

# Outline\*

- A brief history of SVM
- Linear classifiers in a nutshell
  - Linear separable
  - Nonlinear separable
- Creating nonlinear classifiers: the kernel trick
- SVM kernel functions
- SVM extensions
- Software
- Concluding examples and discussion

\* Credits: These slides are a modified version of "A Simple Introduction to Support Vector Machines" by Martin Law. Lecture for CSE 802, Department of Computer Science and Engineering, Michigan State University.

# History of SVM

- SVM was first introduced in 1992.<sup>[1]</sup>
- SVM became popular because of its success in handwritten digit recognition.<sup>[2]</sup>
- SVM is now regarded as an important example of “kernel methods”,<sup>[3]</sup> a key area in machine learning.

[1] B.E. Boser et al. A Training Algorithm for Optimal Margin Classifiers. Proceedings of the Fifth Annual Workshop on Computational Learning Theory 5 144-152, Pittsburgh, 1992.

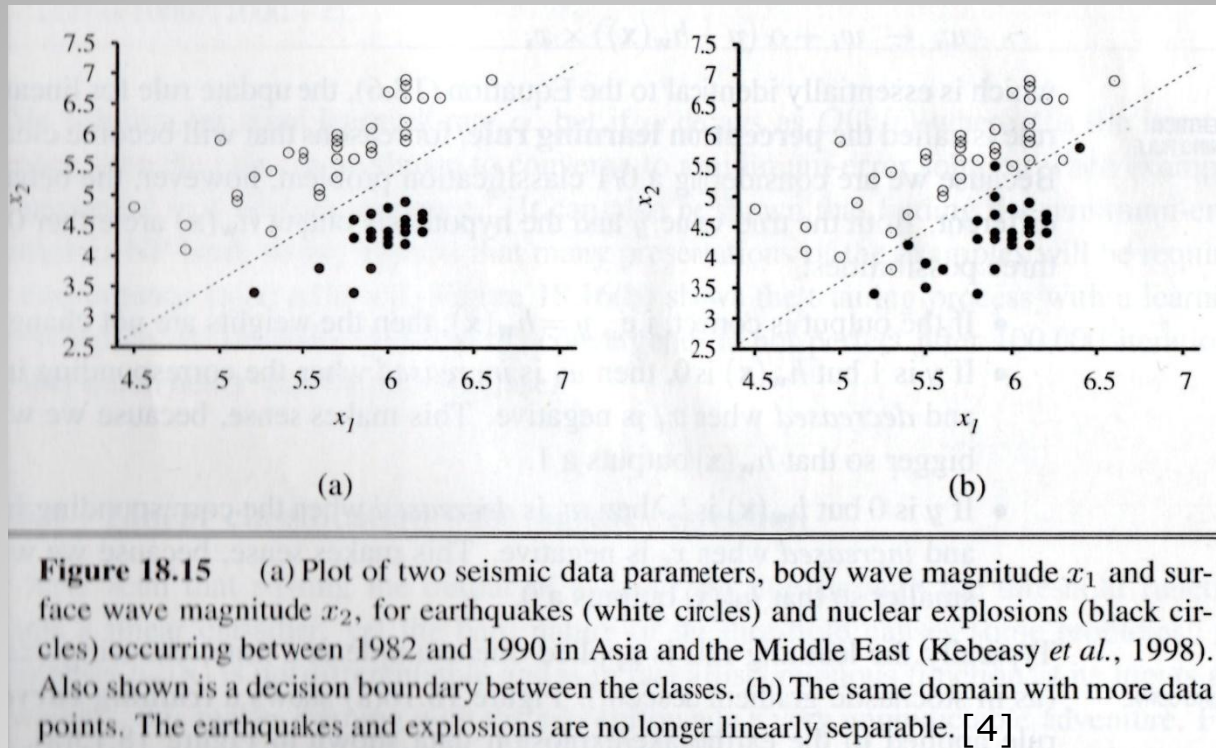
[2] L. Bottou et al. Comparison of classifier methods: a case study in handwritten digit recognition. Proceedings of the 12<sup>th</sup> IAPR International Conference on Pattern Recognition, vol. 2, pp. 77-82, 1994.

[3] <http://www.kernel-machines.org/publications/pdfs/0701907.pdf>

# Outline

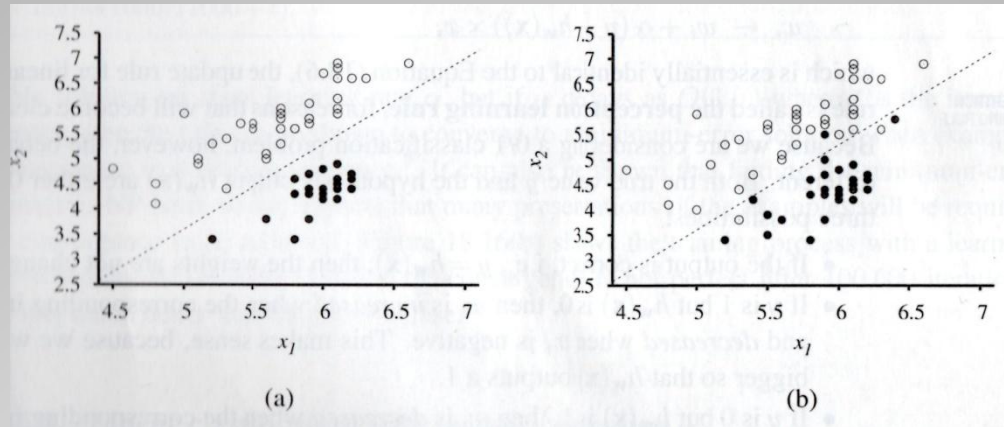
- A brief history of SVM
- Linear classifiers in a nutshell
  - Linear separable
  - Nonlinear separable
- Creating nonlinear classifiers: the kernel trick
- SVM kernel functions
- SVM extensions
- Software
- Concluding examples and discussion

# Linear classifiers in a nutshell



- A **decision boundary** is a line (or a surface, in higher dimensions) that separates the two classes.

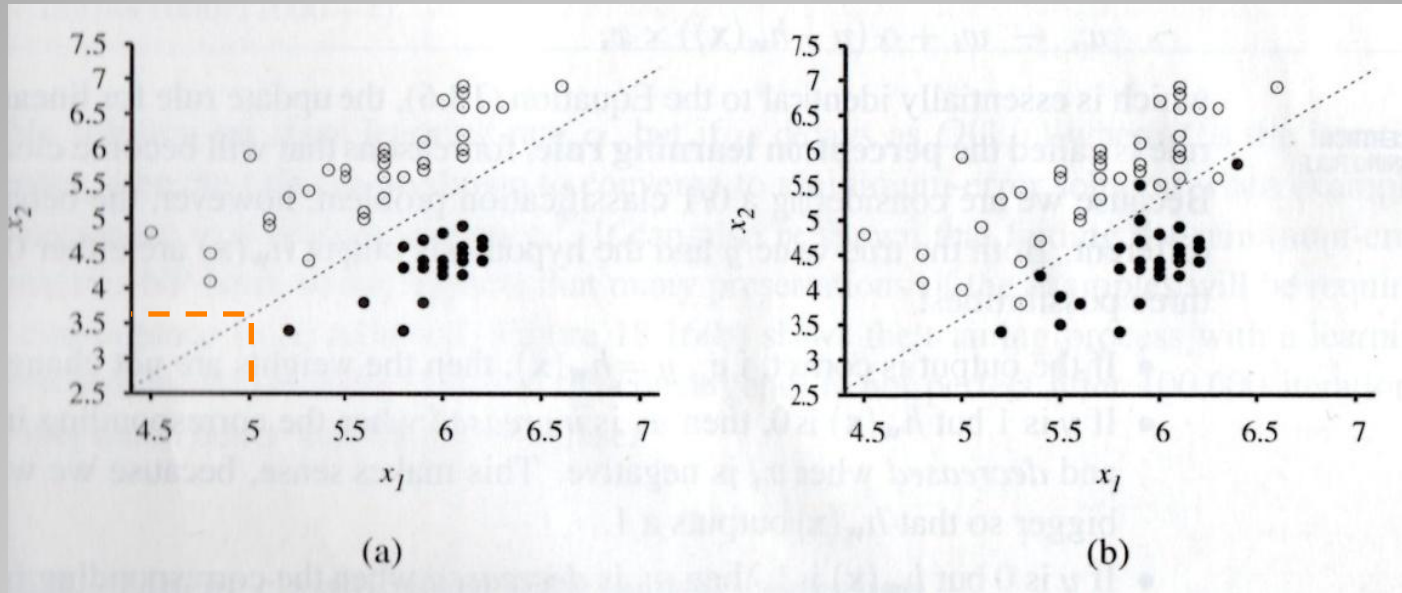
# Linear classifiers in a nutshell



- A linear decision boundary is called a **linear separator** and data that admit such a separator are called **linearly separable**. The linear separator in this case is:

$$-4.9 + 1.7x_1 - x_2 = 0$$

# Linear classifiers in a nutshell

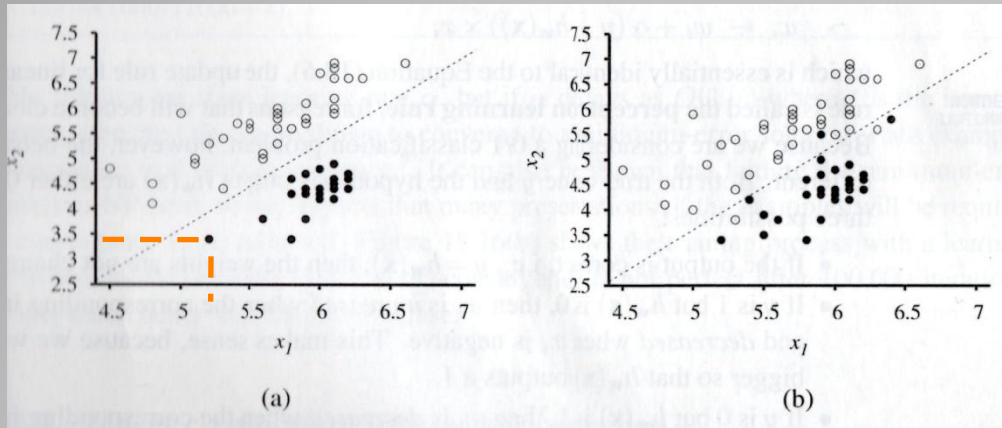


5      3.6

↓      ↓

$$-4.9 + 1.7x_1 - x_2 = 0$$

# Linear classifiers in a nutshell



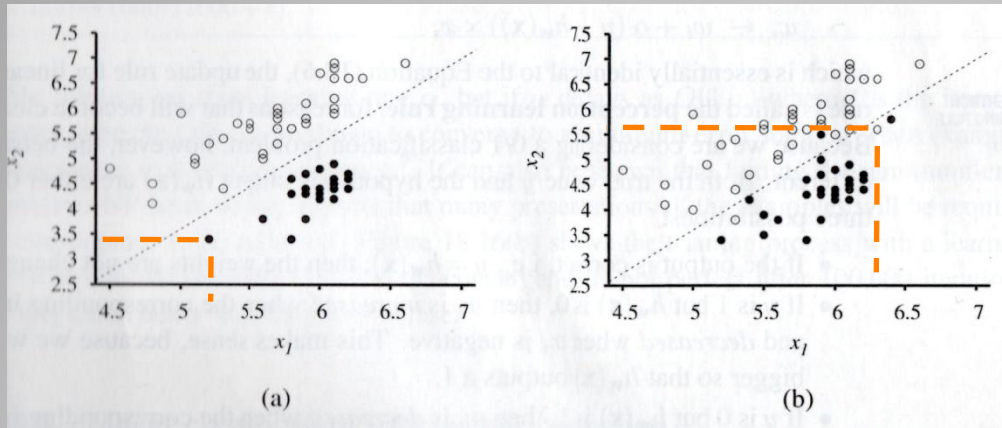
$$-4.9 + 1.7x_1 - x_2 = 0$$

- Nuclear explosions classification:  $-4.9 + 1.7x_1 - x_2 > 0$

$$\underbrace{\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ 5.25 & 3.4 \end{matrix}}_{0.625}$$



