одинаковыми грузами 13. На правый груз кладется перегрузок 14, который при движении снимается на выступе 9. На верхней втулке 5 закреплен электромагнит 6, с помощью которого осуществляется торможение системы. На кронштейнах 3 и 2 смонтированы фотодатчики 7 и 8, сигнализирующие о включении и выключении миллисекундомера 11, позволяющего измерить время равномерного движения грузиков. Кронштейны 3 и 4 могут перемещаться и фиксироваться на любом уровне стойки.

В начальный момент времени система находится в равновесии. Если на правый груз поместить перегрузок массы m , то грузы начнут двигаться с ускорением. Правый груз пройдет путь S_1 (рис.2). На выступе перегрузок m снимается, и движение двух грузов становится равномерным. Правый груз пройдет путь S_2 .

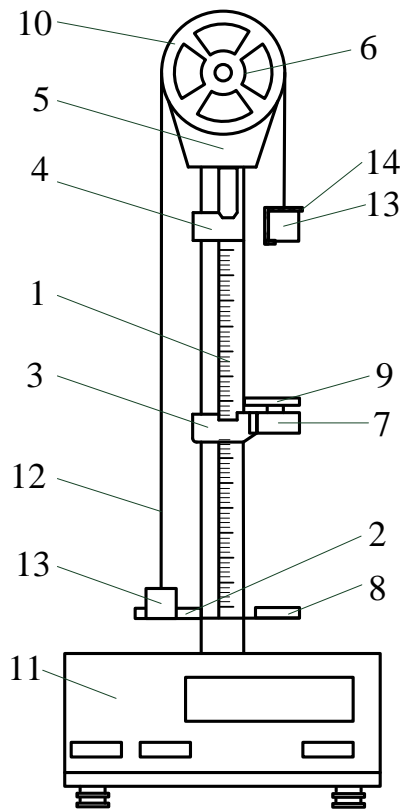


Рис.1

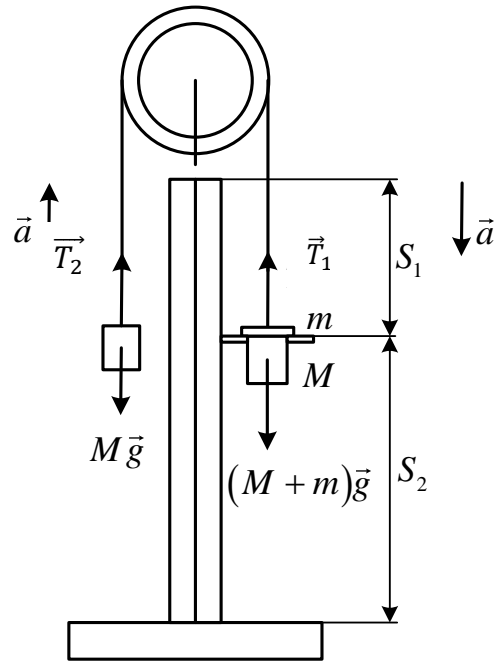


Рис.2

Массы грузов и перегрузка известны (M , m). Пути равноускоренного движения S^1 и равномерного движения S^2 измеряются по шкале. Время равномерного движения t_2 измеряется миллисекундомером.

Запишем II закон Ньютона для левого и правого грузов при их равноускоренном движении. В проекции на вертикальные оси, направленные по ускорению \vec{a} , будем иметь

$$Ma = T_2 - Mg; \quad (1)$$

$$(M + m)a = -T_1 + (M + m)g, \quad (2)$$

где T_1 и T_2 - силы натяжения нити; a - ускорение грузов.

Движение блока описывается с помощью основного уравнения динамики вращательного движения относительно неподвижной оси

$$I\varepsilon = T_1 R - T_2 R - M_{\text{тр}}, \quad (3)$$

где I – момент инерции блока относительно неподвижной оси O_z , ось Z перпендикулярна плоскости чертежа, R – радиус блока; $\varepsilon = a/R$, ε – угловое ускорение блока, $M_{\text{тр}}$ – момент силы трения на оси блока.

Скорость равномерного движения груза на отрезке S_2 равна его скорости в конце равноускоренного движения, т.е. $v = at_1$, где t_1 – время прохождения пути S_1 . С другой стороны, $v = S_2/t_2$, где t_2 – время равномерного движения. Следовательно,

$$v = \frac{S_2}{t_2} = at_1; \quad S_1 = \frac{at_1^2}{2} = \frac{v^2}{2a}. \quad (4)$$

Из последнего соотношения находим

$$a = \frac{v^2}{2S_1} = \frac{S_2^2}{2S_1 t_2^2}. \quad (5)$$

Для определения момента инерции блока и момента силы трения $M_{\text{тр}}$ необходимо провести измерение ускорений грузов a_1 и a_2 для двух значений перегрузков m_1 и m_2 . Решая совместно уравнения (1), (2), (3) с учётом ускорений a_1 и a_2 , получим формулы:

$$I = \frac{R^2}{(a_1 - a_2)} [(m_1 - m_2)g - a_1(2M + m_1) + a_2(2M + m_2)], \quad (6)$$

$$M_{\text{тр}} = [m_1 g - a_1(2M + m_1)]R - I \frac{a_1}{R}. \quad (7)$$

2. Порядок выполнения работы

1. Составить таблицу спецификации измерительных приборов.
2. Установить кронштейн 3 с фотодатчиком немного ниже середины стойки 1. Измерить S_1 и S_2 по шкале стойки. Горизонтальная черта указателя стойки должна соответствовать нижнему основанию груза.
3. Перекинуть через блок нить с грузами на концах и убедиться, что система находится в безразличном равновесии. Привести систему в исходное положение, опустив левый груз на резиновую подставку. При этом правый груз поднимается в верхнее положение.

4. Нажать клавишу СЕТЬ, расположенную на панели миллисекундомера. При этом загораются лампочки фотодатчиков, включается фрикционный тормоз, удерживающий систему в исходном положении.
5. Положить на правый груз M перегрузок m_1 . Нажать клавишу ПУСК. На кронштейне 3 перегрузок задерживается и включается миллисекундомер, измеряющий время прохождения пути S_2 правым грузом. Значение t_2 записать в таблицу 1.
6. Нажать клавишу СБРОС. При этом миллисекундомер должен показывать нули.
7. Произвести измерения 5 раз. Результаты измерений записать в таблицу 1.
8. Повторить измерения с другим перегрузком массы m_2 (пп. 5-7).

Данные установки:

Масса грузов $M =$, $\Delta M =$

Масса перегрузков $m_1 =$, $\Delta m_1 =$

$m_2 =$, $\Delta m_2 =$

$S_1 =$; $\Delta S_1 =$; $S_2 =$; $\Delta S_2 =$;

$R =$, $\Delta R =$.

Таблица 1

№ п/п	$m_1, \text{Г}$		$m_2, \text{Г}$	
	$t_2, \text{с}$	$\Delta t_2, \text{с}$	$t_2, \text{с}$	$\Delta t_2, \text{с}$
1				
2				
3				
4				
5				
Среднее		—		—

6. Обработка результатов измерений

1. Вычислить средние значения t_2 .
2. По формуле (5) вычислить ускорения a_1 и a_2 , для двух значений массы перегрузков m_1 и m_2 , используя соответствующие средние значения t_2 .
3. Вычислить момент инерции блока I по формуле (6).
4. Рассчитать погрешность измерения времени t_2 :

$$\Delta t_{2\text{сл}} = 2,8 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2}{n(n-1)}}, \quad n = 5. \quad \Delta t_{2\text{инс.}} = \dots$$

$$\Delta t_2 = \sqrt{\Delta t_{2\text{сл}}^2 + \Delta t_{2\text{инс.}}^2}.$$

5. Вычислить погрешности измерения ускорений a_1 и a_2 :

$$\Delta a = a \sqrt{\left(\frac{\Delta S_1}{S_1}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta S_2}{S_2}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta t_2}{t_2}\right)^2}.$$

6. Записать результаты с учётом погрешности:

$$a_1 = \bar{a}_1 \pm \Delta a_1, \quad a_2 = \bar{a}_2 \pm \Delta a_2.$$

7. Рассчитать погрешность момента инерции по формуле:

$$\Delta I = \frac{R^2(m_1 - m_2)}{(a_1 - a_2)^2} \sqrt{(g - a_1)^2 \Delta a_1^2 + (g - a_2)^2 \Delta a_2^2}.$$

В этой формуле не учтены погрешности определения массы грузов M , m_1 , m_2 , радиуса блока R и ускорения свободного падения g , так как их относительные погрешности значительно меньше относительных погрешностей ускорений a_1 и a_2 .

8. Записать результат измерения с учетом правил округления:

$$I = \bar{I} \pm \Delta I.$$

9. Вычислить момент силы трения $M_{\text{тр}}$ по формуле (7).
10. Записать вывод по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. Сформулировать законы динамики поступательного и вращательного движений.
2. Записать основное уравнение динамики вращательного движения для блока.
3. Какие величины непосредственно измеряются в данной работе?
4. Дать определение момента инерции, момента силы.
5. Вывести расчетную формулу для момента инерции блока.

Лабораторная работа № 11**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОЙ ТЕПЛОТЫ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ
И ИЗМЕНЕНИЯ ЭНТРОПИИ
ПРИ ОХЛАЖДЕНИИ СПЛАВА ОЛОВА**

Цель работы: экспериментально определить изменение энтропии при фазовом переходе первого рода на примере кристаллизации олова (сплава олова со свинцом) из расплава при его охлаждении и удельную теплоту кристаллизации из закона сохранения энергии.

1. Описание установки и метода измерений

Кристаллизация – процесс перехода вещества из жидкого состояния в твердое. Кристаллизация связана с выделением количества теплоты, равного теплоте плавления, и для химически чистых веществ, протекает при постоянной температуре, равной температуре плавления.

В процессе кристаллизации упорядочивается движение частиц жидкости. Постепенно движение частиц превращается в связанные тепловые колебания около узлов кристаллической решетки.

Для начала кристаллизации необходимо, чтобы в жидкости имелись центры кристаллизации – неоднородности, вокруг которых начинается образование твердой фазы. Если в жидкости отсутствуют центры кристаллизации, то она может быть охлаждена до температуры более низкой, чем температура плавления. Это состояние жидкости называется *метастабильным*.

Количество теплоты, которое необходимо отвести от единицы массы жидкости при температуре кристаллизации T_k для перехода ее в твердое состояние, называется удельной теплотой кристаллизации λ_k .

Согласно первому началу термодинамики

$$\lambda_k = U_T - U_{ж} + p(V_T - V_{ж}), \quad (1)$$

где $U_{\text{т}}$, $U_{\text{ж}}$ – внутренняя энергия единицы массы в твердом и жидком состоянии; $V_{\text{т}}$, $V_{\text{ж}}$ – удельный объем твердой и жидкой фаз; p – давление в процессе кристаллизации.

Так как $p(V_{\text{т}} - V_{\text{ж}}) \ll U_{\text{т}} - U_{\text{ж}}$, то

$$\lambda_{\text{к}} \cong U_{\text{т}} - U_{\text{ж}}. \quad (2)$$

Для характеристики состояния вещества используется понятие энтропии – функции состояния, определяемой с точностью до постоянной.

Разность энтропий в двух состояниях при обратимом процессе

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}, \quad (3)$$

где $\frac{dQ}{T} = dS$ – элементарное приведенное количество теплоты. В процессе кристаллизации вещество отдает количество теплоты Q окружающей среде при $T = \text{const}$;

$$Q = \lambda_{\text{к}} M_{\text{с}} < 0. \quad (4)$$

где $M_{\text{с}}$ – масса сплава.

Из (3) и (4) следует, что

$$S_2 - S_1 = \frac{\lambda_{\text{к}} M_{\text{с}}}{T_{\text{к}}}, \quad (5)$$

Используя (1), получим:

$$S_2 - S_1 = \frac{U_{\text{т}} - U_{\text{ж}}}{T_{\text{к}}} M_{\text{с}}. \quad (6)$$

В процессе кристаллизации происходит возрастание упорядоченности (создание структуры) молекул вещества, что приводит к убыванию энтропии системы.

Ампула со сплавом 2 (рис. 1) нагревается в электрической печи 1, питающейся переменным током. Внутри ампулы находится металлическая труба – чехол с дифференциальной хромель-копелевой термопарой, горячий спай 3 которой находится в ампуле, а холодный

спай 4 – на воздухе. Концы термопары через гнезда и провода соединены с милливольтметром 5, измеряющим величину термо-ЭДС.

