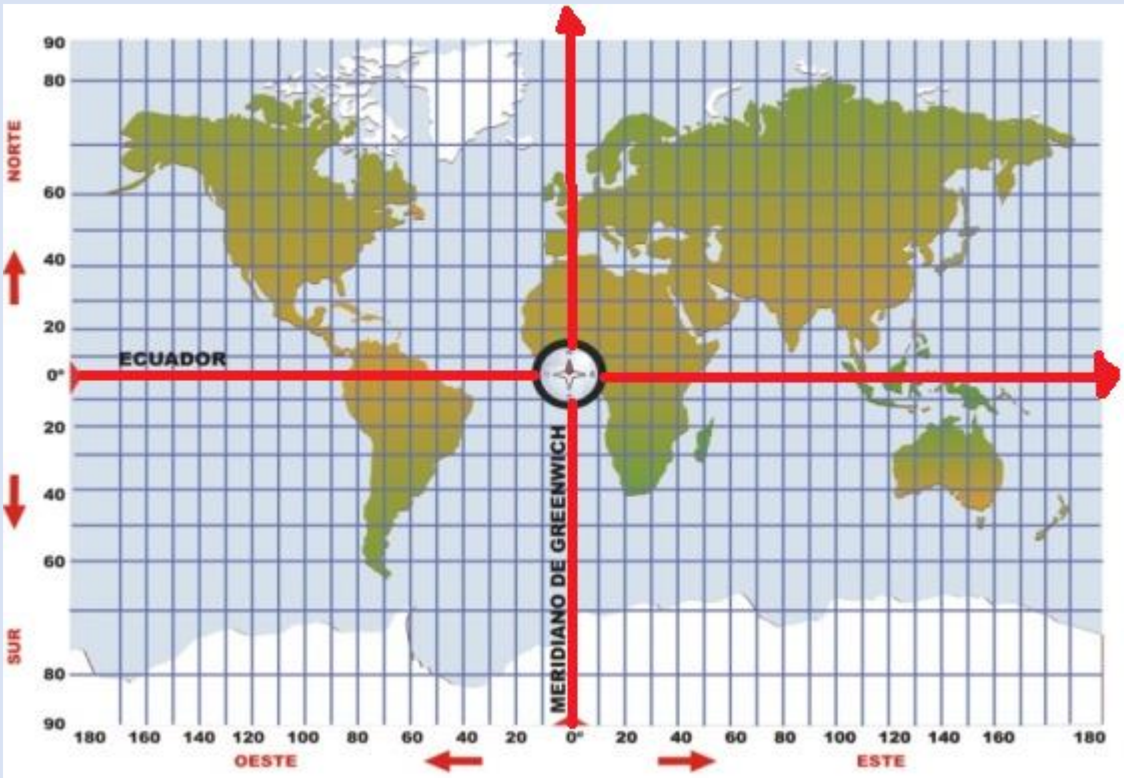
TÓPICOS DE MATEMÁTICA

UIA1 | PLANO CARTESIANO E MÓDULO



- **Aula 01 | Conjuntos**
- **Aula 02 | Plano Cartesiano e Módulo**
- Aula 03 | Expressões Algébricas
- Aula 04 | Frações Algébricas, Racionalização e Frações Parciais

AULA 02 | PLANO CARTESIANO E MÓDULO

1. PLANO CARTESIANO

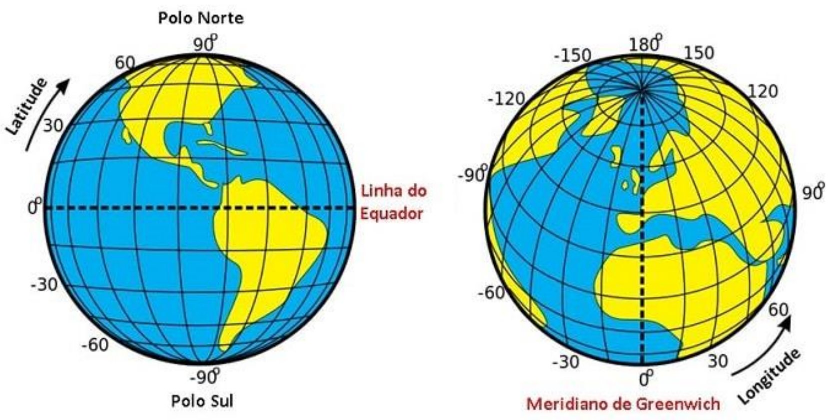
INTRODUÇÃO

O plano cartesiano é um sistema de coordenadas de localização de pontos, criado pelo filósofo e matemático francês, René Descartes (1596-1650). O plano consiste em dois eixos formando um ângulo de 90º (ou perpendiculares) pertencentes à um mesmo plano.

O plano cartesiano é um sistema de localização de pontos usado em diversos contextos, por exemplo, na elaboração de gráficos, no planejamento de construções em plantas arquitetônicas e como base para serviços de GPS.

Fonte: https://www.estadosecapitaisdobrasil.com/

O Sistema de Posicionamento Global (GPS) foi desenvolvido em 1978 pelo Departamento de defesa dos Estados Unidos. Atualmente, o sistema é composto por 24 satélites (21 deles em operação e 3 de reserva) que viajam em torno da Terra em 6 órbitas distintas a mais de 20.000 km de altitude.