# Linear classifiers in a nutshell



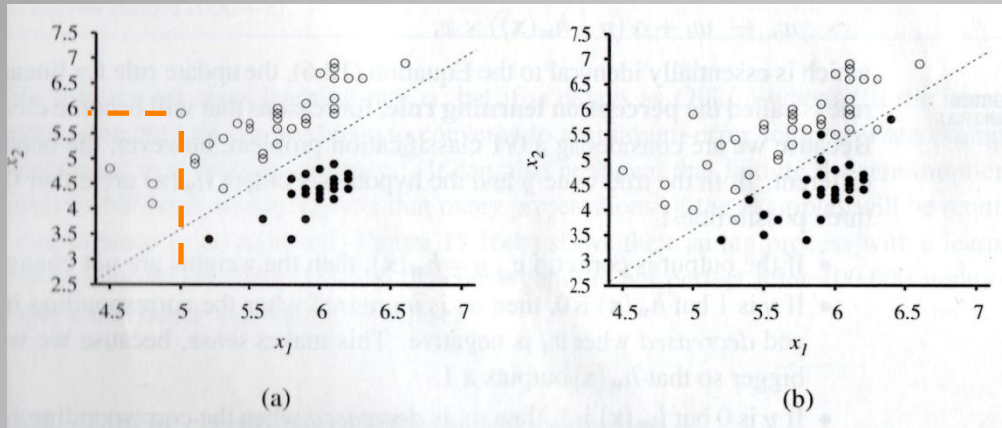
$$-4.9 + 1.7x_1 - x_2 = 0$$

- Nuclear explosions classification:  $-4.9 + 1.7x_1 - x_2 > 0$

$$-4.9 + 1.7 \underbrace{(6.35)}_{x_1} - \underbrace{5.6}_{x_2} = 0.295$$

$$\underbrace{5.25 \quad 3.4}_{0.625}$$

# Linear classifiers in a nutshell

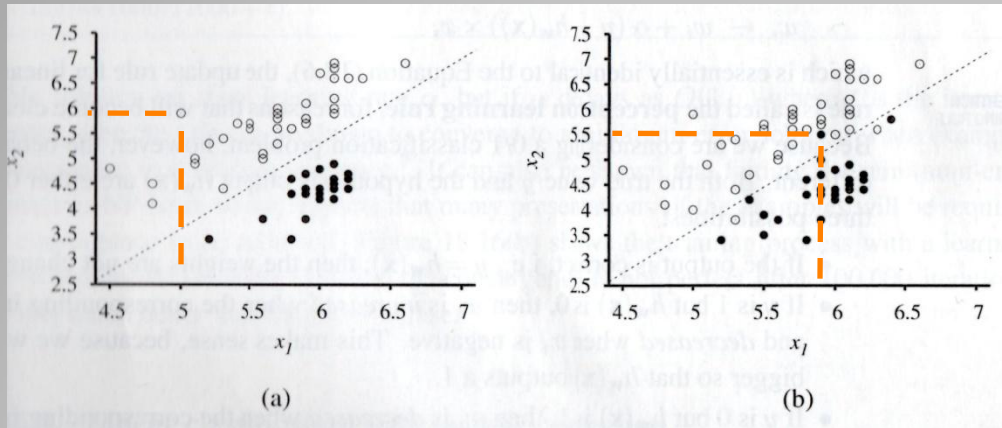


$$-4.9 + 1.7x_1 - x_2 = 0$$

- Nuclear explosions classification:  $-4.9 + 1.7x_1 - x_2 > 0$
- Earthquakes classification:  $-4.9 + 1.7x_1 - x_2 < 0$

$$\underbrace{\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ 5 & 5.9 \end{matrix}}_{-2.3}$$

# Linear classifiers in a nutshell



$$-4.9 + 1.7x_1 - x_2 = 0$$

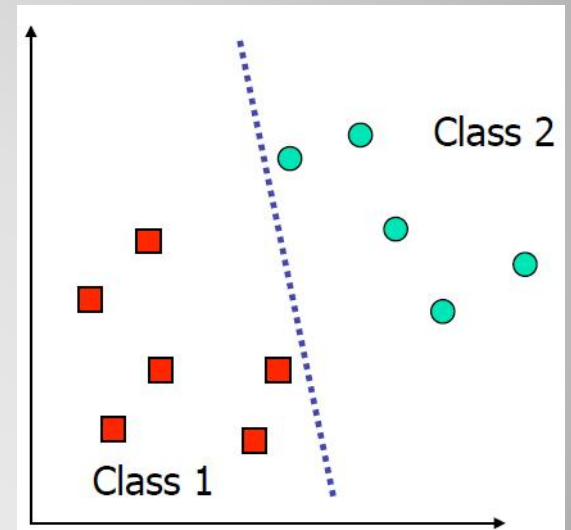
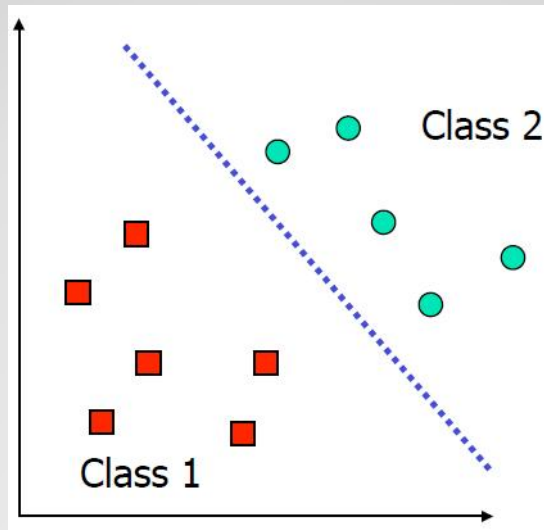
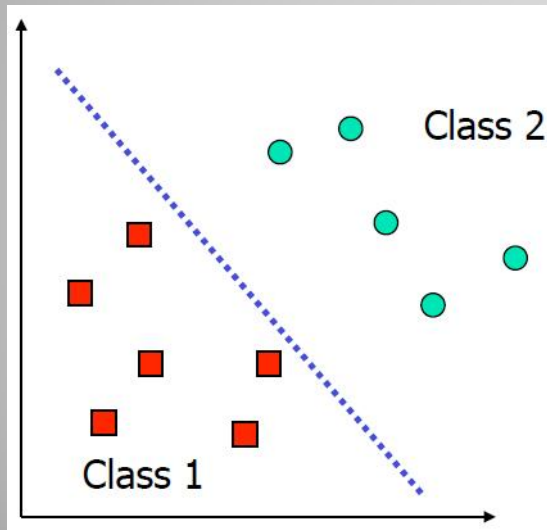
- Nuclear explosions classification:  $-4.9 + 1.7x_1 - x_2 > 0$
- Earthquakes classification:  $-4.9 + 1.7x_1 - x_2 < 0$

$$-4.9 + 1.7 \underbrace{(5.85)}_{x_1} - \underbrace{5.5}_{x_2} = -0.455$$

$$\underbrace{\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ 5 & 5.9 \end{matrix}}_{-2.3}$$

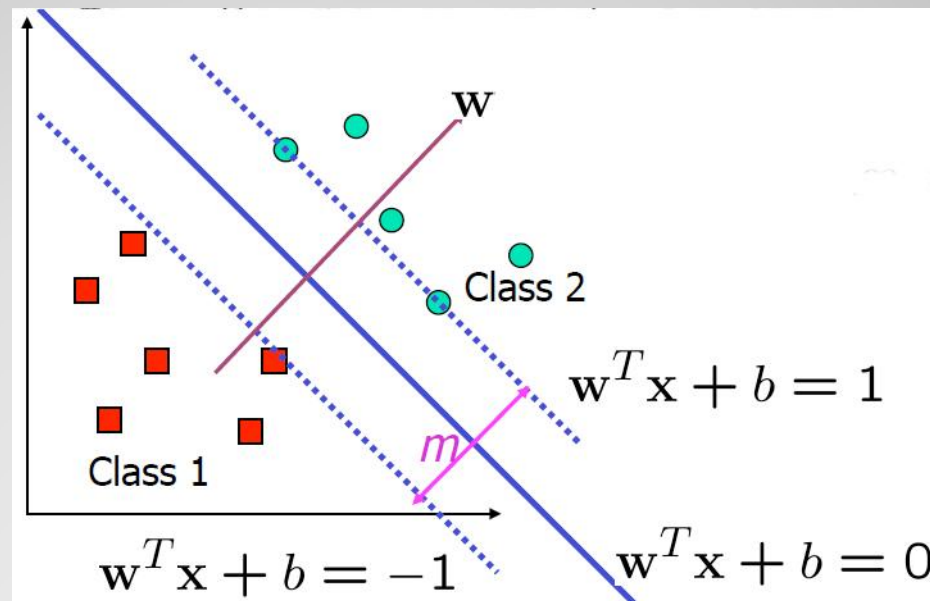
# What is a good Decision Boundary?

- Consider a two-class, linearly separable classification problem
- Many decision boundaries!
- Are all decision boundaries equally good?



# Large-margin Decision Boundary

- The decision boundary should be as far away as possible from the data of both classes.

