CENTRO UNIVERSITÁRIO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR DE BRASÍLIA – IESB

Probabilidade e Estatística

Rodrigo Gonçalves.

Let's Start Up!

Medidas de posição

Mediana →(Md)

→ É uma medida de posição definida como o número que se encontra no centro de uma série de números, estando estes dispostos segundo uma ordem.

→ Em outras palavras...

A mediana é um valor de um conjunto de valores, ordenados segundo uma ordem de grandeza, é o valor situado de tal forma no conjunto, que este separa a distribuição em dois subconjuntos de mesmo número de elementos.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana →(Md)

→ A mediana é empregada quando deseja-se obter o ponto que divide a distribuição em partes iguais.

→ Quando há valores extremos que afetam a média.

→ A variável em estudo é o salário.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana →(Md) → dados não agrupados → elementos impares

→ Veja a série de valores: 5,13,10,2,18,15,6,16,9.

→ De acordo com a definição de mediana, o primeiro passo é ordenar de forma crescente o conjunto de dados. Logo,

→ 2, 5, 6, 9, **10**, 13, 15, 16, 18 → note: 9 elementos = Impar.

→ Em seguida, tomamos o valor central que apresenta o mesmo número de elementos à direita e à esquerda. No nosso caso, valor 10. Portanto Md = 10

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana →(Md) → dados não agrupados → elementos pares.

→ Para uma série que contém número par de termo, a mediana será por definição qualquer dos números compreendidos entre os dois valores centrais da série. Convencionalmente utilizar o ponto médio.

→ Para os valores: 2, 6, 7, 10, 12, 13, 18, 21. Tem-se como Md a média aritmética entre 10 e 12. Logo,

→ Md =10 + 12 / 2 = 22/2 = 11. Portanto Md= 11.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana →(Md) → dados não agrupados → elementos ímpares

→ Verifica-se que estando ordenados os valores de uma série sendo **n** o número de elementos da série, o valor mediano será o termo na ordem:

$$\frac{n+1}{2}, \text{ se n for } \textbf{ímpar};$$

Pode-se comprovar tal fato na série: 2, 5, 6, 9, **10**, 13, 15, 16, 18 → note: 9 elementos = Impar.

→ Para n = 9, temos $\frac{n+1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5$. Logo a mediana é o 5º(quinto) termo da série, isto é

Md = 10.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana →(Md) → dados não agrupados → elementos pares.

a média aritmética dos termos de ordem é dada pela fórmula:

$$\frac{n}{2} \text{ e } \frac{n}{2}+1, se\ n\ for\ \mathbf{par}$$

→ Para a série: 2, 6, 7, 10, 12, 13, 18, 21 = 8 elementos (Par) = **n**

→ $Substituindo\ \frac{n}{2} \text{ e } \frac{n}{2}+1 = \frac{8}{2} = 4$ **e** $\frac{8}{2}+1 = 4+1 = 5,$

→ Logo, a mediana é a média aritmética do **4º** e **5º** termos da série. Isto é:

$$\text{Md} = \frac{10+12}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

Portanto Md =11.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana→ Observações

→O valor da mediana pode coincidir ou não com um elemento da série.

→Quando o número de elementos da série é ímpar, há coincidência.

→Quando o número de elementos da série é PAR, isso não acontece.

→ A mediana e a média aritmética não tem necessariamente o mesmo valor. Na primeira série apresentada, por exemplo, temos: $\bar{x} = 10,4$ e Md = 10.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana→ Observações

→ **Mediana depende da posição** e **não dos valores dos elementos na série ordenada.**

→ Essa é uma das diferenças marcantes entre a mediana e a média (já que a média se deixa influenciar por valores extremos→ exemplo Elon Musk, Bill Gates.)

→ Essa propriedade da mediana pode ser constatada a seguir:

5, 7, 10, 13, 15 = $\bar{x}$ =10 e Md =10.

5, 7, 10, 13, 65 = $\bar{x}$ =20 e Md =10.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana→ Observações

→ Perceba: a média do segundo conjunto de valores é maior do que a do primeiro, por influência dos valores extremos ao passo que a mediana permanece o mesmo.

→ A mediana é conhecida, muitas vezes por valor mediano.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana→ dados agrupados sem intervalo de classe

→ Para dados agrupados sem intervalo de classe, em uma distribuição de frequência, o cálculo da mediana é parecido com os dados não agrupados.

→Para tal, é necessário a determinação prévia das frequências acumuladas Fi.

→ Objetivo é um valor que divide a distribuição em dois grupos que contenham o mesmo número de elementos.

... Continua...

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana→ dados agrupados sem intervalo de classe

Continuação ...

1º) Para encontrar a mediana, primeiro devemos usar a fórmula abaixo para encontrar um valor que divide em 2, o total de frequências.

2º) Logo após, encontrado o valor, olhar na coluna de frequência Acumulada Fi, e identificar a MENOR frequência acumulada que seja MAIOR que o número encontrado na fórmula.

3º) A mediana será o número correspondente à esta posição, na posição i.

$$\frac{\sum f_i}{2}$$

Veja o exemplo no próximo slide.. Continuação...

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana→ dados agrupados sem intervalo de classe

Continuação...

