

기본예제 문제풀이

■ 다음 극한값을 계산하시오.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1} \frac{1}{x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} x e^{-x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\ln x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh x}{x}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{\cos(\cos x)}{x} \right)$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} x^4 \cos \frac{2}{x}$

8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n\pi}{n}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x + \cos^{-1} x}{x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+1}{x^2 - x - 6}$

기본예제 문제풀이

■ 다음 극한값을 계산하시오.

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x+2}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x^2+x+1}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{x-4}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+x+1}{x^2-3x}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{x^2}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - x}{x}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^{2020}}$$

$$20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n^5}{n}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + 2x^5 + 3x + 4}{x^{2020} + 2021}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sin x + \ln x^3 + x^4 + 5}{3e^x + 4x}$$

기본예제 문제풀이

■ 다음 극한값을 계산하시오.

$$23. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{\sqrt{x}-1}$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} - 1}{\ln x}$$

$$26. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin x}{1 - \sin x}$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 1} \log_2 \left(\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x} \right)$$

$$28. \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{(x^2 + x) \sin(x - \sqrt{2})}{x^2 - 2}$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2019} + 2x - 3}{x - 1}$$

$$30. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 1}{2x - 1}$$

$$31. \lim_{x \rightarrow 0} \sin x \cot 3x$$

$$32. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sec x - \tan x)$$

$$33. \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$$

$$34. \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x^2 + x - 2} - \frac{1}{2x^2 + 5x + 2} \right)$$

35. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x}$

36. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x e^{1/x} - x)$

37. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$

38. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x} - 2x)$

39. $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x$

40. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^x$

41. $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$

42. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{1}{x}}$

43. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}$

44. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{x} \right)^x$

45. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\sin \frac{1}{x} \right)^x$

$$46. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{2n-5}\right)^n$$

$$47. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^{2n+2020}$$

$$48. \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{p^{p+1}}{(p+1)^{p+1}}$$

$$49. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + \ln 3}{x - \ln 3}\right)^x$$

$$50. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$$

$$51. \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + \sin 2x)^{\frac{1}{x}}$$

$$52. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 4x)^{\cot x}$$

$$53. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + 3x)^{\frac{2}{x}}$$

$$54. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{2}{x} + \cos \frac{3}{x}\right)^x$$

$$55. \lim_{n \rightarrow \infty} (2^n + 3^n + 4^n)^{\frac{1}{n}}$$

$$56. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n2^n}{3^n}$$

$$57. 0 < a < b \text{ 인 상수 } a, b \text{ 에 대하여 } \lim_{n \rightarrow \infty} (a^n + b^n)^{\frac{1}{n}} \text{ 의 값은?}$$

기본예제 문제풀이

■ 다음을 계산하시오.

58. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax - 2}{x - 2}$ 가 극한값이 존재한다면 그 극한값은 얼마인가?

59. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} = 3$ 일 때 $2a + b$ 의 값은?

60. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{3 + 2\frac{1}{x}}$ 의 극한값은?

61. $\lim_{x \rightarrow 2} 3^{\frac{1}{x-2}}$ 의 극한값은?

62. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$ 의 극한값은?

63. $\lim_{x \rightarrow 5} \left[\frac{x}{5} \right]$ 의 극한값은?

64. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\left[\frac{x}{2} \right] - \frac{[x]}{2} \right)$ 의 극한값은?

65. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{[x^2] - x^2}{\sqrt{x}}$ 의 극한값은?

66. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{2} \left[\frac{3}{x} \right]$ 의 극한값은?

67. 극한 $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ 이 존재하고 $\frac{x^2 + x - 1}{x + 3} \leq \frac{f(x)}{x^2} \leq \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 3}$ 이 성립할 때 $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

68. $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$ 일 때, $x=0$ 에서 연속성과 미분가능성은?

69. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} \tan^{-1} \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$ 일 때, $x=0$ 에서 연속성과 미분가능성은?

70. $f(x) = |x|^\alpha$ 일 때, $f(x)$ 가 원점에서 미분가능하게 되는 α 의 범위는?

71. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x+y) = f(x) + f(y) + xy$ 가 성립하고, $f'(0) = 5$ 일 때, $f'(3)$ 을 구하시오.

72. $f(x)$ 가 모든 x, y 에 대해 $f(x+y) = 4f(x)f(y)$ 가 성립하고, $f(2) = \frac{1}{2}, f'(0) = 1$ 일 때, $f'(2)$ 을 구하면?

73. $-\infty < a < b < \infty$ 일 때, 폐구간 $[a, b]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- | | |
|-----------------|---------------|
| ① 연속이면 미분가능하다 | ② 적분가능하면 연속이다 |
| ③ 적분가능하면 미분가능하다 | ④ 연속이면 평등연속이다 |

기본예제 문제풀이

■ 다음을 계산하시오.

74. 음이 아닌 두 수의 곱이 25일 때, 두 수의 합의 최솟값은?

75. $x > 0$ 일 때, $x + \frac{1}{x}$ 의 최솟값을 구하여라.

76. 실수 x, y, z 가 $4x + y + 3z = 12$ 를 만족할 때, $4x^2 + y^2 + 9z^2$ 의 최솟값을 구하면?

77. 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 19$ 위에서 함수 $f(x, y, z) = 2x + 3y + 5z$ 의 최댓값은?

- ① $19\sqrt{3}$ ② $19\sqrt{2}$ ③ $38\sqrt{3}$ ④ $38\sqrt{2}$

78. 방정식 $2x^7 + 7x^3 + 4x - 15 = 0$ 의 실근이 속하는 구간은?

- ① $[-2, -1]$ ② $[-1, 0]$ ③ $[0, 1]$ ④ $[1, 2]$

79. $f(0) = -3$ 이고 모든 x 값에 대해 $f'(x) \leq 5$ 라고 가정하자. $f(2)$ 의 최댓값은?

80. 함수 $f(x) = \sqrt{1-x}$ 가 $[0, 1]$ 구간에 대하여 평균값 정리를 만족하는 점을 구하시오.

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$

Step 1

필수예제 문제풀이

Ex. 1

극한 $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta + \tan \theta}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{4}$

Ex. 2

극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\ln(x+1)}$ 의 값은?

① 1

② e

③ e^2

④ e^3

Ex. 3

극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln(2x^3 - x^2 - 2x + 1)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

Ex. 4

극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\tan x}{x^3} \right)$ 의 값은?

① $-\frac{1}{3}$

② $-\frac{2}{3}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{2}{3}$

Ex. 5

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x^2)}{\tan^3 x}$ 을 계산하면?

- ① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

Ex. 6

구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가 모든 x 에 대하여 $(\sin 2x)f(x) = e^{3x} - 1$ 을 만족시킬 때 $f(0)$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{3}{2}$

Ex. 7

함수 $f(x)$ 가 구간 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 에서 연속이고 $\arcsin x = 2xf(x)$ 를 만족할 때, $f(0)$ 을 구하시오.

- ① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1

Ex. 8

극한 $\lim_{x \rightarrow 0} (\cosh x)^{\frac{1}{x}}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ e

Ex. 9

극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{3+\ln x}}$ 의 값은?

- ① e^{-2} ② e^{-1} ③ 1 ④ e ⑤ e^2

Ex. 10

극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt[n]{3} - 1)$ 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $\ln 3$

Ex. 11

극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x e^{\frac{1}{x}} - x \right)$ 의 값은?

- ① $-\infty$ ② 0 ③ 1 ④ e ⑤ ∞

Ex. 12

극한 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x(2 - 3\ln x)$ 의 값은?

- ① $-\infty$ ② -3 ③ 0 ④ 2 ⑤ $+\infty$

Ex. 13

극한 $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \left(1 + \sin^2 \frac{2\pi}{x}\right)$ 의 값은?

- ① 2π ② 1 ③ 0 ④ 2

Ex. 14

극한 $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln(\ln(\ln x))}{e(x - e^e)}$ 의 값은?

- ① e^{-e+2} ② e^{-e+1} ③ e^{-e-1} ④ e^{-e-2}

Ex. 15

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\tan^{-1}(x) - \frac{\pi}{2}}{\frac{1}{x}}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

Ex. 16

극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\tanh x + \frac{\cosh x}{1 + \sinh^2 x} \right)$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

Ex. 17

$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{1}{x}}$ 을 구하시오.

- ① 0 ② 1 ③ e ④ $\frac{1}{e}$

Ex. 18

극한 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \tan x)^{1/x}$ 의 값을 구하시오.

- ① $-e$ ② $\frac{-1}{e}$ ③ 1 ④ e ⑤ $\frac{1}{e}$

Ex. 19

극한값 $\lim_{x \rightarrow \infty} (x+1)^{\frac{2}{x}}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② e ③ e^2 ④ e^{-2}

Ex. 20

$f(x) > 0$ 이며 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} [1 + 2f(x)]^{\frac{1}{3f(x)}}$ 의 값은?

① e^2

② $e^{\frac{2}{3}}$

③ $e^{\frac{3}{2}}$

④ 1

Ex. 21

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

Ex. 22

상수 a, b 에 대하여 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n} + \frac{b}{n^2}\right)^n$ 의 값은?

① e^a

② e^b

③ e^{a+b}

④ 1

Ex. 23

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1 - \sqrt{x+a}}{x+2} = b$ 를 만족시키는 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 1

Ex. 24

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x^3} + a + \frac{b}{x^2} \right) = 0$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ 2

Ex. 25

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x^2} + \alpha + \frac{\beta}{x} \right) = 3$ 을 만족시키는 α, β 에 대하여 $\alpha+\beta$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

Ex. 26

$$\text{함수 } f(x) = \begin{cases} e^{-x} & (x < 0) \\ \frac{1}{x+1} & (0 \leq x < 1) \\ \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 불연속인 점을 모두 구하면?

- ① 없다. ② $x = 0$ ③ $x = 1$
 ④ $x = 0, x = 1$ ⑤ $x = -1, x = 0, x = 1$

Ex. 27

$$\text{함수 } f(x) = \begin{cases} \sin(1/x) & (x < 0 \text{ 일 때}) \\ x^2 & (0 \leq x < 1 \text{ 일 때}) \\ \cos(x-1) & (x \geq 1 \text{ 일 때}) \end{cases}$$

가 불연속인 점은?

- ① $x = 0$ ② $x = 1$ ③ $x = 0$ 과 $x = 1$ ④ $x = -1$ ⑤ 없다

Ex. 28

$$\text{함수 } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 10x + 24}, & x \neq 4 \\ -\frac{7}{2}, & x = 4 \end{cases}$$

의 불연속점을 모두 찾으면?

- ① 4 ② 6 ③ $-6, 4$ ④ 4, 6 ⑤ 불연속점 없음

Ex. 29

다음 함수 $f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이라고 한다. a 의 값은?

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x \sin \frac{1}{e^{4x}}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

Ex. 30

다음과 같이 정의된 함수 f 가 연속이기 위한 실수 a 의 값은?

$$f(x) = \begin{cases} (e^x + x)^{\frac{1}{\sin^{-1} x}}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

- ① 1 ② e ③ e^{-1} ④ e^2

Ex. 31

함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{a\sqrt{x+1}-b}{x-1} & (x > 1) \\ 2x-1 & (x \leq 1) \end{cases}$ 가 $x=1$ 에서 연속이기 위한 상수 a, b 에 대해 ab 의 값을 구하면?

- ① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ 8 ④ $8\sqrt{2}$

Ex. 32

$a \neq 0$ 이고 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & |x| \geq 1 \\ ax^2 + bx + c, & |x| < 1 \end{cases}$ 가 실수 전체에서 연속일 때 항상 참인 것은?

- ① $a+b > 0$ ② $a+b < 0$ ③ $ab < 0$ ④ $abc < 0$

Ex. 33

$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 존재하지 않는다.

Ex. 34

함수 $B(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x - 1}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ 의 미분계수 $B'(0)$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{2}$

Ex. 35

다음에서 $x = 0$ 에서 미분 가능한 함수를 모두 고르면?

$$(a) f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

① (a)

② (b)

③ (c)

④ (b), (c)

⑤ (a), (b), (c)

Ex. 36

다음 f 에 대하여 $x = 0$ 에서의 연속성과 미분가능성을 옳게 기술한 것을 고르면?

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ \sinh(x^2) & (x < 0) \end{cases}$$

① 연속이고 미분가능하다.

② 연속이지만 미분가능하지 않다.

③ 연속은 아니지만 미분가능하다.

④ 연속도 아니고 미분가능하지도 않다.

Ex. 37

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & , \quad x < 0 \\ x^2 & , \quad 0 \leq x < 1 \\ 2x - 1 & , \quad 1 \leq x \end{cases}$$

$x = 0$ 에 대하여, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $x = 0$ 에서 연속이다.

㉡ $x = 0$ 에서 미분가능하다.

㉢ $x = 1$ 에서 연속이다

㉣ $x = 1$ 에서 미분가능하다.

