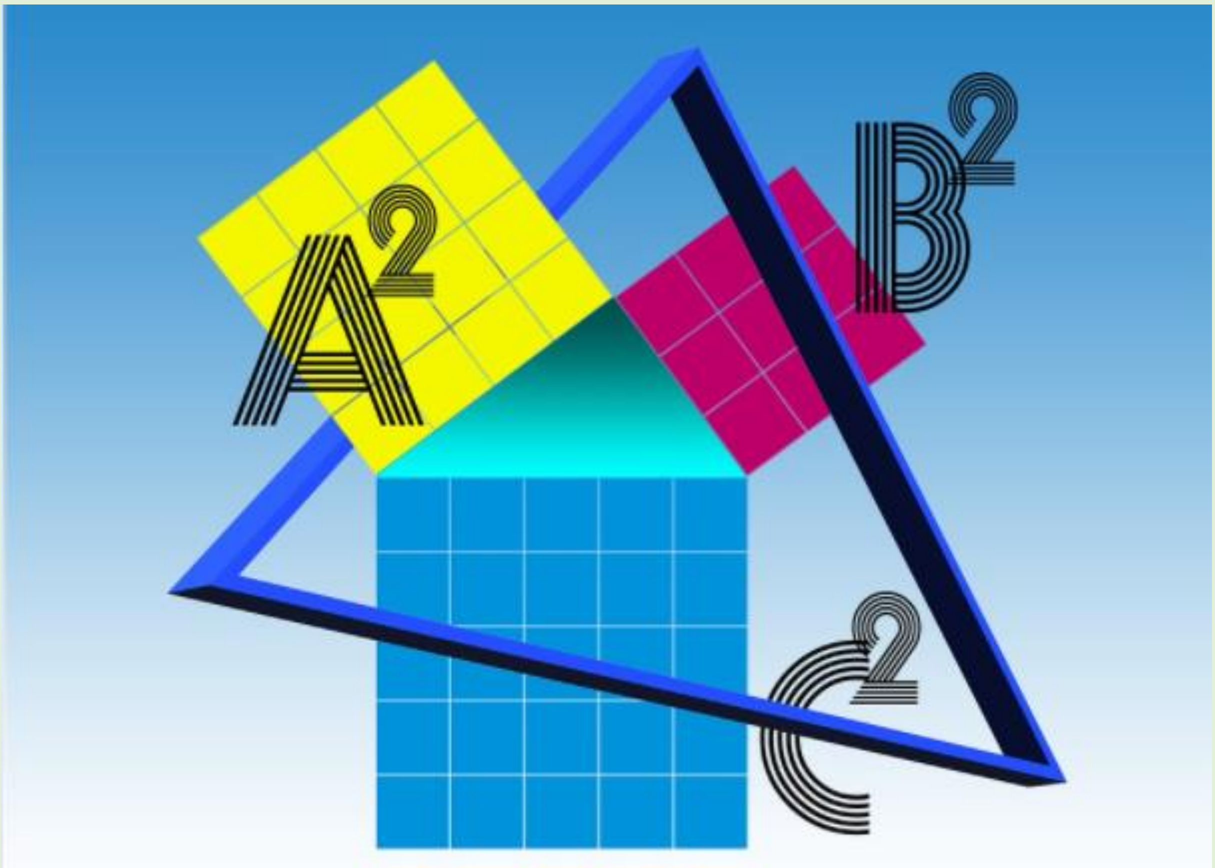
TÓPICOS DE MATEMÁTICA

UIA4 - Trigonometria, Limites e Derivadas



- Aula 13 | Funções Trigonométricas
- Aula 14 | Funções Trigonométricas
- Aula 15 | Limites
- Aula 16 | Derivadas

AULAS 13 e 14 | FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

TRIGONOMETRIA E RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

A trigonometria básica do triângulo é uma das partes da matemática mais antiga e aplicada pelos povos antigos em suas construções de pirâmides, cálculos de distâncias, alturas, topografia, etc.

A palavra trigonometria é formada por três radicais gregos:

- Tri (três),
- gonos (ângulos) e
- metron (medir).

Daí vem seu significado mais amplo: medidas dos triângulos. Dizemos então que a trigonometria é a parte da Matemática cujo objetivo é o cálculo das medidas dos elementos do triangulo (lados e ângulos).

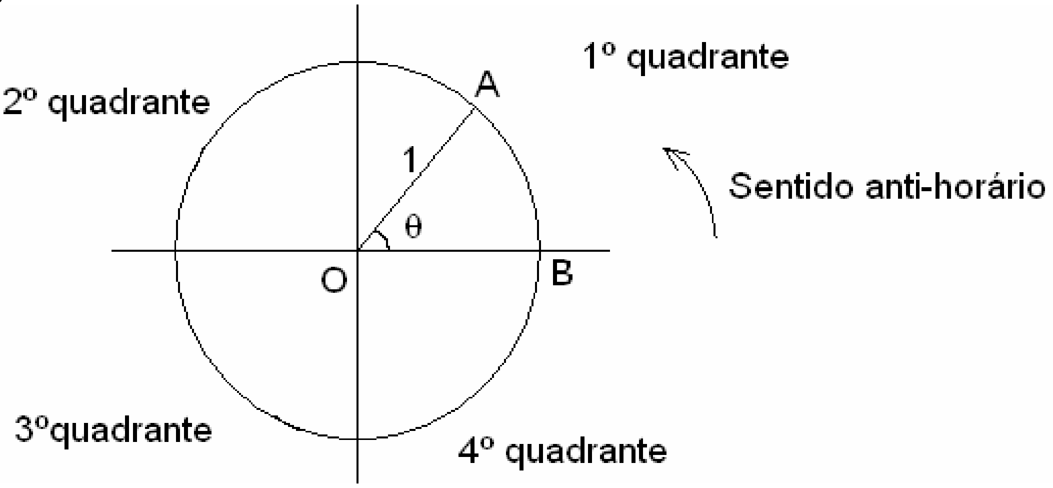
Inicialmente considerada como uma extensão da Geometria, a trigonometria já era estudada pelos Babilônios, que a utilizavam para resolver problemas práticos de Astronomia de navegação e de agrimensura, aliás, foram os astrônomos que estabeleceram os fundamentos da trigonometria, pois se sabe que o famoso astrônomo grego Hiparco (190 a.c. 125 a.c) foi quem empregou pela primeira vez relações entre lados e os ângulos de um triangulo retângulo.