→ Para esta tabela, temos:

$$\frac{\sum f_i}{2} = \frac{34}{2} = 17$$

Nº DE MENINOS	f_i	F_i
0	2	2
1	6	8
2	10	18
3	12	30
4	4	34
	$\Sigma = 34$	

olhar a MENOR **frequência Acumulada** que seja MAIOR.

O valor encontrado é: 18

que corresponde ao valor 2 da variável(i), sendo este o valor **mediano.**

Md = 2 meninos.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana→ dados agrupados sem intervalo de classe

→ OBSERVAÇÕES

→ No caso de existir uma frequência acumulada (Fi), tal que a Fi seja igual ao somatório de fi. $\frac{F_i = \sum f_i}{2}$, **a mediana será dada por:** $Md = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$, **onde**

x_i *é a posição atual,*

x_{i+1} *é a posição posterior*

isto é, a mediana será a média aritmética entre o valor da variável na posição x_i + o valor da variável na posição x_{i+1} dividido por 2.

Exemplo → ...

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana→ dados agrupados → OBSERVAÇÕES

x_i	f_i	F_i
12	1	1
14	2	3
15	1	4
16	2	6
17	1	7
20	1	8
	$\Sigma = 8$	

Exemplo → Veja esta distribuição

Para $\frac{\sum f_i}{2}$, temos 8/2 = 4

Olhando na freq. Acumulada o temos exatemente

O mesmo valor 4. Assim assume-se F3,

Logo Md é $\frac{x_i + x_{i+1}}{2} = \frac{15 + 16}{2}$ = 31/2 = 15,5

portanto, Md = 15,5

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercícios.

Exercício 01

Complete o esquema para o cálculo da mediana da distribuição

x_i	2	4	6	8	10
f_i	3	7	12	8	4

xi	fi	Fi

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 02

Complete o esquema para o cálculo da mediana da distribuição.

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	2	5	9	7	6	3

xi	fi	Fi

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana com intervalo de classes

→Quando temos uma distribuição com intervalo de classes, o problema consiste em determinar o ponto do intervalo em que está compreendida a mediana.

→ Para isso, inicialmente usamos do mesmo princípio para dados agrupados sem intervalo de classe, através da fórmula:

$$\frac{\sum f_i}{2}$$

Vamos estudar com um exemplo ... Continua..

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana com intervalo de classes

Continuação...

Veja a distribuição de frequências. Para

Encontrar a classe mediana, usamos:

$$\frac{\sum f_i}{2} = \frac{40}{2} = 20° \text{ posição}$$

i	ESTATURAS (cm)	f_i	F_i
1	150 ⊢ 154	4	4
2	154 ⊢ 158	9	13
3	158 ⊢ 162	11 ← Classe mediana →	24
4	162 ⊢ 166	8	32
5	166 ⊢ 170	5	37
6	170 ⊢ 174	3	40
		$\Sigma = 40$	

Podemos observar que F3, onde encontra-se a classe mediana.

Vamos analisar essa classe ... Continua.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana com **intervalo de classes**

...continuação

i	ESTATURAS (cm)	f_i	F_i
1	150 ⊢ 154	4	4
2	154 ⊢ 158	9	13
3	158 ⊢ 162	11	24
4	162 ⊢ 166	8	32
5	166 ⊢ 170	5	37
6	170 ⊢ 174	3	40
		$\Sigma = 40$	

→ Classe mediana $\frac{\sum f_i}{2} = \frac{40}{2} = 20º\ posição$

Observe que:

1º) há 24 valores incluídos nas 3 primeiras classes da distribuição.

2º) Como pretendemos descobrir qual é o valor que está na 20º posição, devemos usar o intervalo da 3º classe (i=3). Observado pelo valor F3.

...continua ... DESENHAR LOUSA

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana com intervalo de classes

...continuação

→ Supondo que as frequências dessas classes estejam uniformemente distribuídas.

→ Como há 11 elementos (Ver fi) nessa classe e o intervalo de classe (h) é igual a 4, deve-se tomar o valor a partir do limite inferior do intervalo encontrado.

→ Então, para determinar a mediana temos outra fórmula:

$$Md = l_* + \left[\frac{\frac{\sum f_i}{2} - F(ant)}{f_*}\right] h_*$$

Continua...

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana com **intervalo de classes**

...continuação

$$\mathbf{Md} = l_* + \left[\frac{\frac{\sum f_i}{2} - F(ant)}{f_*}\right] h_*, \text{ onde}$$

l* = limite inferior da classe mediana.

F(ant) = frequência acumulada(Fi) da classe anterior à classe mediana

f* = freq. Simples ou absoluta da classe mediana.

h*= amplitude do intervalo de classe mediana.

Continua...