① ㄱ, ㄷ

② ㄱ, ㄴ, ㄷ

③ ㄱ, ㄷ, ㄹ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

Ex. 38

다음 보기의 함수 중 $f'(0)$ 가 존재하는 것의 개수는?

$$(가) f(x) = (x^2 - 1)\sin|x| \quad (나) f(x) = \begin{cases} 3\sin x + x^3 \cos \frac{1}{x^2} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases} \quad (다) f(x) = \begin{cases} x \tan^{-1} \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

Ex. 39

다음 함수 중 $x=0$ 에서 미분 불가능인 것은?

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| ① $f(x) = x \sin x$ | ② $f(x) = x \cos x$ | ③ $f(x) = x \tan x$ |
| ④ $f(x) = x x $ | ⑤ $f(x) = x ^3$ | |

Ex. 40

다음 보기 중 $x=0$ 에서 미분 가능한 함수를 모두 고른 것은?

$$(가) f(x) = |x| \sin x \quad (나) g(x) = |x| \cos x \quad (다) h(x) = |x| \tan x \quad (라) i(x) = |x| e^x$$

- ① (가), (나) ② (가), (다) ③ (나), (라) ④ (가), (다), (라)

Ex. 41

f 는 모든 실수 x, y 에 대하여

(i) $f(x+y) = \frac{1}{5}f(x)f(y)$	(ii) $f(0) = 5$	(iii) $f'(0) = 10$
--------------------------------------	-------------------	----------------------

을 만족하는 연속함수일 때, 다음 중 $f'(2)$ 의 값은?

- ① $f(2)$ ② $2f(2)$ ③ $5f(2)$ ④ $50f(2)$

Ex. 42

함수 f 가 $x=1$ 에서 미분가능하며, 다음 식 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 5xy$ 와 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 3$ 을 만족한다.

이 때 $f'(x)$ 를 구하면?

- ① $5x+3$ ② $5x-3$ ③ $3x+5$ ④ $3x-5$

Ex. 43

$[x]$ 가 실수 x 를 넘지 않는 최대 정수이고 $f(x) = [x]^2 - x^2$ 일 때, $f'(0.4)$ 의 값은?

- ① 0 ② -0.8 ③ 0.8 ④ ∞

Ex. 44

방정식 $x^5 - 2x^4 - x - 3 = 0$ 의 근이 존재하는 구간은?

- ① $(-1, 0)$ ② $(0, 1)$ ③ $(1, 2)$ ④ $(2, 3)$

Ex. 45

$f : R \rightarrow R$ 이 미분가능하고, 구간 $(2, 5)$ 에서 부등식 $1 \leq f'(x) \leq 4$ 를 만족할 때 $a = f(5) - f(2)$ 의 범위는?

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| ① $3 \leq f(5) - f(2) \leq 12$ | ② $5 \leq f(5) - f(2) \leq 15$ |
| ③ $7 \leq f(5) - f(2) \leq 14$ | ④ $10 \leq f(5) - f(2) \leq 21$ |

Ex. 46

구간 $(1, 4)$ 에서 미분가능인 함수 f 가 $f(1) = 2$ 이고, 모든 x 에 대하여 $2 \leq f'(x) \leq 3$ 의 조건을 만족한다고 할 때, $f(4)$ 가 취할 수 있는 값의 범위는?

- | | | | |
|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| ① $2 \leq f(4) \leq 3$ | ② $6 \leq f(4) \leq 8$ | ③ $8 \leq f(4) \leq 11$ | ④ $9 \leq f(4) \leq 12$ |
|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|

Ex. 47

구간 $(2, 5)$ 에서 미분가능인 함수 f 가 $f(5) = 3$ 이고, 모든 x 에 대하여 $1 \leq f'(x) \leq 4$ 의 조건을 만족한다고 할 때, $f(2)$ 가 취할 수 있는 값의 범위는?

- | | | | |
|---------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|
| ① $-12 \leq f(2) \leq -3$ | ② $-9 \leq f(2) \leq 0$ | ③ $-8 \leq f(2) \leq -1$ | ④ $-3 \leq f(2) \leq 2$ |
|---------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|

Ex. 48

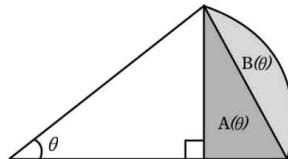
미분 가능한 함수 $f : R \rightarrow R$ 가 $\lim_{a \rightarrow \infty} f'(a) = 5$ 를 만족시킬 때 $\lim_{a \rightarrow \infty} \{f(2+a) - f(a)\}$ 의 값을 구하면?

- | | | | | |
|---------|--------|-------|-------|--------|
| ① -10 | ② -5 | ③ 0 | ④ 5 | ⑤ 10 |
|---------|--------|-------|-------|--------|

Ex. 49

중심각이 θ 인 부채꼴에 대해 그 일부분들의 영역의 면적을 아래 그림처럼 $A(\theta)$, $B(\theta)$ 라 하자.

이 때, 극한값 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{A(\theta)}{B(\theta)}$ 는?

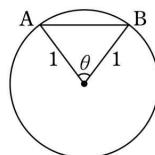


- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ 3

Ex. 50

아래 그림과 같이 중심이 O 이고 반지름이 1인 원 위에 두 점 A, B 가 이루는 중심각의 크기를 θ 로 나타낸다. 두 점 A, B 를 잇는 현의 길이를 \overline{AB} , 호의 길이를 $A \sim B$ 로 나타낼 때, 다음 극한값

$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{(A \sim B)}{\overline{AB}}$ 을 구하면?



- ① 0 ② $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1

Step 2

필수예제 문제풀이

Ex. 51

극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - 1}{\cosh x}$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ ∞

Ex. 52

다음 극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{-\frac{5}{4}}}{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}$ 의 값은?

- ① $-\frac{5}{4}$ ② -1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ 1 ⑤ 0

Ex. 53

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(1 - \cos x)}{x^n} = \frac{1}{8}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

Ex. 54

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 + 2x + 1} - \sqrt{2x^2 - 2x + 1}) \text{ 의 값은?}$$

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4

Ex. 55

$$\lim_{m \rightarrow \infty} (\sqrt{5m^2 - 2tm} - \sqrt{5m^2 - 3}) = 1 \text{ 을 만족하는 실수 } t \text{ 의 값을 구하면?}$$

- ① $-\sqrt{10}$ ② $-\sqrt{5}$ ③ 1 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{10}$

Ex. 56

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{3n + \sqrt{2n}} - \sqrt{3n}} \text{ 의 값은?}$$

- ① $\sqrt{6}$ ② 1 ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{2}$

Ex. 57

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x^2}$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

Ex. 58

극한값 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} + (1-x) \tan \frac{\pi x}{2} - \frac{1}{\ln x} \right)$ 을 구하면?

- ① $\frac{\pi+1}{2\pi}$ ② $\frac{\pi+2}{2\pi}$ ③ $\frac{\pi+4}{2\pi}$ ④ $\frac{\pi+6}{2\pi}$

Ex. 59

극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 - \sin^2(2x)}{x^4}$ 의 값은?

- ① 2 ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{16}{3}$

Ex. 60

극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x^2 \sin x^3 - 6x^5 + x^{11}}{x^{17}}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{15}$ ③ $\frac{1}{20}$ ④ $\frac{1}{60}$

Ex. 61

극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4e^x + 3\ln x + x^2}{e^x + 2\ln x + 3x^2}$ 의 값은?

- ① 4 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{3}$

Ex. 62

극한 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x (\cosh - 1) + (\cos x)(\sinh)}{h}$ 의 값은?

- ① 0 ② $\sin x$ ③ $\cos x$ ④ 1

Ex. 63

$\lim_{x \rightarrow 0} 2x \cot 3x + \lim_{x \rightarrow 5} \frac{4\sin(x-5)}{3x^2 - 18x + 15}$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

Ex. 64

극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}} + \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\sqrt[3]{e}$ ④ $\sqrt[3]{e} + 1$

Ex. 65

극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln(x+1))^3}{x \ln x}$ 의 값은?

- ① 0 ② e ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{e}$

Ex. 66

극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x^2)^{2/x} - 1}{\sin x}$ 을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

Ex. 67

극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{e} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right]^x$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ③ \sqrt{e} ④ 1

Ex. 68

a 가 양수일 때, 다음 극한값은?

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a\sqrt[3]{a^2x}}{a - \sqrt[4]{ax^3}}$$

- ① 1 ② a ③ $\frac{16}{9}$ ④ $\frac{16a}{9}$

Ex. 69

다음 극한의 값은?

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[x - x^2 \ln \left(\frac{1+x}{x} \right) \right]$$

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2

Ex. 70

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x}{2} - x^2 + x^3 \ln \left(\frac{1+x}{x} \right) \right] \text{의 값은?}$$

- ① 1 ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

Ex. 71

다음 극한값을 K 라 할 때, $\ln K$ 의 값을 구하면?

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{n^2} \right) \left(1 + \frac{1}{n^2 + 1} \right) \cdots \left(1 + \frac{1}{2n^2} \right) \right\}^{n^2}$$

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2

Ex. 72

다음 중 옳지 않은 것을 고르라.

- ① 실수 전체에서 연속인 함수 f 에 대하여 $f(1)=1$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 1} \ln(f(x))=0$ 이다.
- ② $\lim_{x \rightarrow \infty} \tan^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}$
- ③ $\lim_{x \rightarrow 1} (\sin(x))^{-1} = \frac{\pi}{2}$
- ④ 모든 실수 x 에 대하여 $\tan(\tan^{-1}x) = x$
- ⑤ $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 이면, $\sin x > \sin^2 x$ 이 성립한다.

Ex. 73

다음과 같이 정의된 함수 $h(x)$ 가 실수 전체에서 연속일 때, a 의 값은?

$$h(x) = \begin{cases} \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right), & x < -\frac{1}{3} \text{ or } x > \frac{2}{3} \\ ax + b, & -\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{2}{3} \end{cases}$$

- ① $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- ② $\frac{2}{\sqrt{3}}$
- ③ $\frac{3}{\sqrt{3}}$
- ④ $\frac{4}{\sqrt{3}}$
- ⑤ $\frac{5}{\sqrt{3}}$

Ex. 74

$f(x)$ 가 연속함수일 때, α 의 값은?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}, & x = 0 \\ \frac{\sin x}{3x}, & x \neq 0 \end{cases}$$

- ① $\frac{11}{24}$
- ② $\frac{13}{24}$
- ③ $\frac{17}{24}$
- ④ $\frac{19}{24}$

Ex. 75

다음과 같이 정의된 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 미분 가능할 때 $a-b$ 의 값은?

$$f(x) = \begin{cases} ax & , x < 1 \\ ax^2 + bx + 4 & , x \geq 1 \end{cases}$$

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

Ex. 76

다음 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분 가능 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x+1)}{x} & (x > 0) \\ ax + b & (x \leq 0) \end{cases}$$

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

Ex. 77

구간 $(0, 2\pi)$ 에서 함수 $f(x) = \arcsin(\sin x)$ 가 미분 가능하지 않은 점의 개수를 구하면?

- ① 4 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ 0

Ex. 78

함수 $f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{4}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 가 $x=0$ 에서 미분 가능한지 결정하고, 미분 가능하다면 $f'(0)$ 의 값은?

- ① 미분 불가능 ② 0 ③ 1 ④ 5 ⑤ $\sin 4$

Ex. 79

다음 중 $x=0$ 에서 미분가능 하지 않은 함수를 고르면?

- | | | | |
|--|--|--|--|
| ① $\begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ | ② $\begin{cases} x^2 \cos\left(\frac{1}{x^5}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ | ③ $\begin{cases} e^{-1/x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ | ④ $\begin{cases} x \tan\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ |
|--|--|--|--|

Ex. 80

다음은 함수 f 가 a 에서 미분가능하면 f 가 a 에서 연속임을 증명하는 과정이다. 이때, $A-B+C$ 의 값은?

(증명)

함수 f 가 a 에서 미분 가능하므로 $\lim_{h \rightarrow 0} A$ 의 극한이 존재한다.

그러므로 항등식 $f(a+h) = f(a+h) - f(a) + f(a)$ 를 이용해서 다음을 얻는다.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = \lim_{h \rightarrow 0} \{Bh + f(a)\} = C \lim_{h \rightarrow 0} h + f(a) = f(a)$$

따라서 함수 f 는 a 에서 연속이다.

- | | | | | |
|--------|-------|-------|----------|-----------|
| ① -1 | ② 0 | ③ 1 | ④ $f(a)$ | ⑤ $f'(a)$ |
|--------|-------|-------|----------|-----------|

Ex. 81

함수 $f_{m,n}(x)$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

$$f_{m,n}(x) = \begin{cases} x^m \sin \frac{1}{x^n}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

- | | |
|---------------------------------------|--|
| ① $y = f_{0,1}(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다. | ② $y = f_{1,1}(x)$ 는 최솟값이 존재하지 않는다. |
| ③ $y = f_{2,1}(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다. | ④ 극한값 $\lim_{x \rightarrow \infty} f_{1,2}(x) = 1$ 이다. |

Ex. 82

다음 함수 중에서 점 $x=0$ 에서 미분 가능한 것은? (단, Q 는 유리수의 집합)

$$\textcircled{a} \ f(x) = \sqrt[3]{x} \quad \textcircled{b} \ g(x) = x|x| \quad \textcircled{c} \ h(x) = \begin{cases} x & (x \in Q) \\ 0 & (x \notin Q) \end{cases} \quad \textcircled{d} \ k(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

① ②

② ③

③ ④, ⑤

④ ④, ⑤

⑤ ⑥, ⑦

Ex. 83

상수 a, b, c 에 대하여 극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + \sin bx + \operatorname{sinc} cx}{3x^2 + 5x^4 + 7x^6} = 8$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 24

Ex. 84

다음 중 방정식 $x^3 + x - 1 = 0$ 의 실근이 존재하는 구간이 아닌 것은?