Atualmente, a trigonometria não se limita apenas a estudar os triângulos. Sua aplicação se estende a outros campos da Matemática e a outros campos da atividade humana como eletricidade, a Mecânica, a Acústica, a Música, a Topografia, a Engenharia Civil, etc.

CIRCULO TRIGONOMÉTRICO

A circunferência trigonométrica é de extrema importância para o nosso estudo da Trigonometria, pois é baseado nela que todos os teoremas serão deduzidos.

Trata-se de uma circunferência com ***centro na origem*** do sistema de eixos coordenados e de ***raio 1***, como é mostrado na figura abaixo:

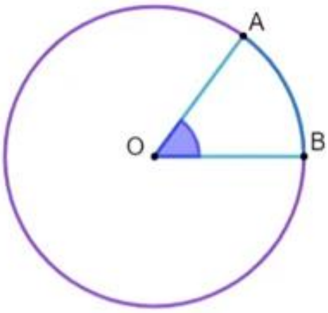


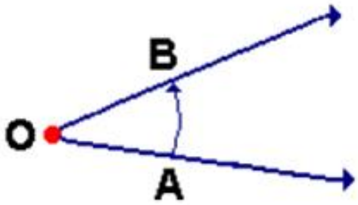
O ÂNGULO

Ângulo é o espaço contido entre dois segmentos de reta orientados (ou duas semi-retas orientadas) a partir de um ponto comum.

- **Ângulo central**

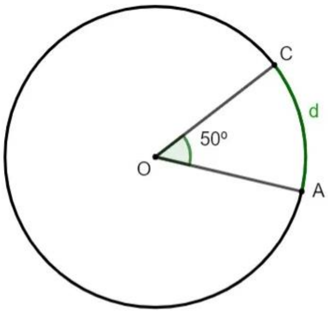
Qualquer ângulo cujo vértice é o centro da circunferência chamamos de ângulo central. Como exemplo temos o ângulo (AÔB).





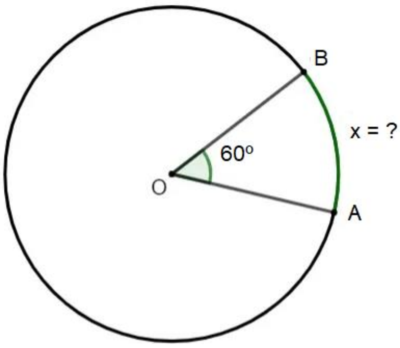
$$\widehat{AB} = A\hat{O}B$$

Exemplo - Calcule o valor do arco d.



Como o ângulo central é igual a 50º, a amplitude do arco denotado por d também possui 50º.

Exemplo - A circunferência da figura abaixo tem 8 cm de raio. Um inseto parte do ponto A e anda sobre ela até o ponto B. Sabendo que a medida do ângulo central AÔB é 60°, determine quantos centímetros, aproximadamente, o inseto andou.



Vamos resolver por regra de três simples. Primeiro, vamos lembrar que o comprimento de uma circunferência é dado com $2\pi.r$, onde r é o raio da circunferência. Pelo enunciado do exemplo, r = 8. Vamos considerar $\pi = 3{,}14$.

Então vamos lá.

Ângulo central (graus)	**Comprimento do arco** (cm)
360	$2\pi.8$
60	x

Então,

$$\frac{360}{60}=\frac{2\pi.8}{x} \Rightarrow x=\frac{2(3{,}14).8.60}{360}=\frac{3014{,}4}{360}=8.37$$

Portanto, o inseto andou aproximadamente 8,37 cm.

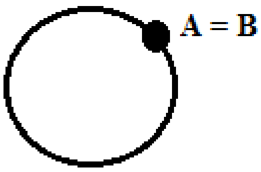
- **Unidades de medidas de ângulos**

Existem algumas unidades conhecidas com as quais podemos medir um ângulo. A mais conhecida é o ***grau***, mas há algumas outras que são utilizadas. São elas, o **grado** e o **radiano**.

ARCOS DE CIRCUNFERÊNCIA

Dados dois pontos distintos A e B sobre uma circunferência, esta fica dividida em duas partes, denominadas arcos, que indicaremos por $\overset{\frown}{AB}$ ou $\overset{\frown}{BA}$.

Tanto a parte I como a parte II são chamadas de arcos de circunferência. Se A coincide com B, diz-se que temos o arco nulo e o arco de volta inteira.



Observação: *se não for mencionado qual dos arcos se está falando, assume-se que trata-se do menor arco.*

MEDIDA DE ARCOS

As unidades usuais para arcos de circunferência são: grau, grado e radiano.

1. **O GRAU**

Definimos como 1 grau, que denotamos por 1º, o arco equivalente a 1/360 da circunferência, isto é, em uma circunferência cabem 360º. Alguns exemplos.