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana com **intervalo de classes**

...continuação

i	ESTATURAS (cm)	f_i	F_i
1	150 ⊢ 154	4	4
2	154 ⊢ 158	9	13
3	158 ⊢ 162	11	24
4	162 ⊢ 166	8	32
5	166 ⊢ 170	5	37
6	170 ⊢ 174	3	40
		$\Sigma = 40$	

Logo, para a tabela de estaturas, temos:

Md = $l_* + \left[\frac{\frac{\sum f_i}{2} - F(ant)}{f_*}\right] h_*$, substituindo, temos:

$$Md = 158 + \left[\frac{\frac{40}{2} - 13}{11}\right] 4 = 158 + \left[\frac{20-13}{11}\right] 4 = 158 + \left[\frac{7}{11}\right] 4 = 158 + \left[\frac{28}{11}\right] = 158 + 2{,}54 = 160{,}5cm$$

Portanto, Md = 160,5 cm.

FIM.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana com intervalo de classes → PASSOS

→ 1º Determinar as frequências acumuladas.

→ 2º Calcular $\frac{\sum f_i}{2} =$

→ 3º Marcar a classe correspondente à freq. Acumulada imediatamente superior à classe mediana, e em seguida aplicar a fórmula:

$$\text{Md} = l_* + \left[\frac{\frac{\sum f_i}{2} - F(ant)}{f_*}\right] h_*, \text{ onde,}$$

l* = limite inferior da classe mediana
F(ant) = frequência acumulada da classe anterior à classe mediana
f* = freq. Simples da classe mediana.
h*= amplitude do intervalo de classe mediana.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de posição

Mediana com **intervalo de classes** **OBSERVAÇÕES**

→ No caso de existir uma frequência acumulada exatamente igual a $F_i = \frac{\sum f_i}{2} =$

a mediana será o **LIMITE SUPERIOR (L*)** da classe correspondente.

i	CLASSES	f_i	F_i
1	0 ⊢ 10	1	1
2	10 ⊢ 20	3	4
3	20 ⊢ 30	9	13
4	30 ⊢ 40	7	20
5	40 ⊢ 50	4	24
6	50 ⊢ 60	2	26
		$\Sigma = 26$	

→ Para esta distribuição temos:

$$\frac{\sum f_i}{2} = 26/2 = 13$$

Veja que 13 temos na freq. Acumulada, F3, sendo assim, a mediana é o L* da classe 3.

Md = L* = 30

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercícios.

Exercício 03

Complete o esquema para o cálculo da mediana da distribuição de frequências

Custo(R$)	450 ├550	550 ├ 650	650 ├ 750	750 ├ 850	850 ├ 950	950 ├1050	1050 ├1150
f_i	8	10	11	16	13	5	1

i	Custo (R$)	fi	Fi

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Posição relativa da média. Mediana e moda

→ Quando uma distribuição é simétrica, as três medidas coincidem.

→ A assimetria tornam essas medidas diferentes entre si. Essa diferença é uma quantidade maior, quanto maior for assimetria.

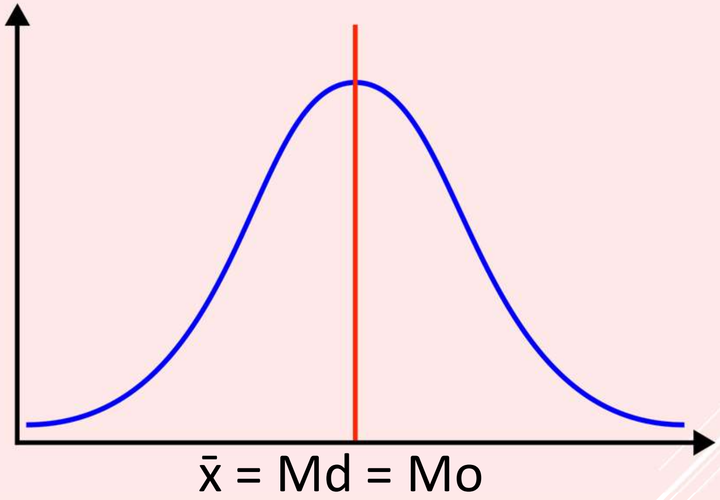
→ Assim, para uma distribuição em forma de sino, temos:

- **$\bar{x}$ =Md =Mo** = curva simétrica;
- **Mo < Md < $\bar{x}$** = curva assimétrica positiva.
- **$\bar{x}$ < Md < Mo** = cursa assimétrica negativa.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