① $(0, 1)$

② $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

③ $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

④ $\left(\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right)$

Ex. 85

5차방정식 $3x^5 + 2x^3 + 2x + 1 = 0$ 은 꼭 하나의 실근을 갖는다. 다음 중 이 실근이 포함된 개구간은?

① $(-5, -4)$

② $(-4, -3)$

③ $(-3, -2)$

④ $(-2, -1)$

⑤ $(-1, 0)$

Ex. 86

함수 $f(x) = x - \cos x + 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, 극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{g(x)\}^2}{x - g(x)}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

Ex. 87

함수 $f(x) = x - \sin x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, 극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{g(x)\}^3}{3x}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 6 ⑤ ∞

Ex. 88

다항식 $P(x)$ 로 정의된 함수 $f(x) = \frac{P(x)}{x^2 + x - 2}$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ 를 만족할 때,
 $f(0)$ 의 값은?

- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

Ex. 89

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}(1+x)\right)}{\tan(\sin x)}$ 의 값은?

- ① $-\frac{\pi}{2}$ ② $-\frac{\pi}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

Ex. 90

미분 가능한 함수 $f(x)$ 가 다음을 만족시킬 때, $f'(0)$ 의 값은?

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) \ln(1+x)}{x^2} = 10$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Ex. 91

함수 $f(x)$ 가 $f(1) = 20$ 이고, 임의의 실수 x 에 대해 $f'(x) \geq 1$ 일 때, $f(4) \geq a$ 이다. a 의 최솟값은?

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

Ex. 92

구간 $0 \leq x \leq 10$ 에서 함수 $f(x) = x + \sin \pi x$ 의 평균변화율과 $f'(c)$ ($0 < c < 10$) 가 같아지는 점 c 의 개수는?

- ① 0 ② 5 ③ 10 ④ 20

Ex. 93

정의역과 공역이 실수 전체인 함수 $f(x)$ 가 미분가능하고 $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x+2) - f(x-2)]$ 를 구하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 18

Ex. 94

x 를 동물의 눈동자에 비치는 빛의 세기라고 할 때 눈동자의 지름을 $f(x)$ 밀리미터라고 하자.

$f(x) = \frac{160x^{-0.4} + 90}{4x^{-0.4} + 15}$ 이라고 하고 최소의 빛이 (a), 최대의 빛이 (b) 만큼 비칠 때 눈동자의 지름을 각각

구하여 (a) – (b) 의 값을 구하면?

- ① -34 ② 0 ③ 34 ④ 46

Ex. 95

다음 중 참인 것을 모두 고르면?

- (가) 폐구간 $[a, b]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 연속이고 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 존재하면, $f(x)$ 는 (a, b) 에서 증가함수 또는 감소함수이다.
- (나) 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 는 $[a, b]$ 에서 최댓값과 최솟값을 가진다.
- (다) 폐구간 $[a, b]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 개구간 (a, b) 에서 미분가능하면, $f(x)$ 는 $[a, b]$ 에서 최댓값을 가진다.
- (라) 미분 가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 개구간 (a, b) 에서 $f(x) > g(x)$ 이면, 동일한 구간에서 $f'(x) > g'(x)$ 이다.

① (가), (나)

② (가), (다)

③ (나), (라)

④ (다), (라)

Ex. 96

실수 전체의 집합에서 미분 가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 와 두 실수 a , b ($0 < a < b$)에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

- ㄱ. $f(x) = \cos x$ 이면 $|f(b) - f(a)| \leq b - a$ 이다.
- ㄴ. $f(a) = g(a)$ 이고 $a < x < b$ 인 모든 x 에 대하여 $f'(x) < g'(x)$ 이면 $f(b) < g(b)$ 이다.
- ㄷ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이면 $f'(c) = \frac{f(b)}{b}$ 를 만족시키는 실수 c 가 열린 구간 $(-b, b)$ 에 적어도 하나 존재한다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Ex. 97

함수 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ 와 그 역함수 $g(x)$ 에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉

- ㄱ. 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq \frac{1}{2}$ 이다.
- ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $0 < g'(x) \leq 2$ 이다.
- ㄷ. $x < y$ 인 모든 실수 x, y 에 대하여 $0 < g(y) - g(x) \leq 2(y - x)$ 이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Ex. 98

다음 서술 중 맞는 것을 모두 고른 것은?

- ㄱ. 함수 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 가 일대일대응 함수이고 미분가능하면, 그것의 역함수 f^{-1} 도 미분가능하다.
- ㄴ. 함수 $\sin x$ 의 역함수 $\sin^{-1}x$ 의 정의역을 $[0, \pi]$ 로 잡을 수 있다.
- ㄷ. 함수 $\sinh x$ 의 역함수 $\sinh^{-1}x$ 의 정의역은 실수의 집합 \mathbb{R} 이다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄱ ⑤ ㄷ

Ex. 99

연속함수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㄱ. 함수 $f(x) = \frac{\ln x + e^x}{x^2 - 1}$ 는 구간 $(-\infty, -1)$ 과 $(1, \infty)$ 에서 연속이다.
- ㄴ. 방정식 $4x^3 - 6x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 해는 1과 2사이에 존재한다.
- ㄷ. 함수 $f(x) = \ln(1 + \cos x)$ 는 $x = (2n-1)\pi$ 에서 불연속이다. 단, n 은 정수이다.
- ㄹ. 합성함수 $f \circ g$ 가 a 에서 연속이기 위해서는 반드시 g 가 a 에서 연속이고 f 가 $f(a)$ 에서 연속이어야 한다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄷ, ㄹ

Ex. 100

다음 문제 중 참인 문제의 개수는?

- 가. 함수 f 가 구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이고, 구간 $(-1, 1)$ 에서 미분가능하며 $f(-1) = f(1)$ 이면, $|c| < 1$ 이고 $f'(c) = 0$ 을 만족하는 c 가 존재한다.
- 나. 모든 실수 x, y 에 대하여 $|\sinh x - \sinh y| \geq |x - y|$ 가 성립한다.
- 다. 개구간 (a, b) 에서 정의된 함수 f 가 있다. 임의의 $x \in (a, b)$ 에 대하여 $f'(x) = 0$ 이라면 f 는 반드시 상수함수이다.
- 라. $x = 0$ 에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 와 미분가능하지 않은 함수 $g(x)$ 를 더한 함수 $f(x) + g(x)$ 는 $x = 0$ 에서 미분 가능하지 않으나, 곱한 함수 $f(x) \cdot g(x)$ 는 $x = 0$ 에서 미분 가능할 수 있다.

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개

적분 공식 확인 점검

■ 다음 적분 공식을 구하시오.

1. 다항함수, 지수함수, 로그함수

(1) $\int x^n dx =$

(2) $\int \ln x dx =$

(3) $\int x^n \ln x dx =$

(4) $\int \frac{1}{x} dx =$

(4) $\int \frac{1}{x^2} dx =$

(6) $\int e^x dx =$

(7) $\int a^x dx =$

(8) $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx =$

(9) $\int \{f(x)\}^n f'(x) dx =$

2. 삼각함수

(1) $\int \sin x dx =$

(2) $\int \cos x dx =$

(3) $\int \tan x dx =$

(4) $\int \cot x dx =$

(5) $\int \sec x \tan x dx =$

(6) $\int \csc x \cot x dx =$

(7) $\int \sec x dx =$

(8) $\int \csc x dx =$

(9) $\int \sec^2 x dx =$

(10) $\int \csc^2 x dx =$

(11) $\int \sec^3 x dx =$

(12) $\int \csc^3 x dx =$

(13) $\int \sin^2 x dx =$

(14) $\int \cos^2 x dx =$

(15) $\int e^{ax} \sin bx dx =$

(16) $\int e^{ax} \cos bx dx =$

3. 쌍곡선함수

$$(1) \int \sinh x \, dx =$$

$$(2) \int \cosh x \, dx =$$

$$(3) \int \operatorname{sech}^2 x \, dx =$$

$$(4) \int \operatorname{csch}^2 x \, dx =$$

$$(5) \int \tanh x \, dx =$$

$$(6) \int \coth x \, dx =$$

$$(7) \int \operatorname{sech} x \tanh x \, dx =$$

$$(8) \int \operatorname{csch} x \coth x \, dx =$$

4. 역삼각함수

$$(1) \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx =$$

$$(2) \int \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx =$$

$$(3) \int \frac{1}{1+x^2} \, dx =$$

$$(4) \int \frac{-1}{1+x^2} \, dx =$$

$$(5) \int \frac{1}{x \sqrt{x^2-1}} \, dx =$$

$$(6) \int \frac{-1}{x \sqrt{x^2-1}} \, dx =$$

$$(7) \int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} \, dx =$$

$$(8) \int \frac{1}{x^2+a^2} \, dx =$$

$$(9) \int \frac{1}{a^2x^2+b^2} \, dx =$$

5. 역쌍곡선함수

$$(1) \int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \, dx =$$

$$(2) \int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \, dx =$$

$$(3) \int \frac{1}{1-x^2} \, dx =$$

$$(5) \int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}} \, dx =$$

$$(4) \int \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} \, dx =$$

기본예제 문제풀이

■ 다음 적분을 계산하시오.

$$1. \int \frac{\ln x}{x} dx$$

$$2. \int \frac{1}{(1+x^2)\tan^{-1}x} dx$$

$$3. \int \frac{x^2}{x^3+5} dx$$

$$4. \int x(2x^2+1)^{10} dx$$

$$5. \int \cos x (\sin x + 3)^3 dx$$

$$6. \int \sin^4 x \cos x dx$$

$$7. \int \frac{\cos x}{\sin x + 2} dx$$

$$8. \int \frac{\sec^2 x}{\tan x + 1} dx$$

$$9. \int x \sqrt{1-x^2} dx$$

$$10. \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$11. \int \sin \frac{x}{2} dx$$

$$12. \int \cos \frac{x}{4} dx$$

$$13. \int e^{3x} dx$$

$$14. \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2} dx$$

$$15. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-16}}$$

$$16. \int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$$

$$17. \int \frac{1}{x^2+49} dx$$

$$18. \int_0^1 \frac{2x}{\sqrt{1+x^4}} dx$$

$$19. \int (1+x) \sqrt{1-x} dx$$

$$20. \int \frac{\sqrt[4]{x}}{1+\sqrt{x}} dx$$

$$21. \int \frac{1}{\sqrt{x^2+4x+5}} dx$$

$$22. \int \frac{1}{\sqrt{x^2-2x-10}} dx$$

27. $\int \frac{9x}{(x-1)(x+2)^2} dx$

28. $\int_0^1 \frac{1}{(x+2)(x+3)^2} dx$

29. $\int \frac{2x^2 + 1}{x(x-1)^2} dx$

30. $\int_0^1 \frac{x^2 + 3x}{(x+1)^2(x+2)} dx$

31. $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x^2+1)} dx$

32. $\int \frac{5}{(x-1)(x^2+4)} dx$

33. $\int \frac{1}{(x^2+1)(x^2+9)} dx$

34. $\int \frac{1}{(x^2+2)(x^2+6)} dx$

35. $\int_0^{\ln 2} \frac{2}{e^x + 2} dx$

36. $\int \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx$

37. $\int_0^{\ln \sqrt{3}} \operatorname{sech} x dx$

38. $\int_{-\infty}^0 \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}} dx$

기본예제 문제풀이

■ 다음 적분을 계산하시오.

39. $\int_0^1 \ln x \, dx$

40. $\int_1^e x^2 \ln x \, dx$

41. $\int_0^{\frac{1}{2}} \sin^{-1} x \, dx$

42. $\int_0^1 \cos^{-1} x \, dx$

43. $\int_0^1 (\sin^{-1} x)^2 \, dx$

44. $\int_1^e (\ln x)^2 \, dx$

45. $\int_0^1 2x \tan^{-1} x \, dx$

46. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sec^2 x \, dx$

47. $\int_0^1 x^2 e^x \, dx$

48. $\int_0^1 (2x-1) e^x \, dx$

49. $\int_0^{\pi} (x+1) \sin x \, dx$

50. $\int 2x \cos x \, dx$

51. $\int \sin(\ln x) \, dx$

52. $\int_0^{\frac{1}{2}} \left(\sin^{-1} x + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$

53. $\int e^x (\tan x + \sec^2 x) \, dx$

54. $\int_1^2 e^{-x} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx$

기본예제 문제풀이

■ 다음 적분을 계산하시오.

$$55. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x \, dx$$

$$56. \int_0^{3\pi} \cos^5 x \, dx$$

$$57. \int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \, dx$$

$$58. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos^6 x \, dx$$

$$59. \int_0^{\pi} \sin^2 x \cos^2 x \, dx$$

$$60. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^4 x \, dx$$

$$61. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^3 x \, dx$$

$$62. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^4 x \, dx$$

$$63. \int \frac{1}{1 - \sin x} \, dx$$

$$64. \int \frac{1}{4 + 5\cos x} \, dx$$

$$65. \int \frac{2}{1 + \tan x} \, dx$$

$$66. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2 + \tan x} \, dx$$

$$67. \int \sin 7x \cos 5x \, dx$$

$$68. \int \sin 5\theta \sin 3\theta \, d\theta$$

$$69. \int_0^{\pi} e^x \cos 2x \, dx$$

$$70. \int_0^{\pi} e^{-3x} \sin 4x \, dx$$

Step 1

필수예제 문제풀이

Ex. 1

적분 $\int_{-10}^{10} \frac{2e^x}{\sinh x + \cosh x} dx$ 의 값을 구하면?

