**PROJECT-1 PRAKTIKUM FISIKA KOMPUTASI 118**

**(COVER)**

**PENDAHULUAN**

1. **Sistem Persamaan Linear**
2. **Metode Eliminasi Gauss**

Eliminasi Gauss adalah suatu metode untuk mengoperasikan nilai-nilai di dalam matriks sehingga menjadi matriks yang lebih sederhana lagi. Dengan melakukan operasi baris sehingga matriks tersebut menjadi matriks yang baris. Ini dapat digunakan sebagai salah satu metode penyelesaian persamaan linear dengan menggunakan matriks. Caranya dengan mengubah persamaan linear tersebut ke dalam matriks teraugmentasi dan mengoperasikannya. Setelah menjadi matriks baris, lakukan substitusi balik untuk mendapatkan nilai dari variabel-variabel tersebut. Dengan kata lain, Ax = b dengan A adalah matriks berukuran n x n, x dan b adalah matriks dengan ukuran n x 1 (Rachman, 2016).

Metode eliminasi gauss digunakan untuk menyelesaikan sebuah sistem persamaan linier dengan mengubah SPL tersbut ke dalam bentuk sistem persaman linier berbentuk segitiga atas, yakni bentuk yang samas koefisien dibawah diagonal utamanya bernilai nol. Bentuk segitiga atas ini dapat diselesaikan dengan menggunakan substitusi(penyulihan) balik. Untuk mendapatkan bentuk SPL segitiga dari SPL yang diketahui, metode eliminasi Gauss menggunakan sejumlah operasi baris elementer(OBE):

1. Menukar posisi dua buah persamaan(dua baris matriks augmented)
2. Menambah sebuah persamaan (baris matriks augmented) dengan suatu kelipatan persamaan lain (baris lain) (Rachman, 2016).

Metode eliminasi gauss didasarkan pada kenyataan bahwa pada matriks yang sudah berbentuk segitiga atas, metode penyulihan mundur dapat dilakukan sehingga dengan mudah nilai vektor yang memenuhi akan terpenuhi. Metode eliminasi gauss dilakukan dengan cara mengubah sistem persamaan Ax = b menjadi Ux = y dengan U merupakan sebuah matriks segitiga atas.

Tanda pangkat (1), (2), (3) menunjukkan bahwa elemen matriks A telah berubah satu kali, dua kali, dan tiga kali. Proses eliminasi terdiri atas tiga operasi baris elementer:

* Pertukaran : Urutan dua persamaan dapat ditukar karena pertukaran tersebut tidak mempengaruhi solusi akhir.
* Penskalaan : Persamaan dapat dikali dengan konstanta bukan nol, karena perkalian tersebut tidak mempengaruhi solusi akhir.
* Penggantian : Persamaan dapat diganti dengan penjumlahan persamaan itu dengan gandaan persamaan lain. Misalnya persamaan diganti dengan selisih persamaan itu dengan dua kali persamaan lain; yaitu barisr := barisr - mp,r barisp (Rachman, 2016).

Metode ini berangkat dari kenyataan bahwa bila matriks A berbentuk segitiga atas seperti sistem persamaan berikut ini.

Solusinya dapat dihitung dengan teknik penyulihan mundur (backward substitution):

Pada eliminasi Gauss, bilangan pada posisi (k, k) yang dipakai untuk mengeliminasi dalam baris baris k+1, k+2, ..., n dinamakan elemen tumpuan (pivot) ke-k, dan k disebut baris tumpuan. Pada sub bab berikut akan dibahas tiga macam metode Eliminasi Gauss. Kondisi 0 sangat penting, sebab bila = 0, persamaan akan mengerjakan pembagian dengan nol. Apabila kondisi tersebut tidak dipenuhi, maka SPL tidak mempunyai jawaban.