Fonte: https://www.estadosecapitaisdobrasil.com/

O GPS foi projetado como estratégia militar na Guerra Fria, e o objetivo era localizar os alvos a serem atingidos pelas forças americanas. Ou seja, o GPS foi projetado para localizar com exatidão um objeto ou pessoa, assim como fornecer sua velocidade, caso ele esteja em movimento, na superfície terrestre ou em qualquer ponto próximo a ela. Os mísseis teleguiados, lançados de embarcações de guerra ou aviões, eram orientados pelo GPS para atingir seus alvos, sendo utilizado também para orientar a navegação marítima e aérea.

Logo, podemos observar que o plano cartesiano ocupa lugar de destaque dentre as operações definidas na Teoria de Conjuntos, principalmente no que toca as suas aplicações à Computação. Isto porque permite definir conjuntos de natureza diferente dos originais, através da associação ordenada de seus elementos. Aplicações comuns do produto cartesiano são, entre outras:

- gráficos;
- especificação de relações entre banco de dados;
- representação de regras lógicas através de relações;
- computação gráfica;
- pares de cidades ligadas por linhas aéreas;
- busca de uma ordem viável para as diferentes fases de um projeto;
- classificação de consumidores segundo alguns critérios.

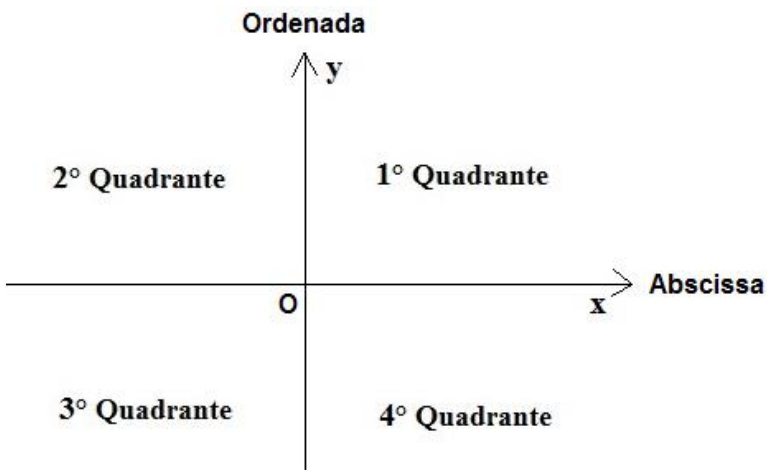
RETAS NUMÉRICAS

As duas retas que dão origem ao plano cartesiano têm nomes específicos para diferenciá-las e ajudar na localização de qualquer ponto:

- A **linha horizontal** é chamada de eixo das **abscissas** e é geralmente é representada pela letra *x*.

- A **linha vertical** é chamada de eixo das **ordenadas** e é geralmente é representada pela letra y.

Com a interseção entre os eixos das ordenadas e das abscissas temos a formação de 4 quadrantes:



As retas que representam os eixos são retas numéricas que tem uma correspondência com os números reais. Isto quer dizer que cada ponto da reta está ligado a um ***único número real*** e é esse fato que permite qualquer localização. Um número real qualquer terá apenas uma localização em toda a extensão infinita da reta.

Desta forma, como as retas têm uma correspondência com os números reais, podemos observar que no plano cartesiano os números podem ser **positivos** ou **negativos**. Logicamente, a origem do plano cartesiano (representado pela interseção dos eixos localizado em O) é que separa os números negativos dos positivos.

Os quadrantes nos ajudam a identificar os negativos dos positivos. Esses quadrantes são numerados em ***sentido anti-horário***, partindo do primeiro quadrante, que fica à direta do eixo y e acima do eixo x, como mostra a figura acima.

- **1.º quadrante:** os números sempre serão positivos tanto para *x* quanto para *y*.
- **2.º quadrante:** os números são negativos para *x* e positivos *y*.
- **3.º quadrante:** os números são sempre negativos tanto para *x* quanto para *y*.
- **4.º quadrante:** os números podem ser positivos para *x* e negativos *y*.

PARES ORDENADOS E LOCALIZAÇÃO

Um par ordenado é formado por dois números reais que representam uma coordenada de qualquer ponto no plano cartesiano.

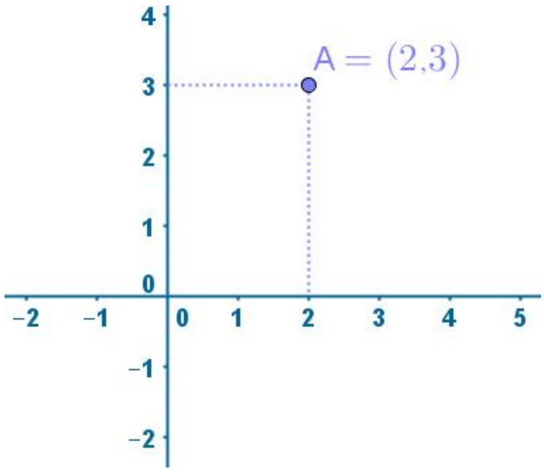
NOTAÇÃO: A(*x*, y) ou A = (*x*, y)

A coordenada *x* sempre vem primeiro e depois a coordenada y.

A coordenada é localizada da seguinte forma:

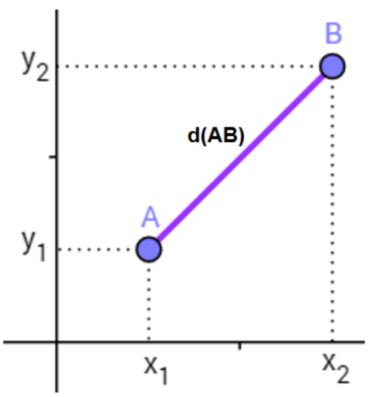
- Traça-se uma **linha pontilhada perpendicular ao eixo *x***, passando pela **abscissa** que queremos.
- Traça-se uma **linha pontilhada perpendicular ao eixo y**, passando pela **ordenada** que queremos.
- A interseção dessas linhas pontilhadas indica a posição do ponto no plano cartesiano.