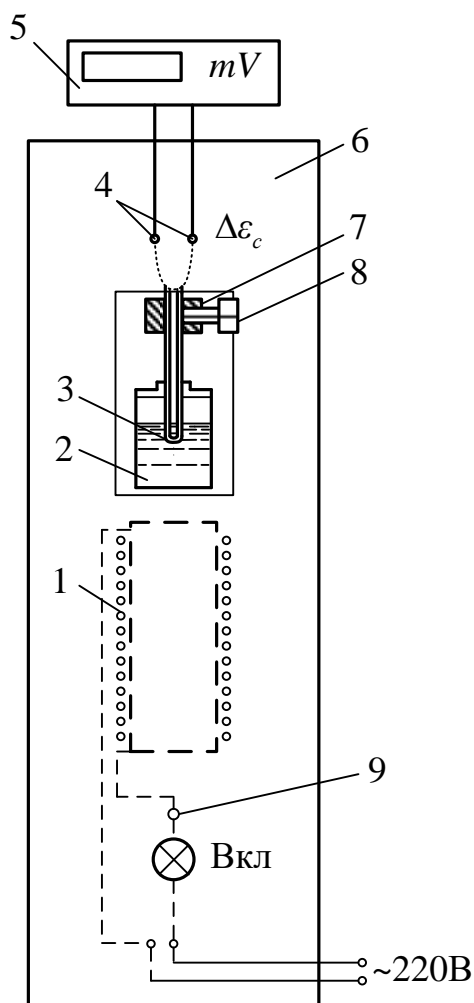


Рис. 1

Электрическая печь 1 находится в модуле экспериментального стенда 6. Подключение электрической печи к сети производится вилкой и тумблером 9 «ВКЛ» на стенде. Для подъема ампулы 2 необходимо отвинтить зажим 8 и переместить ползунок 7 вверх.

Простейшей моделью охлаждения тела является медленное охлаждение в среде с постоянной температурой T_c , когда внутри тела в течение всего процесса кристаллизации температура в любой точке тела одинакова в любой момент времени. Такой процесс состоит из непрерывно следующих друг за другом равновесных состояний и, следовательно, является квазистационарным обратимым процессом.

Применяя закон сохранения энергии к процессу охлаждения твердого сплава после кристаллизации, запишем:

$$dT(C_c M_c + C_a M_a) + \alpha F(T - T_c) d\tau = 0. \quad (7)$$

где $dT(C_c M_c + C_a M_a) < 0$ – количество теплоты, отданное сплавом и ампулой среде при охлаждении за время $d\tau$; $\alpha F(T - T_c) d\tau > 0$ – количество теплоты, полученное окружающей средой через поверхность ампулы F за время $d\tau$; C_c , C_a – удельные теплоемкости сплава и материала ампулы; M_c , M_a – массы сплава и ампулы; T – температура твердого сплава; T_c – температура окружающей среды; α – коэффициент теплоотдачи с поверхности ампулы F в окружающую среду. Будем считать, что α – постоянная величина в течение всего опыта.

Применяя закон сохранения энергии к процессу кристаллизации сплава, получим уравнение

$$\lambda_k M_c + \alpha F(T_k - T_c) \Delta\tau = 0. \quad (8)$$

где $\lambda_k M_c < 0$ – количество теплоты, отданное сплавом при его кристаллизации окружающей среде за время $\Delta\tau$ кристаллизации; $\alpha F(T_k - T_c) \Delta\tau > 0$ – количество теплоты, полученное окружающей средой через поверхность ампулы за время кристаллизации.

Из соотношений (6) и (7) получаем формулу для удельной теплоты кристаллизации

$$\lambda_k = (C_c M_c + C_a M_a) \frac{\Delta\tau}{M_c} \frac{dT}{d\tau} \frac{(T_k - T_c)}{(T - T_c)}. \quad (9)$$

Изменение энтропии

$$S_2 - S_1 = \frac{\lambda_k M_c}{T_k}. \quad (10)$$

Следовательно, для определения изменения энтропии $S_2 - S_1$ необходимо измерить температуру кристаллизации T_k , время кристаллизации $\Delta\tau$ и вычислить производную $dT/d\tau$ функции $T = f(\tau)$ в точке начала охлаждения твердого сплава после полной

кристаллизации. Эти величины можно найти, измеряя температуру сплава в процессе охлаждения от полного расплава до температуры остывшего сплава T_c в конце опыта.

2. Порядок выполнения работы

1. Выписать данные установки и заполнить таблицу спецификации приборов.
2. Включить стенд (рубильник на установке). При этом проверить, выключен ли тумблер электрической печи.
3. Включить цифровой милливольтметр 5, измеряющий величину термо-ЭДС \mathcal{E} . Проверить его показания при выключенном нагревателе печи: на табло должны быть высвечены нули. Если его показания не равны нулю, подождать, пока сплав в ампуле охладится до комнатной температуры.
4. Включить тумблер 9 электрической печи. Проследить в течение 10-15 мин за тем, чтобы сплав, находящийся в ампуле, расплавился. Процесс плавления происходит при постоянной температуре T_k , при этом показания милливольтметра не изменяются по величине. Конец плавления определяется после того, как показания милливольтметра начинают расти. Это означает, что температура расплавленного сплава начинает возрастать.
5. Через 1 мин после конца плавления сплава отключить электрический нагреватель – тумблер 9. Показания милливольтметра не должны превышать 15 мВ, что соответствует температуре плавления термопары. **Нагрев выше указанной температуры недопустим!**
6. Отвернуть винт 8 ползунка 7 и поднять ампулу со сплавом 2 из печи. Зафиксировать положение ампулы тем же винтом.
7. Включить секундомер и через каждые 15 с снимать показания милливольтметра, фиксирующего разность температур сплава и

окружающей среды. Измерения продолжить в течение 10 мин. Данные занести в табл. 1.

8. Получив 40-50 экспериментальных точек, выключить милливольтметр.

Зависимость $\Delta\mathcal{E} = f(\tau)$ изображена на рис. 2.

I – область полного расплава

II – область кристаллизации

III – область охлаждения твердого тела

$\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$ – время кристаллизации.

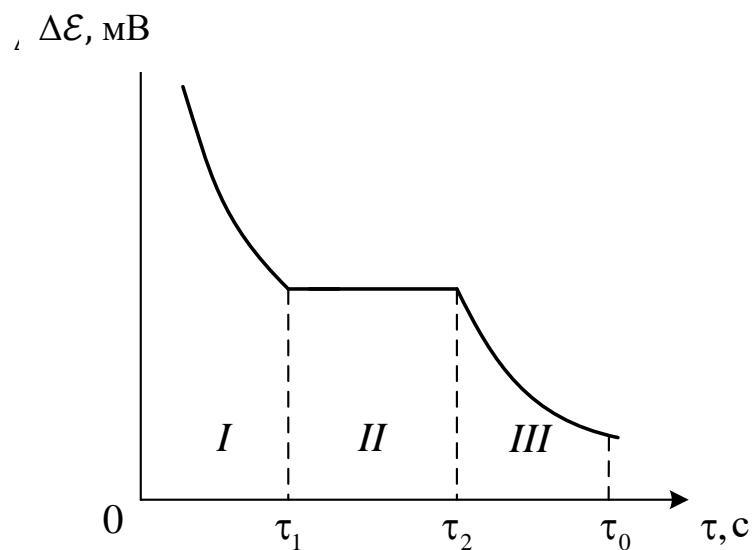


Рис. 2

3. Обработка результатов измерений

Данные установки

Масса сплава $M_c =$

Масса ампулы $M_a =$

Теплоемкость сплава $C_c =$

Теплоемкость материала ампулы $C_a =$

Температура окружающей среды $t_c = \dots, ^\circ\text{C}$

Термо-ЭДС \mathcal{E}_c , соответствующая температуре окружающей среды T_c , берется из Приложения.

Таблица 1

№ п/п	$\tau, \text{с}$	$\Delta \mathcal{E}, \text{мВ}$	$t, ^\circ\text{C}$	$T, \text{К}$	$(T - T_c) = \theta, \text{К}$	$\ln \theta$
1						
2						
3						
.						
.						

Величину λ_k и $S_2 - S_1$ при кристаллизации сплава можно определить графической обработкой экспериментальных данных.

Математическая обработка данных

Согласно принятой модели, процесс охлаждения твердого сплава от точки полной кристаллизации описывается уравнением (7), решение которого есть:

$$\theta = \theta_k e^{-m(\tau - \tau_2)}. \quad (11)$$

Где $\theta = T - T_c$; $\theta_k = T_k - T_c$;

$$m = \frac{\alpha F}{C_c M_c + C_a M_a}.$$

Дифференцируя (11) по τ и подставляя значение $\tau = \tau_2$ (τ_2 – время конца кристаллизации), получим

$$\left(\frac{d\theta}{d\tau} \right)_{\tau=\tau_2} = -m\theta_k. \quad (12)$$

Коэффициент m называется *темпом охлаждения* и характеризует относительную скорость изменения температуры в теле. Темп охлаждения можно определить из линейной зависимости, полученной логарифмированием функции (11):

$$\ln \theta = \ln \theta_k - m(\tau - \tau_2) \quad (13)$$

Для этого строится график зависимости $\ln \theta = f(\tau - \tau_2)$ и по наклону графика определяется m (см. раздел «Графическая обработка

результатов»).

Из (8), (19), (11), (13) следует

$$\lambda_k = -(C_c M_c + C_a M_a) \frac{\Delta \tau}{M_c} m \theta_k. \quad (14)$$

$$S_2 - S_1 = -(C_c M_c + C_a M_a) \frac{\Delta \tau}{T_k} m \theta_k. \quad (15)$$

Графическая обработка результатов измерения

1. По полученным данным построить график зависимости $\Delta \mathcal{E} = f(\tau)$ и найти время кристаллизации сплава $\Delta \tau = \tau_2 - \tau_1$ (см. рис. 2).
2. Измерить по лабораторному термометру температуру окружающей среды – воздуха t_c и по приложению соответствующее ей значение термо - ЭДС \mathcal{E}_c хромель - копелевой термопары.
3. Прибавляя к каждому измеренному значению $\Delta \mathcal{E}_i$ величину \mathcal{E}_c , найти по таблице температуру сплава t_i в процессе охлаждения в соответствующие моменты времени.
4. Найти $\theta_i = t_i - t_c$ и построить график зависимости $\ln \theta = f(\tau - \tau_2)$ для участка III (см. рис. 2), определить $\theta = t_k - t_c$.
5. Провести «среднюю» прямую через экспериментальные точки и найти тангенс угла наклона этой прямой

$$m = \frac{\ln \theta - \ln \theta_0}{\tau_0 - \tau}. \quad (16)$$

где θ_0 и τ_0 – выбранные на графике значения разности температур и времени в конце опыта.

6. Рассчитать удельную теплоту кристаллизации по формуле

$$\lambda_k = -(C_c M_c + C_a M_a) \frac{\Delta \tau}{M_c} m \theta_k = -(C_c M_c + C_a M_a) \frac{\Delta \tau (\ln \theta - \ln \theta_0)}{M_c (\tau_0 - \tau)} \theta_k.$$

7. Рассчитать изменение энтропии по формуле

$$S_2 - S_1 = \frac{\lambda_k M_c}{T_k}. \quad (18)$$

8. Рассчитать погрешность измерения λ_k по формуле

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta\lambda_k}{\lambda_k}\right)^2 &= \frac{C_c^2 \Delta M_c^2 + M_c^2 \Delta C_c^2 + C_a^2 \Delta M_a^2 + M_a^2 \Delta C_a^2}{(C_c M_c + C_a M_a)^2} + \left(\frac{\Delta\theta_k}{\theta_k}\right)^2 + \\ &+ \left(\frac{\Delta(\Delta\tau)}{\Delta\tau}\right)^2 + \left(\frac{\Delta M_c}{M_c}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2. \end{aligned} \quad (19)$$

При расчете погрешности $\Delta\lambda_k$ можно пренебречь несущественными слагаемыми. Считая, что относительные погрешности величин C_c , M_c , C_a , M_a , $\Delta\tau$, θ_k значительно меньше относительной погрешности величины λ_k , последнюю можно определить по формуле

$$\frac{\Delta\lambda_k}{\lambda_k} = \frac{\Delta m}{m},$$

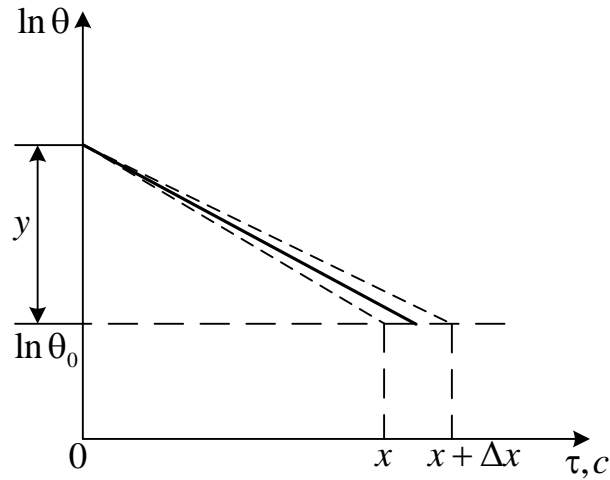


Рис. 3

а погрешность Δm найти из графика (рис. 3):

$$\Delta m = m_2 - m_1 = \frac{y}{x} - \frac{y}{x + \Delta x} = \frac{y\Delta x}{x(x + \Delta x)} \approx y \frac{\Delta x}{x^2}$$

9. Записать окончательный результат в виде

$$\lambda_k = \bar{\lambda}_k \pm \Delta \lambda_k.$$

10. Сделать вывод по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. Записать первый закон термодинамики для процесса кристаллизации.
2. Как изменяется энтропия в процессе кристаллизации?
3. Записать закон сохранения энергии для процесса кристаллизации и охлаждения сплава.
4. Каким уравнением описывается процесс охлаждения твердого (сплава)?
5. Как проводится графическая обработка результатов эксперимента?
6. Для чего в работе используется милливольтметр?
7. Как находится время кристаллизации (сплава)?