① 10

② 20

③ 30

④ 40

Ex. 2

$\int_0^{\frac{1}{2}} (\sin^{-1}x + \cos^{-1}x) dx$ 의 값은?

① 0

② $\frac{\pi}{4}$

③ 1

④ $\frac{\pi}{2}$

Ex. 3

$\int \left(2\cos^2 x + \frac{1}{x(x-1)} \right) dx$ 의 부정적분은?

① $x + \frac{\sin 2x}{2} - \ln|x| + \ln|x-1| + C$ ② $-x + \frac{\cos 2x}{2} - \ln|x| + \ln|x-1| + C$ ③ $x + \frac{\cos x}{2} - \ln|x| + \ln|x-1| + C$ ④ $x - \frac{\sin 2x}{2} - \ln|x| + \ln|x-1| + C$ ⑤ $x - \frac{\cos x}{3} - \ln|x| + \ln|x-1| + C$

Ex. 4

다음 부정적분 $\int \cos x \sqrt{\sin x + 5} dx$ 을 구하면?

① $\frac{2}{3} \sqrt{(\sin x + 5)^3} + C$

② $\frac{1}{3} \sqrt{(\sin x + 5)^3} + C$

③ $\frac{2}{3} \sqrt{\sin x + 5} + C$

④ $\frac{1}{3} \sqrt{\sin x + 5} + C$

Ex. 5

$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec x \tan x (1 + \sec x) dx$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 2

Ex. 6

적분 $\int_1^\infty \frac{32 \arctan x}{1+x^2} dx$ 의 값은?

① $3\pi^2$

② $4\pi^2$

③ $5\pi^2$

④ 존재하지 않는다

Ex. 7

정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \sin 2x dx$ 의 값을 구하면?

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Ex. 8

부정적분 $\int \frac{x+2}{x+1} dx$ 을 구하면?

- ① $x - \ln(x+1)$ ② $x + \ln(x+1)$ ③ $x + \ln x$ ④ $1 + \ln(x+1)$

Ex. 9

적분 $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} x(1-x^2)^{\frac{3}{2}} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{31}{32}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ④ $\frac{31\sqrt{3}}{32}$ ⑤ $\frac{31}{160}$

Ex. 10

다음 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{2(1+\cos x)} dx$ 의 값은?

- ① $1 - \ln 3$ ② $1 - \ln 2$ ③ $1 + \ln 2$ ④ $1 + \ln 3$

Ex. 11

정적분 $\int_0^{\ln 3} \ln(\cosh x)^{\sinh x} dx$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{2}{3} \left(\ln \frac{5}{3} - 1 \right)$ ② $2 \ln \frac{5}{3} - \frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3} \left(5 \ln \frac{5}{3} - 2 \right)$ ④ $5 \ln \frac{5}{3} - 3$

Ex. 12

$$\int_{-1}^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$$
의 값은?

- ① $e - \sqrt{e}$ ② \sqrt{e} ③ e ④ $e + \sqrt{e}$

Ex. 13

정적분 $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{2-8x}{1+4x^2} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi}{4} - 2\ln 2$ ② $\frac{\pi}{4} - \ln 2$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{4} + \ln 2$ ⑤ $\frac{\pi}{4} + 2\ln 2$

Ex. 14

정적분 $\int_0^1 x^3 \sqrt{1+x^2} dx$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{2+2\sqrt{2}}{15}$ ② $\frac{2+3\sqrt{2}}{15}$ ③ $\frac{3+2\sqrt{2}}{15}$
④ $\frac{3+3\sqrt{2}}{15}$ ⑤ $\frac{2+4\sqrt{2}}{15}$

Ex. 15

정적분 $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ 의 값을 구하시오.

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{1}{24}$ ③ $\frac{\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ ④ $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{8}$ ⑤ $\frac{\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{8}$

Ex. 16

적분 $\int_{1/2}^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{4x^2 - 1}}$ 의 값을 구하시오.

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{3}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{5}$

Ex. 17

정적분 $\int_0^2 \frac{128}{(x^2+4)^3} dx$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{9\pi}{16} - 1$ ② $\frac{16\pi}{3} + 1$ ③ $\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}$ ④ $\frac{3\pi}{8} + 1$

Ex. 18

정적분 $\int_0^{64} \frac{dx}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{35}{2}$

② $\frac{55}{4}$

③ $\frac{63}{3}$

④ $\frac{80}{3}$

Ex. 19

정적분 $\int_0^1 \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx$ 의 값은?

① $2(e-1)$

② $2(e+1)$

③ $e-1$

④ $e+1$

⑤ $2(e-2)$

Ex. 20

정적분 $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ 의 값은?

① $e(2e-5)$

② $2e(e-2)$

③ $e(2e-3)$

④ $2e(e-1)$

⑤ $e(2e-1)$

Ex. 21

$\int_{-1}^1 \sqrt{3+2x-x^2} dx$ 의 값은?

① 0

② $\frac{1}{2}\pi$

③ π

④ 4π

Ex. 22

정적분 $\int_3^7 \frac{1}{(x+1)(x-2)} dx$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{3} \ln \frac{2}{5}$

② $\frac{3}{2} \ln 5$

③ $-\frac{1}{4} \ln \frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2} \ln \frac{1}{5}$

Ex. 23

$\int_1^2 \frac{x^2+1}{3x-x^2} dx = a + b \ln 2$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 유리수이다.)

① $\frac{4}{3}$

② 2

③ $\frac{8}{3}$

④ $\frac{10}{3}$

⑤ 4

Ex. 24

다음 중 부정적분을 계산하였을 때, $\ln|x+1|$ 항이 있는 식을 고르면?

ㄱ. $\int \frac{2x}{x^2-1} dx$

ㄴ. $\int \frac{x^2+1}{x(x+1)^2} dx$

ㄷ. $\int \frac{2}{x(x+1)(x+2)} dx$

① ㄱ, ㄴ

② ㄱ, ㄷ

③ ㄴ, ㄷ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ

⑤ 없음

Ex. 25

$\int_0^1 \frac{x^2 + 3x}{(x+1)^2(x+2)} dx$ 의 값을 구하면?

① $\ln \frac{32}{9} - 1$

② $\ln \frac{32}{9}$

③ $\ln \frac{32}{9} + 1$

④ $\ln \frac{16}{3} - 1$

Ex. 26

정적분 $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x^2+1)} dx$ 를 계산하면?

① $\frac{1}{4} \log 2 + \frac{\pi}{8}$

② $\log 2 + \frac{\pi}{2}$

③ $\frac{1}{2} \log 2 + \frac{\pi}{4}$

④ $\frac{3}{8}$

Ex. 27

적분 $\int_0^1 \frac{9}{1+x^3} dx$ 의 값이 $\ln a + \sqrt{3}\pi$ 일 때, a 의 값은?

① 3

② 8

③ 9

④ 16

Ex. 28

정적분 $\int_0^{\ln 2} \frac{2}{e^x + 2} dx$ 의 값을 구하면?

① e

② 1

③ $\ln 2$

④ $\ln \frac{3}{2}$

Ex. 29

정적분 $\int_{\ln \frac{2}{\sqrt{3}}}^{\ln \frac{2}{3}} \frac{e^x}{4 + 9e^{2x}} dx$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{\pi}{72}$

② $-\frac{\pi}{16}$

③ $\frac{2}{33}$

④ $\frac{1}{16}$

Ex. 30

$\int e^x \sinh x dx$ 를 계산하면?

① $\frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}e^{-x} + C$ ② $\frac{1}{4}e^{2x} - \frac{1}{2}x + C$ ③ $\frac{1}{4}e^{-2x} - \frac{1}{4}x + C$ ④ $\frac{1}{4}e^{2x} - \frac{1}{4}e^{-x} + C$

Ex. 31

적분 $\int_1^e (\ln x)^2 dx$ 의 값은?

- ① $e - 2$ ② $e - 1$ ③ e ④ $e + 1$ ⑤ $e + 2$

Ex. 32

적분 $\int_0^1 x \ln(x+1) dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 1

Ex. 33

적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x \ln(\sin x) dx$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{7}$ ④ $-\frac{1}{9}$

Ex. 34

정적분 $\int_0^{2\pi} (x^2 + 1) \sin x dx$ 의 값을 구하면?

- ① $-8\pi^2$ ② $-4\pi^2$ ③ 0 ④ $\frac{\pi^2}{2}$

Ex. 35

$$\int_0^{\sqrt{3}} x \tan^{-1} x + \frac{x^2}{2(1+x^2)} dx \text{ 의 값은?}$$

① $\frac{\pi}{8}$

② $\frac{\pi}{4}$

③ $\frac{\pi}{2}$

④ π

Ex. 36

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{\cos(\pi x)}{x} - \frac{3}{2\pi} \frac{\sin(\pi x)}{x^2} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} dx \text{ 의 값은?}$$

① $2\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{2}\pi$

③ $-\frac{\sqrt{2}}{\pi}$

④ $-\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$

Ex. 37

$$\text{이상적분 } \int_0^1 \left(2x \sin \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} \cos \frac{1}{x^2} \right) dx \text{의 값은?}$$

① $-\sin 2$

② $-\sin 1$

③ 0

④ $\sin 1$

⑤ $\sin 2$

Ex. 38

정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 2x dx$ 의 값을 구하면?

① $\frac{3\pi}{32}$

② $\frac{3}{16}$

③ $\frac{3\pi}{16}$

④ $\frac{3}{8}$

Ex. 39

정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{5}{4\sin x + 3\cos x} dx$ 의 값은?

① $\ln \frac{3}{2}$

② $\ln 2$

③ $\ln 3$

④ $\ln 6$

Ex. 40

정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\frac{1}{1+\tan x} - \frac{1}{2} \right] dx$ 의 값은?

① $\frac{1}{8} \ln 2$

② $\frac{1}{4} \ln 2$

③ $\frac{3}{4} \ln 2$

④ $\frac{\pi}{8}$

⑤ $\frac{3\pi}{4}$

Ex. 41

정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \sin^3 x dx$ 의 값은?

① $\frac{1}{12}$

② $\frac{1}{6}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{2}$

Ex. 42

정적분 $6 \int_0^{\frac{\pi}{8}} (\sin^5 2x \cos^2 x - \sin^5 2x \sin^2 x) dx$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{16}$

③ $\frac{1}{32}$

④ $\frac{1}{64}$

Ex. 43

$\int_0^x \sin 5\theta \sin 3\theta d\theta$ 와 같은 식을 구하면?

① $-\frac{1}{16} \sin 8x - \frac{1}{4} \sin 2x$

② $-\frac{1}{16} \sin 8x + \frac{1}{4} \sin 2x$

③ $-\frac{1}{16} \cos 8x - \frac{1}{4} \sin 2x$

④ $-\frac{1}{16} \cos 8x + \frac{1}{4} \sin 2x$

Ex. 44

1보다 큰 자연수 n 에 대하여 a_n 과 b_n 을 다음의 등식 $\int \sin^n x dx = -a_n \sin^{n-1} x \cos x + b_n \int \sin^{n-2} x dx$

가 성립하도록 정의할 때, $a_n + b_n$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{n}$

② $\frac{n-2}{n}$

③ $\frac{n-1}{n}$

④ 1

Ex. 45

n 은 3이상의 자연수이다. $\int \tan^n x dx = \frac{\tan^{n-1} x}{n-1} - \int B dx$ 를 만족하는 B 는?

① $\tan^{n-1} x$

② $\sec^{n-1} x$

③ $\tan^{n-2} x$

④ $\sec^2 x$

Step 2

필수예제 문제풀이

Ex. 46

정적분 $\int_0^1 \sin(\tan^{-1}x) \cos(\tan^{-1}x) dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2} \ln 2$ ② $\frac{1}{3} \ln 2$ ③ $\frac{1}{4} \ln 2$ ④ $\frac{1}{5} \ln 2$

Ex. 47

정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec^3 x dx$ 의 값은?