Exemplo

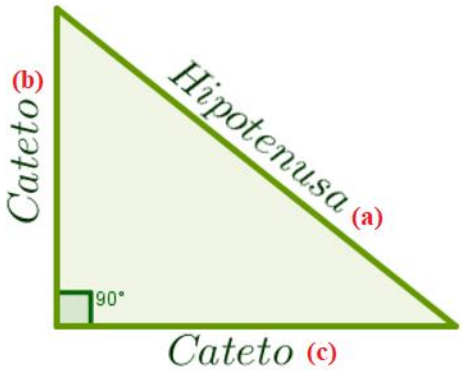


DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS DE UMA RETA

Para calcular a **distância entre os pontos A e B**, devemos escolher pontos distintos que possuam coordenadas quaisquer $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$. Essas coordenadas representam a localização dos pontos A e B em um plano. A **distância entre esses dois pontos** é igual ao comprimento do segmento de reta na cor lilás na imagem a seguir.



A fórmula que fornece a distância entre A e B sai do **Teorema de Pitágoras**, que é uma equação matemática que relaciona os lados de um **triângulo retângulo** (um dos ângulos é de 90º), conhecidos como **catetos** e **hipotenusa**, como na figura abaixo.



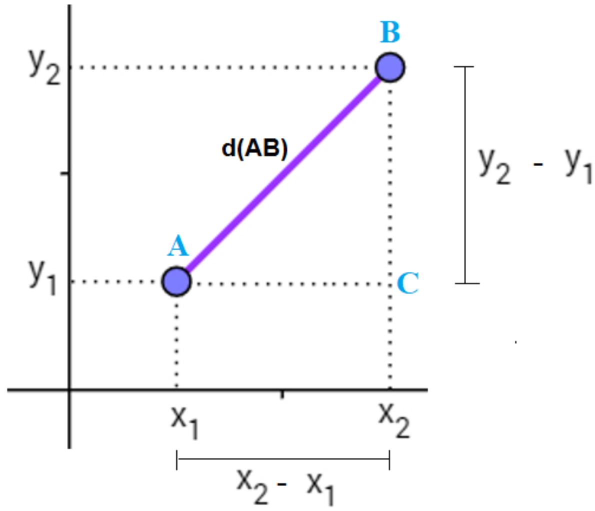
TEOREMA DE PITÁGORAS

- *O quadrado da **hipotenusa** é igual à soma dos quadrados dos **catetos**.*

Podemos escrever esta frase da seguinte forma:

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

Podemos utilizar este teorema para encontrar uma fórmula que forneça a distância entre dois pontos A e B. Voltando ao gráfico na página anterior, podemos observar a formação de um triângulo retângulo ABC com as linhas pontilhadas.



Neste caso,

- os **catetos** são $x_2 - x_1$ (distância entre os pontos A e C) e $y_2 - y_1$ (distância entre os pontos B e C) e
- a **hipotenusa** é a distância entre os pontos A e B, denotado por **d(AB)**. Esta é a distância que queremos calcular.

Pelo Teorema de Pitágoras, *o quadrado da **hipotenusa** é igual à soma dos quadrados dos **catetos**.* Assim,

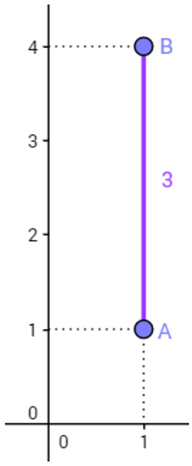
$$d(AB)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

Logo, a distância entre os pontos A e B é dada por

$$\boxed{d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

Exemplo 1 – Calcule a distância entre os pontos A(1,1) e B(1,4).

Primeiramente, mostraremos por meio do plano cartesiano que d($_{AB}$) = 3. Observe a figura a seguir:



Agora, vamos mostrar que, utilizando a fórmula para o cálculo de distância entre dois pontos, encontraremos que a distância entre A e B (d_{AB}) é igual a 3. Observe:

$$d(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d(AB) = \sqrt{(1-1)^2 + (4-1)^2}$$
$$d(AB) = \sqrt{(0)^2 + (3)^2}$$
$$d(AB) = \sqrt{9}$$
$$d(AB) = 3$$

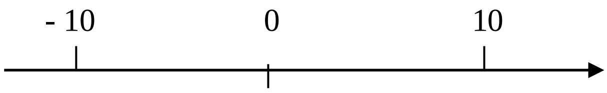
2. MÓDULO OU VALOR ABSOLUTO

O módulo ou valor absoluto de um número real x é representado por |x|, que se lê "módulo de x".

Na reta numérica, o módulo de um número x corresponde à distância desse número à origem 0. Ou seja,

- Módulo significa distância de x até à origem 0.

Por exemplo, considere os números 10 e –10.



- Distância de 0 a 10 = 10 – 0 = 10
- Distância de 0 a -10 = 10 (positivo), pois não existe distância negativa.

A notação definida para descrever distância foram as duas barras, chamada de módulo.