Приложение
Градуировочная характеристика хромель -копелевой
термопары (по СТ СЭВ 1059-78)

$t, ^\circ\text{C}$	Термоэлектродвижущая сила, мВ								
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,000	0,064	0,128	0,192	0,256	0,331	0,386	0,451	0,516
10	0,646	0,711	0,776	0,841	0,907	0,973	1,039	1,105	1,171
20	1,303	1,360	1,437	1,504	1,571	1,638	1,705	1,772	1,840
30	1,976	2,044	2,112	2,108	2,248	2,316	2,384	2,452	2,520
40	2,658	2,727	2,796	2,965	2,934	3,003	3,073	3,141	3,280
50	3,350	3,420	3,490	3,560	3,630	3,700	3,770	3,840	3,983
60	4,050	4,121	4,192	4,263	4,334	4,405	4,476	4,547	4,689
70	4,780	4,831	4,920	4,973	5,544	5,115	5,186	5,257	5,398
80	5,469	5,540	5,611	5,682	5,753	5,824	5,895	5,966	6,108
90	6,179	6,250	6,322	6,394	6,466	6,538	6,610	6,682	6,526
100	6,898	6,970	7,043	7,116	7,180	7,262	7,335	7,408	6,554
110	7,627	7,700	7,774	7,848	7,922	7,996	8,070	8,144	8,292
120	8,366	8,440	8,515	8,590	8,665	8,740	8,815	8,890	9,040
130	9,115	9,190	9,265	9,430	9,150	9,470	9,565	9,640	9,790
140	9,865	9,940	10,016	10,092	10,168	10,244	10,320	10,396	10,548
150	10,624	10,700	10,777	10,854	10,931	11,008	11,085	11,162	11,316
160	11,393	11,470	11,548	11,626	11,704	11,782	11,860	11,938	12,094
170	12,172	12,250	12,229	12,408	12,487	12,566	12,645	12,724	12,882
180	12,961	13,040	13,120	13,200	13,280	13,360	13,440	13,520	13,680

Лабораторная работа № 12

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ C_p/C_v ГАЗОВ

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента Пуассона $\gamma' = C_p/C_v$ для воздуха методом адиабатного расширения воздуха. Так как при комнатной температуре и атмосферном давлении воздух подчиняется законам идеальных газов, то в настоящей работе экспериментальная величина γ' сравнивается с рассчитанной по теоретической формуле

$$\gamma = \frac{i + 2}{i}$$

(по теории теплоемкостей газов).

1. Описание установки и метода измерений

Установка для опыта состоит из баллона А, соединенного с открытым водяным манометром М, клапана К и специального ниппельного устройства (или крана В). Схема установки представлена на рис. 1.

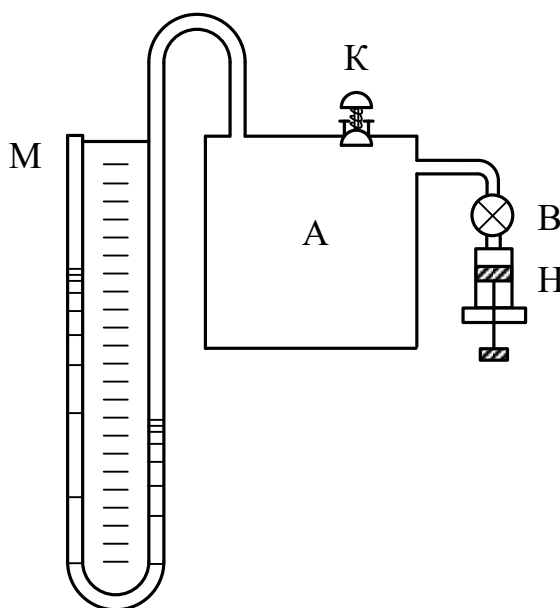


Рис.1

Накачиваем в баллон воздух до тех пор, пока разность уровней

жидкости в обоих коленах манометра не станет равной 25-30 см. По истечении 3-4 мин. температура воздуха в баллоне становится равной температуре окружающей среды. При этом молярный объем газа будет V_1 , давление p_1 и температура T_1 (состояние 1 на рис. 2). Открываая затем быстро клапан на короткое время, соединяем баллон с окружающим воздухом. После этого давление в баллоне становится равным атмосферному. Клапан имеет большое сечение, и процесс происходит достаточно быстро. Газ не успевает вступить в тепловой обмен с окружающей средой, т. е. этот процесс расширения воздуха можно считать адиабатным процессом. Молярный объем теперь будет V_2 , давление p_2 (атмосферное) и температура T_2 (состояние 2 на рис. 2). При этом $T_2 < T_1$, так как работа расширения газа при адиабатном процессе совершается за счет его внутренней энергии, т.е. внутренняя энергия уменьшается и температура понижается.

Для адиабатного перехода из первого состояния во второе справедливо уравнение Пуассона

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma. \quad (1)$$

Через 3-4 мин. после закрытия клапана воздух нагревается изохорно до комнатной температуры T_1 , причем давление повышается до величины p_3 (состояние 3 на рис. 2).

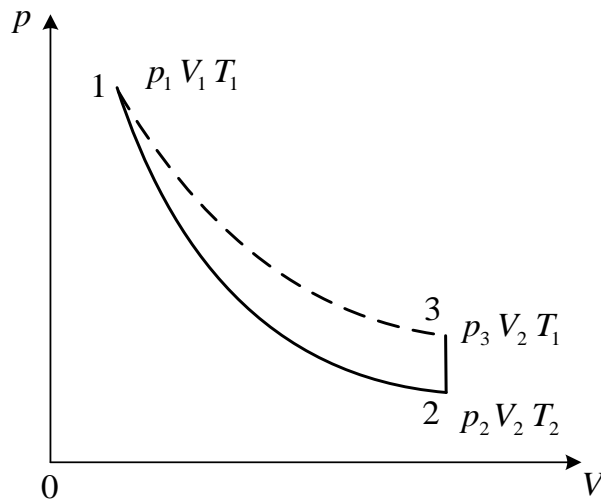


Рис. 2

Сравнивая конечное третье состояние газа с первым состоянием, мы видим, что точки 1 и 3 лежат на одной изотерме. Поэтому, применяя закон Бойля-Мариотта, имеем

$$p_1 V_1 = p_3 V_3, \quad \text{причем } V_3 = V_2. \quad (2)$$

Из уравнения (1) и (2) можно найти γ' . Для этого возводим уравнение (2) в степень γ и делим его на уравнение (1):

$$\frac{p_1^\gamma V_1^\gamma}{p_1 V_1^\gamma} = \frac{p_3^\gamma V_2^\gamma}{p_2 V_2^\gamma} \quad \text{или} \quad \frac{p_1^\gamma}{p_1} = \frac{p_3^\gamma}{p_2},$$

откуда

$$\left(\frac{p_3}{p_1}\right)^\gamma = \frac{p_2}{p_1}.$$

Логарифмируя последнее выражение, находим искомый коэффициент

$$\gamma' = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{p_3}{p_1}}. \quad (3)$$

Обозначим разность уровней жидкости в манометре в первом состоянии через H и в третьем состоянии через h_0 . В таком случае имеем

$$p_1 = p_2 + \alpha H, \quad p_3 = p_2 + \alpha h_0. \quad (4)$$

где α – коэффициент для перехода от разности уровней к давлению. В каждом из выражений (4) второе слагаемое в правой части мало по сравнению с первым слагаемым.

Из (4) получаем $p_2 = p_1 - \alpha H$, $p_3 = p_1 - \alpha(H - h_0)$ и подставляем в (3):

$$\gamma' = \frac{\ln \frac{p_1 - \alpha H}{p_1}}{\ln \frac{p_1 - \alpha(H - h_0)}{p_1}} = \frac{\ln \left(1 - \frac{\alpha H}{p_1}\right)}{\ln \left(1 - \frac{\alpha(H - h_0)}{p_1}\right)}.$$

Величины $a_1 = \frac{\alpha H}{p_1}$ и $a_2 = \frac{\alpha(H - h_0)}{p_1}$ много меньше единицы. Для

малых значений a_1 , a_2 справедливо приближенное выражение $\ln(1-a) = -a$. Применяя его, получаем

$$\gamma' = \frac{\frac{\alpha H}{p_1}}{\frac{\alpha(H-h_0)}{p_1}},$$

или

$$\gamma' = \frac{H}{H-h_0}. \quad (5)$$

Величина h_0 , входящая в формулу (5), получена в предположении, что клапан K закрывается в момент окончания адиабатного процесса 1-2.

Если же клапан закрыт до завершения процесса 1-2, т. е. в тот момент, когда давление в баллоне снизится до величины p , но еще не достигнет атмосферного p_2 , то соответствующая разность уровней в манометре после осуществления процесса расширения и последующего изохорного нагревания определяется разностью ординат 2'-3' вместо разности 2-3 (рис. 3). Это приводит к завышению величины γ' по сравнению с ее действительным значением.

Если же клапан закрыть спустя некоторое время после завершения процесса 1-2, то за это время температура в баллоне несколько повысится за счет теплообмена с внешней средой (изобарный процесс 2-4 на рис. 3). В этом случае соответствующая разность уровней h , определяемая разностью ординат 4-5, окажется заниженной, что приведет к уменьшению значения γ' .

Для получения правильного результата измерения клапан K необходимо закрыть в тот момент, когда газ находится в состоянии 2, что не представляется возможным. Ввиду этого разность ординат 2-3, соответствующую разности уровней h_0 , приходится находить косвенным методом.

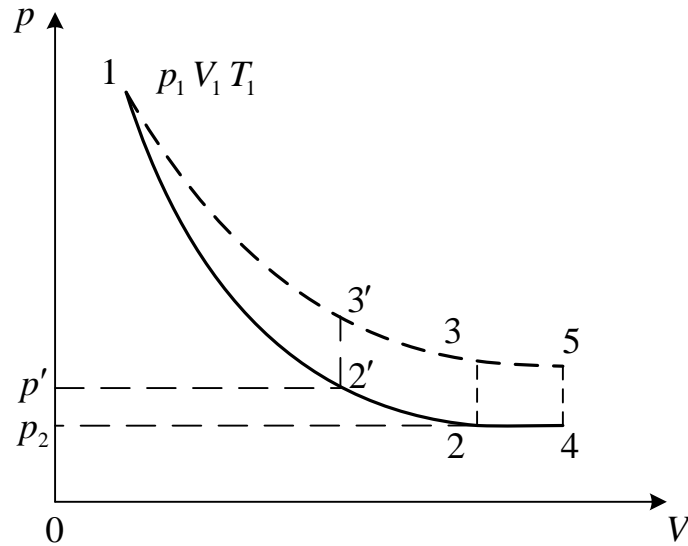


Рис. 3

Рассмотрим процесс адиабатного расширения при открытом клапане с учетом теплообмена с окружающей средой во время протекания изобарного процесса 2-4. Обратимся к рис. 4. Пусть газ находится в состоянии 1. Нажатием клапана A произведем адиабатное расширение (процесс 1-2). При этом температура газа понизится относительно комнатной температуры T_1 до величины T_2 , давление станет равным атмосферному p_2 . Если клапан оставить открытым в течение времени τ после окончания процесса 1-2, то температура газа в баллоне повысится за счет теплообмена до величины T (изобарный процесс 2-4).