- ① $\sqrt{3} + \frac{1}{2} \ln(2 - \sqrt{3})$ ② $\sqrt{3} + \ln(1 + \sqrt{3})$ ③ $\sqrt{3} + \ln(2 + \sqrt{3})$
④ $\sqrt{3} + \frac{1}{2} \ln(1 + \sqrt{3})$ ⑤ $\sqrt{3} + \frac{1}{2} \ln(2 + \sqrt{3})$

Ex. 48

정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan^2 x) \tan x dx$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ 2

Ex. 49

상수 a, b, c 에 대하여 다음의 식이 성립할 때, 합 $a+b+c$ 의 값은?

$$\int \left(2x + \frac{1}{x}\right) \ln x \, dx = ax^2 \ln x + b(\ln x)^2 + cx^2 + (\text{적분상수})$$

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

Ex. 50

양수 a 에 대하여 $\int_0^a \sinh x \, dx = 2$ 일 때, $\int_0^a \tanh x \, dx$ 의 값은?

- ① 1 ② $\ln 2$ ③ $\ln 3$ ④ 2

Ex. 51

$\int_0^a \sin x(1 + \cos x) \, dx = 2$ 일 때, a 의 값은? (단, $0 \leq a \leq \pi$)

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3\pi}{4}$ ④ π

Ex. 52

정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec^{2021} x \tan x \, dx$ 의 값은?

① $2^{2020} - 1$

② $2^{2020} + 1$

③ $\frac{2^{2021} - 1}{2021}$

④ $\frac{2^{2021} + 1}{2021}$

Ex. 53

$\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x \cos^3(x^2) \sin(x^2) \, dx = ?$

① $-\frac{1}{4}$

② $-\frac{1}{8}$

③ 0

④ $\frac{1}{8}$

⑤ $\frac{1}{4}$

Ex. 54

적분 $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^3 x \sec^5 x \, dx$ 의 값은?

① $\frac{412}{35}$

② $\frac{414}{35}$

③ $\frac{416}{35}$

④ $\frac{418}{35}$

⑤ $\frac{84}{7}$

Ex. 55

함수 f 가 구간 $[1, 2]$ 에서 연속이고 $\int_1^2 x^k f(x) dx = 2 + k^2$ ($k = 0, 1, 2$) 을 만족시킬 때, $\int_1^4 f(\sqrt{x}) dx$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 11

Ex. 56

정적분 $\int_7^{62} \frac{dx}{\sqrt{1+\sqrt{2+x}}}$ 의 값은?

- ① $\frac{52}{3}$ ② $\frac{64}{3}$ ③ 52 ④ 64

Ex. 57

다음 정적분 $\int_1^5 \frac{1}{\sqrt{t^2 - 6t + 13}} dt$ 의 값은?

- ① $\ln(3+2\sqrt{2})$ ② $\ln(1+\sqrt{2})$ ③ $\ln(3-\sqrt{2})$ ④ $\ln(2+\sqrt{2})$

Ex. 58

정적분 $\int_{-2}^{-1} \frac{x}{(x^2 + 4x + 5)^2} dx$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{4}(\pi+1)$ ② $-\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\ln 2$ ③ $-\frac{1}{2}(\pi+1)$ ④ $-\pi + \ln 2$

Ex. 59

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} dx$$
의 값은?

① $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

② $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$

③ $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

④ $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$

Ex. 60

정적분 $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} x \sqrt{1-x^4} dx$ 를 계산하면?

① $\frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$

② $\frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$

③ $\frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$

④ $\frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$

Ex. 61

정적분 $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{\frac{1}{x} - 1} dx$ 의 값을 구하면?

① $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$

② $\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}$

③ $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$

④ $\frac{\pi}{3} + \frac{1}{2}$

Ex. 62

$\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$ 의 값은?

① $-1 - \frac{\pi}{2}$

② $-1 + \frac{\pi}{2}$

③ $1 - \frac{\pi}{2}$

④ $1 + \frac{\pi}{2}$

Ex. 63

$f(1) = 1, f(4) = 0, f'(1) = 3, f'(4) = 4$ 이고 f'' 이 연속일 때, 정적분 $\int_1^4 xf''(x) dx$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

Ex. 64

함수 $f_n(x) = n|x|$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-1}^1 \{f_n(x) - f_{n-1}(x)\}^2 dx$ 를 구하면?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 존재하지 않는다.

Ex. 65

적분 $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)} dx$ 의 값은?

- | | | |
|---------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| ① $2\ln 2 - \ln 3 - \frac{1}{6}\ln 5$ | ② $\ln 2 + \ln 3 - \frac{1}{6}\ln 5$ | ③ $\ln 2 - \ln 3 + \frac{1}{6}\ln 5$ |
| ④ $2\ln 2 - \ln 3 + \frac{1}{6}\ln 5$ | ⑤ $\ln 2 + \ln 3 + \frac{1}{6}\ln 5$ | |

Ex. 66

미분가능한 함수 $f : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow R$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 가 점 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3}{2}\right)$ 을 지나고 이 곡선 위의 임의의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $\frac{\tan x}{\sin 2x}$ 일 때, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은?

- ① $\sqrt{3}+1$ ② $\sqrt{3}-1$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}+1$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}-1$

Ex. 67

함수 $f(t) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq t < 0 \\ 5\sin t, & 0 \leq t \leq \pi \end{cases}$ 에 대하여 $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos nt dt$ 라 할 때, $a_2 + a_4$ 의 값은?

- ① $-\frac{4}{\pi}$ ② $-\frac{3}{\pi}$ ③ $-\frac{2}{\pi}$ ④ $-\frac{1}{\pi}$

Ex. 68

다음 적분값을 계산하시오.

$$\int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x(1+(\ln x)^3)} dx$$

- ① $\frac{\ln 2}{3}$ ② $\ln 2$ ③ $\frac{\ln(1+e^3) - \ln 2}{3}$
④ $\ln(1+e^3) - \ln 2$ ⑤ $\frac{1}{2e}$

Ex. 69

정적분 $\int_1^2 x \arcsin\left(\frac{1}{x}\right) dx$ 를 구하면?

- ① $\frac{\pi}{16} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{\pi}{8} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\pi}{8} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ex. 70

정적분 $\int_0^1 \pi (\arccos x)^2 dx$ 를 구하면?

- ① $\pi^2 - 2\pi$ ② $\pi^2 - \pi$ ③ π^2 ④ $\pi^2 + \pi$ ⑤ $\pi^2 + 2\pi$

Ex. 71

정적분 $\int_0^1 \sin(2 \arccos x) dx$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

Ex. 72

정적분 $\int_0^1 x^5 e^{x^2} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}e - 1$ ② $\frac{1}{2}e$ ③ $e - 1$ ④ e

Ex. 73

정적분 $\int_0^1 x^5 e^{-x^3} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3} \left(1 - \frac{2}{e}\right)$ ② $-\frac{1}{3e}$ ③ $\frac{1}{3e}$ ④ $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{2}{e}\right)$

Ex. 74

정적분 $\int_{\ln(1/\pi)}^{\ln(2/\pi)} \frac{1 + \cos(e^{-x})}{e^x} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi}{2} + 1$ ② $1 - \frac{\pi}{4}$ ③ $2 - \frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{\pi}{2} - 1$

Ex. 75

$$\frac{\int_0^{\pi/2} (\cos x)^{2020} dx}{\int_0^{\pi/2} (\cos x)^{2018} dx} \text{ 의 값을 계산하시오.}$$

- ① $\frac{2019}{2020}$ ② $-\frac{2019}{2020}$ ③ $\frac{2019}{2}$ ④ $-\frac{2019}{2}$ ⑤ $\frac{2020}{2018}$

Ex. 76

$$\frac{\int_0^1 (1-x^2)^{2020} dx}{\int_0^1 (1-x^2)^{2019} dx} \text{ 의 값은?}$$

- ① $\frac{1010}{1011}$ ② $\frac{2019}{2020}$ ③ $\frac{2020}{2021}$ ④ $\frac{4039}{4040}$ ⑤ $\frac{4040}{4041}$

Ex. 77

정적분 $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^3+x}{(x^2-1)^3} dx$ 를 구하면?

- ① $-\frac{1}{9}$ ② $-\frac{2}{9}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{5}{9}$

Ex. 78

$\int_1^2 \frac{3x+1}{x^2+x} dx$ 의 값은?

- ① $\ln 3$ ② $\ln \frac{7}{2}$ ③ $\ln 4$ ④ $\ln \frac{9}{2}$ ⑤ $\ln 5$

Ex. 79

정적분 $\int_0^1 \frac{x^2 - 2x}{(x+1)^3} dx$ 의 값은?

- ① $-\frac{7}{8} + \ln 2$ ② $-\frac{5}{4} + \ln 2$ ③ $\frac{7}{8} + \ln 2$ ④ $\frac{9}{8} + \ln 2$

Ex. 80

정적분 $\int_0^1 \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx$ 의 값은?

- ① $e - 1$ ② $e^2 - 1$ ③ $\frac{e}{2} - 1$ ④ $\frac{e}{4} - \frac{1}{2}$

Ex. 81

$$\int_0^1 \ln(1+x^2) dx \text{ 의 값은?}$$

- ① $\ln 2 - 2 + \frac{\pi}{2}$ ② $\ln 2 - 2 + \pi$ ③ $\ln 2 + 2 - \pi$ ④ $\ln 2 + 2 - \frac{\pi}{2}$

Ex. 82

정적분 $\int_0^1 \tanh^3 x dx$ 를 구하면?

- ① $\ln(\cosh 1) - \frac{\tanh^2 1}{2}$ ② $\ln(\cosh 1) + \frac{\tanh^2 1}{2}$ ③ $\frac{\ln(\cosh 1)}{2} - \frac{\tanh^2 1}{3}$
 ④ $\frac{\ln(\cosh 1)}{2} + \frac{\tanh^2 1}{3}$ ⑤ $\ln(\cosh 1) - \frac{\tanh^2 1}{3}$

Ex. 83

함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x + 1}{e^x + x}, & (0 \leq x \leq 1) \\ \frac{(\ln x)^2}{x} + 1, & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 때, $\int_0^2 f(x) dx$ 를 구하시오.

- ① $\ln(e^2 + 2) + \frac{(\ln 2)^3}{3} + 1$ ② $\ln(e + 1) + \frac{(\ln 2)^3}{3} + 1$
 ③ $\frac{e^2 + 1}{e^2 + 2} + \frac{(\ln 2)^2}{2}$ ④ $-\infty$

Ex. 84

정적분 $\int_1^2 \frac{x^2-1}{x^3+x} dx$ 의 값은?

- ① $\ln\left(\frac{5}{4}\right)$ ② $\ln\left(\frac{3}{2}\right)$ ③ $\ln\left(\frac{7}{4}\right)$ ④ $\ln 2$ ⑤ $\ln\left(\frac{9}{4}\right)$

Ex. 85

정적분 $\int_0^{\sqrt{2}} x^3 \sqrt{x^2+2} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{8}{15}(2+\sqrt{2})$ ② $\frac{8}{15}(2-\sqrt{2})$ ③ $\frac{16}{15}(2+\sqrt{2})$ ④ $\frac{16}{15}(2-\sqrt{2})$

Ex. 86

적분 $\int_{\frac{1}{2}}^1 (\arccos x)^2 dx$ 를 구하면?

- ① $\frac{\pi}{6}-2+\sqrt{3}-\frac{\pi^2}{72}$ ② $\frac{\pi}{6}+2+\sqrt{3}-\frac{\pi^2}{72}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi+1-\frac{\pi^2}{18}$
④ $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi-1-\frac{\pi^2}{18}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi-1+\frac{\pi^2}{18}$

Ex. 87

적분값 $\int_0^1 \ln(1+e^x) dx - \int_{-1}^0 \ln(1+e^x) dx$ 를 구하면?

- ① $-\frac{e}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{e}{2}$

Ex. 88

$\int_0^\infty \frac{x+x \ln x}{1+x^4} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi-2}{4}$ ② $\frac{\pi-1}{4}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi+1}{4}$

Ex. 89

이차함수 $f(x)$ 에 대하여 부정적분 $\int \frac{f(x)}{x^2(x+1)^3} dx$ 가 유리함수이다. $f(0)=1$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Ex. 90

이차함수 $f(x)$ 가 다음을 만족시킨다.

(가) $f(0)=9$,	(나) $\int \frac{f(x)}{x^2(x+3)^2} dx$ 는 유리함수이다.
----------------	---

$f'(0)$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

기본예제 문제풀이

■ 다음을 계산하시오.

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n}^{3n} \frac{1}{n+k}$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{2n+k} \ln\left(2 + \frac{k}{n}\right)$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7}{\sqrt[3]{n^2}} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt[3]{n+7k}}$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{1}{n^2+1^2} + \frac{1}{n^2+2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2+n^2} \right)$$

$$11. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2^2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n^2}} \right)$$

$$12. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+4} + \frac{1}{n+6} + \cdots + \frac{1}{n+2n} \right)$$

기본예제 문제풀이

■ 다음을 계산하시오.

13. $f(x) = \int_0^{x^2+x} \sin(e^t) dt$ 의 $f'(0)$ 은?

14. $y = \int_{\tan^{-1}x}^{\frac{\pi}{4}} e^{\sqrt{t}} dt$ 일 때, $x=1$ 에서 $\frac{dy}{dx}$ 를 구하시오.