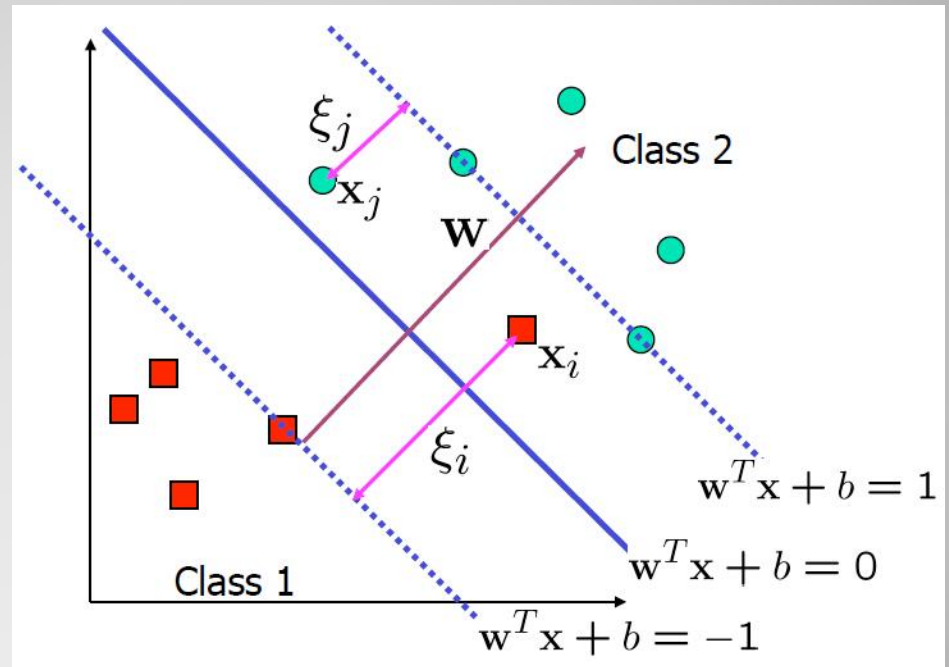


# Outline

- A brief history of SVM
- Linear classifiers in a nutshell
  - Linear separable
  - Nonlinear separable
- Creating nonlinear classifiers: the kernel trick
- SVM kernel functions
- SVM extensions
- Software
- Concluding examples and discussion

# Non-linearly Separable Problems

- We allow “error”  $\xi_i$  in classification; it is based on the output of the discriminant function  $\mathbf{w}^T \mathbf{x} + b$



# How do we find the decision boundary?

The optimization problem becomes<sup>[5]</sup>

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^n \xi_i \\ &\text{subject to } y_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b) \geq 1 - \xi_i, \quad \xi_i \geq 0 \end{aligned}$$

- C : tradeoff parameter between error and margin.

[5] Cortes, C. and Vapnik, V.N. (1995) Support vector networks. Machine Learning 20, 273–297.



# The Optimization Problem

The dual of this new constrained optimization problem is

$$\max. W(\alpha) = \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1, j=1}^n \alpha_i \alpha_j y_i y_j \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j$$

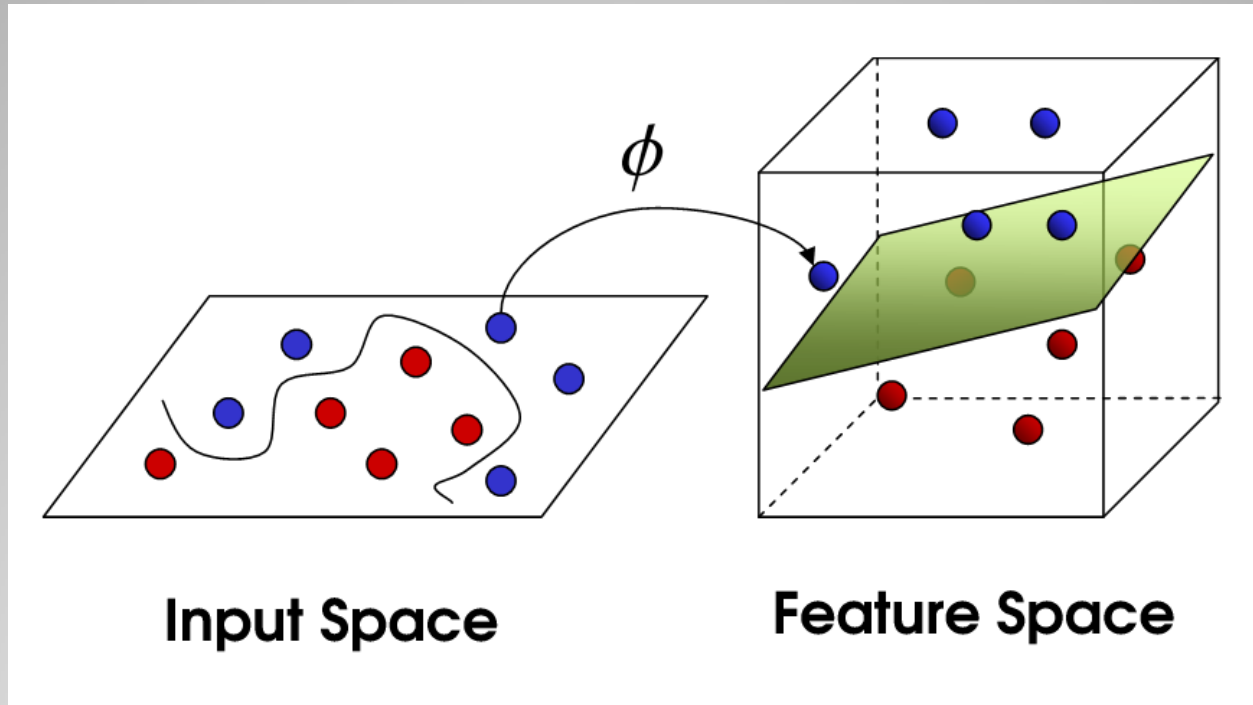
$$\text{subject to } C \geq \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i = 0$$

**w** is recovered as  $\mathbf{w} = \sum_{j=1}^n \alpha_{t_j} y_{t_j} \mathbf{x}_{t_j}$

# Extension to Non-linear Decision Boundary

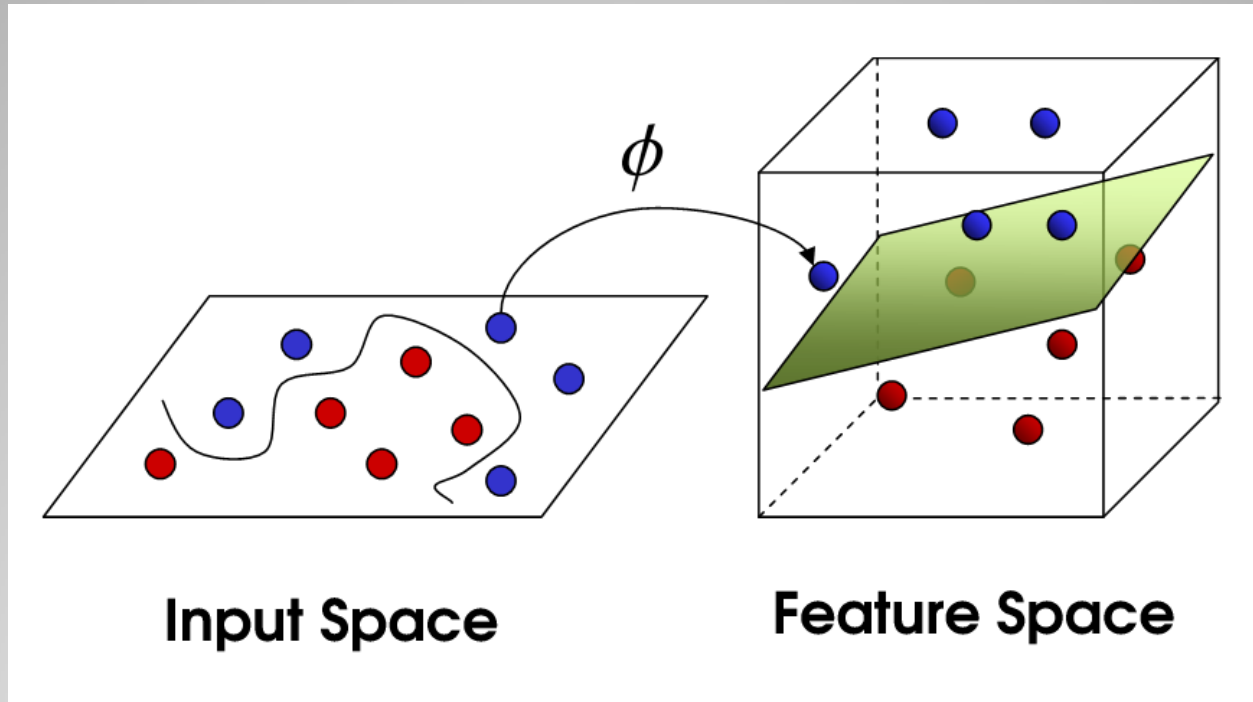
- So far, we have only considered large-margin classifier with a linear decision boundary.
- How to generalize it to become nonlinear?
- Key idea: transform  $\mathbf{x}_i$  to a higher dimensional space to “make life easier”.
  - Input space: the space the points  $\mathbf{x}_i$  are located
  - Feature space: the space of  $\phi(\mathbf{x}_i)$  after transformation.

# Transforming the Data



- Why transform?
  - Linear operation in the feature space is equivalent to nonlinear operation in input space.

# Transforming the Data



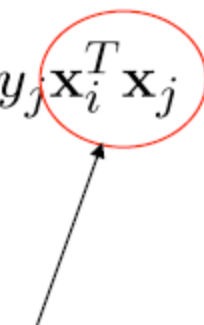
- Computation in the feature space can be costly because it is high dimensional.
  - The feature space is typically infinite-dimensional!
- The kernel trick comes to rescue.