- | 10 – 0| = 10
- | -10 – 0| = |-10| = 10

Observe no primeiro caso, | 10 – 0| = 10, apenas repetimos o valor do resultado dentro do módulo, já que a diferença lá dentro das barras já é um resultado positivo: |10 – 0| = |10|. Ou seja, se a diferença for positiva dentro do módulo, basta repetir o resultado.

Mas no segundo caso, | -10 – 0| = |-10| = 10, observe que escrevemos o resultado 10 sem o sinal menos (-), ou seja, ele se tornou positivo. Observe que torná-lo positivo é a mesma operação de multiplicar um número negativo que está dentro do módulo por -1, ou seja,

$$(-10).(-1) = 10.$$

Neste caso, se lá dentro do módulo o número for negativo, então multiplicamos por -1 (ou simplesmente por menos "-") para torna-lo positivo.

Observe também que, independentemente do sinal do número real que está dentro do módulo, o resultado sempre será positivo.

Podemos então definir módulo para qualquer número real ***x*** usando essa ideia.

DEFINIÇÃO 1 - Dado um número real ***x***, definimos módulo de |***x***|, ou valor absoluto de ***x*** como:

$$|x| = \begin{cases} x & , se\ x \geq 0 \\ -x & , se\ x < 0 \end{cases}$$

Também podemos escrever

$$|x| = x,\ se\ x \geq 0$$
$$|x| = -x,\ se\ x < 0$$

Ou seja,

- se *x* é um número real positivo maior ou igual a zero, o módulo deste número é ele próprio. Basta repetir o número que está dentro do módulo.
- Caso *x* seja um número negativo, multiplicamos por menos "-" para torna-lo positivo. Ou seja, seu módulo é oposto deste número, o número positivo.

Exemplos

(a) |5| = 5
(b) |-5| = - (-5) = 5
(c) |10| = 10
(d) |-10| = -(-10) = 10
(e) 2 ×|-10| - 4 ×|-2| = 2 ×10 - 4 ×2 = 20 - 8 = 12
(f) |10 - 5×3| - |2 ×9 - 10| = |10 – 15| - |18 – 10| = |-5| - |8| = 5 – 8 = - 3
(g) $|-12+3\times|-5|| = |-12+3\times5| = |-12+15| = |3| = 3$
(h) $\left|2-\sqrt{13}\right| = -(2-\sqrt{13}) = \sqrt{13}-2$
(i) $\left|6-\sqrt{10}\right| = 6-\sqrt{10}$

PROPRIEDADES

I. $|x| \geq 0$

II. $|x| \geq x$

III. $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a,\ onde\ a > 0$

IV. $|x| \geq a \Leftrightarrow x \geq a\ ou\ x \leq -a,\ onde\ a > 0$

V. Se ***a*** e ***b*** $\in$ R, então $|a.b| = |a|.|b|$

VI. Se a e $b \in$ R e $b \neq 0$, então $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

VII. DESIGUALDADE TRIANGULAR

- Se a e $b \in \mathbf{R}$, então $|a+b| \leq |a| + |b|$

VIII. Se a e $b \in \mathbf{R}$, então $|a-b| \leq |a| + |b|$

IX. Se a e $b \in \mathbf{R}$, então $|a| - |b| \leq |a-b|$

X. $|a| = \sqrt{a^2}$

XI. $|a|^2 = |x^2| = x^2$

EQUAÇÃO MODULAR

É toda equação em que a variável aparece em módulo. Sua solução é obtida aplicando-se a definição de módulo vista na seção anterior.

Exemplo 1 - Resolver a equação |2x + 1| = 5.

- Solução-

De acordo com as propriedades de módulo, temos duas possibilidades:

$$|2x+1| = 2x+1, \ se \ 2x+1 \geq 0$$
$$|2x+1| = -(2x+1), \ se \ 2x+1 < 0$$

1º CASO: $2x+1 \geq 0$

Isso quer dizer que o valor de x que vamos encontrar só será solução da equação se $2x+1 \geq 0$, ou de outra forma, se $x > -1/2$, pois:

$$2x+1 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq -1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$$

Vejamos:

$$|2x+1| = 2x+1 = 5 \Rightarrow 2x = 5-1 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

Que atende a condição acima, uma vez que $x \geq -1/2$. Logo, x = 2 é uma solução.

2º CASO: $2x+1 < 0$

Isso quer dizer que o valor de x que vamos encontrar só será solução da equação se $2x+1 < 0$, ou de outra forma, se $x < -1/2$, pois:

$$2x+1 < 0 \Rightarrow 2x < -1 \Rightarrow x < -\frac{1}{2}$$

Vejamos:

$$|2x+1|=-(2x+1)=5 \Rightarrow 2x+1=-5 \Rightarrow 2x=-5-1 \Rightarrow 2x=-6 \Rightarrow x=-3$$

Que atende a condição acima já que x < -1/2. Logo, x = -3 é uma solução.

Portanto, o conjunto solução é S = {-3, 2}.

Exemplo 2 - Resolver a equação $|x^2-10x+20|=4$.

- Solução-

De acordo com as propriedades de módulo, temos duas possibilidades:

$$|x^2-10x+20|=x^2-10x+20, \; se \; x^2-10x+20 \geq 0$$
$$|x^2-10x+20|=-(x^2-10x+20), \; se \; x^2-10x+20<0$$

1º CASO: $x^2-10x+20\geq 0$

$$|x^2-10x+20|=x^2-10x+20=4$$
$$x^2-10x+20-4=0$$
$$x^2-10x+16=0$$

Calculando as raízes.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4.1.16}}{2.1}=\frac{10\pm\sqrt{36}}{2}=\frac{10\pm 6}{2}$$
$$x'=\frac{10+6}{2}=8 \quad e \qquad x''=\frac{10-6}{2}=2$$

Observe que x = 2 e x = 8 satisfazem a condição do 1º caso.