15. $f(x) = \int_0^x (x-t) \sin t dt$ 에서 $f'(\pi)$ 의 값은?

16. $f(x) = \int_0^x (e^x - t) e^t dt$ 에서 $f'(0)$ 의 값은?

17. $y > 0$ 일 때, $\frac{d}{dy} \int_0^1 \frac{e^{-x} - e^{-xy}}{x} dx$ 를 계산하면?

18. 함수 $f(x) = \int_0^{x^2+x-2} \sqrt{x+t^2} dt$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은?

19. 다음 극한 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_2^x e^{t^2} dt$ 값을 구하면?

20. 다음 극한 $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{x-\pi} \int_{\pi}^x \frac{\sin t \cos t}{t+\pi} dt$ 값을 구하면?

21. 다음 극한 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \int_x^{3x} \frac{\sin 3t}{t} dt$ 값을 구하면?

22. 구간 $[0, 3]$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 일 때, $f(x)$ 의 평균값은?

23. 실수 a, b 가 $0 \leq a < b \leq 1$ 을 만족할 때, $\frac{1}{b-a} \int_a^b \frac{1}{1+x^3} dx$ 의 값이 될 수 있는 것은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{8}{3}$

기본예제 문제풀이

■ 다음을 계산하시오.

24. $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \cos x + x \sin^2 x + x^3 \cos x \, dx$ 의 값을 계산하시오.

25. $\int_{-1}^1 (x^5 - 6x^9 + \frac{\sin x}{(1+x^4)^2} + xe^{-x^2}) \, dx$ 의 값은?

26. $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin^{-1} x \, dx$ 의 값을 계산하시오.

27. $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos^{-1} x \, dx$ 의 값을 계산하시오.

28. $k = \int_0^{2\pi} |\sin x| \, dx$ 일 때, $3^k - 1$ 의 값은?

29. $\int_1^2 [x^2] \, dx$ 의 값은? (단, $[t]$ 는 t 보다 크지 않은 최대의 정수값을 나타낸다.)

30. 함수 $y = f(x) = x^3 + x$ 의 역함수를 $x = f^{-1}(y)$ 라 할 때 $\int_0^2 f^{-1}(y) dy$ 의 값은?

31. 구간 $[1, 3]$ 에서 정의된 연속함수 f 가 단조증가하고, $f(1) = 2$, $f(3) = 5$, $\int_1^3 f(x) dx = \frac{9}{2}$ 의 조건을 만족할 때, f 의 역함수 f^{-1} 에 관한 정적분 $\int_2^5 f^{-1}(y) dy$ 의 값은?

32. $f(x) = 1 + x + x^3$ 일 때 $\int_1^3 \pi \{f^{-1}(y)\}^2 dy$ 의 값은?

33. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^n x}{\sin^n x + \cos^n x} dx$ 의 값을 계산하시오.

34. $\int_0^{2020} \frac{\sqrt{2020-x}}{\sqrt{x} + \sqrt{2020-x}} dx$ 의 값을 계산하시오.

Step 1

필수예제 문제풀이

Ex. 1

극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2}$ 의 값은?

① $\frac{\pi}{4}$

② $\frac{\pi}{3}$

③ $\frac{\pi}{2}$

④ 2π

Ex. 2

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{kn^2}{n^4 + k^4}$ 의 값은?

① $\frac{\pi}{10}$

② $\frac{\pi}{9}$

③ $\frac{\pi}{8}$

④ $\frac{\pi}{7}$

Ex. 3

$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{\pi}{2n} \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right)$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

① 0

② 1

③ $\frac{\pi}{2}$

④ π

Ex. 4

다음 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2}{n} \sqrt{1 + \frac{3k}{n}}$ 의 값은?

① $\frac{28}{9}$

② $\frac{32}{9}$

③ $\frac{48}{9}$

④ $\frac{64}{9}$

Ex. 5

극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + 3kn}}$ 의 값은?

① 2

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{4}{3}$

Ex. 6

수열 $a_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$ 의 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 은?

① 1

② $\frac{3}{2}$

③ 2

④ ∞

Ex. 7

극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{\pi}{4n} \tan \frac{i\pi}{4n}$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ $\ln \sqrt{2}$

④ $\ln 2$

Ex. 8

함수 f 가 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left[1 + \left(\frac{k\sqrt{\pi}}{n} \right) \sin \pi \left(\frac{k}{n} \right)^2 \right]$ 와 같이 정의될 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)$ 의 값은?

① $\frac{1 - \sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}}$

② $\frac{1 + \sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}}$

③ $\frac{1 + \sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}$

④ $\frac{1 - \sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}$

Ex. 9.

함수 $f(x) = e^x$ 와 양의 정수 n 에 대하여 $g_n(x) = \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}x\right) \frac{x^2}{n}$ 이라고 정의할 때, 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} g_n'(1)$ 의 값은?

① e

② $2e - 1$

③ $3e - 2$

④ $4e - 3$

⑤ $5e - 4$

Ex. 10.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{3\sqrt{k}}{n\sqrt{n}}$ 의 값은?

① $\sqrt{2} - 1$

② $2\sqrt{2} - 1$

③ $2\sqrt{2} - 2$

④ $4\sqrt{2} - 2$

Ex. 11.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{8}{n} + \frac{8n}{n^2+1} + \frac{8n}{n^2+4} + \frac{8n}{n^2+9} + \dots + \frac{8n}{2n^2-2n+1} \right)$ 의 값은?

① π

② 2π

③ 3π

④ 4π

⑤ 5π

Ex. 12

$f(x) = \int_{-1}^x e^{t^2} dt$ 이고 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 P 의 x 좌표가 -1 일 때, 점 P 에서 곡선 $y=f(x)$ 에 접하는 접선의 y 절편은?

① 1

② e

③ $2e$

④ $4e^2$

Ex. 13

$f(x) = \int_8^{x^3} \ln(t^2 + 4) dt$ 에 대하여, $y=f(x)$ 와 점 $(2, 0)$ 에서 접하는 직선의 y 절편은?

① $-4\ln 6$

② $-2\ln 68$

③ $-48\ln 6$

④ $-24\ln 68$

Ex. 14.

곡선 $y = \int_0^{\sqrt{x}} \sqrt{1-t^2} dt$ 의 $x = \frac{1}{2}$ 에서의 접선의 방정식은?

① $y = \frac{1}{2}x + \frac{\pi}{8}$

② $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{\pi}{2}$

③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{\pi+2}{8}$

④ $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{\pi-\sqrt{2}}{2}$

Ex. 15

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \left\{ \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt - x \right\}$$
의 값은?

① $\frac{1}{18}$

② $-\frac{1}{18}$

③ $\frac{1}{9}$

④ $-\frac{1}{9}$

Ex. 16

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \int_{\sqrt{a}}^{\sqrt{x}} te^t \sin t dt$$
 를 구하시오. ($a > 0$)

① $\frac{1}{2} e^{\sqrt{a}} \sin \sqrt{a}$

② $e^{\sqrt{a}}$

③ $\sqrt{a} e^{\sqrt{a}} \sin \sqrt{a}$

④ $\frac{e^{\sqrt{a}} \sin \sqrt{a}}{2\sqrt{a}}$

Ex. 17

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \int_x^{2x} \frac{2 + \sin t}{t} dt$$
 의 값은?

① $\ln 2$

② 1

③ 2

④ 5

⑤ ∞

Ex. 18

$$f(x) = \int_0^{2x} \frac{1}{\sqrt{1+t^3}} dt$$
 일 때 극한 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1-h)}{h}$ 의 값은?

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{8}{3}$

④ $\frac{16}{3}$

Ex. 19

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_0^{\sin x} \tan(t^2) dt = \frac{n}{m}$ 이라고 할 때, $m+n$ 의 값은? (단, m, n 은 서로 소인 자연수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

Ex. 20

극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\int_0^{x^2} \sin 2t dt \right)}{\left(\int_0^x x^2 \tan t dt \right)}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

Ex. 21

함수 $f(x) = x + e^x - e - 1$ 일 때, $g(x) = \frac{d}{dx}(f^{-1}(x))$ 라 하자. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_x^{2x} g(t) dt$ 의 값은?

① -1

② 0

③ $\frac{1}{1+e}$ ④ $\frac{1}{e}$

⑤ e

Ex. 22

$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} \int_0^x \sin(t^2) dt & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$ 으로 정의된 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은?

① 1

② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$

Ex. 23

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a}{a^{x-1} - b^{x-1}} \int_1^x (e^c(c+1) - ec) dc$ 의 값은 얼마인가? (단, a, b 는 모두 1 이 아님.)

① 0

② $\frac{ae}{\ln a - \ln b}$

③ $\frac{1}{2} \frac{e}{\ln a - a \ln b}$

④ $\frac{1}{2} \frac{ae}{\ln a - \ln b}$

Ex. 24

두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 $f(x) = \int_0^{\tan x} \sqrt{1+t^2} dt$, $g(x) = \int_0^{2x} f(t) dt$ 을 만족시킬 때, $g''\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 의 값은?

① 20

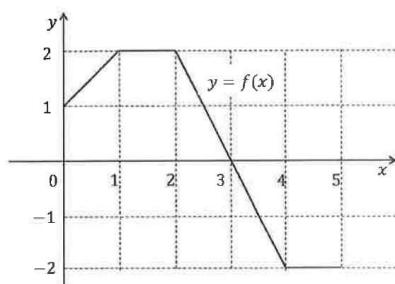
② 24

③ 28

④ 32

Ex. 25

다음은 함수 f 의 그래프이다.



$F(x) = \int_0^{x^2} f(t) dt$ 라 할 때, $F''(\sqrt{3})$ 의 값은?

① -2

② -12

③ -24

④ -72

Ex. 26

함수 $f(x) = x - \int_0^x \ln(x-t)dt$ 에 대하여, 점 $(1, f(1))$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 의 접선의 방정식은?

- | | | |
|----------------|----------------|---------------|
| ① $y = x + 1$ | ② $y = x + 2$ | ③ $y = x + 3$ |
| ④ $y = 2x + 1$ | ⑤ $y = 2x + 2$ | |

Ex. 27

함수 $f(x) = \int_0^{x^2} \sin(xt)dt$ 의 미분 $f'(1)$ 의 값은?

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| ① $\cos 1 + 3\sin 1 + 1$ | ② $3\cos 1 + \sin 1 + 1$ | ③ $\cos 1 + 3\sin 1 - 1$ |
| ④ $3\cos 1 + \sin 1 - 1$ | ⑤ $\cos 1 - 3\sin 1 - 1$ | |

Ex. 28

함수 $f(x)$ 와 양의 실수 a 가 $2016 + \int_{2a}^x \frac{f(t)}{\sqrt{t^2 - 3a^2}} dt = x^2$ 을 만족할 때, $f(3a)$ 의 값은?

- | | | | |
|--------------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------|
| ① $3\sqrt{6} \times 504$ | ② $3\sqrt{6} \times 2016$ | ③ $6\sqrt{6} \times 504$ | ④ $6\sqrt{6} \times 2016$ |
|--------------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------|

Ex. 29

함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \tanh x - x + \int_0^x f'(t) \tanh^2 t dt$ 를 만족시킬 때, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

① $\frac{1+\cosh 1}{4}$

② $\frac{1-\cosh 1}{4}$

③ $\frac{1+\sinh 1}{4}$

④ $\frac{1-\sinh 1}{4}$

Ex. 30

함수 $f(t)$ 와 상수 a 가 다음 등식을 만족할 때, $a+f(4)$ 의 값은?

$$8 + \int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt = 2\sqrt{x}, \quad x > 0$$

① 4

② 10

③ 16

④ 24

Ex. 31

연속함수 f 가 $\int_1^{2x} f(t) dt = x \sin^{-1} x$ 를 만족할 때, $f(1)$ 의 값은?

① 0

② $\frac{\pi+3\sqrt{3}}{12}$

③ $\frac{\pi+2\sqrt{3}}{12}$

④ $\frac{\pi+\sqrt{3}}{6}$

Ex. 32

양의 실수 x 에 대하여 함수 $F(x), f(x)$ 는 다음 세 조건을 만족한다. 이 때, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은?

ㄱ. $F'(x) = f(x)$

ㄴ. $F(x) = xf(x) + x \sin x + \cos x$

ㄷ. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$

① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ex. 33

$\alpha > -1$ 일 때, 정적분 $\int_0^1 \frac{x^\alpha - 1}{\ln x} dx$ 의 값을 구하면?

- ① $\alpha + 1$ ② $\alpha \ln(\alpha + 1)$ ③ $\ln(\alpha + 1)$ ④ $\frac{\ln(\alpha + 1)}{\alpha}$

Ex. 34

함수 $f(x) = \int_{\sin x}^{1+x} e^{t^2 + 2xt} dt$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은?

- ① $e - 1$ ② $2e - 2$ ③ $e + 2$ ④ $2e + 1$

Ex. 35

$f(x) = \int_1^{x^2} \sin(x + t^2) dt$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은?

- ① 0 ② $\sin 1$ ③ $2 \sin 1$ ④ $\sin 2$ ⑤ $2 \sin 2$

Ex. 36

$f(x) = \int_x^1 e^{t^2 + xt} dt$ 일 때, $f'(0)$ 은?