# Outline

- A brief history of SVM
- Linear classifiers in a nutshell
  - Linear separable
  - Nonlinear separable
- Creating nonlinear classifiers: the kernel trick
- SVM kernel functions
- SVM extensions
- Software
- Concluding examples and discussion

# The Kernel Trick

Recall the SVM optimization problem

$$\begin{aligned} \max. \quad W(\alpha) &= \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1, j=1}^n \alpha_i \alpha_j y_i y_j \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j \\ \text{subject to } C &\geq \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i = 0 \end{aligned}$$


The data points only appear as **inner product**

As long as we can calculate the inner product in the feature space, we do not need the mapping explicitly

Many common geometric operations (angles, distances) can be expressed by inner products

Define the kernel function  $K$  by

$$K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \phi(\mathbf{x}_i)^T \phi(\mathbf{x}_j)$$

# Modification Due to Kernel Function

Original

$$\begin{aligned} \max. \quad W(\alpha) &= \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1, j=1}^n \alpha_i \alpha_j y_i y_j \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j \\ \text{subject to } C &\geq \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i = 0 \end{aligned}$$

With kernel function

$$\begin{aligned} \max. \quad W(\alpha) &= \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1, j=1}^n \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \\ \text{subject to } C &\geq \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i = 0 \end{aligned}$$

# Modification Due to Kernel Function

Original

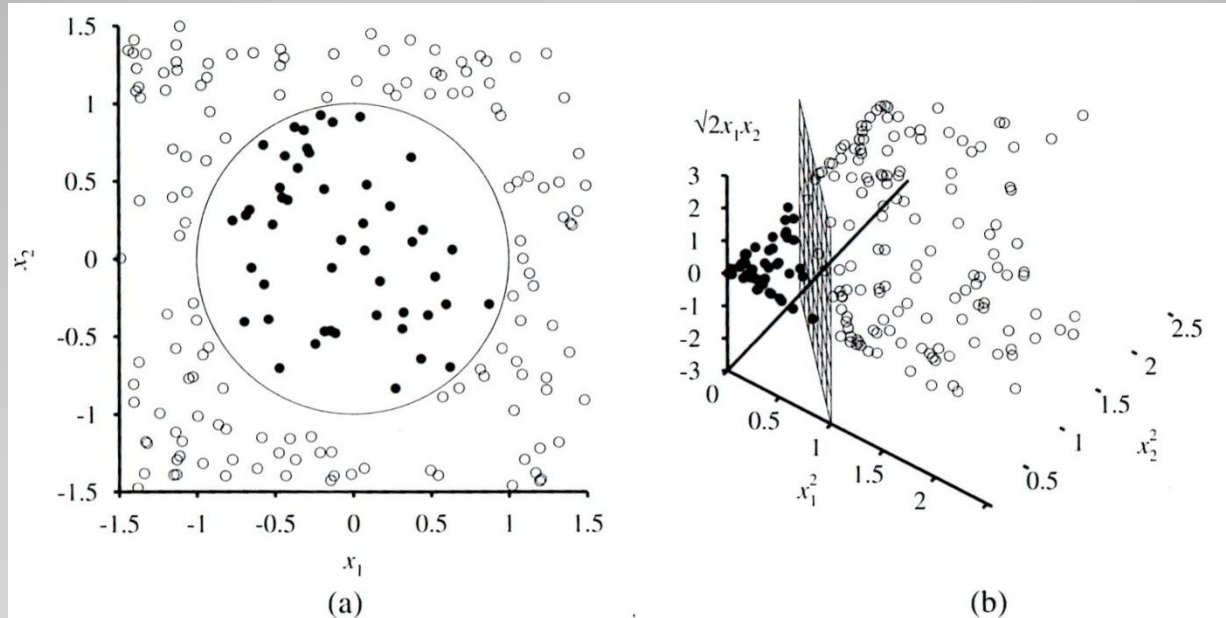
$$\begin{aligned} \max. \quad W(\alpha) &= \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1, j=1}^n \alpha_i \alpha_j y_i y_j \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j \\ \text{subject to } C &\geq \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i = 0 \end{aligned}$$

With kernel function

$$\begin{aligned} \max. \quad W(\alpha) &= \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1, j=1}^n \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \\ \text{subject to } C &\geq \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i = 0 \end{aligned}$$



# Introducing a kernel function



**Figure 18.31** (a) A two-dimensional training set with positive examples as black circles and negative examples as white circles. The true decision boundary,  $x_1^2 + x_2^2 \leq 1$ , is also shown. (b) The same data after mapping into a three-dimensional input space  $(x_1^2, x_2^2, \sqrt{2}x_1x_2)$ . The circular decision boundary in (a) becomes a linear decision boundary in three dimensions. Figure 18.30(b) gives a closeup of the separator in (b).

# Outline

- A brief history of SVM
- Linear classifiers in a nutshell
  - Linear separable
  - Nonlinear separable
- Creating nonlinear classifiers: the kernel trick
- SVM kernel functions
- SVM extensions
- Software
- Concluding examples and discussion

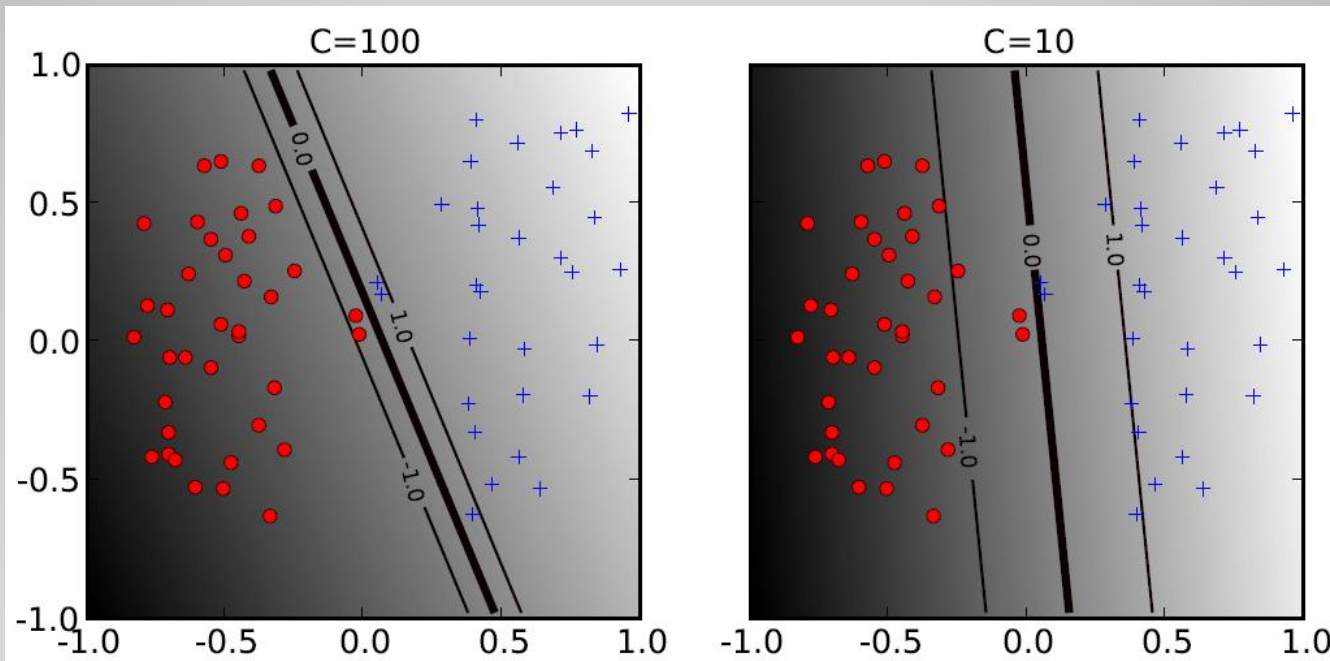
# SVM four basic kernels

- linear:  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j$ .
- polynomial:  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = (\gamma \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j + r)^d, \gamma > 0$ .
- radial basis function (RBF):  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp(-\gamma \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2), \gamma > 0$ .
- sigmoid:  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \tanh(\gamma \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j + r)$ .

Here,  $\gamma$ ,  $r$ , and  $d$  are kernel parameters. [6]

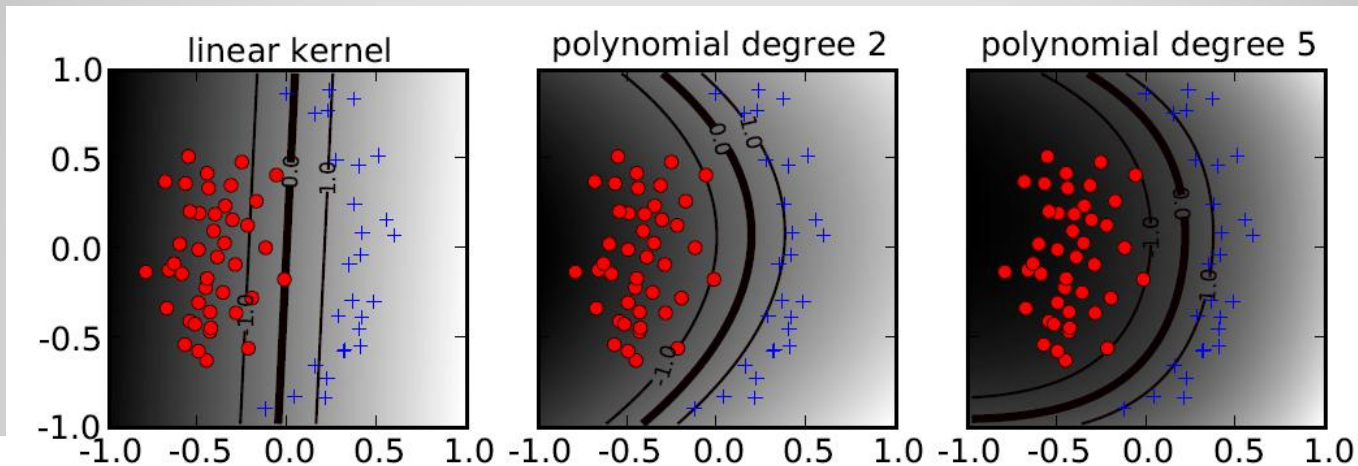
# Linear kernel

- $C$  is not a parameter of this kernel, but its values are usually tune up to improve the classifier performance.

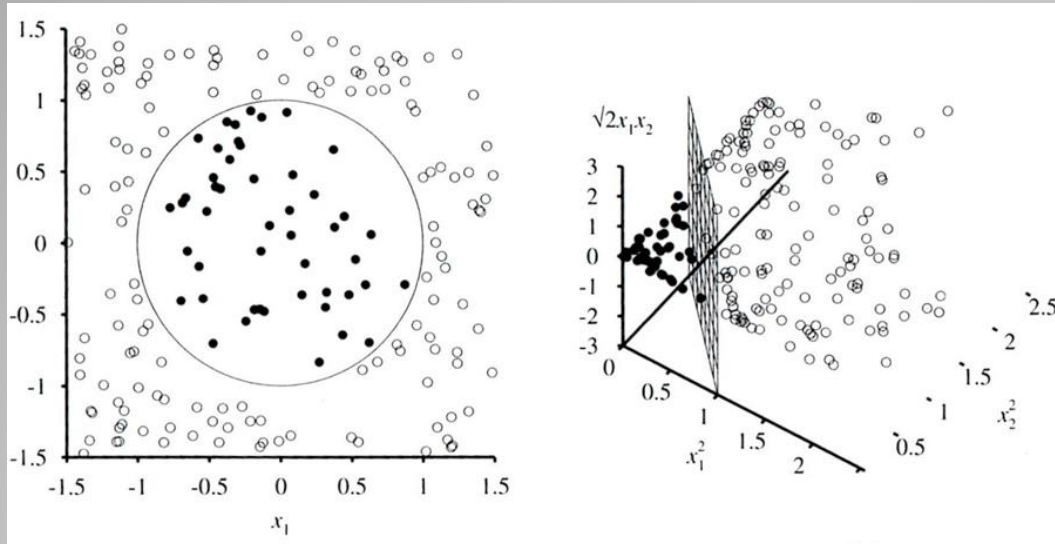


# Polynomial kernel

- Parameter  $d$  increases the features space:
  - Number of monomials with sum of exponents lower or equal to  $d$ .
- Higher degree polynomial kernels allow a more flexible decision boundary, but may lead to overfitting.