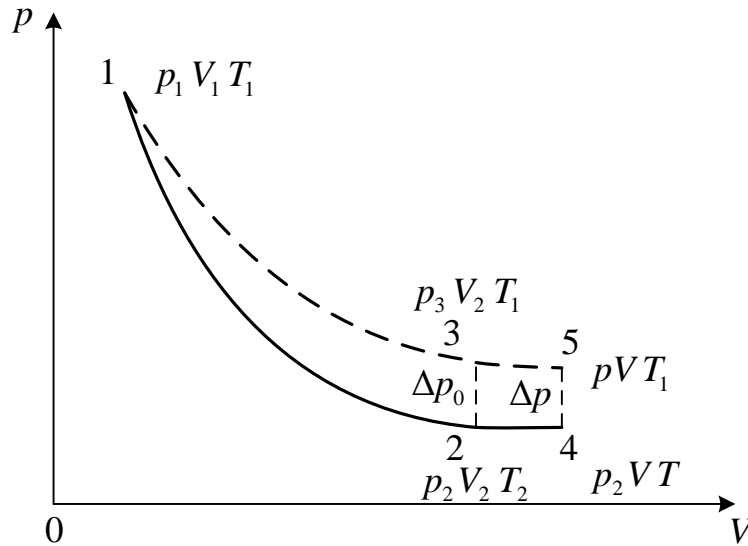


Рис. 4

Закроем после этого клапан и оставим баллон на некоторое время, пока температура внутри баллона не станет равной температуре окружающей среды T_1 (изохорный процесс 4-5). При этом давление газа в сосуде повысится на величину Δp , которую определим по соответствующей разнице уровней h жидкостного U-образного манометра. Длительность адиабатного процесса 1-2 ничтожна по сравнению со временем открытия клапана. Следовательно, τ можно рассматривать как продолжительность процесса выравнивания температуры воздуха в сосуде с окружающей средой (процесс 2-4).

С уменьшением времени τ величина h , возрастает, и в пределе при $\tau \rightarrow 0$ стремится к искомому значению h_0 . Поэтому величину h_0 можно найти графически способом, измеряя ряд значений h , соответствующих различным значениям τ .

Опыт подтверждает линейную зависимость между величиной $\ln h$ и временем открытия клапана τ , т. е.

$$\ln h = \ln h_0 - \beta \tau. \quad (1)$$

где β – угловой коэффициент прямой, зависящий от условий

эксперимента.

Построив график (рис. 5), на котором по оси абсцисс откладывается время открытия клапана τ , а по оси ординат – величина $\ln h$, мы экстраполируем прямую, усредняющую экспериментальные точки, до значения $\tau = 0$ и находим величину $\ln h_0$. Найденное значение h_0 позволяет затем найти отношение теплоемкостей $\gamma' = C_p/C_v$ воздуха по формуле (5).

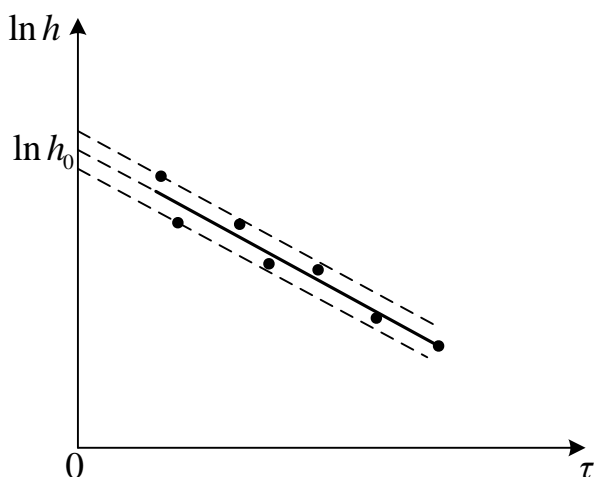


Рис. 5

2. Порядок выполнения работы

1. Заполнить таблицу спецификации измерительных приборов
2. Накачать в баллон воздух так, чтобы разность уровней жидкости в манометре стала равна 25-30 см и выждать 2-4 мин, пока температура внутри баллона не станет равной температуре окружающей среды. При этом прекратится перемещение менисков в манометре. После этого снять показания манометра L_1 и L_2 . Отсчет следует делать по нижнему краю мениска. Значения L_1 и L_2 занести в табл. 1.

Быстрым нажатием открыть клапан K , соединить баллон с атмосферой и одновременно включить секундомер. Выдержать клапан K открытым 5 с и быстро закрыть. При этом давление в

баллоне станет равным атмосферному, а температура понизится. Подождав 3-4 мин., пока температура в баллоне не станет равной температуре окружающей среды (мениски в манометре перестают перемещаться), отсчитать показания манометра l_1 и l_2 . Значения l_1 и l_2 занести в табл. 2.

3. Повторить пп. 1 и 2, выдерживая клапан открытым 10, 15, 20, 25 и 30 с. При этом до открывания клапана K уровень в каждом колене манометра осторожно установить с помощью насоса H (после выравнивания температур) на то же деление, что и в первом опыте. Прodelать не менее 6 таких измерений.

При накачивании воздуха надо следить за тем, чтобы нижний уровень жидкости в манометре не снижался до колена трубки, так как в этом случае вся жидкость будет выброшена из манометра давлением воздуха и прибор выйдет из строя.

3. Обработка результатов измерений

Условия опыта: температура $T = \dots \pm \dots$, давление $p = \dots \pm \dots$

Таблица 1

L_1	L_2	$H = L_1 - L_2$

Таблица 2

№ пп	τ	l_1	l_2	$h = l_1 - l_2$	$\ln h$
1	5				
2	10				
3	15				
4	20				
5	25				
6	30				

$\Delta\tau = \dots, \tau = \dots \pm \dots$ (для одного из опытов)

$$\Delta L = \dots, \quad \Delta H = \sqrt{\Delta L_1^2 + \Delta L_2^2}, \quad H = \bar{H} \pm \Delta H.$$

Погрешность Δh_0 определяют графически из зависимости $\ln h(\tau)$ (см. рис. 4).

$$\Delta h_{0\text{граф}} = h_0 = \dots \pm \dots$$

1. Построить график $\ln h = f(\tau)$. Отдельные экспериментальные точки, не укладывающиеся на общую прямую, необходимо проверить путем повторных измерений. График строится на миллиметровой бумаге и обязательно прилагается к протоколу работы.

2. Графическим способом найти значение величины $\ln h_0$, соответствующее $\tau = 0$, и значение h_0 .

3. Найти экспериментальное значение коэффициента Пуассона по формуле (5)

$$\gamma' = \frac{H}{H - h_0}.$$

4. Рассчитать теоретическое значение коэффициента Пуассона для воздуха по формуле

$$\gamma = \frac{i + 2}{i}.$$

5. Рассчитать погрешность измерения величины γ' из формулы

$$\left(\frac{\Delta\gamma'}{\gamma'}\right)^2 = \frac{h_0^2}{(H - h_0)^2} \left[\left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h_0}{h_0}\right)^2 \right].$$

6. Окончательные результаты измерений и расчетов записать в виде

$$\gamma' = \bar{\gamma}' \pm \Delta\gamma, \quad \gamma =$$

7. Сделать вывод по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. Что называется числом степеней свободы молекулы?
2. Написать выражение C_p и C_v через число степеней свободы.
3. Каково значение показателя адиабаты (коэффициента Пуассона) для идеальных одно-, двух- и многоатомных газов?
4. Какой процесс соответствует каждому этапу опыта (воздух накачивается насосом, кран закрывается и т. д.)?
5. Что такое обратимый процесс? Почему процессы, осуществляющиеся в данной работе, необратимы?
6. Изобразить графически на диаграмме в координатах V, p процессы, последовательно осуществляемые в данной работе.
7. Написать уравнение Майера. Объяснить, почему всегда C_p больше C_v для одного и того же газа.
8. Какой процесс называется адиабатным? Как изменяется температура газа при адиабатном расширении?
9. Сформулировать первое начало термодинамики и записать его выражение для всех процессов, осуществляемых в данной работе.

Лабораторная работа № 13

ИЗМЕРЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ C_p/C_v ВОЗДУХА

Цель работы: изучение закономерностей изменения параметров газа при быстром сжатии, определение коэффициента Пуассона $\gamma = C_p/C_v$ для воздуха и оценка применимости уравнения Пуассона $pV^\gamma = \text{const}$ к изучаемому процессу.

Введение

При сжатии постоянной массы газа в зависимости от условий теплообмена и скорости процесса можно получить различные законы, связывающие термодинамические параметры идеального газа. Если молярная теплоёмкость ($C = \frac{\delta Q_M}{dTm}$) идеального газа остается неизменной, процесс называется политропным и описывается уравнением:

$$pV^n = \text{const} \quad (1)$$

где p – давление газа, V – его объём, n – показатель политропы.

Предельными частными случаями политропного процесса являются изотермический процесс ($n = 1$, $C = \pm\infty$) и адиабатический процесс ($\delta Q = 0$, $n = \gamma$), Q - количество теплоты, T – абсолютная температура газа.

Равновесный адиабатный процесс сжатия или расширения газа происходит без теплообмена с окружающей средой и описывается уравнением Пуассона:

$$pV^\gamma = \text{const}. \quad (2)$$

где γ - коэффициент Пуассона. Он определяется отношением молярных теплоёмкостей идеального газа с молярными теплоемкостями идеального газа при постоянном давлении C_p и постоянном объеме C_v следующим соотношением:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (3)$$

При *быстропротекающих процессах* теплообменом с окружающей средой можно пренебречь.

Описание установки и метода измерений

Общий вид установки и схема представлены на рис 1.

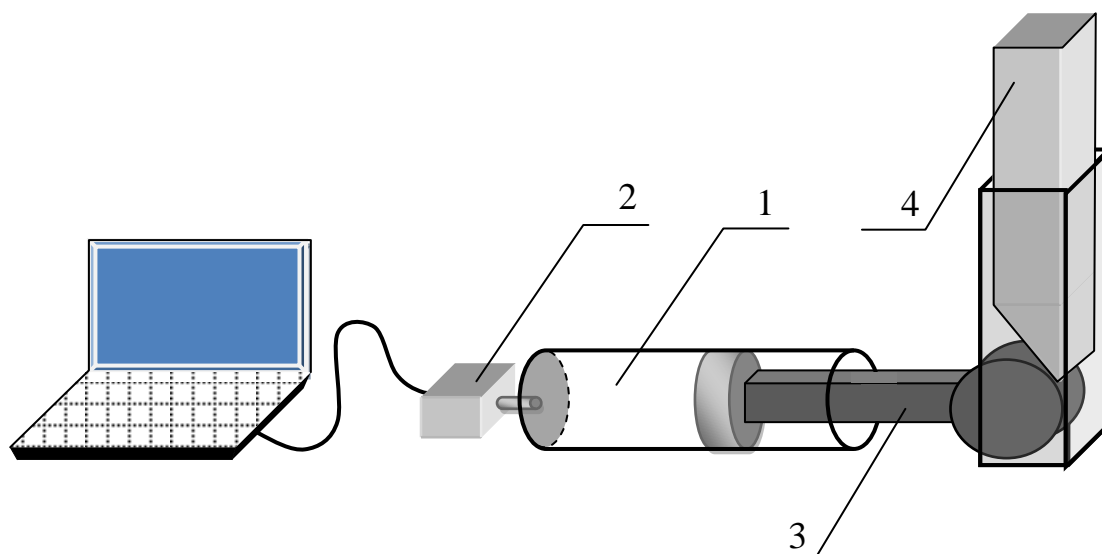
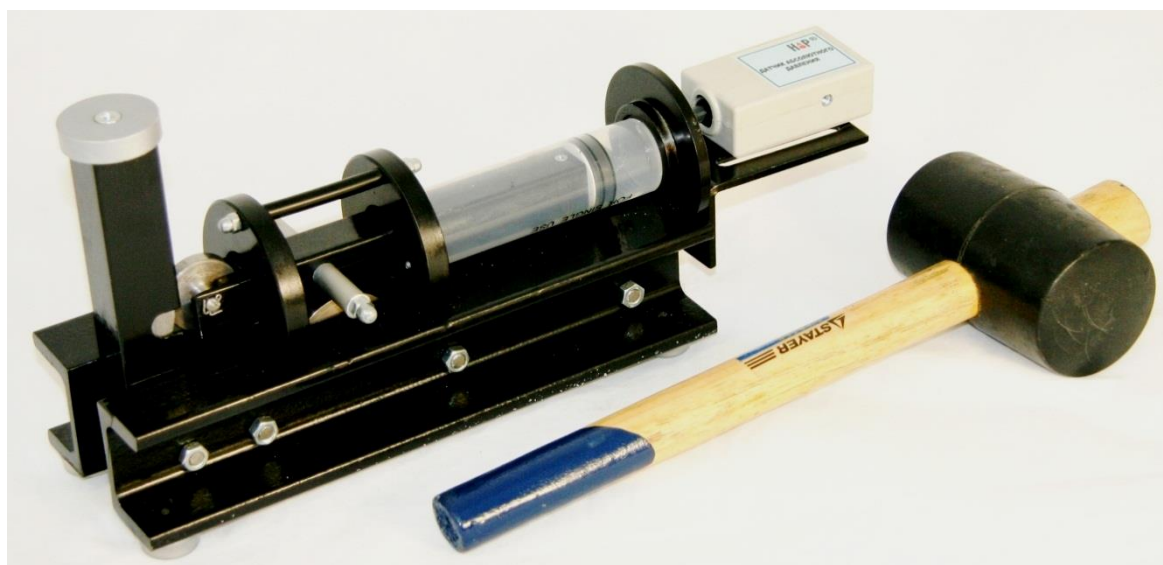