- ① $e \cos(1) - 2$ ② $-2 + e$ ③ $\frac{e}{2} - \frac{3}{2}$ ④ $\frac{e}{2} + \frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{e}{2} - \frac{1}{2}$

Ex. 37

$\int_0^\pi |\sin x - \sqrt{3} \cos x| dx$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Ex. 38

정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |2\sin 2x - 1| dx$ 의 값은?

- ① $2\sqrt{3} - 2 - \frac{\pi}{6}$ ② $2\sqrt{3} - 2 + \frac{\pi}{6}$ ③ $2\sqrt{3} - 1 - \frac{\pi}{6}$
④ $2\sqrt{3} - 1 + \frac{\pi}{6}$ ⑤ $2\sqrt{3} + 1 - \frac{\pi}{6}$

Ex. 39

$f(x) = 2x + \cos x$ 일 때 적분 $\int_1^{2\pi-1} f^{-1}(x) dx$ 의 값은?

- ① $\pi^2 - \pi$ ② $\pi^2 - 1$ ③ $2\pi + 1$ ④ $\frac{\pi^2}{2} + 1$

Ex. 40

함수 $f(x) = \sqrt{4x + 5x^4}$ ($x \geq 0$)의 역함수 $g(x)$ 라 할 때, 정적분 $\int_0^3 xg(x) dx$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Ex. 41

$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{dx}{1+x^n}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ e ④ $\frac{1}{e}$ ⑤ e^2

Ex. 42

f 가 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속함수일 때, 적분 $\int_0^1 \frac{\sin x}{\sin x + \sin(1-x)} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

Ex. 43

정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sum_{k=1}^{100} \frac{\sin^k x}{\sin^k x + \cos^k x} dx$ 의 값은?

- ① 25π ② 50π ③ 100π ④ 125π ⑤ 150π

Ex. 44

적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\tan^3 x}}{\sqrt{\tan^3 x + \sqrt{\cot^3 x}}} dx$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{3}$

Ex. 45

연속함수 $f(x)$ 가 $f(x) + f(-x) = x^2 - 1$ 을 만족할 때, $\int_{-1}^1 f(x)dx$ 의 값은?

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$

Ex. 46

연속함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, 상수 a 의 값은?

$$f(x) + f(-x) = ax^2 + 1, \quad \int_{-1}^1 f(x) dx = 3$$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6

Ex. 47

함수 $f(x)$ 가 $[0, \pi]$ 에서 연속이고 모든 $x \in [0, \pi]$ 에 대하여 $f(x) + f(\pi - x) = \sin x$ 를 만족할 때

$$\int_0^\pi f(x) dx$$
 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{\pi}{2}$

Ex. 48

정적분 $\int_{-1}^1 (e^{x^3} - e^{-x^3}) dx$ 의 값은?

- ① $\sqrt[3]{e} - \frac{1}{\sqrt[3]{e}}$ ② $e - \frac{1}{e}$ ③ 0 ④ $e + \frac{1}{e}$ ⑤ $\sqrt[3]{e} + \frac{1}{\sqrt[3]{e}}$

Ex. 49

적분 $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{x^2 \sin^{-1}x - 6\cos^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ 의 값은?

- ① $-\pi^2$ ② $-\pi$ ③ π ④ π^2

Ex. 50

a_n 을 다음과 같이 정의할 때, a_{2020} 의 값은?

$$a_n = \int_{-1}^1 x^2 (\cos(n\pi x) + \sin(n\pi x)) dx$$

- ① $-\frac{8}{3(2020\pi)^3}$ ② $-\frac{4}{(2020\pi)^2}$ ③ $\frac{4}{(2020\pi)^2}$ ④ $\frac{8}{3(2020\pi)^3}$

Ex. 51

정적분 $\int_{-\pi}^{\pi} \{\sin(mx)\cos(nx) + \sin(mx)\sin(nx) + \cos(mx)\cos(nx)\} dx$ 의 값은?

(단, m, n 은 양의 정수이고, $m \neq n$ 이다.)

- ① $m+n$ ② $m-n$ ③ 0 ④ π ⑤ 2π

Ex. 52

함수 $f(x) = \int_x^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(2+\cos t)^2} dt$ 에 대하여 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cos x dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

Ex. 53

실수에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = (x^2 + 1)^2 - \int_0^x t^2 f'(t) dt$ 를 만족할 때, $f(2)$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

Ex. 54

$f(x) = x \cos x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ 를 만족할 때, $f(\pi)$ 의 값을 구하면?

- ① $-\pi - 1$ ② $-2\pi + 2$ ③ $-\pi + 1$ ④ $-\frac{\pi}{2} + 4$

Ex. 55

다음 극한을 구하시오.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{n^2 + 1^2} \right)^{\frac{1}{n^2 + 1^2}} \left(\frac{n^2}{n^2 + 2^2} \right)^{\frac{2}{n^2 + 2^2}} \cdots \left(\frac{n^2}{n^2 + n^2} \right)^{\frac{n}{n^2 + n^2}}$$

- ① $-\frac{\ln 2}{2}$ ② $-\frac{(\ln 2)^2}{4}$ ③ $e^{-\frac{\ln 2}{2}}$ ④ $e^{-\frac{(\ln 2)^2}{4}}$

Ex. 56

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(\sum_{k=1}^n \sqrt{1 + \cos \frac{\pi k}{2n}} \right) \sqrt{1 - \cos \frac{\pi}{2n}} \right\}$ 의 값을?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

Ex. 57

아래 적분을 구하라.

$$\int_0^1 \sin^{-1} x \, dx$$

- ① 존재하지 않음 ② $\frac{\pi}{2} - 1$ ③ 1 ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

Ex. 58

적분 $\int_0^1 \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \, dx$ 를 구하면?

- ① $1 - \sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2})$ ② $1 + \sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2})$ ③ $3 - \sqrt{2} + \ln(3 + \sqrt{2})$
 ④ $3 + \sqrt{2} + \ln(3 + \sqrt{2})$ ⑤ $1 + \sqrt{2} + \ln(3 + \sqrt{2})$

Ex. 59

모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$, $f(x+3) = f(x)$ 를 만족하는 연속함수 $f(x)$ 에 대하여

$\int_0^2 f(x) \, dx = 5$ 와 $\int_0^3 f(x) \, dx = 7$ 이 성립한다. 이때, $\int_{-4}^9 f(x) \, dx$ 의 값은?

- ① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32

Ex. 60

정적분 $\int_0^1 (\sqrt[3]{1-x^5} - \sqrt[5]{1-x^3} + 1) \, dx$ 의 값은?

- ① $\sqrt[5]{3} - 1$ ② $\sqrt[3]{5} - 1$ ③ 1 ④ $\sqrt[5]{3} + 1$ ⑤ $\sqrt[3]{5} + 1$

기본예제 문제풀이

■ 다음 적분값을 계산하시오.

$$1. \int_1^{\infty} e^{-x} dx$$

$$2. \int_0^{\infty} \frac{1}{x^2+4} dx$$

$$3. \int_0^{\infty} xe^{-x^2} dx$$

$$4. \int_1^{\infty} \frac{1}{(3x+1)^2} dx$$

$$5. \int_0^{\infty} e^{-x} \cos x dx$$

$$6. \int_0^{\infty} x e^{-x} dx$$

$$7. \int_0^1 (\ln x)^3 dx$$

$$8. \int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$$

$$9. \int_{-\infty}^0 x e^x dx$$

$$10. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sec x dx$$

$$11. \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$$

$$12. \int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$13. \int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx$$

$$14. \int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx$$

15. $\Gamma(n) = \int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx$ (단, $n > 0$)라 정의할 때, Γ 에 대한 성질 중 옳지 않은 것은?

① $\Gamma(n+1) = n \Gamma(n)$

② $\Gamma(n+1) = n !$ (단, n 은 자연수)

③ $\Gamma(n) = \int_0^{\infty} s^{2n-3} e^{-s^2} ds$

④ $\frac{\Gamma(5/2)}{\Gamma(1/2)} = \frac{3}{4}$

다음 적분의 수렴, 발산을 판단하고 수렴한다면 적분값을 계산하시오.

17. $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$

18. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

19. $\int_1^2 \frac{1}{(x-1)^{\frac{2}{3}}} dx$

20. $\int_2^\infty \frac{dx}{x(\ln x)^2}$

21. 이상적분 $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ 의 값은?

22. 다음 특이적분 중 수렴하는 것은?

① $\int_1^\infty \frac{1}{x} dx$

② $\int_1^\infty \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

③ $\int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx$

④ $\int_2^\infty \frac{1}{x\sqrt{\ln x}} dx$

23. 다음 특이적분 중 수렴하는 것은?

① $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$

② $\int_{-1}^2 \frac{1}{x+1} dx$

③ $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$

④ $\int_0^1 \frac{1}{(1-x)^2} dx$

24. 이상적분(improper integral) $\int_0^1 x^p \ln x dx$ 이 수렴하기 위한 p 의 조건은?

① $p \geq 1$

② $p < 1$

③ $p > -1$

④ $p < -1$

25. 다음 중 발산하는 적분은?

① $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + \sqrt{x}}$

② $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}(1+x^2)} dx$

③ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{x \cos x} dx$

④ $\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{x}} dx$

Step 1

필수예제 문제풀이

Ex. 1

특이적분 $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3\pi}{4}$ ④ π ⑤ $\frac{5\pi}{4}$

Ex. 2

정적분 $\int_1^\infty \frac{\ln x}{x^2} dx$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ e^{-1} ④ 발산한다.

Ex. 3

$\int_{e^3}^\infty \frac{dx}{x \ln x (\ln \ln x)^3}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{(\ln \ln 3)^2}$ ② $\frac{3}{(\ln 3)^4}$ ③ $\frac{1}{2(\ln 3)^2}$ ④ 발산한다.

Ex. 4

이상적분 $\int_0^1 x \ln 4x \, dx$ 의 값은?

- ① $\ln 2 - \frac{1}{4}$ ② $\ln 2 - \frac{1}{2}$ ③ $\ln 2 - \frac{3}{4}$ ④ $\ln 2 - 1$

Ex. 5

$A = \int_0^\infty \frac{x \sqrt{\tan^{-1}(x^2)}}{1+x^4} dx$ 일 때, A^2 의 값은?

- ① $\frac{\pi^3}{24}$ ② $\frac{\pi^3}{36}$ ③ $\frac{\pi^3}{72}$ ④ $\frac{\pi^3}{144}$ ⑤ $\frac{\pi^3}{216}$

Ex. 6

이상 적분 $\int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{dx}{1+4x^2}$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{16} + 1$ ③ $\frac{\pi}{8}$ ④ $\frac{\pi}{8} + 1$ ⑤ $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$

Ex. 7

특이적분 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + 4x + 6} dx$ 의 값을 구하시오.

- ① $\sqrt{2}\pi$ ② π ③ $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ ④ $\frac{\pi}{2}$

Ex. 8

$\int_0^{\infty} xe^{-x} dx$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

Ex. 9

$\int_0^{\infty} x^5 e^{-x} dx$ 의 값은?

- ① 120 ② 122 ③ 124 ④ 126

Ex. 10

이상적분 $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ③ $\sqrt{\pi}$ ④ $2\sqrt{\pi}$ ⑤ $4\sqrt{\pi}$

Ex. 11

특이적분 $\int_0^1 (-\ln t)^5 dt$ 의 값은?

- ① -120 ② -5 ③ 5 ④ 120 ⑤ 250

Ex. 12

특이적분 $\int_1^4 \frac{dx}{(x-2)^2}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\ln 2$ ③ $-\infty$ ④ ∞ ⑤ 3

Ex. 13

특이적분 (improper integral) $\int_0^5 \frac{1}{\sqrt{|x-1|}} dx$ 의 값은?

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ ∞

Ex. 14

이상적분(improper integral) $\int_0^\infty \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{k}{x+2} \right) dx$ 가 수렴하는 k 에 대하여 그 적분값은?

- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $\ln 4$ ④ $\ln 5$

Ex. 15

두 실수 a, b 에 대하여 $\int_0^\infty \frac{a}{2x+1} - \frac{x^{2021}}{x^{2022}+1} dx = b$ 일 때, ab 의 값은?