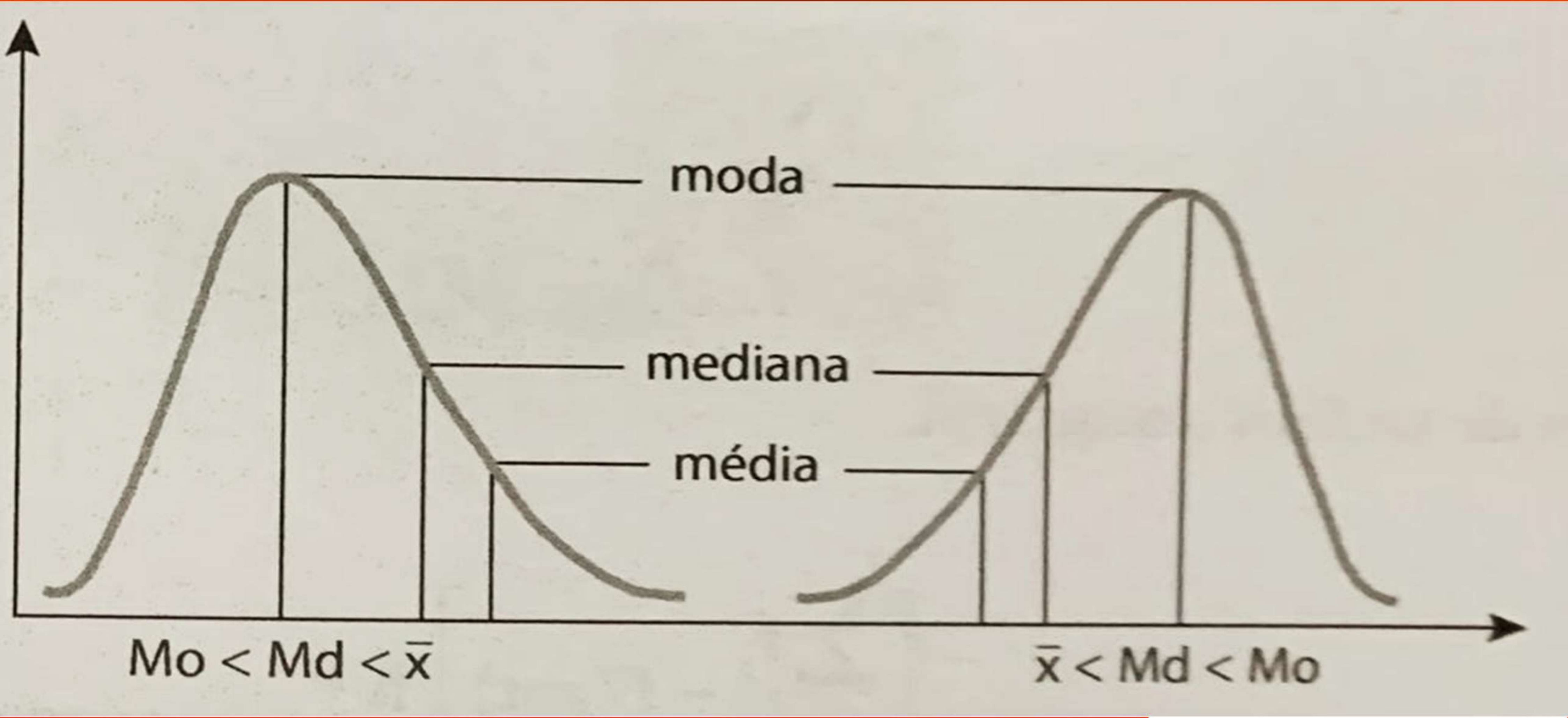
Posição relativa da média. Mediana e moda

- **$\bar{x}$ =Md =Mo** = curva simétrica;
- **Mo < Md < $\bar{x}$** = curva assimétrica positiva.
- **$\bar{x}$ < Md < Mo** = cursa assimétrica negativa.



CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Posição relativa da média. Mediana e moda



Separatrizes

→ As separatrizes são medidas que dividem um conjunto de dados em partes iguais ou proporcionais.

→ Tem objetivo de resumir e compreender a distribuição dos dados de um determinado fenômeno.

→ As separatrizes dividem-se em: quartis, percentis e decis. Vamos aprender sobre eles.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Separatrizes

Quartis

→ É a medida que divide uma série em quatro partes iguais.

→ Há portanto, 3 quartis.

- **Primeiro quartil (Q_1)** = 25% dados é menor que ele = ¼.
- **Segundo quartil (Q_2)** =50 % coincide com Md = 2/4. Divide ao meio.
- **Terceiro quartil (Q_3)** = 75 % = (3/4) dos dados são menores que ele e 25% (1/4) é maior que ele.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Separatrizes

Quartis→ para dados agrupados

→ Quando os dados são agrupados para determinar os quartis usamos a mesma técnica do cálculo da mediana bastando substituir na formula da mediana. Com uma pequena modificação, usando a variável **k, e divisão por 4.**

$$\frac{k\sum f_i}{4} \quad sendo\ k\ o\ numero\ de\ ordem\ do\ quartil.\ Assim\ temos,$$

$$Q_1 = l* + \frac{\left[\frac{\sum f_i}{4} - F(ant)\right]h*}{f*}$$ e $$Q_3 = l* + \frac{\left[\frac{3\sum f_i}{4} - F(ant)\right]h*}{f*}$$

Desenhar a fórmula na lousa..

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Separatrizes

Quartis

→ Exemplo:

i	ESTATURAS (cm)	f_i	F_i
1	150 ⊢ 154	4	4
2	154 ⊢ 158	9	13
3	158 ⊢ 162	11	24
4	162 ⊢ 166	8	32
5	166 ⊢ 170	5	37
6	170 ⊢ 174	3	40
		$\Sigma = 40$	

→ Q1,

→ Q3

$$k\frac{\sum f_i}{4} =$$

→ Primeiro quartil Q1, temos, $\frac{1.\sum f_i}{4} =$ 40/4 = 10, Quem contém o 10 na Fi? substituindo a fórmula

Q1=154+[(10-4)/9]*4 = 154 + 24/9 = 154 +2,66 = 156,66 portanto Q1 = 156,7 cm.

