2014 年数理逻辑考题

1. 判断题和简答题（20）

(1).判断题

(a).在命题逻辑中，是否存在一般方法，从功能真值表求得逻辑表达式？(是)

(b).设 $\Gamma \models \neg Q \wedge Q$，$\Gamma$ 是否一致？（否）

(c).在公理系统中，需要考虑具体概念的含义吗？(否)

(d).联接词$\{\neg, \wedge, \vee\}$是完全集。(是)

(e).在自然数公理系统中，若 $\Gamma \models Q$，则 $\Gamma \vdash Q$。(否)

(2).简答题

(a).给出命题概念。

(b).给出模型概念。

(c).给出自然语言的命题符号化方法。

(1).陈述句识别。

(2).陈述句符号化。

(3).联接词和量词符号化。

(d).给出判断证明是否正确的方法。

证明序列的每一步，或者是公理、或者是前提、或者是推导规则。

(e).定义：对于任意 $\varepsilon>0$，存在 $\delta>0$，对于任何 x，当$|\Delta x|<\delta$时，都有$|\Delta f(x)/\Delta x-A|<\varepsilon$，则称函数 f(x)在 x 点可导，导数为 A。

给出导数定义的谓词公式。

$\forall \varepsilon(\varepsilon>0 \rightarrow \exists \delta(\delta>0 \wedge \forall x(|\Delta x|<\delta \rightarrow |\Delta f(x)/\Delta x-A|<\varepsilon))$

2.论述题（20）

(1).简述下述公式是合式公式

(a). $(P \wedge Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow R))$

(b). $(\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)) \rightarrow \forall x(P(x) \wedge \neg Q(x))$

(2).给出一个公式 Q，使得在自然数论域和整数论域上语义不同。

(3).给定一个公理系统是可靠性的，一定是完备的吗？给出理由或示例。

不是，自然数公理系统，是可靠的，但不是完备。

(4).给定一个谓词合式公式 Q，在模型 M 上为真，那么，Q 一定是普遍有效的吗？给出理由或示例。

否，

3. （10）

(1).求命题合式公式$(P\to Q)\wedge(P\to R)\to(Q\wedge R)$主合取范式。

(2).译码器功能表如下表，给出输出 y_7~y_0 的逻辑表达式。

x_2	x_1	x_0	y_7	y_6	y_5	y_4	y_3	y_2	y1	y_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

$y_7= x_2\& x_1\& x_0$

4 （20）

(1). 用命题逻辑语义方法证明。

$Q\models(Q\to R)\to R$

(2).用谓词逻辑语义方法证明。

$\exists x\forall yR(x,y)\models\forall y\exists x\, R(x,y)$

5.用公理方法证明（20）

(1). $\vdash\neg\neg Q\to Q$

证明：

证据：

$A_1=\neg\neg Q\to(\neg\neg\neg\neg Q\to\neg\neg Q)$ A_1

$A_2=(\neg\neg\neg\neg Q\to\neg\neg Q)\to(\neg Q\to\neg\neg\neg Q)$ A_3

$A_3=(\neg Q\to\neg\neg\neg Q)\to(\neg\neg Q\to Q)$ A_3

$A_4=\neg\neg Q\to(\neg\neg Q\to Q)$ $A_1, A_2, A_3\vdash A_4$

$A_5=(\neg\neg Q\to(\neg\neg Q\to Q))$

$\to((\neg\neg Q\to\neg\neg Q)\to(\neg\neg Q\to Q))$ A_2

$A_6=(\neg\neg Q\to\neg\neg Q)\to(\neg\neg Q\to Q)$ $A_5=A_4\to A_6$

$A_7=(\neg\neg Q\to\neg\neg Q)$ $\vdash Q\to Q$

$A_8=\neg\neg Q\to Q$ $A_6=A_7\to A_8$

证毕

(2). $\vdash\forall x\forall y\, R(x,y)\to\forall y\forall xR(x,y)$

证明：

证据：

$A_1=\forall x\forall y\, R(x,y)\to\forall y\, R(x,y)$ A_4

$A_2=\forall y\, R(x,y)\rightarrow R(x,y)$ $\quad A_4$

$A_3=\forall x\forall y\, R(x,y) \rightarrow R(x,y)$ $\quad A_1 , A_2 \vdash A_3$

$A_4=\forall x\, (\forall x\forall y\, R(x,y) \rightarrow R(x,y))$ $\quad$ UG

$A_5=\forall x\, (\forall x\forall y\, R(x,y) \rightarrow R(x,y))$

$\rightarrow(\forall x\forall y\, R(x,y) \rightarrow\forall xR(x,y))$ $\quad A_5$

$A_6=(\forall x\forall y\, R(x,y) \rightarrow\forall xR(x,y))$ $\quad A_5=A_4\rightarrow A_6$

$A_7=\forall y(\forall x\forall y\, R(x,y) \rightarrow\forall xR(x,y))$ $\quad$ UG

$A_8=\forall y(\forall x\forall y\, R(x,y) \rightarrow\forall xR(x,y))$

$\rightarrow(\forall x\forall y\, R(x,y)\rightarrow\forall y\forall xR(x,y))$ $\quad A_5$

$A_9=(\forall x\forall y\, R(x,y)\rightarrow\forall y\forall xR(x,y))$ $\quad A_8=A_7\rightarrow A_9$

证毕

6.归结法求证（10）

$(Q\rightarrow R) \models (Q\rightarrow\neg R)\rightarrow\neg Q$