- ① $\ln 2$ ② $2\ln 2$ ③ $\ln 5$ ④ $2\ln 3$ ⑤ $3\ln 3$

Ex. 16

다음 중 적분의 계산이 잘못된 것을 고르시오.

$$\textcircled{1} \quad \int_1^2 (\ln x)^2 dx = 2(\ln 2)^2 - 4\ln 2 + 2$$

$$\textcircled{2} \quad \int_0^\infty x^5 e^{-x} dx = 120$$

$$\textcircled{3} \quad \int_0^3 \frac{1}{(x-1)^2} dx = -\frac{3}{2}$$

$$\textcircled{4} \quad \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \sin \sqrt{x} dx = 2$$

Ex. 17

특이적분 $I_n = \int_0^\infty x^n e^{-x} dx$ (단, n 은 자연수)에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

$$\textcircled{1} \quad \text{모든 자연수 } n \text{ 에 대하여 } I_n = (n^2 - n)I_{n-2} \text{ 이 성립한다.} \quad \textcircled{2} \quad I_3 = 6$$

$$\textcircled{3} \quad \text{등식 } I_2 = \int_0^\infty x^5 e^{-x^2} dx \text{ 가 성립한다.}$$

$$\textcircled{4} \quad \text{등식 } I_3 = - \int_0^1 (\ln x)^3 dx \text{ 가 성립한다.}$$

Ex. 18

이상적분 $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ 의 값은?

$$\textcircled{1} \quad \text{발산}$$

$$\textcircled{2} \quad -6$$

$$\textcircled{3} \quad -4$$

$$\textcircled{4} \quad -1$$

Ex. 19

다음 특이적분 중 발산하는 것은?

$$\textcircled{1} \quad \int_1^2 \frac{dx}{x^2 - 1}$$

$$\textcircled{2} \quad \int_2^\infty \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$\textcircled{3} \quad \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x-1}}$$

$$\textcircled{4} \quad \int_2^\infty \frac{dx}{x(\ln x)^2}$$

Ex. 20

다음 이상적분 중 수렴하지 않는 것을 고르면?

$$\textcircled{1} \quad \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$$

$$\textcircled{2} \quad \int_2^5 \frac{1}{\sqrt{x-2}} dx$$

$$\textcircled{3} \quad \int_1^\infty e^{-x^2} dx$$

$$\textcircled{4} \quad \int_1^\infty \frac{1+e^{-x}}{x} dx$$

Ex. 21

다음 이상적분 중에서 수렴하는 것은?

$$\textcircled{1} \quad \int_1^\infty \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx$$

$$\textcircled{2} \quad \int_0^1 \frac{\ln x}{x} dx$$

$$\textcircled{3} \quad \int_1^\infty \frac{1}{x + e^x} dx$$

$$\textcircled{4} \quad \int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$$

Ex. 22

다음 이상적분의 수렴, 발산을 올바르게 고른 것은?

$$(가) \int_1^{\infty} \frac{x}{x^3+1} dx \quad (나) \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

- ① (가) 수렴, (나) 수렴 ② (가) 발산, (나) 수렴 ③ (가) 수렴, (나) 발산 ④ (가) 발산, (나) 발산

Ex. 23

다음 이상적분의 내용 중 틀린 것은?

- ① $\int_0^2 \ln x \, dx = -\infty$ ② $\int_1^{\infty} \frac{1}{x} \, dx = \infty$ ③ $\int_{-\infty}^0 x e^x \, dx = -1$
 ④ $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+1} \, dx = \pi$ ⑤ $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^{p+1}} \, dx$ 는 $p > 0$ 일 때 수렴하고, $p \leq 0$ 일 때 발산한다.

Ex. 24

다음 특이적분 중 수렴하는 것은?

- ① $\int_0^{\infty} \frac{x}{1+x^2} \, dx$ ② $\int_1^{\infty} \frac{1}{x \ln x} \, dx$ ③ $\int_0^1 \ln x \, dx$ ④ $\int_1^{\infty} \frac{1}{x-1} \, dx$

Ex. 25

다음의 이상적분 중 수렴하는 것을 모두 몇 개인가?

가. $\int_0^1 \frac{1}{x \ln x} dx$

나. $\int_0^1 \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$

다. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$

라. $\int_0^1 \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} dx$

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

Ex. 26

다음 특이적분 중 수렴하는 것을 모두 찾으시오.

ㄱ. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+x^3}}$

ㄴ. $\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$

ㄷ. $\int_2^\infty \frac{1}{x^2-x} dx$

① ㄱ, ㄴ

② ㄱ, ㄷ

③ ㄴ, ㄷ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Ex. 27

다음 중 수렴하는 이상적분(특이적분)만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $\int_0^4 \frac{1}{x-3} dx$

ㄴ. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sec x \tan x dx$

ㄷ. $\int_\pi^\infty \frac{1}{x^2} dx$

ㄹ. $\int_0^\infty x e^{-x} dx$

① ㄱ, ㄴ

② ㄱ, ㄷ

③ ㄴ, ㄷ

④ ㄴ, ㄹ

⑤ ㄷ, ㄹ

Ex. 28

다음 이상적분 중에서 값이 유한한 것의 개수는?

ㄱ. $\int_0^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$

ㄴ. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

ㄷ. $\int_1^\infty \frac{1}{x+e^x} dx$

ㄹ. $\int_2^\infty \frac{1}{x \ln x} dx$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

Ex. 29

다음 중 수렴하는 것을 모두 고르면?

$$\text{ㄱ. } \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$\text{ㄴ. } \int_{-3}^3 \frac{1}{x^2} dx$$

$$\text{ㄷ. } \int_1^\infty \frac{e + \sin x}{\pi \sqrt{x}} dx$$

$$\text{ㄹ. } \int_{-\infty}^\infty x e^{-x^2} dx$$

① ㄱ, ㄴ

② ㄴ, ㄷ

③ ㄷ, ㄹ

④ ㄱ, ㄹ

Ex. 30

다음 이상적분들 중에서 수렴하는 것은?

$$\text{① } \int_2^\infty \frac{dx}{(x-1)^{3/2}}$$

$$\text{② } \int_0^1 \frac{dx}{x}$$

$$\text{③ } \int_1^\infty \frac{x}{x^2+1} dx$$

$$\text{④ } \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$$

$$\text{⑤ } \int_1^3 \frac{dx}{x-2}$$

Ex. 31

다음 적분 중 수렴하는 값을 갖는 것을 고르시오.

$$\text{① } \int_1^\infty \frac{1}{x} dx$$

$$\text{② } \int_0^2 \frac{1}{(x-1)^2} dx$$

$$\text{③ } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sec x dx$$

$$\text{④ } \int_{-\infty}^0 x e^x dx$$

Ex. 32

다음 보기의 특이적분 가운데 수렴하는 적분을 모두 고른 것은?

$$\text{가. } \int_0^1 x \ln x dx$$

$$\text{나. } \int_0^1 \frac{1}{x \ln x} dx$$

$$\text{다. } \int_0^1 \frac{\ln x}{x} dx$$

① 가

② 나

③ 가,나

④ 가,다

⑤ 나,다

Ex. 33

다음 특이적분 중 수렴하는 것을 모두 찾으시오.

$$\text{ㄱ. } \int_1^{\infty} \frac{1}{x+e^x} dx$$

$$\text{ㄴ. } \int_1^e \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$$

$$\text{ㄷ. } \int_{2\pi}^{\infty} \frac{x \cos^2 x + 1}{x^3} dx$$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ

⑤ ㄱ, ㄷ

Ex. 34

다음의 이상적분 중에서 수렴하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

$$\text{ㄱ. } \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2+2x} dx$$

$$\text{ㄴ. } \int_1^{\infty} \frac{1+e^{-2x}}{2x} dx$$

$$\text{ㄷ. } \int_0^1 (x+1) \ln x dx$$

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Ex. 35

다음 중 발산하는 것은?

$$\text{① } \int_0^{\infty} \frac{x}{x^3+1} dx$$

$$\text{② } \int_0^{\infty} \frac{\tan^{-1} x}{2+e^x} dx$$

$$\text{③ } \int_1^{\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^4-x}} dx$$

$$\text{④ } \int_0^{\pi} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{x}} dx$$

Ex. 36

다음의 적분 중 수렴하는 것을 모두 고르시오.

$$\text{ㄱ. } \int_1^{\infty} \frac{\cos^4 x}{x^3+1} dx$$

$$\text{ㄴ. } \int_0^1 \frac{e^{-x}}{x^2} dx$$

$$\text{ㄷ. } \int_2^{\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x^5-1}} dx$$

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄷ

Ex. 37

다음 <보기>의 이상적분(improper integral) 중에서 수렴하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

〈보기〉		
ㄱ. $\int_0^\infty x^2 e^{-\sqrt{x}} dx$	ㄴ. $\int_0^1 \frac{\sin(\pi x)}{1-x} dx$	ㄷ. $\int_0^1 \frac{1}{x \ln x} dx$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Ex. 38

다음의 이상적분(improper integral) 중에서 발산하는 것은?

① $\int_1^\infty \frac{1}{x+x^2} dx$	② $\int_0^\infty \frac{e^{-3x}}{\sqrt{x}} dx$	③ $\int_0^1 \frac{\sin x}{x^{3/2}} dx$	④ $\int_0^1 \frac{\cos \pi x}{1-x} dx$
--------------------------------------	---	--	--

Ex. 39

<보기>의 이상적분 중 수렴하는 것을 모두 고르면?

〈보기〉			
ㄱ. $\int_0^1 \frac{1}{x(\ln x)} dx$	ㄴ. $\int_0^1 \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$	ㄷ. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$	ㄹ. $\int_0^1 \frac{1}{x^{1/2}} dx$

- ① ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ ② ㄴ, ㄷ, ㄹ ③ ㄷ, ㄹ ④ ㄹ

Ex. 40

다음 이상적분 중 수렴하는 것을 모두 고르면?

〈보기〉			
(가) $\int_1^\infty e^{-x^2} dx$	(나) $\int_0^\infty \frac{1+e^{-x}}{x} dx$	(다) $\int_0^1 \frac{1}{x-1} dx$	(라) $\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$

- ① (가), (나) ② (나), (다) ③ (다), (라) ④ (가), (라)

Ex. 41

다음 중 수렴하는 특이적분의 개수는?

$$\neg. \int_0^1 \frac{x}{1-x} dx \quad \lhd. \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx \quad \sqsubset. \int_{-2}^2 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx \quad \equiv. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+1)^2} dx$$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개

Ex. 42

다음의 특이적분 중 수렴하는 것을 모두 고르시오.

〈보기〉

$$a. \int_0^1 x \ln x dx \quad b. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx \quad c. \int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx \quad d. \int_0^1 \frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

- ① a, b, c, d ② a, b, c ③ a, b, d
④ a, c, d ⑤ b, c, d

Ex. 43

〈보기〉에서 수렴하는 특이적분(improper integral)을 있는 대로 모두 고른 것은?

〈보기〉

$$\neg. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{x}}{\sin x} dx \quad \lhd. \int_0^{\pi} \frac{x}{1-\cos x} dx \quad \sqsubset. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+2)\ln(x^2+2)} dx$$

- ① \neg ② \lhd ③ \neg, \lhd ④ \neg, \sqsubset ⑤ \lhd, \sqsubset

Ex. 44

다음 〈보기〉에서 발산하는 이상 적분은 모두 몇 개인가?

〈보기〉

$$(가) \int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx \quad (나) \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sin x} dx \quad (다) \int_0^1 \frac{1}{\ln(2x)} dx \quad (라) \int_0^1 \frac{1}{x(\ln(2x))^2} dx$$

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

Ex. 45

다음 중 수렴하는 특이적분의 개수는?

$$\neg. \int_1^\infty \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$\lhd. \int_2^\infty \frac{2+e^{-x}}{x} dx$$

$$\sqsubset. \int_1^2 \frac{x}{1-x^2} dx$$

$$\exists. \int_1^3 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$$

① 0

② 1

③ 2

④ 3

Ex. 46

다음 중 수렴하는 특이적분의 개수는?

$$\neg. \int_1^\infty \frac{\ln x}{x} dx$$

$$\lhd. \int_0^2 x^2 \ln x dx$$

$$\sqsubset. \int_0^\infty e^{-x^2} dx$$

$$\exists. \int_0^\infty \frac{x}{1+x^2} dx$$

① 0

② 1

③ 2

④ 3

Ex. 47

<보기>에서 수렴하는 이상적분 (improper integral)은 모두 몇 개인가?

<보기>

$$(가) \int_0^\infty \frac{e^{-x^2}}{|x-2|^{\frac{3}{2}}} dx$$

$$(나) \int_0^\infty \frac{1+x^{2022}}{\sqrt{x}} dx$$

$$(다) \int_0^\infty e^{-(\ln x)^2} dx$$

$$(라) \int_0^\infty \frac{x}{1+2x+x^2} dx$$

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

Ex. 48

다음 이상적분 중 발산하는 것을 모두 고른 것은?

$$\text{(가)} \int_0^1 \frac{\cos x}{2x} dx \quad \text{(나)} \int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{\sqrt{3-x}} dx \quad \text{(다)} \int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{2x}} dx \quad \text{(라)} \int_0^1 \frac{\ln x}{1+x^3} dx$$

① (가), (나)

② (나), (다)

③ (다), (라)

④ (가), (라)

Ex. 49

다음 이상적분 중 수렴하는 것을 있는 대로 고른 것은?

$$\langle \quad \text{보기} \quad \rangle$$
$$\text{(ㄱ)} \int_0^1 \ln x dx \quad \text{(ㄴ)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2+1} dx \quad \text{(ㄷ)} \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$$

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Ex. 50

이상적분 $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^p + x^q}$ 가 수렴하기 위한 필요충분조건으로 옳은 것은? (단, $0 < p < q < \infty$)

① $p < 1, q > 1$

② $p \leq 1, q \geq 1$

③ $q > p \geq 1$

④ $p + q > 2$

⑤ $p + q \geq 2$