→ Terceiro quartil Q3, temos $\frac{3\sum f_i}{4} =$ 3*40 /4 =30, quem contém 30? substituindo a fórmula Q3 =162+24/8=162+3=165 portanto Q3 =165

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercícios.

Exercício 04

Complete o esquema para o cálculo da primeiro e terceiro quartis da distribuição

Custo(R$)	450 ├ 550	550 ├ 650	650 ├ 750	750 ├ 850	850 ├ 950	950 ├ 1050	1050 ├ 1150
f_i	8	10	11	16	13	5	1

i	Custo (R$)	fi	Fi

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Separatrizes

Percentis

→ Denomina-se percentil os 99 valores que separam uma série em 100 partes iguais.

→ Indicam-se por P1, P1, P3....P99.

→ É evidente que P50 = Md e P25 = Q1 e P75 = Q3.

→ O cálculo do percentil segue a mesma técnica do cálculo da mediana, contudo, a fórmula $\frac{\sum f_i}{2}$ será substituída por $k\frac{\sum f_i}{100}$ sendo k o número de ordem do percentil.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Separatrizes

Percentis

→ Assim, para o 27º percentil, temos: $k_{27} \rightarrow P27 = l* + \frac{\left[\frac{27\sum f_i}{100} - F(ant)\right]h*}{f*}$

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Separatrizes

Percentis

→ Exemplo: Calcular o 8º percentil

i	ESTATURAS (cm)	f_i	F_i
1	150 ⊢ 154	4	4
2	154 ⊢ 158	9	13
3	158 ⊢ 162	11	24
4	162 ⊢ 166	8	32
5	166 ⊢ 170	5	37
6	170 ⊢ 174	3	40
		$\Sigma = 40$	

K=8 -> $8\frac{\sum f_i}{100}$ = 8*40/100=3,2 → está em i=1

Logo:

P8=150+[(3,2-0)/4]*4 = 150 + 12,8/4 = 150 +3,2 = 153,2 portanto P8 = 153,2 cm.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercícios.

Exercício 05

Complete o esquema para o cálculo do 20º percentil da distribuição.

Custo(R$)	450 ├ 550	550 ├ 650	650 ├ 750	750 ├ 850	850 ├ 950	950 ├ 1050	1050 ├ 1150
f_i	8	10	11	16	13	5	1

i	Custo (R$)	fi	Fi

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 06

Considerando os conjuntos de dados abaixo,

a) 3, 5, 2, 6, 5, 9, 5, 2, 8, 6;

b) 20, 9, 7, 2, 12, 7, 20, 15, 7;

c) 51,6; 48,7; 50,3; 49,5; 48,9.

d) 15, 18, 20, 13, 10, 16, 14.

Calcule

A média, mediana e a moda.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 07

Os salários-hora de cinco funcionários de uma companhia são: R$ 75, R$ 90, R$ 83 , R$142 e R$ 88. Determine

a) Media dos salários hora;

b) O salário hora mediano.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 08

As notas de um candidato em seis provas de um concurso foram: 8,4; 9,1; 7,2; 6,8; 8,7 e7,2. Determine

A nota média, a nota mediana, a nota modal.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 09

Considerando a distribuição abaixo: calcule

xi	3	4	5	6	7	8
f_i	4	8	11	10	8	3

Media, mediana e moda.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 10

Em uma classe de 50 alunos as notas obtidas formaram a seguinte distribuição

notas	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº alunos	1	3	6	10	13	8	5	3	1

Calcule: a nota média; a nota mediana e nota modal.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 11

Determine a média aritmética de:

Valores	50	60	80	90
quantidades	8	5	4	3

xi	50	58	66
fi	20	50	30

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 12

Determine os desvios em relação à média dos seguintes dados: 6, 8, 5, 12, 11, 7, 4, 15.

Qual a soma dos desvios?

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 13.1

Calcule a média aritmética das distribuições de frequência abaixo:

a)

NOTAS	f_i
0 ⊢ 2	5
2 ⊢ 4	8
4 ⊢ 6	14
6 ⊢ 8	10
8 ⊢ 10	7
	$\Sigma = 44$

b.

ESTATURAS (cm)	f_i
150 ⊢ 158	5
158 ⊢ 166	12
166 ⊢ 174	18
174 ⊢ 182	27
182 ⊢ 190	8
	$\Sigma = 70$

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 13.2

Calcule a média aritmética das distribuições de frequência abaixo:

c.

SALÁRIOS (R$)	f_i
500 ⊢ 700	18
700 ⊢ 900	31
1.900 ⊢ 1.100	15
1.100 ⊢ 1.300	3
1.300 ⊢ 1.500	1
1.500 ⊢ 1.700	1
1.700 ⊢ 1.900	1
	$\Sigma = 70$

d.