- $x=2 \quad \Rightarrow 2^2-10.2+20=4\geq 0$
- $x=8 \quad \Rightarrow 8^2-10.8+20=4\geq 0$

Logo, x = 2 e x = 8 são soluções da equação modular dada.

2º CASO: $x^2-10x+20<0$

$$|x^2-10x+20|=-(x^2-10x+20)=4$$
$$x^2-10x+20=-4$$
$$x^2-10x+24=0$$

Calculando as raízes.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4.1.24}}{2.1}=\frac{10\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{10\pm 2}{2}$$

$$x' = \frac{10+2}{2} = 6 \quad e \qquad x'' = \frac{10-2}{2} = 4$$

Observe que $x = 4$ e $x = 6$ satisfazem a condição do 2º caso.

- $x = 4 \quad \Rightarrow 4^2 - 10.4 + 20 = -4 < 0$
- $x = 6 \quad \Rightarrow 6^2 - 10.6 + 20 = -4 < 0$

Logo, $x = 4$ e $x = 6$ são soluções da equação modular dada.

Portanto, como todos os valores de $\boldsymbol{x}$ satisfazem a equação modular, o conjunto solução é S = {2, 4, 6, 8}.

Exemplo 3 - Resolver a equação $|x - 14| = 2x - 10$.

- Solução-

De acordo com as propriedades de módulo, temos duas possibilidades:

$$|x-14| = x - 14, \ se \ x - 14 \geq 0$$
$$|x-14| = -(x-14), \ se \ x - 14 < 0$$

1º CASO: $x - 14 \geq 0$ ou $x \geq 14$

$$|x-14| = x - 14 = 2x - 10 \quad \Rightarrow \quad x - 2x = -10 + 14 \quad \Rightarrow \quad -x = 4 \quad \Rightarrow \quad x = -4$$

Observe que o 1º caso diz que o valor de x que encontramos só será solução se $x \geq 14$, mas -4 é menor que 14. Logo $x = -4$ não pode ser solução da equação modular dada.

De fato, basta substituir para constatar.

$|x - 14| = 2x – 10$

$|-4 – 14| = 2(-4) – 10$

$| -18 | = -8 – 10$

$18 = -18$, o que não é possível.

2º CASO: $x - 14 < 0$ ou $x < 14$

$$|x-14| = -(x-14) = 2x - 10$$
$$\Rightarrow \quad -x + 14 = 2x - 10 \quad \Rightarrow \quad -x - 2x = -10 - 14 \quad \Rightarrow \quad -3x = -24 \quad \Rightarrow \quad x = 8$$

Observe que o 2º caso diz que o valor de x que encontramos só será solução se $x < 14$.
Como $x = 8$ é menor que 14, o conjunto solução é S = {8}.

De fato, basta substituir para constatar.

$|x - 14| = 2x – 10$
$|8 – 14| = 2(8) – 10$

$| -6 | = 6$
$6 = 6$

Exemplo 4 - Resolver a equação $|x|^2 - |x| - 2 = 0$.

- Solução-

Aqui, temos que fazer uma mudança de variável para resolver.

Considere y = |x|. Assim:

$$|x|^2 - |x| - 2 = 0$$
$$y^2 - y - 2 = 0$$

Resolvemos em y e depois voltamos para resolver em y.

Calculando as raízes.

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.1.(-2)}}{2.1} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$
$$y' = \frac{1+3}{2} = 2 \quad e \quad y'' = \frac{1-3}{2} = -1$$

Resolvendo para *x*, que é a variável original, tem-se:

- Se y = 2, tem-se:

  $y = |x| \Rightarrow 2 = |x| \Rightarrow x = 2$ ou $x = -2$

- Se y = -1, tem-se:

  $y = |x| \Rightarrow -1 = |x|$, o que não é possível, pois módulo de um número x é sempre positivo e aqui está dando -1, que é negativo.

Portanto, a solução é S = {-2, 2}.

INEQUAÇÕES MODULARES

É toda inequação na qual a variável aparece em módulo. Genericamente pode ser escrita pelas propriedades:

P1. $|x| \geq a \iff x \geq a \ ou \ x \leq -a, \ com \ a \in IR^+$

Graficamente:

P2. $|x| \leq a \iff -a \leq x \leq a$, $com \ a \in IR^+$

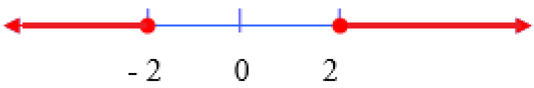
Para resolvermos uma inequação modular, empregamos o conceito de módulo, chegando às inequações equivalentes de resoluções conhecidas.

Exemplo 1 - Resolver a inequação $|x| \geq 2$.

-Solução-

$|x| \geq 2 \iff x \leq -2$ ou $x \geq 2$.

Significa que a distância entre **x** e a origem é maior ou igual a 2.



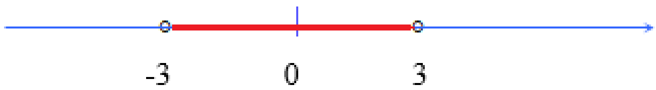
Logo, $S = \{x \in IR \mid x \leq -2 \text{ ou } x \geq 2\}$

Exemplo 2 - Resolver a inequação $|x| < 3$.