# Polynomial kernel



$$f_1 = x_1^2$$

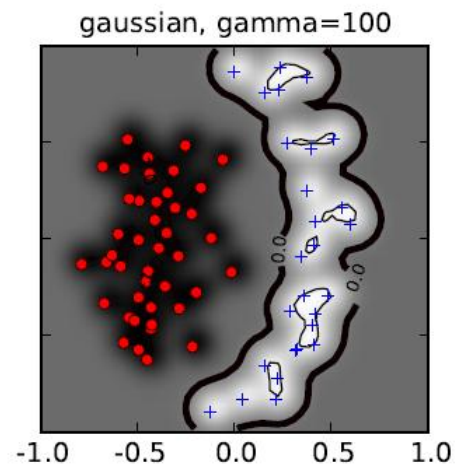
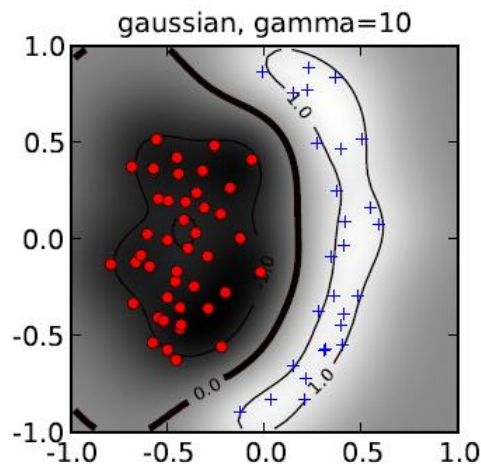
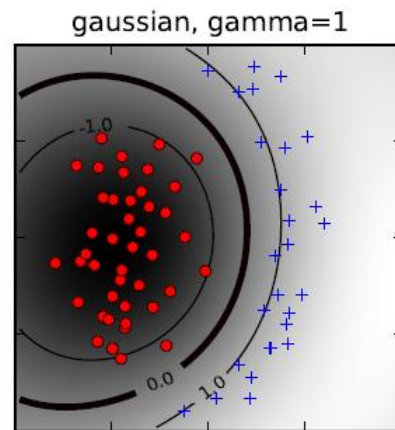
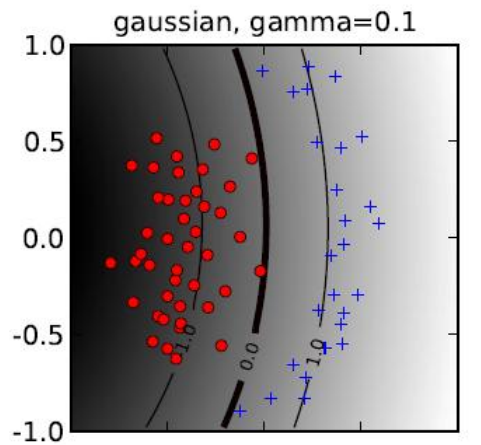
$$f_2 = x_2^2$$

$$f_3 = \sqrt{2}x_1x_2$$

- The numbers of monomials is calculated as:

$$\binom{d+m-1}{d} = \frac{(d+m-1)!}{d!(m-1)!} = \frac{(2+2-1)!}{2!(2-1)!} = 3$$

# RBF kernel



# Sigmoid Kernel

- This kernel was quite popular for support vector machines due to its origin from neural network theory.
- An SVM model using a sigmoid kernel function is equivalent to a two-layer, perceptron neural network.
- The sigmoid kernel is not better than the RBF kernel in general.<sup>[7]</sup>

[7] Hsuan-Tien Lin and Chih-Jen Lin. A Study on Sigmoid Kernels for SVM and the Training of non-PSD Kernels by SMO-type Methods. <http://home.caltech.edu/~htlin/publication/doc/tanh.pdf>



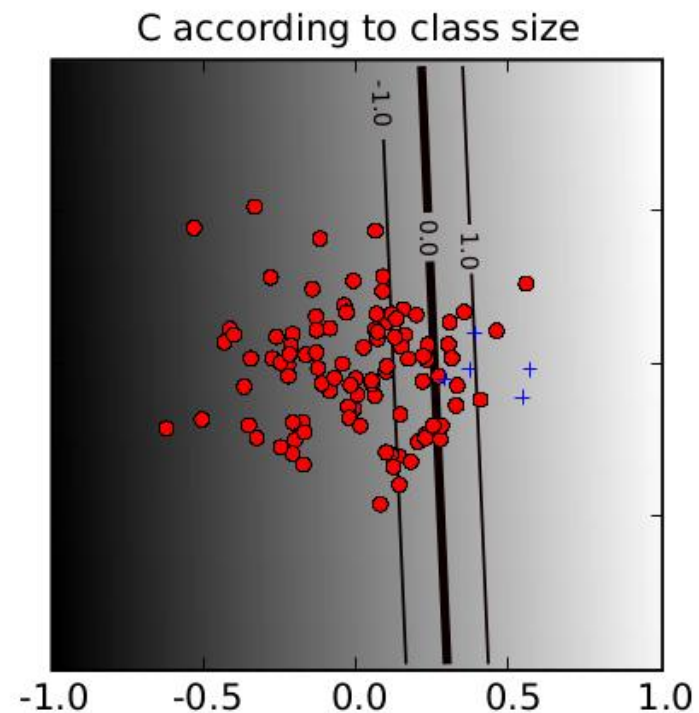
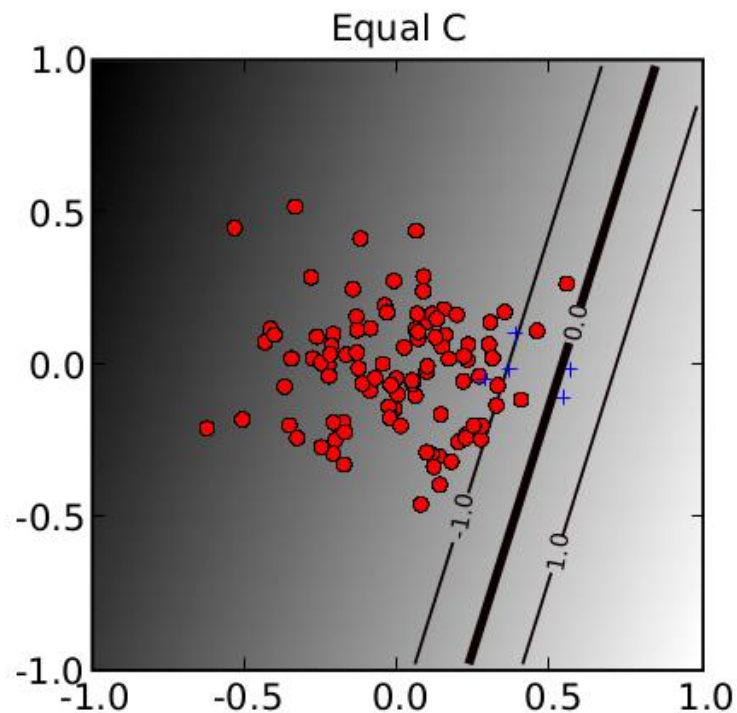
# Outline

- A brief history of SVM
- Linear classifiers in a nutshell
  - Linear separable
  - Nonlinear separable
- Creating nonlinear classifiers: the kernel trick
- SVM kernel functions
- SVM extensions
- Software
- Concluding examples and discussion

# SVMs for Unbalanced Data

$$C \sum_{i=1}^n \xi_i \longrightarrow C_+ \sum_{i \in I_+} \xi_i + C_- \sum_{i \in I_-} \xi_i$$

$$C_+ n_+ = C_- n_-$$



# SVM for multi-class classification?

- One can change the QP formulation to become multi-class.
- More often, building binary classifiers which distinguish between:<sup>[8]</sup>
  - one of the labels and the rest (*one-versus-all*).
  - between every pair of classes (*one-versus-one*).

[8] M. Galar, A. Fernández, E. Barrenechea, H. Bustince and F. Herrera, An Overview of Ensemble Methods for Binary Classifiers in Multi-class Problems: Experimental Study on One-vs-One and One-vs-All Schemes. Pattern Recognition 44:8 (2011) 1761-1776. <http://sci2s.ugr.es/ovo-ova>

# SVM for multi-class classification?



- One of the labels and the rest (*one-versus-all*)
- Between every pair of classes (*one-versus-one*)

WIKIPEDIA La enciclopedia libre

Artículo **Departamento de San José**

Coordenadas: 34°20'20"S 56°42'37"O (mapa) ★

**San José**  
Departamento de Uruguay



**Ubicación de San José**

<b>Coordenadas:</b>	34°20'20"S 56°42'37"O
<b>Capital:</b>	San José de Mayo
<b>Entidad:</b>	Departamento
<b>País:</b>	Uruguay
<b>Intendente:</b>	José Luis Falero Partido Nacional
<b>Superficie:</b>	Paisa 16.9
<b>• Total:</b>	4882 km² (2.83 %)
<b>Población (2011):</b>	Paisa 5.4

**Indice** [verificar]

- 1 Toponimia
- 2 Historia
  - 2.1 San José en la historia de Uruguay
  - 2.2 1811: Año de independencia
  - 2.3 1814: Fracaso
  - 2.4 1.º y 2.º Asambleas Constituyentes
  - 2.5 1831: La batalla de Caganchal
  - 2.6 Batallas de Salgado
- 3 Geografía
  - 3.1 Orografía
  - 3.2 Hidrografía
- 4 Clima
- 5 Flora y fauna
- 6 Economía
- 7 Comunicaciones
- 8 Gobierno
  - 8.1 Ejecutivo
  - 8.2 Legislativo
  - 8.3 Municipios
- 9 Educación y cultura
- 10 Población
  - 10.1 Censos urbanos
- 11 Atracciones turísticas
  - 11.1 Boca del Cofre
  - 11.2 Rija

# SVM for multi-class classification?

- One of the labels and the rest (*one-versus-all*)
- Between every pair of classes (*one-versus-one*)

WIKIPEDIA La enciclopedia libre

Artículo | Discusión

Lees | Editar | Ver historial | Búsqueda

No has iniciado sesión | Discusión | Contribuciones | Crear una cuenta | Acceder

## Departamento de San José

Coordenadas: 9° 34' 20.75" S 84° 23' 37" O (mapa) ✱

**San José**  
Departamento de Uruguay

San José es uno de los 19 departamentos que conforman la República Oriental del Uruguay. Está situado en la región meridional del país. Limita al norte con Flores, al este con Florida, Canelones y Montevideo, al oeste con Colonia y Soriano (mediante una pequeña intersección en la Villa Sarandí Continúa), y al sur con el Río de la Plata. Su superficie es de 4882 km² y tiene una población estimada de 108 399 habitantes según el censo de 2011, lo que lo convierte en uno de los departamentos más poblados del Uruguay.