PESOS (kg)	f_i
145 ⊢ 151	10
151 ⊢ 157	9
157 ⊢ 163	8
163 ⊢ 169	6
169 ⊢ 175	3
175 ⊢ 181	3
181 ⊢ 187	1
	$\Sigma = 40$

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 14 → usar as distribuições a, b,c e d, do ex. 13

Calcule a mediana de cada uma das distribuições a, b, c e d.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 15 → usar as distribuições a, b,c e d, do ex. 13

Calcule a moda de cada uma das distribuições a, b, c e d.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 16 → usar as distribuições a, b,c e d, do ex. 13

Calcule o primeiro e o terceiro quartil das distribuições a, b, c e d.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 17 → usar a distribuição b, do ex. 13

Calcule o 10º , o 1º, o 23º , o 15º e o 90º percentil da distribuição b.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 18

A curva de frequência acumulada serve para determinar:

a) A lei do acaso;

b) A média;

c) A mediana;

d) A moda

e) O desvio padrão.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 19

Uma curva simétrica se caracteriza pelo seguinte atributo:

a) É assimétrica à esquerda;

b) a moda é maior que a mediana e a média

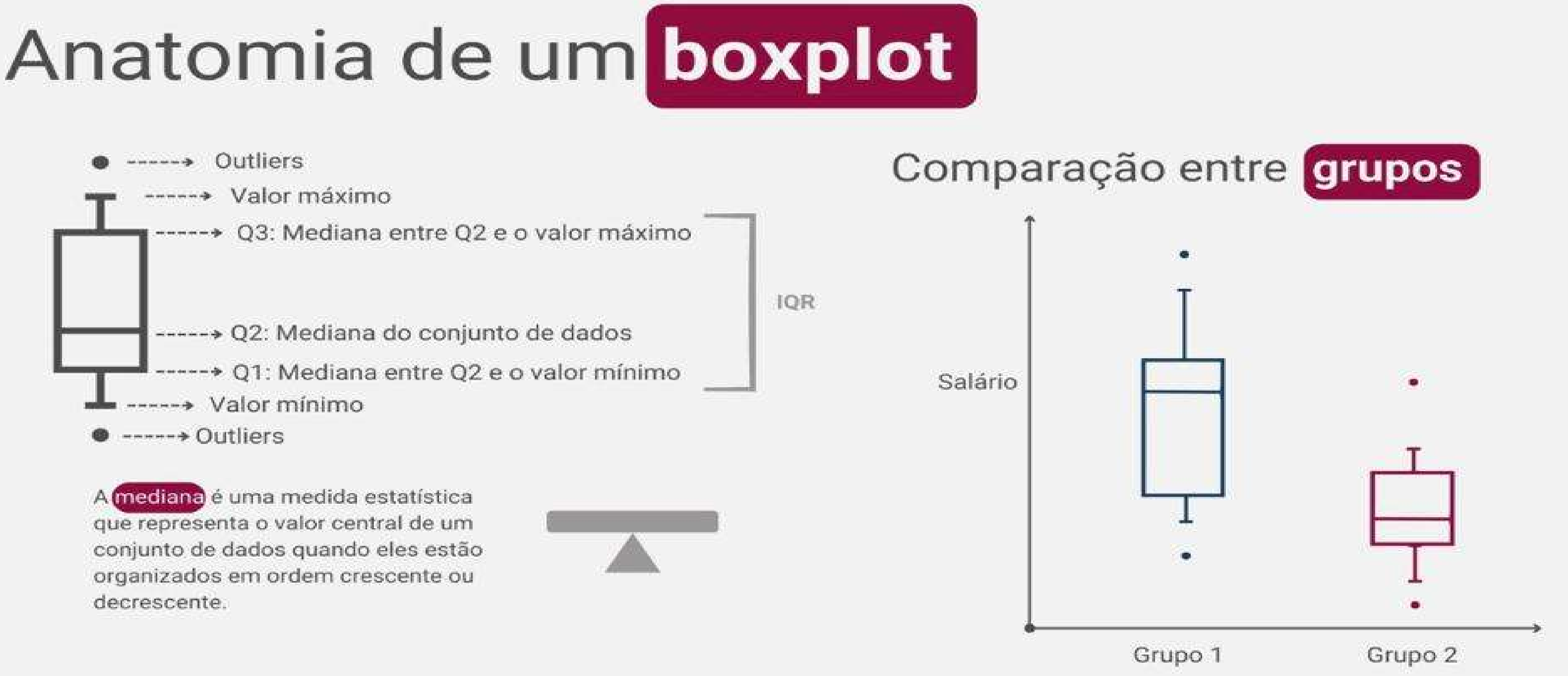
c) A moda, mediana e média são iguais

d) O desvio padrão é maior que a mediana e a moda.

e) O decis são equivalentes à média.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Boxplot


Anatomia de um boxplot
Outliers
Valor máximo
Q3: Mediana entre Q2 e o valor máximo
IQR
Q2: Mediana do conjunto de dados
Q1: Mediana entre Q2 e o valor mínimo
Valor mínimo
Outliers
A mediana é uma medida estatística que representa o valor central de um conjunto de dados quando eles estão organizados em ordem crescente ou decrescente.
Comparação entre grupos
Salário
Grupo 1
Grupo 2

Medidas de dispersão ou variabilidade

→ São estatísticas que descrevem o grau de dispersão, dispersão ou variabilidade de um conjunto de dados.

→ Elas fornecem informações sobre o quão espalhados ou concentrados os valores dos dados estão em relação à média ou ao valor central.