Nilai ar, r pada posisi (r, r) yang digunakan untuk mengeliminasi xr pada baris r + 1, r + 2, ..., N dinamakan elemen pivot dan persamaan pada baris ke-r disebut persamaan pivot. Ada kemungkinan pivot bernilai nol sehingga pembagian dengan nol tidak dapat dielakkan. Tata-ancang eliminasi yang tidak mempedulikan nilai pivot adalah tatancang yang naif (naive) atau sederhana. Metode eliminasi Gauss seperti ini dinamakan metode eliminasi Gauss naif (naive Gaussian elimination) karena metodenya tidak melakukan pemeriksaan kemungkinan pembagian dengan nol.

Pada metode eliminasi Gauss naif tidak ada operasi pertukaran baris dalam rangka menghindari pivot yang bernilai nol itu. Eliminasi Gauss naif termasuk hitungan langsung sehingga galatnya tidak dapat diatur (perambatan galat sulit dihindari). Untuk itulah diperbaiki dengan strategi pivoting, yaitu : jika = 0, perlu mencari baris r, dengan ark 0 dan , kemudian mempertukarkan baris k dengan baris sehingga diperoleh elemen tumpuan tak nol (Maharani & Suprapto, 2018).

1. **Metode Eliminasi Gauss-Jordan**
2. **Metode Matriks Balikan**
3. **Metode Dekomposisi LU**

**PROBLEM**

1. **Penjelasan Topik / Masalah Bidang Sains Fisika Teknik**
2. **Problem Statement**
3. **Mathematical Equation**

Diagram

Description automatically generated

**Problem 12.28**

**Diketahui:**

* Hukum II Kircoff

**Pembahasan:**

* Loop 1:

….. (1)

* Loop 2:

….. (2)

* Loop 3:

….. (3)

Pemodelan ke dalam Bentuk Matriks 3 x 3:

Persamaan Linear yang didapat dari *problem 12.28* :

Implementasi Persamaan ke dalam Bentuk Matriks:

Mathematical Equation Metode Eliminasi Gauss:

* Forward elimination
* Back substitution

Mathematical Equation Metode Eliminasi Gauss-Jordan:

Mathematical Equation Metode Matriks Balikan:

Mathematical Equation Metode Dekomposisi LU:

* Forward substitution
* Back substitution

**METODE**

1. **Algoritma dan Flowchart Eliminasi Gauss**

**Algoritma Eliminasi Gauss**

1. *Algorithm fungsi gauss\_naive(Ab)*
2. Mendefinisikan gauss\_naive(Ab)
3. Menginisiasikan Ab = Ab.astype(float)
4. Mencetak ("\n", "="\*22, "PENYELESAIAN DENGAN GAUSS -NAIVE","="\*21, "\n")
5. Melakukan looping for i in range(n)
6. Melakukan pengondisian if np.fabs(Ab[i, i]) < 1.0e-10
   * + 1. Mencetak (‘Divide by zero detected\n’)
       2. return
7. Melakukan looping for j in range(i+1, n)
   * + 1. Menginisiasikan faktor = Ab[j][i]/Ab[i][i]
       2. Melakukan looping for k in range(n+1)
          1. Menghitung Ab[j][k] = Ab[j][k] –

faktor \* Ab[i][k]

* + - 1. Mencetak print("Untuk kolom ke-{} baris ke-{} :". format(i+1, j+1))
      2. Mencetak (Ab, “\n”)

1. Menginisiasikan x[n-1] = Ab[n-1][n]/Ab[n-1][n-1]
2. Melakukan looping for i in range(n-2, -1, -1)

1.5.1 Menginisiasikan sum = Ab[i][n]

1.5.2 Melakukan looping for j in range(i+1, n)

1.5.2.1 sum = sum - Ab[i][j]\*x[j]

1.5.3 Menginisiasikan x[i] = sum /Ab[i][i]

1. Mencetak pembatas, yaitu ("="\*77)
2. Mencetak("\nDidapat Akar Solusi Persamaan \nI1 = {} A\nI2 = {} A \nI3 = {} A\n".format(x[0], x[1], x[-1]))
3. Menginisiasikan stop = timeit.default\_timer()
4. Mencetak ('Running Time : ', stop – start, ‘detik’)
5. Return
6. *Algorithm Utama*
7. Mulai
8. Meng-import numpy as np
9. Meng-import timeit
10. Menginisiasikan start = timeit.default\_timer()
11. Mencetak ("======= MENCARI ARUS PADA RANGKAIAN