Exemplos - O grau comporta ainda os submúltiplos, minuto(‘) e segundo(”), de forma que:

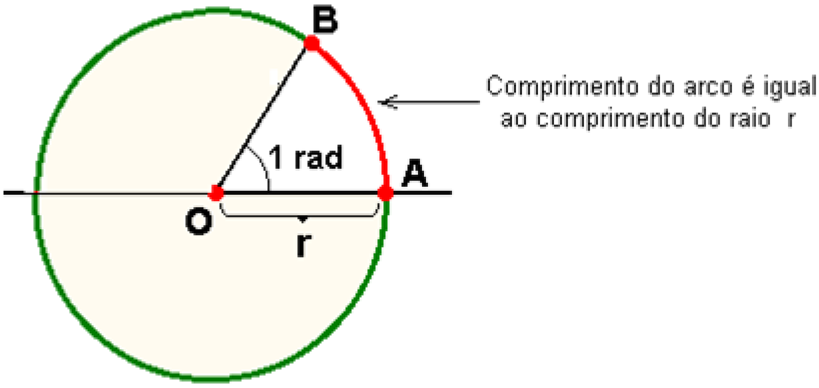
- 1º =60’ (um grau é igual a 60 minutos) e 1’ = 60"

2. **O GRADO**

É a medida de um arco igual a 1/400 do arco completo da circunferência na qual estamos medindo o arco. A única diferença entre essas medidas é que para o grau dividimos a circunferência em 360 arcos iguais e para o grado dividiremos essa mesma circunferência em 400 partes iguais.

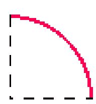
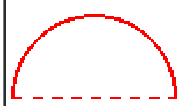
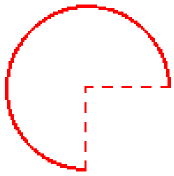
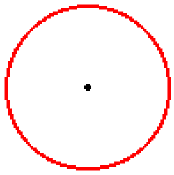
3. O RADIANO

Definimos 1 radiano como o arco cujo comprimento é igual ao raio da circunferência onde tal arco foi determinado.

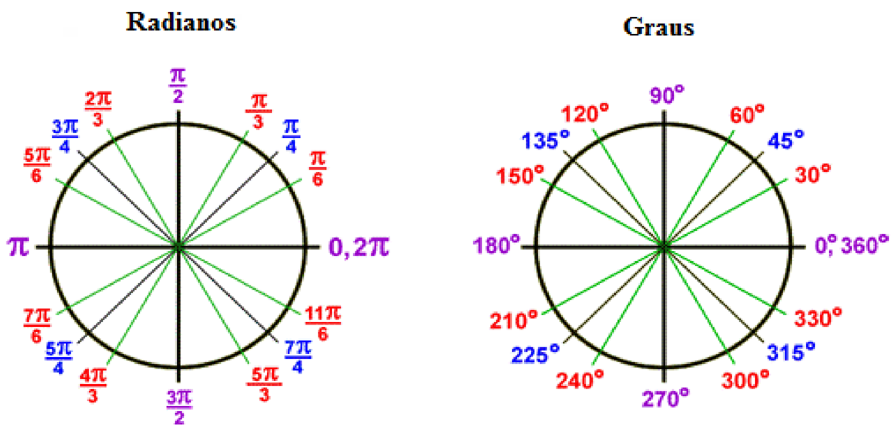


As medidas de arcos de circunferências em graus, em radianos e em grados são diretamente proporcionais, possibilitando a obtenção da equação de conversão de unidades, através de uma regra de três simples. Para efeito de conversões, temos a seguinte relação:

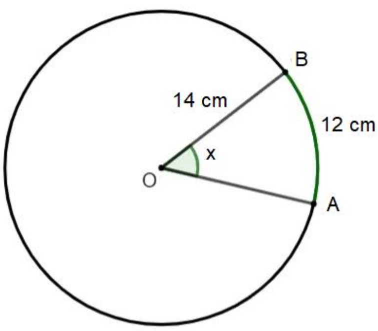
$$180^{\circ} = \pi \; rad = 200 \; grados$$

Arco				
Grau	90	180	270	360
Grado	100	200	300	400
Radiano	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π

A figura a seguir ilustra a graduação, em radianos e em graus, de uma circunferência de raio 1.



Exemplo – Uma circunferência que tem 28 cm de diâmetro, um arco tem 12 cm de comprimento. Qual a medida (em rad) do ângulo central correspondente?



Comprimento do arco (cm)	Ângulo central (graus)
$2\pi.14$	2π (360º)
12	x

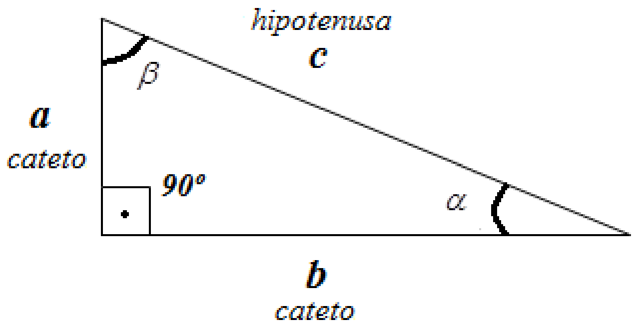
Então,

$$\frac{2\pi.14}{12}=\frac{2\pi}{x} \quad \Rightarrow x=\frac{2.\times 2}{2\times 14}=0,86$$

Portanto, o ângulo central mede aproximadamente 0,86 radianos.

O TRIÂNGULO RETÂNGULO

Chamamos de triangulo retângulo, o que tem um ângulo igual a de 90º (ângulo reto). Num triangulo retângulo, os dois lados que formam o ângulo reto são chamados de "catetos" e o lado em frente ao ângulo reto é a Hipotenusa



Teorema de Pitágoras

O geómetra grego Pitágoras (570–501 a.C.) formulou o seguinte teorema, que tem hoje o seu nome, e que relaciona a medida dos diferentes lados de um triângulo retângulo:

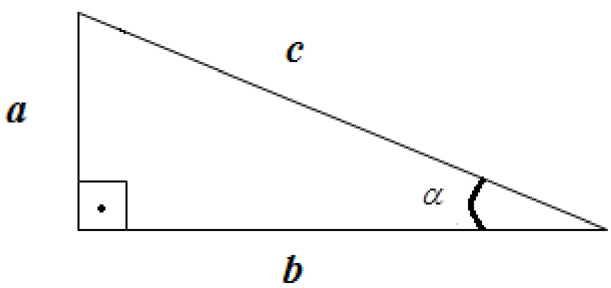
- a soma do quadrado dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa. Ou seja, se ***a*** e ***b*** forem o comprimento dos dois **catetos** e ***c*** o comprimento da **hipotenusa**, ter-se-á:

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Diversas aplicações trigonométricas relacionam-se os comprimentos dos lados de um triângulo recorrendo a determinadas relações dependentes de ângulos internos. Assim, apresentam-se de seguida algumas relações trigonométricas com esse fim.