→ Essas medidas são importantes para entender a amplitude dos dados e a variabilidade em torno de uma tendência central.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

→ As medidas de dispersão mais comuns incluem:

→ 1.Amplitude: é a diferença entre o maior e o menor valor em um conjunto de dados. Ela fornece uma ideia básica da extensão total dos dados.

→ 2. Variância: mede a dispersão dos dados, sem interpretação!

→ 3.Desvio Padrão: de é a raiz quadrada da variância. Ele fornece uma medida de dispersão em unidades originais dos dados.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

→ O desvio padrão , fornece uma medida de dispersão em unidades originais dos dados.

→ Um desvio padrão maior indica maior variabilidade! Esse sim, interpretar SEMPRE!

→ 4. Intervalo Interquartil (IQR): O IQR é a diferença entre o terceiro quartil (Q3) e o primeiro quartil (Q1) de um conjunto de dados.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

→ O IQR, descreve a dispersão dos dados no intervalo central e é menos sensível a valores extremos em comparação com a amplitude.

→ 5. Coeficiente de Variação (CV): O coeficiente de variação é a razão entre o desvio padrão e a média, expressa como uma porcentagem.

→ Ele permite comparar a variabilidade relativa entre diferentes conjuntos de dados, independentemente da escala das variáveis.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

→ 6. Amplitude Interquartil (AIQ): é a diferença entre o terceiro quartil (Q3) e o primeiro quartil (Q1) e também é uma medida de dispersão que se concentra na região central dos dados, ignorando valores extremos.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

Amplitude total AT

→ AT é a diferença entre o maior e o menor valor observador:

→ AT = x(max)- x(min).

→ Exemplo para os valores: 40,45,48,52,54,62 e 70.

→ AT = 70 – 40 = 30 → Quando dizemos que amplitude total dos dados é 30, estamos afirmando sobre o grau de concentração. É evidente que quanto maior a amplitude total, maior a dispersão ou variabilidade dos valores.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

Amplitude total AT

→ Para os seguintes conjuntos de dados, observe:

a) AT= 70 -70 = 0 → dispersão nula.

b) AT = 72-68 = 4

c) AT =160 -5 = 155.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

Amplitude total AT→ dados agrupados sem intervalos de classe.

→ Considerando a tabela abaixo:

xi	0	1	2	3	4
f_i	2	6	12	7	3

Temos AT= 4-0 = 4 → AT =4.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

Amplitude total AT→ dados agrupados com intervalo de classe

→ Neste caso a amplitude total é a diferença entre o limite superior da última classe e o limite inferior da primeira classe:

→ AT =L(max) –l(min), já estudamos isso.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

Amplitude total AT→ problemas

→ Tem o inconveniente de só levar em conta os dois valores extremos da série.

→ Não leva em consideração os valores intermediários

→ Quase sempre invalida a idoneidade do resultado.

→ Ela é apenas uma indicação aproximada da dispersão ou variabilidade.

→ Faz-se uso da amplitude total quando se quer determinar a amplitude da temperatura de um dia ou no ano, por exemplo. Usada também no controle de qualidade ou como uma medida de cálculo rápido.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

Variância e Desvio padrão

→ É sabido que AT é instável por deixar-se influenciar pelos valores extremos que são na sua maioria devidos ao acaso.

→ Variância e desvio padrão : Fogem a essa falha!!

→ Variância e desvio padrão levam em consideração a totalidade dos valores da variável em estudo.

→ O que faz destas medidas, índices de variabilidade bastante estáveis.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

Variância e Desvio padrão

→ A variância baseia-se nos desvios em torno da média aritmética. Entretanto, determinando a média aritmética dos quadrados dos desvios.

→ Representando a variância por s^2, temos:

Demonstração

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}$$, onde somatório de fi = n: logo, $$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

OBS:Lembrando que $\sum d_i = \sum(x_i - \bar{x}) = 0 \; onde \; d = desvios$

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

Variância e Desvio padrão

Continuação sld anterior.

→ Sendo a variância calculada a partir dos quadrados dos desvios, ela é um número em unidade quadrada em relação a variável em questão, o que, sob o ponto de vista prático é um inconveniente. **(RUIM DE INTERPRETAÇÃO)**

→ **Por isso**, por convenção, utiliza-se outra medida que tem utilidade e interpretação que é o **Desvio Padrão.**

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

Desvio Padrão

Desvio Padrão

→ É a raiz quadrada da variância e representada por **s**. Assim temos:

$\boldsymbol{s = \sqrt{s^2}}$ → **para I, e para II temos:** $s = \frac{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}{n}$

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

Desvio Padrão

Desvio Padrão

→ É a raiz quadrada da variância e representada por **s**. Assim temos:

$\boldsymbol{s = \sqrt{s^2}}$ → **para I, e para II temos:** $s = \frac{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2}}{n}$

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Medidas de dispersão ou variabilidade

Desvio Padrão

Apesar de fácil compreensão da formula, para uso prático fica ruim. Logo vamos fazer uma transformação usando propriedades matemáticas, onde:

$$\sum (x_i - \overline{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}$$

Assim, substituindo $\sum (x_1 - \overline{x})^2$ por seu equivalente em (1), obtemos:

$$s = \sqrt{\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}},$$

e pode ser escrita do seguinte modo:

$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2} \qquad (2)$$

Medidas de dispersão ou variabilidade

Desvio Padrão

Propriedades:

1) **somando-se** ou subtraindo-se uma constante **a** de todos os valores de uma variável, o desvio padrão não se altera.