Su franja meridional es parte del Área Metropolitana de Montevideo, debido a que esta zona está ocupada por la expansión de la mancha urbana del Gran Montevideo. La capital departamental es San José de Mayo.

1 Toponimia  
2 Historia  
3 Geografía  
4 Clima  
5 Flora y fauna  
6 Economía  
7 Comunicaciones  
8 Gobierno  
9 Educación y cultura  
10 Población  
11 Atractivos turísticos  
12 Río

11.1 Bosque del Cuñí  
11.2 Río

11.3 Río

11.4 Río

11.5 Río

11.6 Río

11.7 Río

11.8 Río

11.9 Río

12 Río

12.1 Río

12.2 Río

12.3 Río

12.4 Río

12.5 Río

12.6 Río

12.7 Río

12.8 Río

12.9 Río

13 Río

13.1 Río

13.2 Río

13.3 Río

13.4 Río

13.5 Río

13.6 Río

13.7 Río

13.8 Río

13.9 Río

14 Río

14.1 Río

14.2 Río

14.3 Río

14.4 Río

14.5 Río

14.6 Río

14.7 Río

14.8 Río

14.9 Río

15 Río

15.1 Río

15.2 Río

15.3 Río

15.4 Río

15.5 Río

15.6 Río

15.7 Río

15.8 Río

15.9 Río

16 Río

16.1 Río

16.2 Río

16.3 Río

16.4 Río

16.5 Río

16.6 Río

16.7 Río

16.8 Río

16.9 Río

17 Río

17.1 Río

17.2 Río

17.3 Río

17.4 Río

17.5 Río

17.6 Río

17.7 Río

17.8 Río

17.9 Río

18 Río

18.1 Río

18.2 Río

18.3 Río

18.4 Río

18.5 Río

18.6 Río

18.7 Río

18.8 Río

18.9 Río

19 Río

19.1 Río

19.2 Río

19.3 Río

19.4 Río

19.5 Río

19.6 Río

19.7 Río

19.8 Río

19.9 Río

20 Río

20.1 Río

20.2 Río

20.3 Río

20.4 Río

20.5 Río

20.6 Río

20.7 Río

20.8 Río

20.9 Río

21 Río

21.1 Río

21.2 Río

21.3 Río

21.4 Río

21.5 Río

21.6 Río

21.7 Río

21.8 Río

21.9 Río

22 Río

22.1 Río

22.2 Río

22.3 Río

22.4 Río

22.5 Río

22.6 Río

22.7 Río

22.8 Río

22.9 Río

23 Río

23.1 Río

23.2 Río

23.3 Río

23.4 Río

23.5 Río

23.6 Río

23.7 Río

23.8 Río

23.9 Río

24 Río

24.1 Río

24.2 Río

24.3 Río

24.4 Río

24.5 Río

24.6 Río

24.7 Río

24.8 Río

24.9 Río

25 Río

25.1 Río

25.2 Río

25.3 Río

25.4 Río

25.5 Río

25.6 Río

25.7 Río

25.8 Río

25.9 Río

26 Río

26.1 Río

26.2 Río

26.3 Río

26.4 Río

26.5 Río

26.6 Río

26.7 Río

26.8 Río

26.9 Río

27 Río

27.1 Río

27.2 Río

27.3 Río

27.4 Río

27.5 Río

27.6 Río

27.7 Río

27.8 Río

27.9 Río

28 Río

28.1 Río

28.2 Río

28.3 Río

28.4 Río

28.5 Río

28.6 Río

28.7 Río

28.8 Río

28.9 Río

29 Río

29.1 Río

29.2 Río

29.3 Río

29.4 Río

29.5 Río

29.6 Río

29.7 Río

29.8 Río

29.9 Río

30 Río

30.1 Río

30.2 Río

30.3 Río

30.4 Río

30.5 Río

30.6 Río

30.7 Río

30.8 Río

30.9 Río

31 Río

31.1 Río

31.2 Río

31.3 Río

31.4 Río

31.5 Río

31.6 Río

31.7 Río

31.8 Río

31.9 Río

32 Río

32.1 Río

32.2 Río

32.3 Río

32.4 Río

32.5 Río

32.6 Río

32.7 Río

32.8 Río

32.9 Río

33 Río

33.1 Río

33.2 Río

33.3 Río

33.4 Río

33.5 Río

33.6 Río

33.7 Río

33.8 Río

33.9 Río

34 Río

34.1 Río

34.2 Río

34.3 Río

34.4 Río

34.5 Río

34.6 Río

34.7 Río

34.8 Río

34.9 Río

35 Río

35.1 Río

35.2 Río

35.3 Río

35.4 Río

35.5 Río

35.6 Río

35.7 Río

35.8 Río

35.9 Río

36 Río

36.1 Río

36.2 Río

36.3 Río

36.4 Río

36.5 Río

36.6 Río

36.7 Río

36.8 Río

36.9 Río

37 Río

37.1 Río

37.2 Río

37.3 Río

37.4 Río

37.5 Río

37.6 Río

37.7 Río

37.8 Río

37.9 Río

38 Río

38.1 Río

38.2 Río

38.3 Río

38.4 Río

38.5 Río

38.6 Río

38.7 Río

38.8 Río

38.9 Río

39 Río

39.1 Río

39.2 Río

39.3 Río

39.4 Río

39.5 Río

39.6 Río

39.7 Río

39.8 Río

39.9 Río

40 Río

40.1 Río

40.2 Río

40.3 Río

40.4 Río

40.5 Río

40.6 Río

40.7 Río

40.8 Río

40.9 Río

41 Río

41.1 Río

41.2 Río

41.3 Río

41.4 Río

41.5 Río

41.6 Río

41.7 Río

41.8 Río

41.9 Río

42 Río

42.1 Río

42.2 Río

42.3 Río

42.4 Río

42.5 Río

42.6 Río

42.7 Río

42.8 Río

42.9 Río

43 Río

43.1 Río

43.2 Río

43.3 Río

43.4 Río

43.5 Río

43.6 Río

43.7 Río

43.8 Río

43.9 Río

44 Río

44.1 Río

44.2 Río

44.3 Río

44.4 Río

44.5 Río

44.6 Río

44.7 Río

44.8 Río

44.9 Río

45 Río

45.1 Río

45.2 Río

45.3 Río

45.4 Río

45.5 Río

45.6 Río

45.7 Río

45.8 Río

45.9 Río

46 Río

46.1 Río

46.2 Río

46.3 Río

46.4 Río

46.5 Río

46.6 Río

46.7 Río

46.8 Río

46.9 Río

47 Río

47.1 Río

47.2 Río

47.3 Río

47.4 Río

47.5 Río

47.6 Río

47.7 Río

47.8 Río

47.9 Río

48 Río

48.1 Río

48.2 Río

48.3 Río

48.4 Río

48.5 Río

48.6 Río

48.7 Río

48.8 Río

48.9 Río

49 Río

49.1 Río

49.2 Río

49.3 Río

49.4 Río

49.5 Río

49.6 Río

49.7 Río

49.8 Río

49.9 Río

50 Río

50.1 Río

50.2 Río

50.3 Río

50.4 Río

50.5 Río

50.6 Río

50.7 Río

50.8 Río

50.9 Río

51 Río

51.1 Río

51.2 Río

51.3 Río

51.4 Río

51.5 Río

51.6 Río

51.7 Río

51.8 Río

51.9 Río

52 Río

52.1 Río

52.2 Río

52.3 Río

52.4 Río

52.5 Río

52.6 Río

52.7 Río

52.8 Río

52.9 Río

53 Río

53.1 Río

53.2 Río

53.3 Río

53.4 Río

53.5 Río

53.6 Río

53.7 Río

53.8 Río

53.9 Río

54 Río

54.1 Río

54.2 Río

54.3 Río

54.4 Río

54.5 Río

54.6 Río

54.7 Río

54.8 Río

54.9 Río

55 Río

55.1 Río

55.2 Río

55.3 Río

55.4 Río

55.5 Río

55.6 Río

55.7 Río

55.8 Río

55.9 Río

56 Río

56.1 Río

56.2 Río

56.3 Río

56.4 Río

56.5 Río

56.6 Río

56.7 Río

56.8 Río

56.9 Río

57 Río

57.1 Río

57.2 Río

57.3 Río

57.4 Río

57.5 Río

57.6 Río

57.7 Río

57.8 Río

57.9 Río

58 Río

58.1 Río

58.2 Río

58.3 Río

58.4 Río

58.5 Río

58.6 Río

58.7 Río

58.8 Río

58.9 Río

59 Río

59.1 Río

59.2 Río

59.3 Río

59.4 Río

59.5 Río

59.6 Río

59.7 Río

59.8 Río

59.9 Río

60 Río

60.1 Río

60.2 Río

60.3 Río

60.4 Río

60.5 Río

60.6 Río

60.7 Río

60.8 Río

60.9 Río

61 Río

61.1 Río

61.2 Río

61.3 Río

61.4 Río

61.5 Río

61.6 Río

61.7 Río

61.8 Río

61.9 Río

62 Río

62.1 Río

62.2 Río

62.3 Río

62.4 Río

62.5 Río

62.6 Río

62.7 Río

62.8 Río

62.9 Río

63 Río

63.1 Río

63.2 Río

63.3 Río

63.4 Río

63.5 Río

63.6 Río

63.7 Río

63.8 Río

63.9 Río

64 Río

64.1 Río

64.2 Río

64.3 Río

64.4 Río

64.5 Río

64.6 Río

64.7 Río

64.8 Río

64.9 Río

65 Río

65.1 Río

65.2 Río

65.3 Río

65.4 Río

65.5 Río

65.6 Río

65.7 Río

65.8 Río

65.9 Río

66 Río

66.1 Río

66.2 Río

66.3 Río

66.4 Río

66.5 Río

66.6 Río

66.7 Río

66.8 Río

66.9 Río

67 Río

67.1 Río

67.2 Río

67.3 Río

67.4 Río

67.5 Río

67.6 Río

67.7 Río

67.8 Río

67.9 Río

68 Río

68.1 Río

68.2 Río

68.3 Río

68.4 Río

68.5 Río

68.6 Río

68.7 Río

68.8 Río

68.9 Río

69 Río

69.1 Río

69.2 Río

69.3 Río

69.4 Río

69.5 Río

69.6 Río

69.7 Río

69.8 Río

69.9 Río

70 Río

70.1 Río

70.2 Río

70.3 Río

70.4 Río

70.5 Río

70.6 Río

70.7 Río

70.8 Río

70.9 Río

71 Río

71.1 Río

71.2 Río

71.3 Río

71.4 Río

71.5 Río

71.6 Río

71.7 Río

71.8 Río

71.9 Río

72 Río

72.1 Río

72.2 Río

72.3 Río

72.4 Río

72.5 Río

72.6 Río

72.7 Río

72.8 Río