Considere o triângulo retângulo com lados ***a, b*** e ***c***.



1. **Seno de** α

É o quociente do comprimento do **cateto *oposto*** ao ângulo α pelo comprimento da **hipotenusa** do triângulo.

$$sen(\alpha) = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} \Rightarrow sen(\alpha) = \frac{a}{c}$$

2. **Cosseno de** α

É o quociente do comprimento do **cateto *adjacente*** ao ângulo α pelo comprimento da **hipotenusa** do triângulo.

$$\cos(\alpha) = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa} \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{b}{c}$$

3. **Tangente de** α

É o quociente dos comprimentos do **cateto *oposto*** pelo **cateto *adjacente***.

.
$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} \Rightarrow \text{tg}(\alpha) = \frac{a}{b}$$

A partir destas definições, são definidas também outras relações trigonométricas.

4. **Cotangente de** α

$$\text{cotg}(\alpha) = \frac{1}{tg(\alpha)}$$

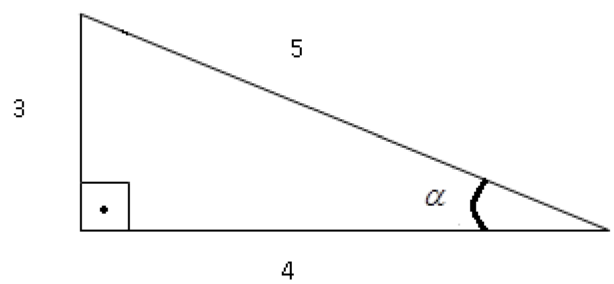
5. **Secante de** α

$$\sec(\alpha) = \frac{1}{\cos(\alpha)}$$

6. **Cossecante de** α

$$\text{cossec}(\alpha) = \frac{1}{\text{sen}(\alpha)}$$

Exemplo - Calcular o seno, cosseno e tangente do ângulo (α) e comprovar as demais relações.



$$sen(\alpha) = \frac{3}{5} = 0,6 \qquad \cos(\alpha) = \frac{4}{5} = 0,8 \qquad tg(\alpha) = \frac{3}{4} = 0,75$$

Podemos calcular o ângulo α através de qualquer resultado acima. Para isso precisamos de uma calculadora científica (no seu computador tem). Procure pela tecla $\boldsymbol{sen^{-1}}$ e calcule

$$sen^{-1}(0,6) = 36,87º$$

Logo, o ângulo α igual a 36,87º.

Poderíamos utilizar $\cos^{-1}(0{,}8)$ ou $\text{tg}^{-1}(0{,}75)$. O resultado será o mesmo.

Caso não tenha uma calculadora científica em casa, utilize uma calculadora online no site

www.calculadoraonline.com.br/cientifica

Abaixo, segue uma tabela com outras identidades trigonométricas.

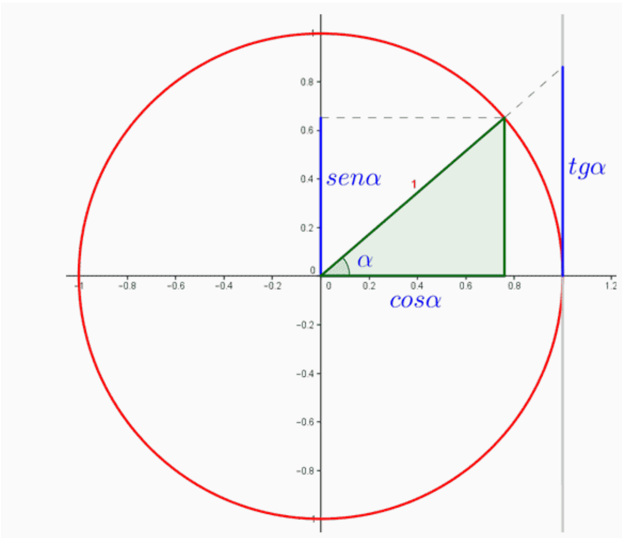
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\sin 2x = 2\sin x \times \cos x$
$\sin(-x) = -\sin(x)$	$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
$\cos(-x) = -\cos(x)$	$\text{tg}\, 2x = \frac{2\,\text{tg}\, x}{1 - \text{tg}^2 x}$
$\text{tg}(-x) = -\text{tg}(x)$	$\left\|\sin\frac{x}{2}\right\| = \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$
$\text{tg}\, x = \frac{\sin x}{\cos x}$	$\left\|\cos\frac{x}{2}\right\| = \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$
$\text{ctg}\, x = \frac{1}{\text{tg}\, x}$	$\text{tg}\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$
$\text{ctg}\, x = \frac{\cos x}{\sin x}$	$\sin x \times \cos x = \frac{1}{2}[\sin(x-y) + \sin(x+y]$
$\sec x = \frac{1}{\cos x}$	$\sin x \times \sin y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)]$
$\csc x = \frac{1}{\sin x}$	$\cos x \times \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) + \cos(x+y)]$
$1 + \text{tg}^2 x = \sec^2 x$	$\cos x \times \sin y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) - \sin(x-y)]$
$1 + \text{ctg}^2 x = \csc^2 x$	$\sin x - \sin y = 2\sin\left(\frac{x-y}{2}\right) \times \cos\left(\frac{x+y}{2}\right)$
$\sin(a \pm b) = \sin a \times \cos b \pm \cos a \times \sin b$	$\sin x \times \cos x = \frac{1}{2}\sin 2x$
$\cos(a \pm b) = \cos a \times \cos b \pm \sin a \times \sin b$	$1 - \cos x = 2\sin^2\frac{x}{2}$