Рис. 1

Установка для изучения адиабатического процесса представляет собой пластиковый шприц объемом 50 мл (1), соединенный короткой трубкой с датчиком абсолютного давления (2). Установка содержит толкатель поршня шприца (3), который приводится в движение в горизонтальном направлении с помощью клина (4), движущегося вертикально. Влияние теплообмена газа со стенками сосуда, поршнем и окружающей средой можно минимизировать, осуществляя сжатие газа максимально быстро. Это достигается при ударе молотком по клину. За счет остановки толкателя в крайнем положении происходит фиксация конечного объема системы. Давление газа в сосуде постоянно регистрируется на протяжении опыта с помощью датчика давления, подключенного к компьютеру.

По полученным экспериментальным данным следует оценить скорость теплообмена газа в шприце с окружающим воздухом, скорость движения поршня и сделать вывод о применимости модели адиабаты для процесса сжатия. После этого, применяя уравнение Пуассона, рассчитать значение γ .

В работе над газом проводятся следующие процессы (рис.2).

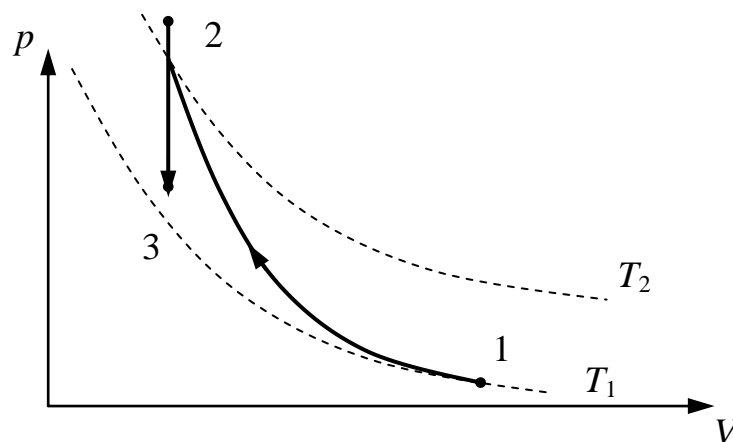


Рис. 2

Находящийся в сосуде при комнатной температуре газ сначала сжимается, переводится из состояния 1 в состояние 2, а затем при неизменном объеме остывает до комнатной температуры (переводится из состояния 2 в состояние 3). Исходное давление газа (p_1) и его объем (V_1) связаны с параметрами, характеризующими систему по завершении адиабатического процесса (p_2, V_2), уравнением Пуассона:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \quad (4)$$

В тоже время, при неизменной массе газа под поршнем можно связать начальные параметры газа с их значениями в состоянии 3, используя уравнение состояния.

$$p_1 V_1 = p_3 V_2. \quad (5)$$

Из уравнений (4) и (5) находим коэффициент Пуассона. Для этого возводим уравнение (5) в степень и делим на уравнение (4).

$$\gamma = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{p_3}{p_1}}. \quad (6)$$

Результаты измерения давления выводятся на дисплей, как функция времени. На первом этапе (время удара) давление резко возрастает, затем (время релаксации) – плавно уменьшается (рис. 3).

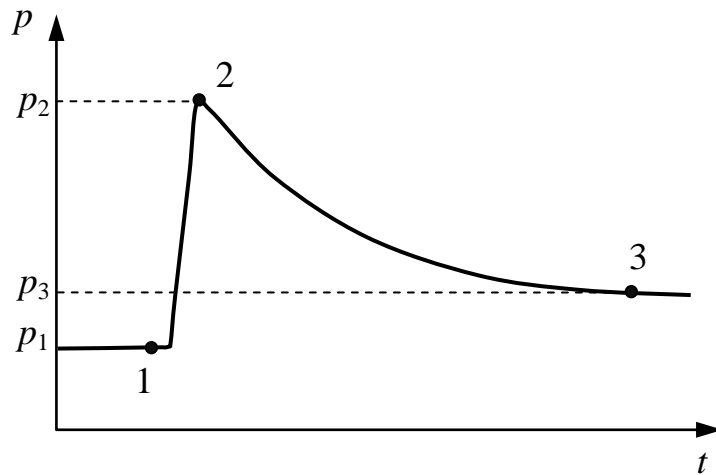


Рис. 3.





Регистрация данных во время сжатия газа производится с высокой скоростью (точки на экране следуют через 0,5 мс). На медленных стадиях процесса программа увеличивает интервал между выводимыми на экран точками до 20 мс. Внутри этого интервала проводится усреднение зарегистрированных значений.

Интервал времени, в течение которого оцифровка данных проводится с периодичностью 0,5 мс, ограничен 40 мс, и в силу особенностей автоматического выбора программой указанного интервала, возможна ситуация, когда участок роста давления не полностью укладывается в интервал, где проводится накопление и усреднение данных. Поскольку обработка таких кривых обычно приводит к заниженному значению γ , (т.к. максимальное давление в этом случае заменяется усредненной величиной, которая несколько меньше максимальной), рекомендуется эти зависимости не обрабатывать.

Для участка резкого возрастания давления можно пользоваться уравнением адиабаты, только если этот процесс можно считать равновесным.

Поскольку зона неоднородности давления в газе «рассасывается» со скоростью звука $v_{зв} \approx 340$ м/с, то необходимо убедиться, что скорость движения поршня в шприце существенно меньше скорости звука или показать, что время регистрации экспериментальных точек на участке сжатия существенно превышает время $\ell/v_{зв}$, где ℓ – размер столба газа в шприце.

Порядок выполнения работы

1. Разместите установку в удобном положении на столе так, чтобы можно было свободно ударять молотком по клину. С помощью соединительного кабеля подключите датчик давления к USB-порту компьютера.
2. Включите компьютер. Запустите программу «Практикум для вузов» . В окне "Выбор эксперимента" (кнопка ) загрузите сценарий эксперимента «Измерение отношения C_p/C_v воздуха».
3. Убедитесь, что поршень шприца находится в крайнем положении, соответствующем объему газа в нем примерно $V_1 = 25 - 30$ мл.
4. Измерьте длину воздушного столба ℓ_1 .
5. Вставьте клин в толкатель поршня.
6. Непосредственно перед ударом, включите запись данных (кнопка ) , подтвердите очистку таблицы накопления данных. Резко ударьте молотком по клину.
7. Остановите регистрацию данных через 5–10 секунд после выхода давления газа на стационарное значение (кнопка ). Полученный график должен соответствовать рисунку 3. При необходимости переделайте опыт.
8. Измерьте длину воздушного столба ℓ_2 .


9. Извлеките клин из толкателя поршня. Это необходимо для поддержания работоспособности установки на протяжении всего срока службы.
10. Для обработки графика измените его масштаб. Для этого необходимо выделить область экрана (клавиша **Alt** + левая клавиша мыши) и увеличить фрагмент экспериментальной зависимости $p(t)$ (операцию можно повторить многократно). Вернуть масштаб графика к исходному можно двойным щелчком левой клавиши мыши на поле графика.

Обработка результатов измерений

1. Результаты измерений занесите в таблицу 1

Таблица 1

№ пп	ℓ_1 , мм	ℓ_2 , мм	$t_{сж}$, с	p_1 , кПа	p_2 , кПа	p_3 , кПа	τ , с	γ
1								
...								

2. Перенесите нужные значения давления и моментов времени, в которые они зафиксированы, на вкладку **Таблица** окна **Обработка данных** (рис. 4). Для этого желтый вертикальный маркер устанавливается в нужном месте кривой (указатель мыши подводится к нужной точке графика и нажимается левая кнопка мыши). Данные, соответствующие пересечению маркера с зарегистрированной кривой, переносятся в таблицу нажатием на кнопку **«Ввод данных в таблицу»** () , располагающейся в правом верхнем углу графика.

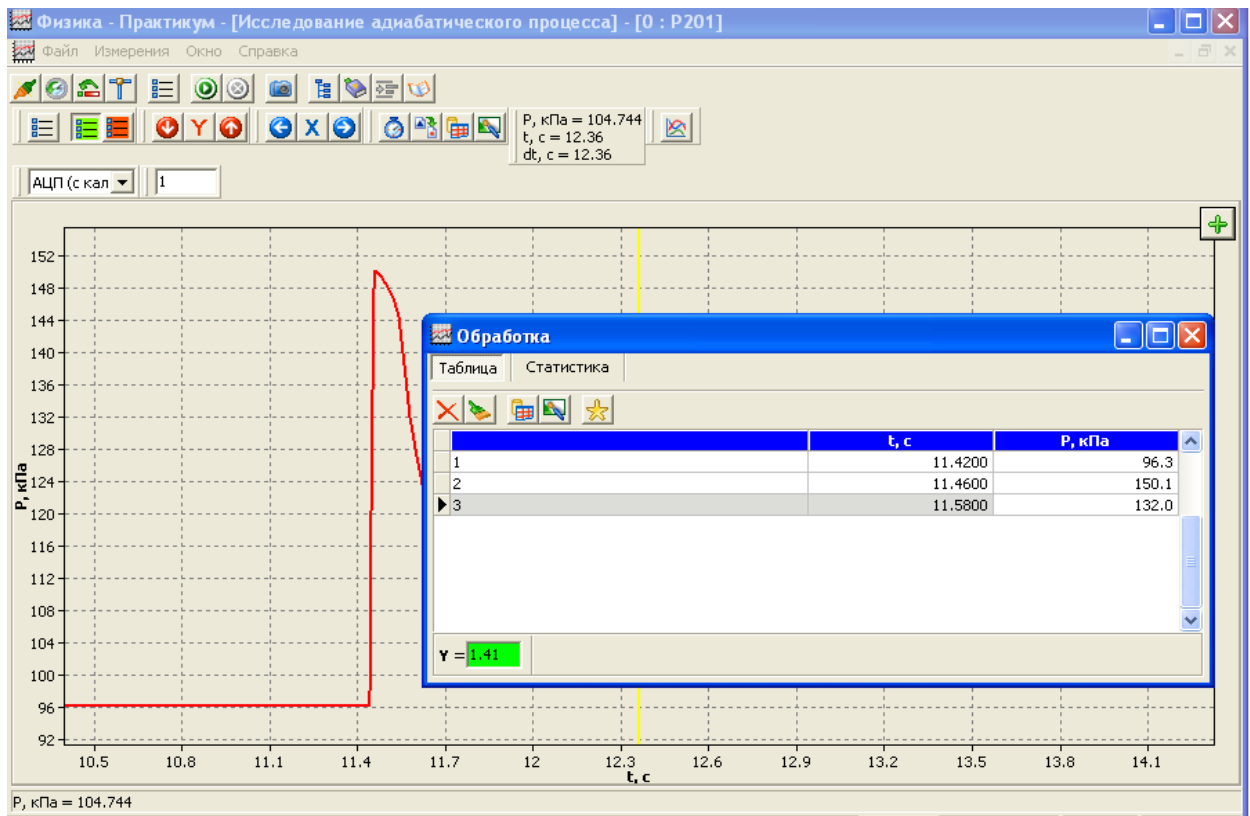



Рис. 4

Регистрацию точек на кривой следует проводить в той последовательности, которые соответствуют строкам в Таблице, т.е. 1, 2, 3. Перед записью в таблицу второй и третьей точки необходимо устанавливать маркер строки таблицы в свободную строку, в которую и будет произведена запись.