72.9 Río

73 Río

73.1 Río

73.2 Río

73.3 Río

73.4 Río

73.5 Río

73.6 Río

73.7 Río

73.8 Río

73.9 Río

74 Río

74.1 Río

74.2 Río

74.3 Río

74.4 Río

74.5 Río

74.6 Río

74.7 Río

74.8 Río

74.9 Río

75 Río

75.1 Río

75.2 Río

75.3 Río

75.4 Río

75.5 Río

75.6 Río

75.7 Río

75.8 Río

75.9 Río

76 Río

76.1 Río

76.2 Río

76.3 Río

76.4 Río

76.5 Río

76.6 Río

76.7 Río

76.8 Río

76.9 Río

77 Río

77.1 Río

77.2 Río

77.3 Río

77.4 Río

77.5 Río

77.6 Río

77.7 Río

77.8 Río

77.9 Río

78 Río

78.1 Río

78.2 Río

78.3 Río

78.4 Río

78.5 Río

78.6 Río

78.7 Río

78.8 Río

78.9 Río

79 Río

79.1 Río

79.2 Río

79.3 Río

79.4 Río

79.5 Río

79.6 Río

79.7 Río

79.8 Río

79.9 Río

80 Río

80.1 Río

80.2 Río

80.3 Río

80.4 Río

80.5 Río

80.6 Río

80.7 Río

80.8 Río

80.9 Río

81 Río

81.1 Río

81.2 Río

81.3 Río

81.4 Río

81.5 Río

81.6 Río

81.7 Río

81.8 Río

81.9 Río

82 Río

82.1 Río

82.2 Río

82.3 Río

82.4 Río

82.5 Río

82.6 Río

82.7 Río

82.8 Río

82.9 Río

83 Río

83.1 Río

83.2 Río

83.3 Río

83.4 Río

83.5 Río

83.6 Río

83.7 Río

83.8 Río

83.9 Río

84 Río

84.1 Río

84.2 Río

84.3 Río

84.4 Río

84.5 Río

84.6 Río

84.7 Río

84.8 Río

84.9 Río

85 Río

85.1 Río

85.2 Río

85.3 Río

85.4 Río

85.5 Río

85.6 Río

85.7 Río

85.8 Río

85.9 Río

86 Río

86.1 Río

86.2 Río

86.3 Río

86.4 Río

86.5 Río

86.6 Río

86.7 Río

86.8 Río

86.9 Río

87 Río

87.1 Río

87.2 Río

87.3 Río

87.4 Río

87.5 Río

87.6 Río

87.7 Río

87.8 Río

87.9 Río

88 Río

88.1 Río

88.2 Río

88.3 Río

88.4 Río

88.5 Río

88.6 Río

88.7 Río

88.8 Río

88.9 Río

89 Río

89.1 Río

89.2 Río

89.3 Río

89.4 Río

89.5 Río

89.6 Río

89.7 Río

89.8 Río

89.9 Río

90 Río

90.1 Río

90.2 Río

90.3 Río

90.4 Río

90.5 Río

90.6 Río

90.7 Río

90.8 Río

90.9 Río

91 Río

91.1 Río

91.2 Río

91.3 Río

91.4 Río

91.5 Río

91.6 Río

91.7 Río

91.8 Río

91.9 Río

92 Río

92.1 Río

92.2 Río

92.3 Río

92.4 Río

92.5 Río

92.6 Río

92.7 Río

92.8 Río

92.9 Río

93 Río

93.1 Río

93.2 Río

93.3 Río

93.4 Río

93.5 Río

93.6 Río

93.7 Río

93.8 Río

93.9 Río

94 Río

94.1 Río

94.2 Río

94.3 Río

94.4 Río

94.5 Río

94.6 Río

94.7 Río

94.8 Río

94.9 Río

95 Río

95.1 Río

95.2 Río

95.3 Río

95.4 Río

95.5 Río

95.6 Río

95.7 Río

95.8 Río

95.9 Río

96 Río

96.1 Río

96.2 Río

96.3 Río

96.4 Río

96.5 Río

96.6 Río

96.7 Río

96.8 Río

96.9 Río

97 Río

97.1 Río

97.2 Río

97.3 Río

97.4 Río

97.5 Río

97.6 Río

97.7 Río

97.8 Río

97.9 Río

98 Río

98.1 Río

98.2 Río

98.3 Río

98.4 Río

98.5 Río

98.6 Río

98.7 Río

98.8 Río

98.9 Río

99 Río

99.1 Río

99.2 Río

99.3 Río

99.4 Río

99.5 Río

99.6 Río

99.7 Río

99.8 Río

99.9 Río

100 Río

100.1 Río

100.2 Río

100.3 Río

100.4 Río

100.5 Río

100.6 Río

100.7 Río

100.8 Río

100.9 Río

101 Río

101.1 Río

101.2 Río

101.3 Río

101.4 Río

101.5 Río

101.6 Río

101.7 Río

101.8 Río

101.9 Río

102 Río

102.1 Río

102.2 Río

102.3 Río

102.4 Río

102.5 Río

102.6 Río

102.7 Río

102.8 Río

102.9 Río

103 Río

103.1 Río

103.2 Río

103.3 Río

103.4 Río

103.5 Río

103.6 Río

103.7 Río

103.8 Río

103.9 Río

104 Río

104.1 Río

104.2 Río

104.3 Río

104.4 Río

104.5 Río

104.6 Río

104.7 Río

104.8 Río

104.9 Río

105 Río

105.1 Río

105.2 Río

105.3 Río

105.4 Río

105.5 Río

105.6 Río

105.7 Río

105.8 Río

105.9 Río

106 Río

106.1 Río

106.2 Río

106.3 Río

106.4 Río

106.5 Río

106.6 Río

106.7 Río

106.8 Río

106.9 Río

107 Río

107.1 Río

107.2 Río

107.3 Río

107.4 Río

107.5 Río

107.6 Río

107.7 Río

107.8 Río

107.9 Río

108 Río

108.1 Río

108.2 Río

108.3 Río

108.4 Río

108.5 Río

108.6 Río

108.7 Río

108.8 Río

108.9 Río

109 Río

109.1 Río

109.2 Río

109.3 Río

109.4 Río

109.5 Río

109.6 Río

109.7 Río

109.8 Río

109.9 Río

110 Río

110.1 Río

110.2 Río

110.3 Río

110.4 Río

110.5 Río

110.6 Río

110.7 Río

110.8 Río

110.9 Río

111 Río

111.1 Río

111.2 Río

111.3 Río

111.4 Río

111.5 Río

111.6 Río

111.7 Río

111.8 Río

111.9 Río

112 Río

112.1 Río

112.2 Río

112.3 Río

112.4 Río

112.5 Río

112.6 Río

112.7 Río

112.8 Río

112.9 Río

113 Río

113.1 Río

113.2 Río

113.3 Río

113.4 Río

113.5 Río

113.6 Río

113.7 Río

113.8 Río

113.9 Río

114 Río

114.1 Río

114.2 Río

114.3 Río

114.4 Río

114.5 Río

114.6 Río

114.7 Río

114.8 Río

114.9 Río

115 Río

115.1 Río

115.2 Río

115.3 Río

115.4 Río

115.5 Río

115.6 Río

115.7 Río

115.8 Río

115.9 Río

116 Río

116.1 Río

116.2 Río

116.3 Río

116.4 Río

116.5 Río

116.6 Río

116.7 Río

116.8 Río

116.9 Río

117 Río

117.1 Río

117.2 Río

117.3 Río

117.4 Río

117.5 Río

117.6 Río

117.7 Río

117.8 Río

117.9 Río

118 Río

118.1 Río

118.2 Río

118.3 Río

118.4 Río

118.5 Río

118.6 Río

118.7 Río

118.8 Río

118.9 Río

119 Río

119.1 Río

119.2 Río

119.3 Río

119.4 Río

119.5 Río

119.6 Río

119.7 Río

119.8 Río

119.9 Río

120 Río

120.1 Río

120.2 Río

120.3 Río

120.4 Río

120.5 Río

120.6 Río

120.7 Río

120.8 Río

120.9 Río

121 Río

121.1 Río

121.2 Río

121.3 Río

121.4 Río

121.5 Río

121.6 Río

121.7 Río

121.8 Río

121.9 Río

122 Río

122.1 Río

122.2 Río

122.3 Río

122.4 Río

122.5 Río

122.6 Río

122.7 Río

122.8 Río

122.9 Río

123 Río

123.1 Río

123.2 Río

123.3 Río

123.4 Río

123.5 Río

123.6 Río

123.7 Río

123.8 Río

123.9 Río

124 Río

124.1 Río

124.2 Río

124.3 Río

124.4 Río

124.5 Río

124.6 Río

124.7 Río

124.8 Río

124.9 Río

125 Río

125.1 Río

125.2 Río

125.3 Río

125.4 Río

125.5 Río

125.6 Río

125.7 Río

125.8 Río

125.9 Río

126 Río

126.1 Río

126.2 Río

126.3 Río

126.4 Río

126.5 Río

126.6 Río

126.7 Río

126.8 Río

126.9 Río

127 Río

127.1 Río

127.2 Río

127.3 Río

127.4 Río

127.5 Río

127.6 Río

127.7 Río

127.8 Río

127.9 Río

128 Río

128.1 Río

128.2 Río

128.3 Río

128.4 Río

128.5 Río

128.6 Río

128.7 Río

128.8 Río

128.9

# SVM for multi-class classification?

- One of the labels and the rest (*one-versus-all*)

WIKIPEDIA La enciclopedia libre

Artículo | Discusión

Departamento de San José

San José es uno de los 19 departamentos que conforman la República Oriental del Uruguay. Está situado en la región meridional del país. Limita al norte con Flores, al este con Florida, Canelones y Montevideo, al oeste con Colonia y Soriano (mediante una pequeña intersección en la Villa Sarandí Corina), y al sur con el Río de la Plata. Su superficie es de 4882 km² y tiene una población estimada de 108 399 habitantes según el censo de 2011, lo que lo convierte en uno de los departamentos más poblados del Uruguay.