-Solução-

$|x| < 3 \iff -3 < x < 3$.

Significa que a distância entre **x** e a origem é menor que 3.



Logo, $S = \{x \in IR \mid -3 < x < 3\}$

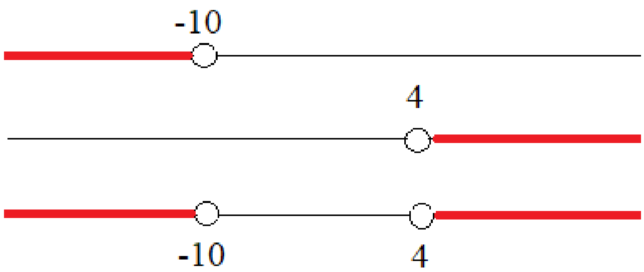
Exemplo 3 - Resolver a inequação $|x + 3| > 7$.

-Solução-

$\mathbf{|x + 3| > 7} \iff x + 3 < -7$ ou $x + 3 > 7$ (pela propriedade P1)

- Se $x + 3 < -7$, então $x < -7 - 3 \iff x < -10$.
- Se $x + 3 > 7$, então $x > 7 - 3 \iff x > 4$.

Gráfico:

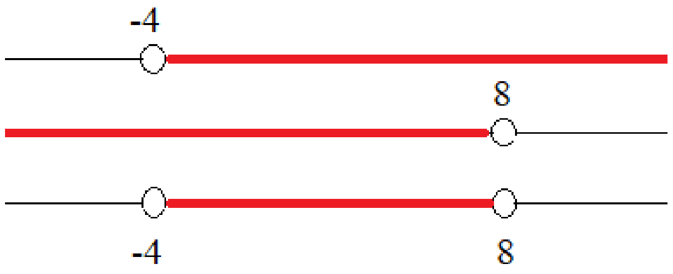


Logo, $S = \{x \in IR \mid x < -10 \text{ ou } x > 4\}$.

Exemplo 3 - Resolver a inequação |x - 2| < 6.
-Solução-

|x - 2| < 6 $\Leftrightarrow$ - 6 < x – 2 < 6 (pela propriedade P2) $\Rightarrow \begin{cases} -6 < x-2 \Rightarrow -4 < x \\ x-2 < 6 \Rightarrow x < 8 \end{cases}$

Gráfico:

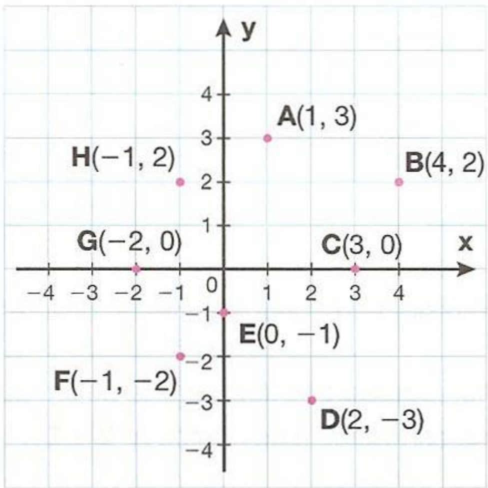


Logo, S = {x ∈ IR | – 4 < x < 8}.

EXERCÍCIOS

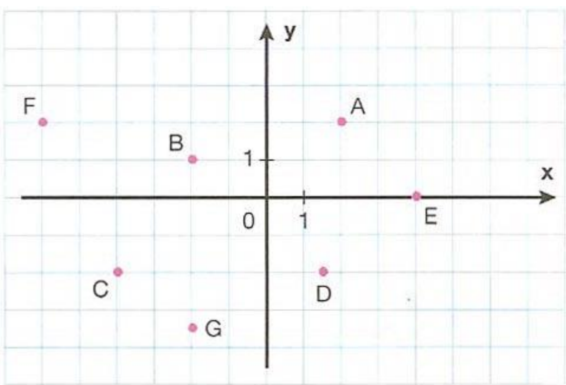
- **PLANO CARTESIANO**

1- Analise o gráfico abaixo e responda as perguntas:



(a) Qual a ordenada do ponto E?_____________
(b) E a abscissa do ponto H?________________
(c) Que ponto que tem como abscissa o número 3?____________
(d) Que ponto ou pontos pertencem ao terceiro quadrante?__________
(e) Que pontos possuem somente coordenadas positivas?____________

2- Escreva o par ordenado que representa cada ponto assinalado no sistema cartesiano:



3- Desenhe no caderno um sistema cartesiano e represente geometricamente os pares ordenados:

(a) (- 4,5) (b) (3,2) (c) (5,-3) (d) (0,-6) (e) (5,0) (f) (-2,-7)

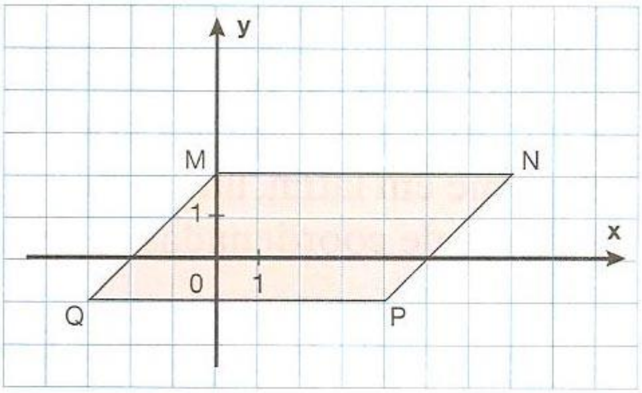
4-

(a) Qual a abscissa do par (-10,5)?
(b) Qual a ordenada do par (5,-7)?