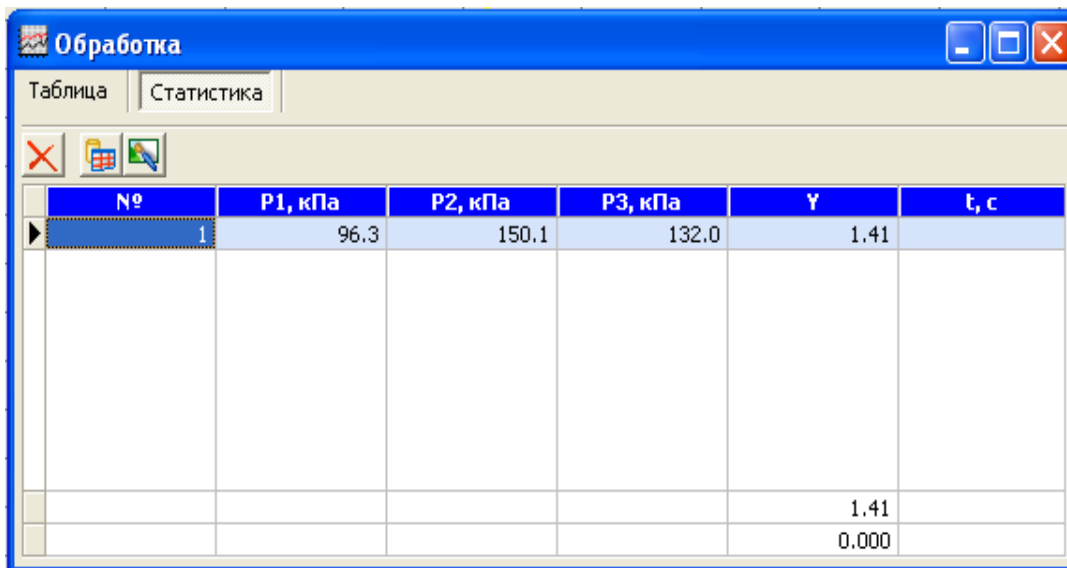
3. После заполнения всех трех строк на вкладке Таблица требуется вычислить значение γ на калькуляторе по формуле (6), округлить его до сотых и ввести в окно $\gamma =$ в нижней части вкладки **Таблица** (рис.

4). Если значение γ вычислено в соответствии с данными таблицы верно, то окошко для ввода окрасится в зеленый цвет, станет активной

кнопка с изображением звездочки  над таблицей. Нажав эту кнопку, Вы переведете данные с вкладки **Таблица** на вкладку **Статистика** (рис. 5). При повторных опытах значение γ будет

вычисляться автоматически на основании вносимых Вами на вкладку

Таблица данных после нажатия кнопки .



№	P1, кПа	P2, кПа	P3, кПа	γ	t, с
1	96.3	150.1	132.0	1.41	1.41
				1.41	
				0.000	

Рис. 5


4. Измерьте время сжатия газа $t_{сж}$ (обозначено как dt в рабочем окне программы). Для этого установите первый маркер (зеленого цвета) на последнюю точку соответствующую давлению p_1 (подведите к этой точке указатель и нажмите правую кнопку мыши). Второй маркер (желтого цвета) устанавливается левой кнопкой мыши в точке, соответствующей максимальному давлению (p_2). Занесите результат измерения в последний столбец таблицы **Статистика** (с клавиатуры) и в бумажный отчет. Сохранение этого времени до этапа анализа полученных данных позволяет исключить из рассмотрения эксперименты, когда сжатие газа осуществилось недостаточно быстро.

5. Рассчитайте среднюю скорость движения поршня.

$$v_{ср} = \frac{l_1 - l_2}{t_{сж}}.$$


Сравните ее со скоростью звука. Распространение звука является неравновесным процессом. Скорость распространения звуковой

волны в воздухе дает представление о скорости изменения концентрации. Сделайте вывод о равновесности процесса сжатия.

6. Остывание газа на второй стадии процесса происходит при постоянном объеме. Для оценки скорости этого процесса в окне регистрации данных (окно с графиком зависимости давления от времени) имеется кнопка с изображениями кривых , позволяющая аппроксимировать выбранный участок графика экспоненциальной зависимостью вида:

$$p = p' + p'' \exp\{-t/\tau\},$$

где τ – постоянная времени процесса остывания.

С помощью двойного маркера выделите участок графика, соответствующий уменьшению давления в изохорическом процессе (см. рис. 6). Вывод аппроксимирующей кривой и ее уравнения осуществляется нажатием кнопки с изображением кривых .

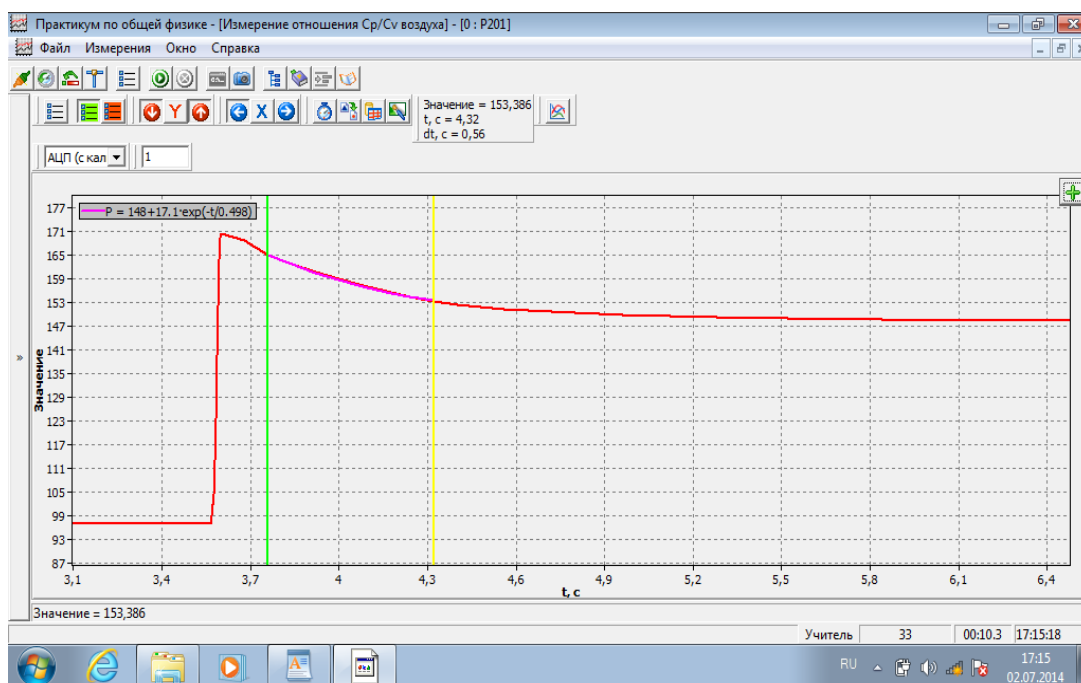




Рис.6

7. Занесите в отчет уравнение кривой и значение постоянной времени. Сопоставьте постоянную времени со временем сжатия. Сделайте вывод о применимости к сжатию модели адиабатического процесса.

8. Повторите эксперимент еще 2 раза, каждый раз заполняя бумажный отчет и ячейки на вкладке **Таблица** и отправляя результаты измерений в таблицу на вкладке **Статистика**. Стереть заполненные строки или очистить всю таблицу для внесения данных нового эксперимента можно, используя кнопку  или  на вкладке **Таблица**. В нижней части таблицы на вкладке **Статистика** выводится вычисленное автоматически среднее арифметическое значение коэффициента Пуассона.

9. Если после заполнения таблицы на вкладке **Статистика** Вы увидите, что одно из полученных значений γ заметно отличается от остальных, проверьте, насколько время процесса сжатия для этой точки совпадает с аналогичным временем в остальных опытах. Если процесс осуществлен за больший по сравнению с остальными интервал времени, то следует повторить опыт, предварительно стерев строку в таблицу **Статистика**.

10. Рассчитайте случайные и суммарные погрешности измерения давлений Δp_1 , Δp_2 , Δp_3 считая инструментальную погрешность равной единице последнего разряда результата измерения.

11. Оцените погрешность коэффициента Пуассона по формуле:

$$(\Delta\gamma)^2 = \left(\frac{1}{\ln p_3 - \ln p_1} \right)^2 \left[\left(\frac{\Delta p_2}{p_2} \right)^2 + \left(\frac{\ln p_2 - \ln p_3}{\ln p_3 - \ln p_1} \cdot \frac{\Delta p_1}{p_1} \right)^2 + \left(\gamma \cdot \frac{\Delta p_3}{p_3} \right)^2 \right].$$

Запишите ответ в виде

$$\gamma_{\text{ср}} \pm \Delta\gamma.$$

Контрольные вопросы

1. Какой процесс называется адиабатным?
2. Как в реальном сосуде с поршнем осуществить изотермический процесс и процесс, приближенный к адиабатному?
3. Какие изопроцессы осуществляются с газом в данной работе?
4. Почему теплоемкость газа при изохорном и изобарном процессах отличаются друг от друга и на сколько?
5. Каков примерный состав атмосферного воздуха и какое значение теплоемкостей при постоянном давлении и объеме следует ожидать для воздуха?

Лабораторная работа № 14**ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА
И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА**

Цель работы: расчет средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекулы воздуха по экспериментально определяемой величине коэффициента внутреннего трения (вязкости).

Для нахождения коэффициента внутреннего трения воздуха в данной работе используется метод капилляра, разработанный Пуазейлем. Вследствие большой сжимаемости газов метод Пуазейля применяется только для небольших разностей давления газа на концах капилляра. Практически это выполняется в приборе - аспираторе, с помощью которого измеряется вязкость воздуха в данной работе.

1. Описание установки и метода измерений

Прибор-аспиратор показан на рис. 1.

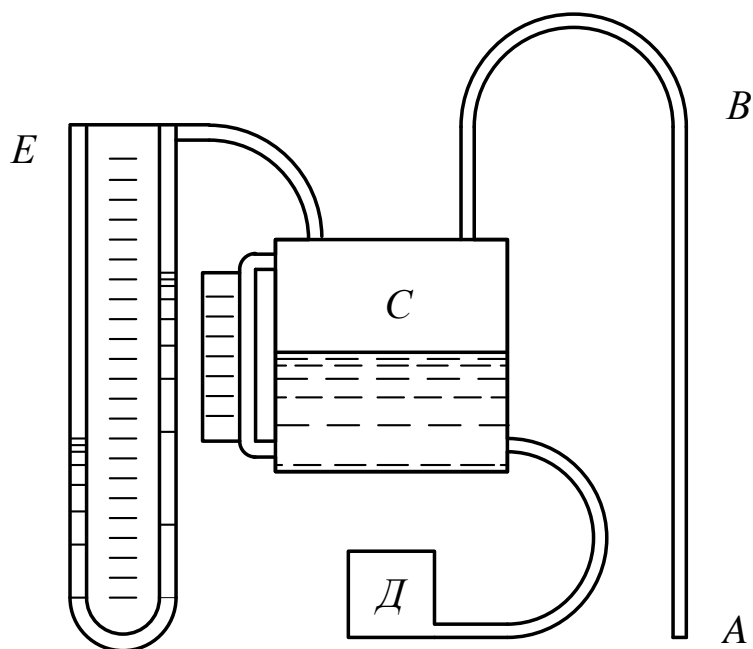


Рис. 1

Главная часть прибора - капилляр *AB*, через который протекает

воздух из атмосферы в колбу *С*. Воздух засасывается в колбу вследствие того, что в ней создается разрежение воздуха при понижении уровня воды, протекающей в сосуд *Д*. Для этого сосуд *Д* опускают ниже колбы *С*. По мере уменьшения количества воды в колбе *С* в нее поступает воздух через капилляр *АВ*. Объем этого воздуха определяется по понижению уровня воды в уровнемере колбы *С*. Разность давлений на основаниях капилляра измеряется водяным манометром *Е*. Переместив сосуд *Д* в положение выше колбы *С*, вновь заполняют его водой, протекающей из сосуда *Д*. При этом воздух вытесняется из колбы *С* через капилляр *АВ* в атмосферу. Разность давлений на концах капилляра *АВ* за время опыта изменяется очень медленно. Поэтому процесс можно считать в каждый момент времени стационарным, а течение воздуха в капилляре - ламинарным.