$\text{tg}(a+b) = \dfrac{\text{tg}\,a + \text{tg}\,b}{1 - \text{tg}\,a \times \text{tg}\,b}$	$1 + \cos x = 2\cos^2\dfrac{x}{2}$
$\text{tg}(a-b) = \dfrac{\text{tg}\,a - \text{tg}\,b}{1 + \text{tg}\,a \times \text{tg}\,b}$	$1 \pm \sin x = 1 \pm \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$
$\sin^2 x = \dfrac{1}{2}(1 - \cos 2x)$	$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

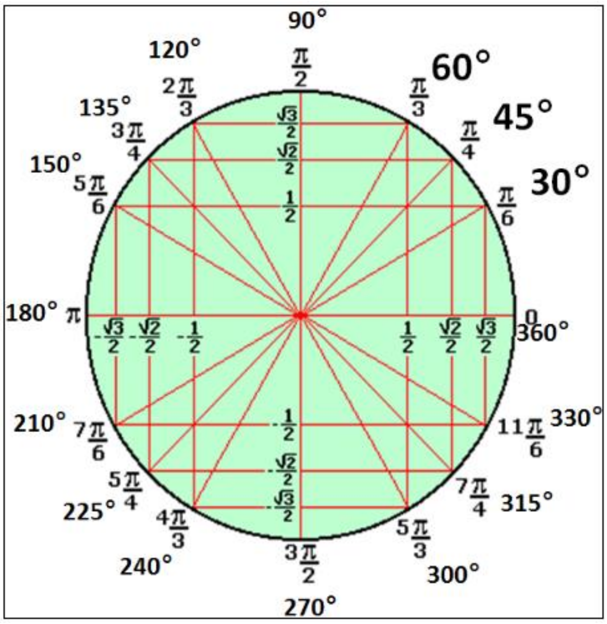
CICLO TRIGONOMÉTRICO

O ciclo trigonométrico é uma circunferência de raio unitário com intervalo de [0, 2π], onde a cada ponto da circunferência associamos um número real. No ciclo trigonométrico trabalhamos três tipos de simetria: em relação ao eixo vertical (seno), eixo horizontal (cosseno) e em relação ao centro.

O **Ciclo Trigonométrico**, também chamado de Círculo ou Circunferência Trigonométrica, é uma representação gráfica que auxilia no cálculo das razões trigonométricas.



De acordo com a simetria do círculo trigonométrico temos que o eixo vertical corresponde ao **seno** e o eixo horizontal ao **cosseno**. Cada ponto dele está associado aos valores dos ângulos.



No ciclo trigonométrico acima, podemos conferir algumas relações entre graus e radianos:

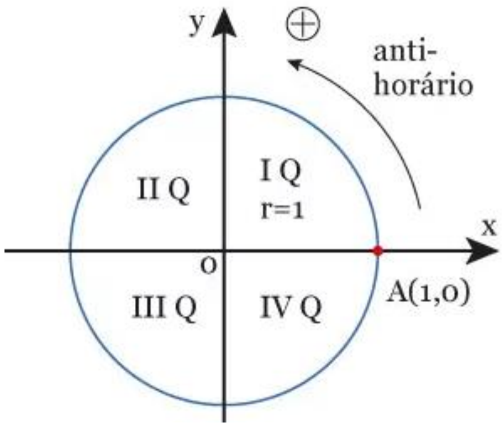
- π rad = 180°
- 2π rad = 360°
- $\pi/2$ rad = 90°
- $\pi/3$ rad = 60°
- $\pi/4$ rad = 45°

Observação: Se quiser converter essas unidades de medidas (grau e radiano) utiliza-se a regra de três.

Exemplo: Qual a medida de um ângulo de 30° em radianos?

π rad -180°
x – 30°
x = 30° . π rad/180°
x = $\pi/6$ rad

Definidos os valores dos ângulos, é importante saber que em relação aos quadrantes os valores serão postos seguindo o sentindo anti-horário do círculo.



- **Quadrante I**: estarão os números reais que vão de 0 até $\pi/2$ e os ângulos entre 0° e 90°.
- **Quadrante II:** representa os números reais que vão de $\pi/2$ até π e os ângulos entre 90° e 180°.
- **Quadrante III:** inclui os números reais que vão de π até $3\pi/2$ e os ângulos entre 180° e 270°.
- **Quadrante VI:** compreende os números reais que vão de $3\pi/2$ até 2π e os ângulos entre 270° e 360°.

CICLO TRIGONOMÉTRICO E SEUS SINAIS

De acordo com o quadrante em que está inserido, os valores do seno, cosseno e tangente variam. Ou seja, os ângulos podem apresentar um valor positivo ou negativo. Para compreender melhor, veja a figura abaixo:

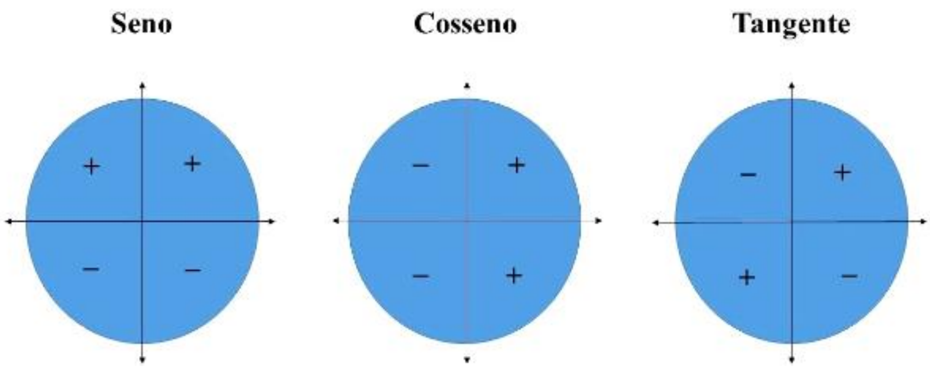


TABELA TRIGONOMÉTRICA

Existem alguns ângulos notáveis em relação ao seno o cosseno e a tangente que dispensa o uso da calculadora caso tenhamos um dos ângulos na tabela trigonométrica abaixo.