LISTRIK DENGAN METODE GAUSS NAIVE =======\n")

1. Mencetak (("Sistem Persamaan Linear \n-6I1 - 4I2 - 2I3  = 20 \n-4I1 + 18I2 - 8I3 = 0 \n-2I1 - 8I2 + 15I3 = 0")
2. Menginisiasikan matriks A yaitu A = np.array ([[[6,-4,-2], [-4,18,-8], [-2,-8,15]])
3. Menginisiasikan matriks b yaitu b = np.array ([20, 0, 0])
4. Menginisiasikan n = len(b)
5. Menginisiasikan x = np.zeros(n)
6. Menginisiasikan *augmented matrix* dengan Ab = np.column\_stack((A, b))
7. Mencetak matriks A dan b dengan perintah (f"\nMatriks A : \n{A}\n\nMatriks b :  \n{np.transpose([b])}")
8. Mencetak *augmented matrix* dengan perintah (f"\nMaka, matriks untuk  [A|b] : \n{Ab}")
9. Memanggil fungsi gauss\_naive(Ab)
10. Menginisiasikan solusi = gauss\_naive(Ab)
11. Selesai

**Flowchart Eliminasi Gauss**

1. Flowchart fungsi gauss\_naive(Ab)

**(di halaman selanjutnya)**

Diagram

Description automatically generated

Diagram

Description automatically generated

1. Flowchart Algoritma Utama

**(di halaman selanjutnya)**

Diagram

Description automatically generated

1. **Algoritma dan Flowchart Gauss-Jordan**

**Algoritma Gauss-Jordan**

**Flowchart Gauss-Jordan**

1. **Algoritma dan Flowchart Matriks Balikan**

**Algoritma Matriks Balikan**

**Flowchart Matriks Balikan**

1. **Algoritma dan Flowchart Dekomposisi LU**

**Algoritma Dekomposisi LU**

**Flowchart Dekomposisi LU**

**HASIL DAN ANALISIS**

1. **Hasil dan Analisis Metode Eliminasi Gauss**

Metode pertama yang dilakukan adalah dengan menggunakan Eliminasi Gauss Naïve untuk mendapatkan besar arus listrik yang mengalir pada rangkaian listrik 3 loop. Yang membedakan metode ini dalam memecahkan sistem persamaan linear dengan metode lainnya adalah mengubah matriks koefisien awal menjadi matriks segitiga atas (matriks yang semua elemen dibawah diagonal utama bernilai nol).

Metode ini dilakukan dengan 2 tahap utama, yaitu *forward elimination* yang yang dilakukan baris per baris sehingga mengubah matriks augmentasi menjadi matriks segitiga atas dan *back substitution* untuk mendapatkan nilai variabel yang dicari. Sebelum dioperasikan, perlu menuliskan sistem persamaan linear yang didapat ke dalam bentuk matriks Ax = b, dimana A adalah matriks koefisien, X adalah matriks kolom dari variabel yang dicari, dan b adalah matriks kolom dari konstanta SPL. Kemudian membentuk augmented matriks menggunakan matriks A dan matriks b yang sudah diketahui.

Tahap utama yang pertama dalam metode Eliminasi Gauss Naïve adalah *forward elimination*. Untuk setiap baris dalam matriks, jika baris tersebut tidak hanya terdiri dari angka nol, maka elemen bukan nol paling kiri atau koefisien terdepan disebut *pivot* dari baris tersebut. Pivot setiap baris berbeda dan merupakan pembagi yang akan mengubah matriks menjadi matriks segitiga atas. *Forward elimination* dimulai dengan mencari faktor pembuat nol (pivot dibagi elemen dibawah pivot) kemudian mengurangi setiap elemen pada baris ( tersebut dengan hasil kali dari faktor pembuat nol dan . Apabila baris tersebut telah selesai diubah, maka berpindah ke baris selanjutnya dengan pivot yang berbeda. Langkah terus berulang atau melakukan iterasi sampai diperoleh matriks segitiga atas. Tujuan dari tahap ini selain menyederhanakan agar dapat dicari variabelnya adalah agar mengetahui apakah pada SPL yang direpresentasikan dalam matriks memiliki solusi tunggal, jumlah solusi tak terbatas, atau tidak ada solusi sama sekali. Jika baris terakhir matriks sama dengan nol kecuali pada bagian konstanta, maka SPL tidak ada solusi dan tidak konsisten. Jika ada baris yang semuanya nol, maka jumlah solusi dari SPL tak terbatas, Pada *problem* 12.28, hasil akhir matriks merepresentasikan memiliki solusi tunggal setiap variabelnya.