Внутреннее трение, возникающее между слоями газа при ламинарном характере его течения через капилляр *АВ*, имеет молекулярную природу. Взаимное торможение соприкасающихся слоев газа в капилляре возникает благодаря тому, что молекулы в соседних слоях имеют разную скорость. В более отдаленном слое от оси капилляра молекулы приобретают под действием разности давлений ($p_1 - p_2$) меньшую скорость направленного движения, чем молекулы в соседнем слое, более близком к оси капилляра. Распределение скорости различных слоев по сечению трубки

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (R_0^2 - r^2), \quad (1)$$

где ($p_1 - p_2$) - разность давлений на основаниях трубки, под влиянием которой в капилляре течет газ; R_0 - радиус капилляра; l - длина капилляра; η - коэффициент внутреннего трения (вязкость) данной жидкости (газа).

Из формулы (1) следует, что с увеличением расстояния r от оси

трубки скорость убывает пропорционально квадрату радиуса и обращается в нуль на стенках капилляра, т. е. граничный слой жидкости как бы прилипает к стенкам.

Пользуясь формулой (1), можно подсчитать объем газа V , прошедшего через капилляр за время τ . Из цилиндрического слоя радиусом r и толщиной dr за время τ вытечет объем $dV = v\tau 2\pi r dr$, где v - скорость газа в данном слое; $2\pi r dr$ – площадь основания цилиндрического слоя (см. рис. 2). Подставляя значение скорости из формулы (1) и интегрируя в пределах от 0 до R_0 , определяем объем газа, который проходит за время τ через поперечное сечение капилляра

$$V = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\pi R_0^4}{8l} (p_1 - p_2) \tau, \quad (2)$$

тогда коэффициент внутреннего трения

$$\eta = \frac{\pi R_0^4}{8Vl} (p_1 - p_2) \tau. \quad (3)$$

Формула (2) справедлива, если разность давлений на концах капилляра не изменяется за время τ . В данной работе особенности установки таковы, что давление в колбе уменьшается по мере вытекания воды. Экспериментально можно показать, что зависимость разности давлений от времени линейная, поэтому в данную формулу можно подставить среднее значение разности давлений за время τ .

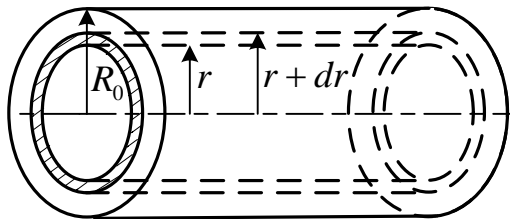


Рис.2

Разность давлений $(p_1 - p_2)$ находится по формуле

$$(p_1 - p_2) = \rho_{ж} g (h_1 - h_2), \quad (4)$$

где $(h_1 - h_2)$ - разность уровней жидкостного манометра Е (рис. 1); $\rho_{ж}$ - плотность манометрической жидкости; g - ускорение силы тяжести.

Объем воздуха, протекающего через капилляр за время t , определяется объемом воды, вытесненной из измерительной колбы С.

Если температура воздуха в комнате T_1 и температура воды T_2 в колбе С равны, то

$$V = V_{\text{воды}} = SH, \quad (5)$$

где S - площадь основания колбы С; H - расстояние между верхней и нижней метками на шкале уровнемера колбы С в момент времени t .

Экспериментальное значение коэффициента вязкости η , полученное по формуле Пуазейля (3), позволяет рассчитать одну из важных характеристик газа - среднюю длину свободного пробега молекул газа.

Из молекулярно-кинетической теории идеального газа известно, что вязкость η связана со средней длиной свободного пробега молекулы (λ) следующей формулой

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle u \rangle \langle \lambda \rangle, \quad (6)$$

где $\langle u \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ - средняя скорость молекулы газа;

$\rho = \frac{pM}{RT}$ - плотность газа.

Следовательно,

$$\langle \lambda \rangle = \frac{3\eta}{\langle u \rangle \rho} = 1,88 \frac{\eta}{p} \sqrt{\frac{RT}{M}}, \quad (7)$$

где p - давление воздуха, которое из-за малости разности давлений на

концах капилляра можно считать равным атмосферному $p_{\text{атм}}$;

R – универсальная газовая постоянная; ($R = 8,31$ Дж/(моль \cdot К));

T – температура воздуха;

M – молярная масса воздуха ($M_{\text{эфф}} = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль).

Из молекулярно-кинетической теории следует так же, что

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi D_{\text{эфф}}^2 n_0} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi D_{\text{эфф}}^2 p}, \quad (8)$$

где n_0 – концентрация молекул, равная p/kT ; $k = \frac{R}{N_A}$ – постоянная

Больцмана, N_A – число Авогадро.

Тогда эффективный диаметр молекулы

$$D_{\text{эфф}} = \sqrt{\frac{kT}{\sqrt{2}\pi \langle \lambda \rangle p}}, \quad (9)$$

2. Порядок выполнения работы

1. Записать давление $p_{\text{атм}}$ и температуру T_1 воздуха в помещении.

2. Записать данные установки и заполнить таблицу спецификации измерительных приборов

3. Поднять сосуд D на верхнюю полку (верхний кронштейн) стенда и тем самым полностью заполнить водой колбу C . Предварительно определяют температуру воды T_2 . (Как правило, температура воды равна температуре окружающей среды, которую определяют по термометру в лаборатории).

4. Снять сосуд D с верхней полки и опустить на нижнюю полку (нижний кронштейн) стенда, то есть ниже колбы C). При этом на манометре E устанавливается некоторая разность уровней ($h_1 - h_2$).

5. В момент времени, когда уровень воды в колбе C и уровнемере (трубке колбы C) совпадает с верхней отметкой (100-140

мм на металлической линейке), включить секундомер. Измерить время τ , за которое уровень воды опустится до одной из нижних меток (любой, выбранной Вами) на шкале уровнемера сосуда C .

6. Поднять сосуд D на верхнюю полку и повторить эксперимент.

Отметить не менее 6 раз за время всего опыта показания манометра ($h_1 - h_2$) через равные интервалы времени, что позволяет построить график зависимости разности давлений на концах капилляра Δp от времени t . Данные занести в табл.1. Если полученная зависимость линейная, то необходимо найти из графика среднюю величину разности давлений на концах капилляра $\langle(p_1 - p_2)\rangle$ за время опыта.

7. Провести опыт вторично для другого значения H – расстояния между верхней и нижней метками на уровнемере колбы C . Для этого повторить пп. 3- 6. Значения H_1 и H_2 занести в табл. 3.

3. Обработка результатов измерений

Условия опыта: $T =$; $p_{\text{атм}} =$.

Данные установки:

Радиус капилляра $R_0 =$;

Длина капилляра $l =$;

Таблица1

№ опыта	№ пп.	Время	Разность давлений	
		$\tau, \text{с}$	$h_1 - h_2, \text{мм}$	$\langle(p_1 - p_2)\rangle, \text{Па}$
1	1			
	2			
	3			
	4			
	5			
	6			
	7			

*Для каждого опыта строится свой график $(p_1 - p_2) = f(t)$.

$$H_1 \dots; \langle (p_1 - p_2) \rangle = \dots; \Delta t = \Delta \tau = \dots; \Delta h_1 = \Delta h_2 = \dots$$

Таблица 2

№ опыта	№ пп.	Время	Разность давлений	
		$\tau, \text{с}$	$(h_1 - h_2), \text{мм}$	$\langle (p_1 - p_2) \rangle, \text{Па}$
2	1			
	2			
	3			
	4			
	5			
	6			
	7			

$$H_2 \dots \langle (p_1 - p_2) \rangle = \dots$$

Таблица 3

№ опыта	$(H = h_{1в} - h_{2н}), \text{мм}$	$V, \text{м}^3$	$\eta, \text{Па} \cdot \text{с}$	$\langle \lambda \rangle, \text{м}$	$D_{эфф}, \text{м}^2$
1					

1. Рассчитать разность давлений на основаниях капилляра по формуле:

$$(p_1 - p_2) = \rho_{жс} g (h_1 - h_2).$$

2. Рассчитать объем вытесненной жидкости по формуле:

$$V = SH.$$

3. Построить график $(p_1 - p_2)$ от t и определить величину $\langle (p_1 - p_2) \rangle$.

4. Рассчитать коэффициент внутреннего трения

η по формуле (3) для каждого опыта и найти среднее значение

$$\eta = \frac{\pi R_0^4}{8Vl} (p_1 - p_2) \tau, \quad \bar{\eta} = \frac{\eta_1 + \eta_2}{2}.$$

5. Рассчитать среднюю длину свободного пробега молекул воздуха по формуле

$$\langle \lambda \rangle = 1,88 \frac{\bar{\eta}}{p} \sqrt{\frac{RT}{M}}.$$

6. Рассчитать эффективный диаметр молекулы воздуха по формуле (7):

$$D_{\text{эфф}} = \sqrt{\frac{kT}{\sqrt{2}\pi\langle\lambda\rangle p}}.$$

7. Записать результаты вычислений в табл.3.

8. Рассчитать погрешность измерения вязкости, средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха из формул:

$$\left(\frac{\Delta\eta}{\eta}\right)^2 = \left(\frac{\Delta\pi}{\pi}\right)^2 + 16\left(\frac{\Delta R_0}{R_0}\right)^2 + \left[\frac{\Delta(p_1 - p_2)}{p_1 - p_2}\right]^2 + \left(\frac{\Delta\tau}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2$$

где

$$\left[\frac{\Delta(p_1 - p_2)}{p_1 - p_2}\right]^2 = \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2,$$

$$\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 = \left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2;$$

$$\Delta h^2 = \Delta h_1^2 + \Delta h_2^2 = 2\Delta h_{1\text{инс}}^2; \quad h = h_2 - h_1;$$

$$\left(\frac{\Delta\langle\lambda\rangle}{\langle\lambda\rangle}\right)^2 = \left(\frac{\Delta\eta}{\eta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta M}{M}\right)^2;$$

$$\left(\frac{\Delta D_{\text{эфф}}}{D_{\text{эфф}}}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta k}{k}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta\pi}{\pi}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta\langle\lambda\rangle}{\langle\lambda\rangle}\right)^2.$$

При расчете $\Delta\eta$, $\Delta\langle\lambda\rangle$, и $\Delta D_{\text{эфф}}$ несущественными слагаемыми можно пренебречь.

9. Окончательные результаты измерений записать в виде

$$\eta = \bar{\eta} \pm \Delta\eta ;$$

$$\langle \lambda \rangle = \overline{\langle \lambda \rangle} \pm \Delta \langle \lambda \rangle ;$$

$$D_{\text{эфф}} = \bar{D}_{\text{эфф}} \pm \Delta D_{\text{эфф}} .$$

10. Сделать вывод по проделанной работе.

Контрольные вопросы

1. Что такое эффективный диаметр молекулы и длина свободного пробега?
2. Дать определение коэффициента внутреннего трения (вязкости). Каков его физический смысл?
3. Как в данной работе создается разность давлений на концах капилляра?
4. В чем суть метода Пуазейля?
5. Каково молекулярно-кинетическое толкование внутреннего трения в газах?
6. Какое течение газа называют ламинарным?
7. Сформулировать закон Ньютона для внутреннего трения.

Лабораторная работа № 15

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента внутреннего трения жидкости. В работе используется метод Стокса, в соответствии с которым изучается падение шарика небольших размеров в вязкой жидкости. При движении тела в жидкости или газе на него действует сила сопротивления \vec{F}_c (рис. 1). Если скорость тела не слишком велика, то сила сопротивления практически полностью обусловлена внутренним трением в пограничных с телом слоях жидкости.

1. Описание установки и метода измерений

На рис. 2 показаны силы, действующие на шарик при его движении в одной из испытуемых жидкостей, $m\vec{g}$ – сила тяжести, \vec{F}_A – сила Архимеда и \vec{F}_c – сила сопротивления. Стокс теоретически показал, что сила сопротивления \vec{F}_c , действующая на тело шарообразной формы, которое движется поступательно в жидкости со скоростью \vec{v}_0 , по абсолютной величине равна

$$F_c = 6\pi\eta r v_0, \quad (1)$$

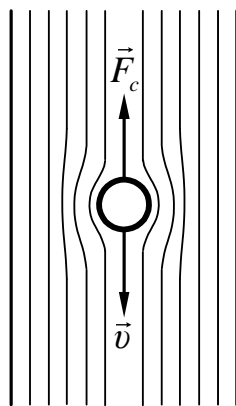


Рис.1

где η – коэффициент внутреннего трения жидкости; r – радиус шарика.