5- Complete o quadro abaixo:

Quadrante	Abscissa	Ordenada
primeiro	positiva	
		negativa
	negativa	negativa
segundo		

6- Observe o quadrilátero MNPQ desenhado no plano cartesiano, escreva as coordenadas que representam os pontos M, N, P e Q.

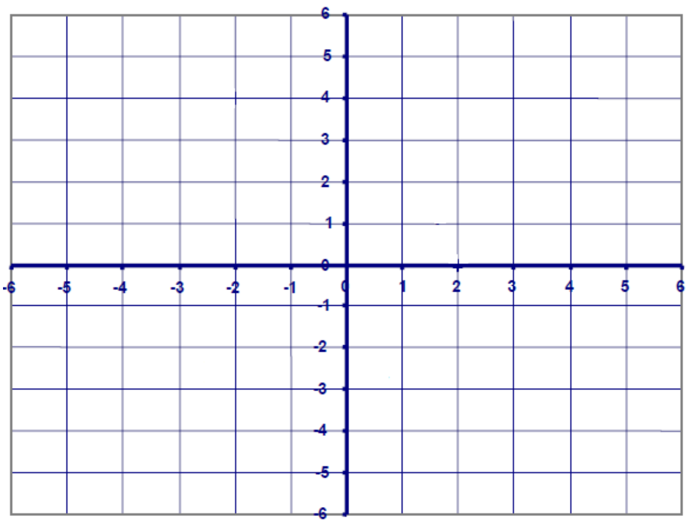


7- Os pares ordenados A(-4,-3), B(-4,6) e C(5,-3) são três dos vértices de um quadrado ABCD.

(a) Represente em papel quadriculado um plano cartesiano e os pontos A, B e C.
(b) Una com segmentos de reta os pontos A, B e C, nessa ordem, e complete o desenho do quadrado ABCD.
(c) Descubra e escreva as coordenadas do ponto D.

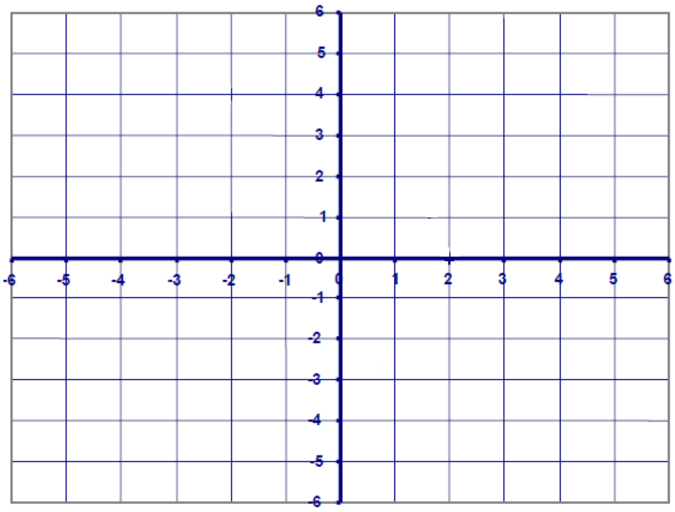
8- Localize os pontos no plano cartesiano:

(a) A = (0, 4) (b) B = (- 4, 5) (c) C = (3, - 4) (d) D = (2, 2) (e) E = (0, 0)

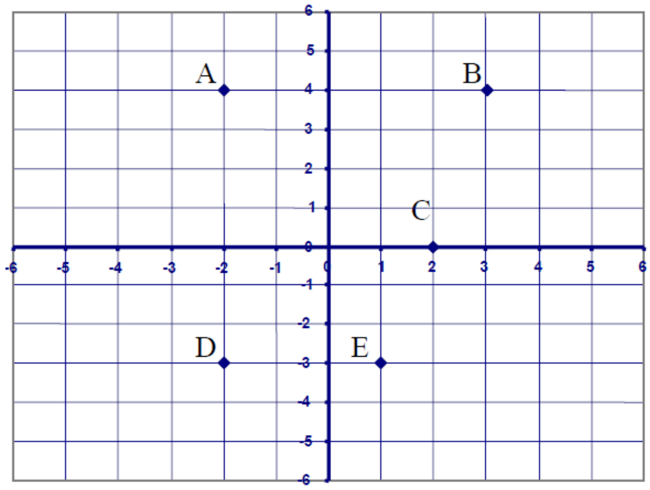


9- Localize os pontos no plano cartesiano:

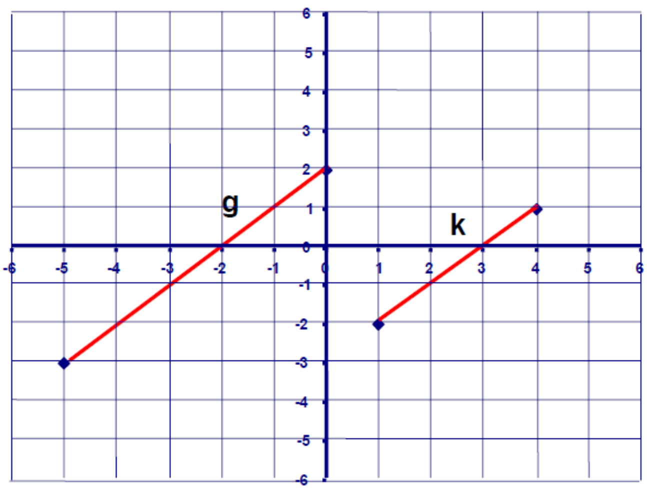
(a) A = (0, 4) (c) C = (3, - 4) (e) E = (0, 0)
(b) B = (- 4, 5) (d) D = (2, 2)