Graus	0	30	45	60	90	120	135	150	180	210	225	240	270	300	315	330	360
Radianos	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
seno (sen)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
cosseno (cos)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tangente (tg)	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Por exemplo,

$$sen(30^o) = \frac{1}{2} \qquad \cos(60^o) = \frac{1}{2} \qquad tg(45^o) = 1$$

Exemplos

1- Calcular o valor das expressões:

(a) $E = \dfrac{\cos(60^o) + \cos^2(30^o)}{\text{sen}^3(30^o) + tg^5(45^o)}$

- Solução -

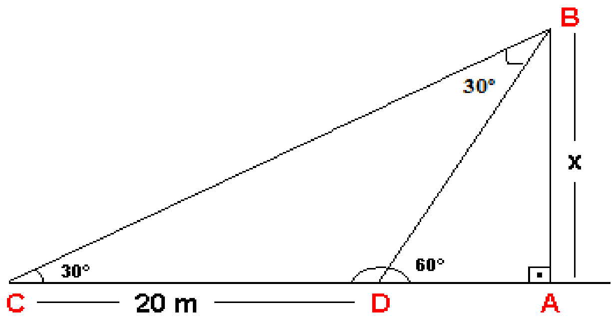
$$E = \frac{\frac{1}{2} + (\cos 30^o)^2}{(\text{sen}\,30^o)^3 + (tg 45^o)^5} = \frac{\frac{1}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 1^5} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{1}{8} + 1} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{9}{8}} = \frac{10}{9}$$

(b) $E = \dfrac{\text{sen}\,2x + \cos 4x}{\cos^2 2x}$ para $x = 15^o$

- Solução –

$$E = \frac{\text{sen}(2.15^o) + \cos(4.15^o)}{(\cos 2.15^o)^2} = \frac{\text{sen}(30^o) + \cos(60^o)}{(\cos 30^o)^2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

2- Determinar o valor de x na figura:



- Solução -

Como o triangulo BCD é isósceles (dois lados iguais), pois possui dois ângulos de mesma medida, temos que CD = BD = 20m.

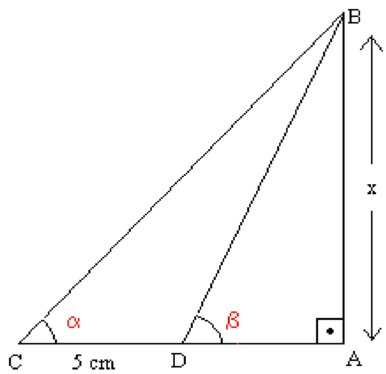
Assim, do triangulo ABD, temos que:

$$sen60^o = \frac{x}{BD} = \frac{x}{20}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{20} \quad \Rightarrow \quad x = 10\sqrt{3}$$

Logo, $x = 10\sqrt{3}$ m

3- Sabendo que $tg\alpha = 2, \quad tg\beta = 3$, calcular o valor de ***x*** na figura



- Solução -

Vamos introduzir uma variável auxiliar, fazendo $DA = y$.

Assim do triangulo ABC temos:

$$tg\alpha = \frac{x}{5+y} \quad \Rightarrow 2 = \frac{x}{5+y}$$

Do triangulo ABD temos:

$$tg\beta = \frac{x}{y} \qquad \Rightarrow 3 = \frac{x}{y}$$

Devemos então resolver o sistema:

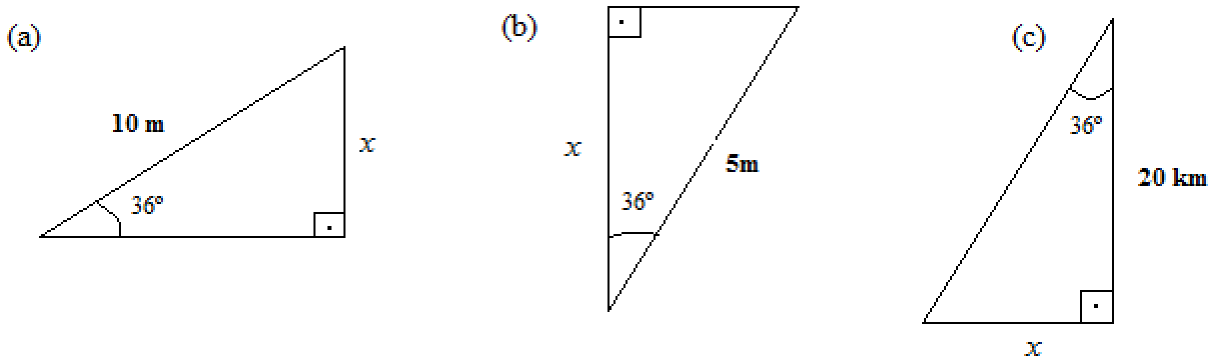
$$\begin{cases} 2 = \dfrac{x}{5+y} & (I) \\ 3 = \dfrac{x}{y} \quad \Rightarrow y = \dfrac{x}{3} & (II) \end{cases}$$

Substituindo (II) em (I), temos:

$$2 = \frac{x}{5+\frac{x}{3}} \quad \Rightarrow x = 30$$

Logo, $x = 30$ cm.