Формула Стокса (1) справедлива лишь при столь малых скоростях тела v_0 , что $v_0 r \rho_1 / \eta \ll 1$, где ρ_1 - плотность жидкости. В начале своего падения в данной среде шарик движется с ускорением, так как на него действует равнодействующая сила, отличная от нуля и направленная по вертикали вниз

$$\vec{F}_{\text{равн}} = m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_c . \quad (2)$$

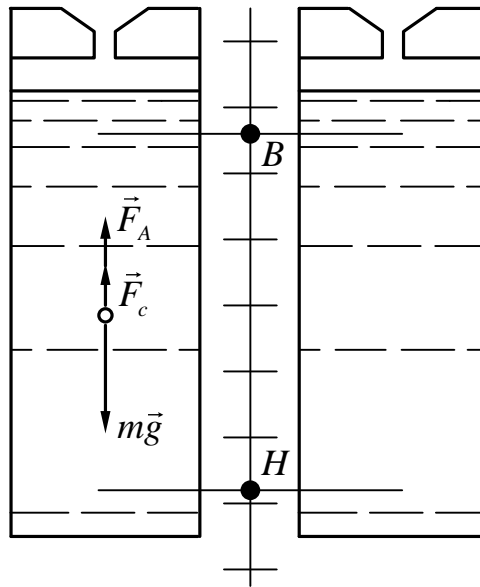


Рис.2

Движущийся с ускорением шарик увлекает за собой слои жидкости. Ближайший из них как бы прилипает к шару и имеет скорость, равную скорости самого шарика. Между слоями жидкости, движущимися с различными скоростями \vec{v} , непрерывно происходит обмен молекулами, обусловленный их тепловым движением. Быстрый слой ускоряет медленный, который, в свою очередь, тормозит быстрый. Осуществляется перенос импульса в направлении, перпендикулярном вектору \vec{v} , в сторону убывания численного значения скорости. Взаимодействие слоёв между собой описывается силой сопротивления \vec{F}_c .

По мере увеличения скорости шарика растет численно и сила

сопротивления \vec{F}_c в то время как силы $m\vec{g}$ и \vec{F}_A остаются постоянными. Поэтому наступает момент, когда шарик начинает двигаться равномерно с установившейся скоростью v_0 . Сумма всех сил, действующих на шарик, становится равной нулю, то есть

$$F_c = mg - F_A, \quad (3)$$

где m — масса шарика; g — ускорение силы тяжести; $F_A = M_1 g$ — сила Архимеда (M_1 — масса испытуемой жидкости в объеме шарика V),

$$M_1 = \rho_1 \frac{4}{3} \pi r^3.$$

Подставляя в выражение (3) значения F_c , mg и F_A , получаем

$$6\pi\eta r v_0 = gV(\rho - \rho_1) = g \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_1),$$

или

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2}{v_0} (\rho - \rho_1) g. \quad (4)$$

Таким образом, экспериментально найдя значение установившейся скорости v_0 и, измерив радиус шарика, при известных величинах плотности материала шарика ρ и испытуемой жидкости ρ_1 , по формуле (4) можно рассчитать коэффициент внутреннего трения этой жидкости.

Испытуемая жидкость заполняет стеклянный плоскодонный цилиндр. Цилиндр прикрыт пробкой с осевым отверстием, сквозь которое шарик попадает в испытуемую жидкость. Диаметр шарика предварительно измеряется с помощью микроскопа.

Микроскоп имеет окулярный микрометр, цена деления которого указана на приборе. На установке имеется линейка, по которой могут перемещаться указатели B — верхний и H — нижний. С помощью указателей B и H измеряется расстояние l , проходимое шариком при равномерном движении шарика с установившейся скоростью. Время

падения шарикат между указателями B и H измеряется секундомером. Скорость движения шарика вычисляется по формуле

$$v_0 = \frac{l}{\tau}.$$

На установке смонтированы два цилиндра с различными жидкостями. Выбор жидкости для исследования - по указанию преподавателя.

2. Порядок выполнения работы

1. Составить таблицу спецификации приборов.
2. Записать температуру опыта по термометру, имеющемуся в лаборатории.
3. Записать данные установки (ρ и ρ_1).
4. Измерить диаметры шариков под микроскопом. Измерение для каждого шарика произвести не менее трех раз. Данные занести в табл.1. Для расчетов по формуле (4) воспользоваться средним значением радиуса \bar{r} .
5. Установить указатели B и H на расстоянии $l = 30$ см друг от друга, при этом верхний указатель B должен быть ниже уровня жидкости в цилиндре не менее чем на 5 см.
6. Включить установку.
7. Проверить, находится ли стрелка секундомера на нуле.
8. Опустить шарик в цилиндр с испытуемой жидкостью.
9. Включить секундомер в момент прохождения шариком верхнего указателя B .
10. Выключить секундомер в момент прохождения шариком нижнего указателя H . Записать значения τ и вновь установить стрелку секундомера на нуль.
11. Повторить пп. 7–9 для каждого шарика и записать l и τ в табл.2. По согласованию с преподавателем расстояние l в этих опытах можно менять с помощью указателей B и H .

3. Обработка результатов измерений

Условия опыта:

Температура опыта $T = \dots$

Данные установки:

Плотность материала шарика $\rho = \dots \pm \dots$, плотность жидкости $\rho_1 = \dots \pm \dots$ (см. приложение).

1. Измерение радиуса шарика под микроскопом

Таблица 1

№ шариков, j	d_1 , мм	r_1 , мм	d_2 , мм	r_2 , мм	d_3 , мм	r_3 , мм	\bar{r}_j , мм	Δr_j , мм
1								
2								
3								
4								
5								

$$\bar{r}_j = \frac{\sum_{i=1}^n r_i}{n} = \dots ; n = 3, n - \text{число измерений для каждого шарика,}$$

i – номер измерения диаметра шарика, j – номер шарика, N – число шариков, $N=5$.

$$\text{Расчет } \Delta d_{j_{\text{сл}}} = 4,3 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta d_i)^2}{2n}} = \dots ; P = 0,95; \quad \Delta d_{\text{инс}} = \dots ;$$

$$\Delta d_{j_{\text{сум}}} = \sqrt{\Delta d_{j_{\text{сл}}}^2 + \Delta d_{\text{инс}}^2} = \dots ;$$

$$\Delta r_j = \frac{\Delta d_j}{2} = \dots ; \quad r_j = \bar{r}_j \pm \Delta r_j = \dots ;$$

3. Измерение коэффициента внутреннего трения

Таблица 2

№ п/п	1	2	3	4	5
l , см					
τ , с					
v_{0j} , м/с					
η_j , Па · с,					

$$\Delta l_{\text{инс}} = \dots ; \quad \Delta \tau_{\text{инс}} = \dots ; \quad \Delta \tau_{\text{сл}} = \dots$$

4. Рассчитать коэффициент внутреннего трения жидкости для каждого опыта

$$\eta_j = \frac{2}{9} \frac{(\bar{r}_j)^2}{v_{0j}} (\rho - \rho_1) g ; \quad \bar{\eta} = \frac{\sum_{j=1}^5 \eta_j}{5} .$$

Чтобы можно было пренебречь погрешностью величины g , следует в расчетах использовать значение $g = 9,82 \text{ м/с}^2$.

4. Рассчитать абсолютную погрешность $\Delta \eta$ для одного из опытов из формулы

$$\left(\frac{\Delta \eta}{\eta} \right)^2 = 4 \left(\frac{\Delta r}{\bar{r}} \right)^2 + \frac{(\Delta \rho)^2 + (\Delta \rho_1)^2}{(\rho - \rho_1)^2} + \left(\frac{\Delta v_0}{v_0} \right)^2 ,$$

где

$$\left(\frac{\Delta v_0}{v_0} \right)^2 = \left(\frac{\Delta l}{l} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \tau}{\tau} \right)^2 .$$

5. Окончательный результат измерений записать в форме

$$\eta = \bar{\eta} \pm \Delta \eta \quad T_{\text{опыта}} = \dots .$$

6. Убедитесь в справедливости применения формулы Стокса (1) проверкой соотношения $v_0 r \rho_1 / \eta \ll 1$. Сделать вывод о корректности проведения эксперимента.

Контрольные вопросы

1. Какие силы действуют на шарик при его движении в жидкости?
2. При каких условиях движение шарика в жидкости является установившимся?
3. Сформулировать закон Ньютона для внутреннего трения.
4. Дать определение коэффициента внутреннего трения (вязкости).
5. Как зависит коэффициент внутреннего трения жидкости от температуры?
6. В каких единицах измеряется коэффициент внутреннего трения?
7. Почему внутреннее трение относится к явлениям переноса?
8. Какова природа сил внутреннего трения в газах и жидкостях?

Приложение

$t, ^\circ\text{C}$	Касторовое масло		Вазелиновое масло	
	$\rho, \text{кг/м}^3$	$\eta, \text{кг/(м}\cdot\text{с)}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$\eta, \text{кг/(м}\cdot\text{с)}$
15	962,7	1,940	882,1	0,40
16	962,0	1,780	881,5	0,38
17	961,4	1,640	880,8	0,36
18	960,7	1,520	880,1	0,34
19	960,0	1,400	879,5	0,32
20	959,4	1,300	878,8	0,30
21	958,7	1,210	878,0	0,28
22	958,0	1,120	877,4	0,265
23	957,4	1,040	876,7	0,25
24	956,7	0,960	876,0	0,24
25	956,0	0,880	875,4	0,23

Библиографический список

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М. Высшая школа, 2000.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. – М.: Астрель, 2001.

СОДЕРЖАНИЕ

Порядок выполнения лабораторных работ в физическом практикуме.....	3
Форма отчета.....	4
Основы теории погрешностей физических измерений.....	5
Лабораторная работа № 1. Измерение объема цилиндра.....	20
Лабораторная работа № 2. Изучение законов сохранения при соударении шаров.....	23
Лабораторная работа № 3. Изучение закона сохранения импульса...	29
Лабораторная работа № 4. Определение момента инерции плоского физического маятника.....	36
Лабораторная работа № 5. Определение средней силы сопротивления грунта и изучение неупругого соударения груза и сваи на модели копра.....	42
Лабораторная работа № 6. Измерение момента инерции тел методом вращательных колебаний.....	51
Лабораторная работа 7. Изучение динамики вращательного движения твердого тела и определение момента инерции маятника Обербека.....	65
Лабораторная работа № 8. Изучение динамики плоского движения маятника Максвелла.....	72
Лабораторная работа № 9. Определение момента инерции маховика.	79
Лабораторная работа №10. Изучение динамики поступательного и вращательного движения с помощью прибора Атвуда.....	85
лабораторная работа № 11. Определение удельной теплоты кристаллизации и изменения энтропии при охлаждении сплава олова	91
Лабораторная работа № 12. Определение отношения теплоёмкостей c_p/c_v газов.....	105

Лабораторная работа № 13. Измерение отношения c_p/c_v воздуха...	112
Лабораторная работа № 14. Определение средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха.....	124
Лабораторная работа № 15. Определение коэффициента внутреннего трения жидкости по методу Стокса.....	133

Учебное издание

*Григорьев Сергей Владимирович, Ермаков Борис Владимирович,
Зеленукина Елена Владимировна, Коваль Ольга Ивановна, Бирюкова
Ольга Витальевна, Корецкая Ирина Валерьевна, Лапина Людмила
Григорьевна, Лубенченко Ольга Игоревна, Петрова Ольга
Владимировна, Янина Галина Михайловна*

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Учебное пособие по курсу «Физика»

для студентов, обучающихся по направлениям
«Электроника и нанoeлектроника», «Радиотехника», «Биотехнические
системы и технологии», «Прикладная математика и информатика»,
«Информатика и вычислительная техника», «Управление в
технических системах», «Приборостроение», «Электроэнергетика и
электротехника», «Информационная безопасность»

Редактор О.И. Коваль

Редактор издательства

ЛР № от 2016 г.

Темплан издания МЭИ 2016, учебн. Подписано в печать

Печать офсетная Формат 60x84/16 Печ. Л. 9,0

Тираж 1000 Изд. № Заказ

Издательство МЭИ, 111250, Москва, Красноказарменная 14.

Отпечатано в типографии