10- No plano cartesiano abaixo, escreva os pares ordenados de cada ponto:

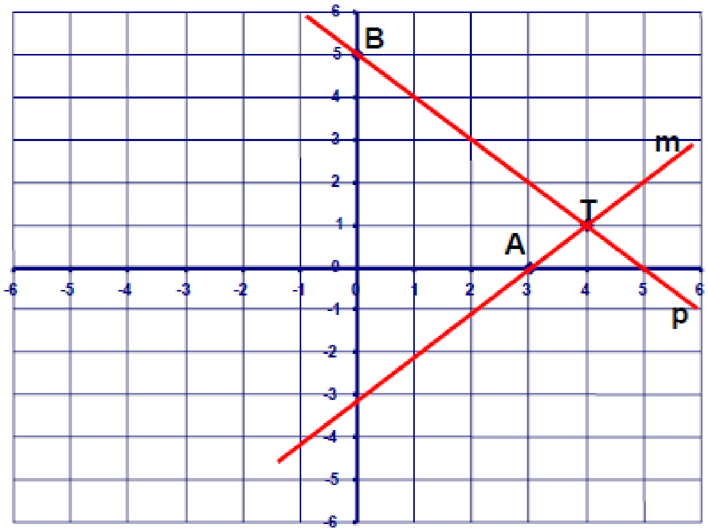


11- Considere os segmentos g e k indicados no seguinte plano cartesiano. Determine as coordenadas de suas extremidades.



12- Dadas duas retas concorrentes (p x m), onde p ∩ m = T. Determina as coordenadas cartesianas:

(a) Do ponto T
(b) Do ponto A, o que corresponde à intersecção da reta com o eixo $\overrightarrow{OX}$
(c) Do ponto B, o que corresponde à intersecção da reta com o eixo $\overrightarrow{OY}$



13- A distância do ponto A (-1, 2) ao ponto B (2, 6) é:

(a) 3
(b) 4
(c) 5
(d) 6
(e) $\sqrt{7}$

14- Calcule a distância entre os pontos dados:

(a) A(3,7) e B(1,4) (b) E(3,1) e F(3,5) (c) H(-2,-5) e O(0,0)

RESPOSTA
(a) $\sqrt{13}$ (b) 4 (c) $\sqrt{29}$

15- Demonstre que o triângulo com os vértices A(0,5), B(3,-2) e C(-3,-2) é isósceles (dois de seus lados possuem a mesma medida) e calcule seu perímetro (soma os lados).
RESPOSTA

Perímetro = $2\sqrt{58}+6$

16 - Determine a **distância** entre os pontos A(2, 4) e B(3, 8). **Resposta:** $2\sqrt{5}$

17- Qual a distância entre o ponto A (1,1) e o ponto B (3,1)? **Resposta**: 2

18- Qual a distância entre o ponto A (4,1) e o ponto B (1,3)? **Resposta**: $\sqrt{13}$

19- A distância do ponto A (3, a) ao ponto B (0, 2) é igual a 3. Calcule o valor da ordenada **a**. **Resposta:** a = 2

- **MÓDULO**

20- Calcule os módulos abaixo.

(a) $|5+2|$

(b) $|3-8|$

(c) $|-2|+|5|$

(d) $|3-5|+|2-11|$

(e) $4+3\times|2-9|-|-5|$

(f) $|4+|5-3||$

RESPOSTAS

(a) 7 (b) 5 (c) 7 (d) 11 (e) 20 (f) 6

21- Resolva as equações abaixo (baseado nos conceitos de módulo):

(a) $|x|=7$ (b) $|x|=-6$ (c) $|x|=0$

22- Resolva as equações abaixo:

(a) $|2x-1|=x+2$ (b) $|2x^2+15x-3|=x^2+2x-3$ (c) $|3x+2|=2x-3$

d) $|x-1|=3$ (e) $\left|\dfrac{x-3}{2x-1}\right|=1$ sendo $\left(x\neq\dfrac{1}{2}\right)$ (f) $|x-1|+|x+6|=13$

(g) $|3x-5|\cdot(4x^2-1)=0$ (h) $|3-|4x-1||=6$

RESPOSTAS

(a) $S=\left\{-\dfrac{1}{3};3\right\}$ (b) $S=\{-13;-6\}$ (c) $S=\{\ \}$ *ou vazio* (d) $S=\{-2;4\}$

(e) $S=\left\{\dfrac{4}{3}\right\}$ (f) $S=\{-9;4\}$ (g) $S=\left\{-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{3}\right\}$ (h) $S=\left\{\dfrac{5}{2},-2\right\}$

23- Resolva as inequações.

(a) $|3x-2|<4$ (b) $1<|x-1|\leq 3$ (c) $2x-7+|x-1|\geq 0$ (d) $|3x-4|+2x+1<0$

RESPOSTAS

(a) $S=\left\{x\in R/-\dfrac{2}{3}<x<2\right\}$

(b) $S=\{x\in R/-2\leq x<0 \vee 2<x\leq 4\}$ *ou* $[-2;0[\cup]2;4]$

(c) $S=\left\{x\in R/x\geq\dfrac{8}{3}\right\}$

(d) $S=\{\ \}$ *ou vazio*