2) **Multiplicando-se** todos os valores de uma variável por uma constante **diferente de zero** o desvio padrão fica multiplicado por essa constante.

OBS) Para resolver o próximo exercício utilizar n como número de elementos. Isso se altera quando temos intervalo de classes. Onde n = somatório de fi.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercícios.

Exercício 20

Dados não agrupados:

a) Dado o conjunto de valores da variável **x.** 40, 45, 48, 52, 54, 62, 70.

1º) para obter o desvio padrão, montar uma tabela com duas colunas: uma para xi e outra par xi ao quadrado. Veja a tabela a seguir ...

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 20

Como n = 7 temos:

$$s=\sqrt{\frac{20.293}{7}-\left(\frac{371}{7}\right)^2}=\sqrt{2.899-53^2}=\sqrt{2.899-2.809}=\sqrt{90}=9{,}486$$

):

$$s = 9{,}49$$

$$s=\sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}-\left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2 \; onde \; n=\sum fi}$$

x_i	x_i^2
40	1.600
45	2.025
48	2.304
52	2.704
54	2.916
62	3.844
70	4.900
$\sum = 371$	$\sum = 20.293$

Exercício 21

1. Complete o esquema para o cálculo do desvio padrão, dados os valores da variável:

8, 10, 11, 15, 16, 18

Temos:

	x_i	x_i^2
	8	64
	....	....
	....	....
	....	....
	....	....
	....	....
$n =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$ ....

Logo:

$$s = \sqrt{\frac{....}{....} - \left(\frac{....}{....}\right)^2} = \sqrt{.... - ....^2} =$$

$$= \sqrt{.... - ....} =$$

$$= \sqrt{....} = ...,$$

isto é:

$$s = 3{,}56$$

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 22

Dados Agrupados: com intervalo de classe

Como neste caso temos a presença de frequências, devemos leva-las em consideração, o que resulta na formula.

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i x_i}{n}\right)^2}$$

Lembrando que $\sum f_i = n$. Ou se seja.

Substituir na formula n pelo somatório de fi.

Veja a tabela no próximo slide.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Exercício 22

O modo mais prático para calcular o desvio padrão é abrir na tabela uma coluna para os produtos fixi. Após abrir uma nova coluna, onde Eleva-se o xi ao quadrado e multiplica-se esse resultado por fi.

x_i	f_i	f_ix_i	$f_ix_i^2$
0	2	0	0
1	6	6	6
2	12	24	48
3	7	21	63
4	3	12	48
	$\Sigma = 30$	$\Sigma = 63$	$\Sigma = 165$

$$s = \sqrt{\frac{165}{30} - \left(\frac{63}{30}\right)^2} = \sqrt{5,5 - 4,41} = \sqrt{1,09} = 1,044$$

$$s = 1,04$$

Exercício 23

1. Complete o esquema para o cálculo do desvio padrão da distribuição:

x_i	1	2	3	4	5	6
f_i	2	5	8	6	3	1

Temos:

x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
1	2	2	2
2	....	....	....
3	....	....	....
4	....	....	....
5	....	....	....
6	....	....	....
	$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$ ....

Logo:

$$s = \sqrt{\frac{....}{....} - \left(\frac{....}{....}\right)^2} = \sqrt{.... - (....)^2} =$$

$$= \sqrt{.... - ....} =$$

$$= \sqrt{....} = ...,$$

isto é:

$$s = 1{,}24$$

Exercício 24

Dados Agrupados: com intervalo de classe

Começamos por abrir colunas para xi(ponto médio) para fixi e para fixi2. assim:

i	ESTATURAS (cm)	f_i	x_i	f_ix_i	$f_ix_i^2$
1	150 ⊢ 154	4	152	608	92.416
2	154 ⊢ 158	9	156	1.404	219.024
3	158 ⊢ 162	11	160	1.760	281.600
4	162 ⊢ 166	8	164	1.312	215.168
5	166 ⊢ 170	5	168	840	141.120
6	170 ⊢ 174	3	172	516	88.752
		$\Sigma = 40$		$\Sigma = 6.440$	$\Sigma = 1.038.080$

Exercício 24

Aplicando a formula, temos:

$$s = \sqrt{\frac{1.038.080}{40} - \left(\frac{6.440}{40}\right)^2} = \sqrt{25.952 - 25.921} = \sqrt{31} = 5,567$$

s =5,57 cm.

CRESPO, Antônio Arnot. *Estatística Fácil*. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2016


THANKS FOLKS !! AND HOPE YOU ENJOYED
That's all Folks!
Thank You!
Obrigado
Thank You
Merci
Danke
Arigato
Grazie
Spasibo
Multumesc
Matondo
Mochchakkeram
Kia Ora
By the way......
OBRIGADO!
GRACIAS
THANK YOU
ARIGATO
SHUKURIA
BOLZIN
MERCI
OBRIGADO
OBRIGADO
PELA ATENÇÃO
Thanks Folks!
Thank You!
Thank You !