4- Sabemos que sen(36º) = 0.58, cos(36º) = 0.80 e tg(36º) = 0.72, calcular o valor de x em cada figura:



- Solução -

(a) $\text{sen}(36°) = \dfrac{x}{10} \quad \Rightarrow \quad 0,58 = \dfrac{x}{10} \quad \Rightarrow x = 5,8cm$

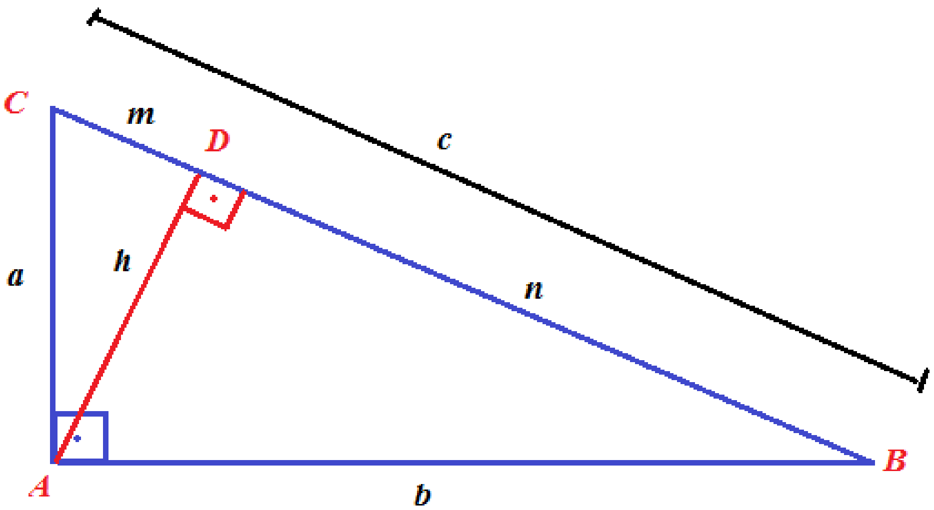
(b) $\cos(36°) = \dfrac{x}{5} \quad \Rightarrow \quad 0,80 = \dfrac{x}{5} \quad \Rightarrow x = 4m$

(c) $tg(36°) = \dfrac{x}{20} \quad \Rightarrow \quad 0,72 = \dfrac{x}{20} \quad \Rightarrow x = 14,4Km$

OUTRAS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

- Relações secundárias

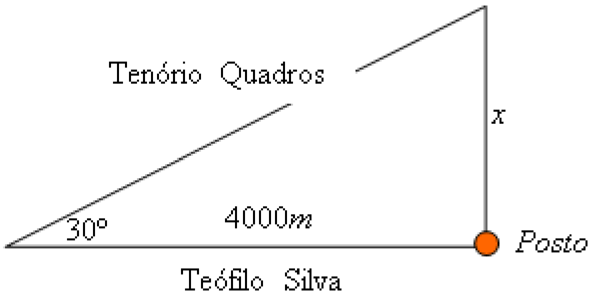
1. $c = m + n$
2. $h^2 = m.n$
3. $a.\text{b} = c.\text{h}$
4. $b^2 = c.\text{n}$
5. $a^2 = c.\text{m}$
6. $c^2 = a^2 + b^2$



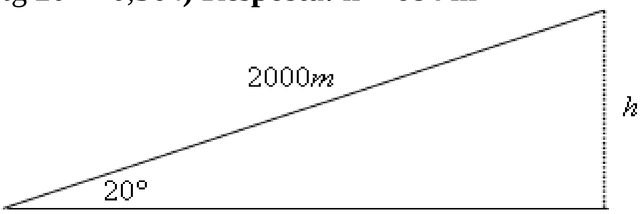
Os eixos dividem a circunferência em 4 partes iguais denominados quadrantes. Convenciona-se que o sentido anti-horário é o sentido positivo na circunferência trigonométrica.

EXERCÍCIOS

1- (Cefet – PR) A rua Tenório Quadros e a avenida Teófilo Silva, ambas retilíneas, cruzam-se conforme um ângulo de 30º. O posto de gasolina Estrela do Sul encontra-se na avenida Teófilo Silva a 4 000 m do citado cruzamento. Portanto, determine em quilômetros, a distância entre o posto de gasolina Estrela do Sul e a rua Tenório Quadros? **Resposta: x = 2,3 km**

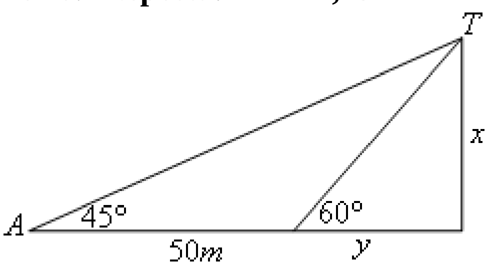


2- **(Unisinos – RS)** Um avião levanta voo sob um ângulo constante de 20º. Após percorrer 2 000 metros em linha reta, qual será a altura atingida pelo avião, aproximadamente? (Utilize: sem 20º = 0,342; cos 20º = 0,94 e tg 20º = 0,364**) Resposta: h = 684 m**



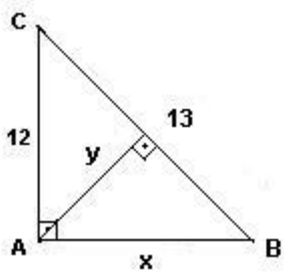
3- **(UF – PI)** Um avião decola, percorrendo uma trajetória retilínea, formando com o solo, um ângulo de 30º (suponha que a região sobrevoada pelo avião seja plana). Depois de percorrer 1 000 metros, qual a altura atingida pelo avião? **Resposta: y = 500 m**

4- De um ponto A, um agrimensor enxerga o topo T de um morro, conforme um ângulo de 45º. Ao se aproximar 50 metros do morro, ele passa a ver o topo T conforme um ângulo de 60º. Determine a altura do morro. **Resposta: h = 121,43 m**



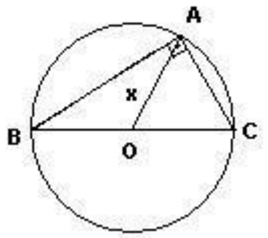
5- Determine os valores literais indicados nas figuras:

(A) Determine os valores de x e y.
Resposta: x = 5 e y = 60/13



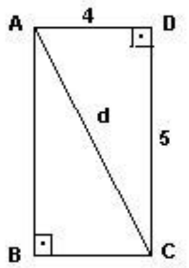
(B) Considere AC = 10 e AB = 24. Determine o valor de x.

Resposta: x = 13



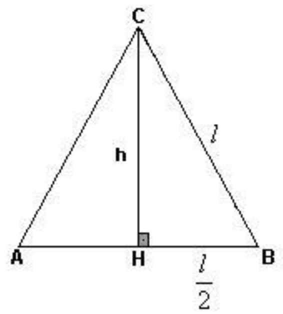
(C) Determine o valor de d.