Setelah menjadi matriks segitiga atas, Tahap kedua adalah *back substitution* untuk mendapatkan nilai dari variabel yang diinginkan. Pada langkah ini, variabel dari baris paling bawah matriks akan dicari hasilnya sehingga diperoleh akar solusi dari rangkaian listrik yaitu I3. Hasil tersebut akan disubtitusikan ke baris diatasnya sehingga diperoleh besar I2. Kemudian akan berlanjut terus hingga mencapai baris pertama dan diperoleh keseluruhan dari akar solusi dimana pada permasalahan kali ini hasil dari I3 dan I2 disubtitusikan ke baris pertama sehingga diperoleh I1. Waktu yang dibutuhkan program untuk berjalan sampai ditemukan hasil akhir dan program berhenti adalah 0.009926559000177804 detik. Dari metode eliminasi Gauss, didapatkan besar kuat arus (*I*) pada rangkaian listrik DC 3 loop dengan 3 variabel, yaitu

I1 = 5.175879396984924 ampere

I2 = 1.9095477386934674 ampere

I3 = 1.708542713567839 ampere

Keuntungan dari metode ini adalah proses iterasi yang lebih sedikit dan proses *running* program yang lebih cepat jika dibandingkan dengan metode Gauss Jordan. Namun, coding dari eliminasi gauss naive ini lebih kompleks dibanding Gauss Jordan. Namun, dalam perhitungan manual, metode ini lebih mudah digunakan karena langsung melakukan perhitungan dengan pivot tanpa melakukan normalisasi. Dapat disimpulkan bahwa walapun metode eliminasi Gauss Naive terlihat lebih sulit diterapkan, tetapi jika dilihat dari langkah di output coding maka prosesnya lebih sedikit dibandingkan dengan Metode Gauss Jordan. Masalah yang mungkin terjadi pada metode ini adalah ketidakstabilan numerik apabila pivot yang dipilih mendekati nol sehingga terjadi kesalahan akurasi pada saat pembulatan desimal. Selain itu, metode ini kurang cocok untuk digunakan pada SPL yang kompleks.

1. **Hasil dan Analisis Metode Eliminasi Gauss-Jordan**
2. **Hasil dan Analisis Metode Matriks Balikan**
3. **Hasil dan Analisis Metode Dekomposisi LU**

**DAFTAR PUSTAKA**

Maharani, S., & Edy., Suprapto. (2018). *Analisis Numerik: Berbasis Group Investigation untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis.* CV. AE MEDIA GRAFIKA.

Marzuki, C. C., & Herawati, H. (2015). Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Fully Fuzzy Menggunakan Metode Iterasi Jacobi. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, *1*(1), 1-7.

Pranata, H. A. (2019). IMPLEMENTASI METODE ELIMINASI GAUS PADA SISTEM INFORMASI INVESTASI EMAS MENGGUNAKAN OCTAVE. *Jurnal Informatika Polinema*, *5*(2), 53-61.

Rachman, G. H. (2016). Analisis Steady-State pada Sistem Reaktor Menggunakan Solusi Sistem Persamaan Lanjar. *Makal. IF5162 Metod. Numer. Lanjut*, (23515074), 1-6.

**LAMPIRAN**

1. Source Code Metode Eliminasi Gauss dalam ipynb
2. Source Code Metode Eliminasi Gauss-Jordan dalam ipynb
3. Source Code Metode Matriks Balikan dalam ipynb
4. Source Code Metode Dekomposisi LU dalam ipynb