Resposta: d = $\sqrt{41}$



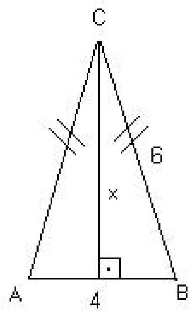
6- Determine a altura de um triângulo equilátero de lado l.

Resposta: h = $\dfrac{l\sqrt{3}}{2}$

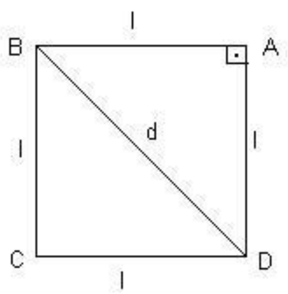


7- Determine x na figura.

Resposta: x = $4\sqrt{2}$



8- Determine a diagonal de um quadrado de lado l. **Resposta:** d = $l\sqrt{2}$

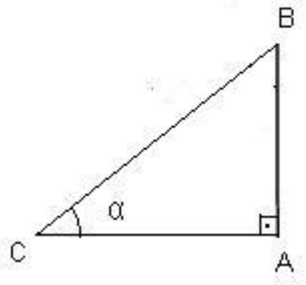


9- Calcule o lado de um quadrado cuja diagonal mede $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. **Resposta:** l = 8/3

10- Calcule o perímetro do triângulo retângulo ABC da figura, sabendo que o segmento BC é igual a 10 m e cos(α) = 3/5.

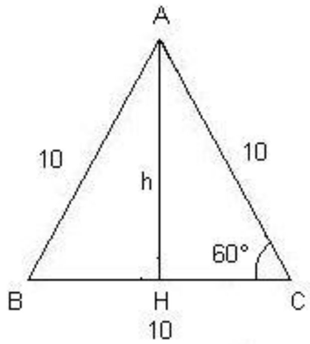
OBS: Perímetro é a soma de todos os lados.

Resposta: P = 24 m



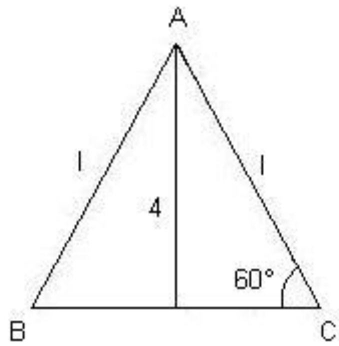
11- Calcule a altura de um triângulo equilátero que tem 10 cm de lado.

Resposta: h = $5\sqrt{3}$



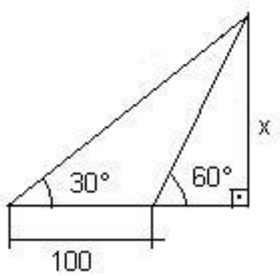
12- A altura de um triângulo equilátero mede 4 cm. Calcule:

(A) A medida do lado do triângulo. **Resposta:** l = $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

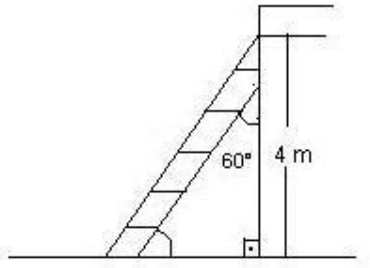


13- Calcule x indicado na figura.

Resposta: x = $50\sqrt{3}$



14- Uma escada apoiada em uma parede, num ponto distante 4 m do solo, forma com essa parede um ângulo de 60°. Qual é o comprimento da escada em metros? **Resposta: 8 m**



IDENTIDADES E FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

1- Dados sen x = −3/4 e cos x = $-\sqrt{74}$, com π < x < 3π/2, calcule tg(x). **Resposta:** $\frac{3}{4\sqrt{74}}$

2- Dado sen x = $\sqrt{a-2}$ e cos x = a − 1, determine a. **Resposta: a = 2**

3- Considere a igualdade sen (x) . sec (x) = tg (x) , demonstre que ela é verdadeira.

4- Demonstre as seguintes identidades trigonométricas:

a) $\frac{\text{sen}\, x}{\cos\sec x}+\frac{\cos x}{\sec x}=1$

5- Determine o seno e o cosseno de 120º.

Respostas: sen 120º = √3/2 e cos 120º = –1/2

6- Determine o seno e o cosseno de 150º.

Resposta: sen 150º = 1/2 e cos 150º = – √3/2

7- Determine o valor de x nas seguintes expressões: x = sen 40º – sen 140º + cos 20º + cos 160º

Resposta: x = 0

8- Para que valores de ***a*** temos simultaneamente sem x = ***a*** + 1 e cos x = 1?

Resposta: *a* = -1

9- Esboce o gráfico de f(x) = 1 + 2 sen(x).

DICA – Lembre-se que a imagem é obtida a partir dos valores máximo e mínimo de sen x, ou seja, 1 e -1.

10- Esboce o gráfico de y = 2 - 3.cos(x)

DICA – Lembre-se que a imagem é obtida a partir dos valores máximo e mínimo de cos x, ou seja, 1 e -1.

11- Sendo x = $\frac{\pi}{2}$, determinar o valor de E = $\frac{\cos(2x)+\text{sen}(x)}{\text{tg}(4x)-\text{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}$. (Usar a tabela trigonométrica na página 6).

(a) 1
(b) -1
(c) 0
(d) 2
(e) $\sqrt{3}$

Resposta: (c)

12- O valor de A = $\dfrac{\cos(2x) - \cot g\left(\frac{9}{4}x\right)}{\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right) - tg\left(\frac{9}{4}x\right)}$, com x = $\dfrac{\pi}{3}$ rad (Usar a tabela trigonométrica na página 6).

(a) – 1
(b) 1/3
(c) 2
(d) $\sqrt{3}$
(e) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Resposta: (b)