Su franja meridional es parte del Área Metropolitana de Montevideo, debido a que esta zona está ocupada por la expansión de la mancha urbana del Gran Montevideo. La capital

1 Toponimia  
2 Historia  
3 Geografía  
4 Clima  
5 Flora y fauna  
6 Economía  
7 Comunicaciones  
8 Gobierno  
9 Educación y cultura  
10 Población  
11 Atractivos turísticos  
12 Río de la Plata

FA

GA

C

Stub

P

N

C<sub>1</sub> SVM

San José

Uruguay

Bravio

Ubicación de San José

Coordenadas: 34°20'27"S 56°12'23"W

Capital: San José de Mayo

Entidad: Departamento

País: Uruguay

Intendente: José Luis Falero

Partido Nacional

Superficie: Páscua 16.º

Total: 4882 km² (2.63 %)

Población (2011): Páscua 5.º

# SVM for multi-class classification?

- One of the labels and the rest (*one-versus-all*)

WIKIPEDIA La enciclopedia libre

Artículo | Discusión

Departamento de San José

San José es uno de los 19 departamentos que conforman la República Oriental del Uruguay. Está situado en la región meridional del país. Limita al norte con Flores, al este con Florida, Carreteres y Montevideo, al oeste con Colonia y Soriano (mediante una pequeña intersección en la Villa Sarandí Corina), y al sur con el Río de la Plata. Su superficie es de 4882 km² y tiene una población estimada de 108 399 habitantes según el censo de 2011, lo que lo convierte en uno de los departamentos más poblados del Uruguay.

Se trata de una zona meridional en parte del Área Metropolitana de Montevideo, debido a que esta zona está ocupada por la expansión de la mancha urbana del Gran Montevideo. La capital

1 Toponimia  
2 Historia  
3 Geografía  
4 Clima  
5 Flora y fauna  
6 Economía  
7 Comunicaciones  
8 Gobierno  
9 Educación y cultura  
10 Población  
11 Atractivos turísticos  
12 Río

11.1 Bosque del Cofre  
11.2 Río

San José

Coordenadas: 34°25'37S 56°14'23W (mapa)

Capital: San José de Mayo  
Entidad: Departamento  
País: Uruguay  
Intendente: José Luis Falero  
Superficie: Párrafo 16.º  
• Total: 4882 km² (2.63 %)  
Población (2011): Párrafo 5.º

Diagram illustrating the SVM classification process for multi-class classification:

The input data is divided into two groups, **P** and **N**, based on the SVM model output.

Group **P** (Positive) includes:

- FA (False Acceptance)
- GA (False Acceptance)

Group **N** (Negative) includes:

- C (Correct Classification)
- Stub (Stub Classification)

The SVM model is represented by a diagram showing a grid of data points and a decision boundary.

**C<sub>2</sub> SVM**

# SVM for multi-class classification?

- One of the labels and the rest (*one-versus-all*)

WIKIPEDIA La enciclopedia libre

Artículo | Discusión

## Departamento de San José

Coordenadas: 34°26'37S 66°42'37O (mapa) ✱

San José es uno de los 19 departamentos que conforman la República Oriental del Uruguay. Está situado en la región meridional del país. Limita al norte con Flores, al este con Florida, Carreteres y Montevideo, al oeste con Colonia y Soriano (mediante una pequeña intersección en la Villa Sarandí Corina), y al sur con el Río de la Plata. Su superficie es de 4862 km² y tiene una población estimada de 108 399 habitantes según el censo de 2011, lo que lo convierte en uno de los departamentos más poblados del Uruguay.

5. Frontera meridional ex parte del Área Metropolitana de Montevideo, debido a que esta zona está ocupada por la expansión de la mancha urbana del Gran Montevideo.

Toponimia

1.1 Etimología

1.2 Historia

2.1 Geografía

2.2 Hidrografía

4. Clima

5. Flora y fauna

6. Economía

7. Comunicaciones

8. Gobierno

8.1 Ejecutivo

8.2 Legislativo

8.3 Municipios

9. Educación y cultura

10. Población

10.1 Centros urbanos

11. Atracciones turísticas

11.1 Bosque del Cofre

11.2 Ríos

San José

Departamento de Uruguay

Capital

Bravío

Ubicación de San José

Coordenadas: 34°26'37S 66°42'37O

Capital: San José del Mayo

Entidad: Departamento

País: Uruguay

Intendente: José Luis Falero

Partido Nacional

Superficie: Párrafo 16.º

• Total: 4862 km² (2.63 %)

Población (2011): Párrafo 5.º

FA

GA

C

Stub

P

N

C<sub>3</sub>

SVM



# SVM for multi-class classification?

- One of the labels and the rest (*one-versus-all*)

WIKIPEDIA La enciclopedia libre

Artículo | Discusión

Departamento de San José

San José es uno de los 19 departamentos que conforman la República Oriental del Uruguay. Está situado en la región meridional del país. Limita al norte con Flores, al este con Florida, Carreteres y Montevideo, al oeste con Colonia y Soriano (mediante una pequeña intersección en la Villa Sarandí Corina), y al sur con el Río de la Plata. Su superficie es de 4882 km² y tiene una población estimada de 108 399 habitantes según el censo de 2011, lo que lo convierte en uno de los departamentos más poblados del Uruguay.

Se trata de una zona meridional en parte del Área Metropolitana de Montevideo, debido a que esta zona está ocupada por la expansión de la mancha urbana del Gran Montevideo. La capital del departamento es San José de Mayo.

1 Topografía

2 Historia

3 Población

4 Clima

5 Flora y fauna

6 Economía

7 Comunicaciones

8 Gobierno

8.1 Ejecutivo

8.2 Legislativo

8.3 Municipios

9 Educación y cultura

10 Población

10.1 Centros urbanos

11 Atractivos turísticos

11.1 Bosque del Cofre

11.2 Río

12 Geografía

12.1 Hidrografía

12.2 Clima

12.3 Flora y fauna

12.4 Economía

12.5 Comunicaciones

12.6 Gobierno

12.7 Educación y cultura

12.8 Población

12.9 Atractivos turísticos

12.10 Bosque del Cofre

12.11 Río

12.12 Geografía

12.13 Historia

12.14 Población

12.15 Economía

12.16 Comunicaciones

12.17 Gobierno

12.18 Educación y cultura

12.19 Población

12.20 Atractivos turísticos

12.21 Bosque del Cofre

12.22 Río

12.23 Geografía

12.24 Historia

12.25 Población

12.26 Economía

12.27 Comunicaciones

12.28 Gobierno

12.29 Educación y cultura

12.30 Población

12.31 Atractivos turísticos

12.32 Bosque del Cofre

12.33 Río

12.34 Geografía

12.35 Historia

12.36 Población

12.37 Economía

12.38 Comunicaciones

12.39 Gobierno

12.40 Educación y cultura

12.41 Población

12.42 Atractivos turísticos

12.43 Bosque del Cofre

12.44 Río

12.45 Geografía

12.46 Historia

12.47 Población

12.48 Economía

12.49 Comunicaciones

12.50 Gobierno

12.51 Educación y cultura

12.52 Población

12.53 Atractivos turísticos

12.54 Bosque del Cofre

12.55 Río

12.56 Geografía

12.57 Historia

12.58 Población

12.59 Economía

12.60 Comunicaciones

12.61 Gobierno

12.62 Educación y cultura

12.63 Población

12.64 Atractivos turísticos

12.65 Bosque del Cofre

12.66 Río

12.67 Geografía

12.68 Historia

12.69 Población

12.70 Economía

12.71 Comunicaciones

12.72 Gobierno

12.73 Educación y cultura

12.74 Población

12.75 Atractivos turísticos

12.76 Bosque del Cofre

12.77 Río

12.78 Geografía

12.79 Historia

12.80 Población

12.81 Economía

12.82 Comunicaciones

12.83 Gobierno

12.84 Educación y cultura

12.85 Población

12.86 Atractivos turísticos

12.87 Bosque del Cofre

12.88 Río

12.89 Geografía

12.90 Historia

12.91 Población

12.92 Economía

12.93 Comunicaciones

12.94 Gobierno

12.95 Educación y cultura

12.96 Población

12.97 Atractivos turísticos

12.98 Bosque del Cofre

12.99 Río

13 Geografía

13.1 Historia

13.2 Población

13.3 Economía

13.4 Comunicaciones

13.5 Gobierno

13.6 Educación y cultura

13.7 Población

13.8 Atractivos turísticos

13.9 Bosque del Cofre

13.10 Río

13.11 Geografía

13.12 Historia

13.13 Población

13.14 Economía

13.15 Comunicaciones

13.16 Gobierno

13.17 Educación y cultura

13.18 Población

13.19 Atractivos turísticos

13.20 Bosque del Cofre

13.21 Río

13.22 Geografía

13.23 Historia

13.24 Población

13.25 Economía

13.26 Comunicaciones

13.27 Gobierno

13.28 Educación y cultura

13.29 Población

13.30 Atractivos turísticos

13.31 Bosque del Cofre

13.32 Río

13.33 Geografía

13.34 Historia

13.35 Población

13.36 Economía

13.37 Comunicaciones

13.38 Gobierno

13.39 Educación y cultura

13.40 Población

13.41 Atractivos turísticos

13.42 Bosque del Cofre

13.43 Río

13.44 Geografía

13.45 Historia

13.46 Población

13.47 Economía

13.48 Comunicaciones

13.49 Gobierno

13.50 Educación y cultura

13.51 Población

13.52 Atractivos turísticos

13.53 Bosque del Cofre

13.54 Río

13.55 Geografía

13.56 Historia

13.57 Población

13.58 Economía

13.59 Comunicaciones

13.60 Gobierno

13.61 Educación y cultura

13.62 Población

13.63 Atractivos turísticos

13.64 Bosque del Cofre

13.65 Río

13.66 Geografía

13.67 Historia

13.68 Población

13.69 Economía

13.70 Comunicaciones

13.71 Gobierno

13.72 Educación y cultura

13.73 Población

13.74 Atractivos turísticos

13.75 Bosque del Cofre

13.76 Río

13.77 Geografía

13.78 Historia

13.79 Población

13.80 Economía

13.81 Comunicaciones

13.82 Gobierno

13.83 Educación y cultura

13.84 Población

13.85 Atractivos turísticos

13.86 Bosque del Cofre

13.87 Río

13.88 Geografía

13.89 Historia

13.90 Población

13.91 Economía

13.92 Comunicaciones

13.93 Gobierno

13.94 Educación y cultura

13.95 Población

13.96 Atractivos turísticos

13.97 Bosque del Cofre

13.98 Río

13.99 Geografía

14 Historia

14.1 Población

14.2 Economía

14.3 Comunicaciones

14.4 Gobierno

14.5 Educación y cultura

14.6 Población

14.7 Atractivos turísticos

14.8 Bosque del Cofre

14.9 Río

14.10 Geografía

14.11 Historia

14.12 Población

14.13 Economía

14.14 Comunicaciones

14.15 Gobierno

14.16 Educación y cultura

14.17 Población

14.18 Atractivos turísticos

14.19 Bosque del Cofre

14.20 Río

14.21 Geografía

14.22 Historia

14.23 Población

14.24 Economía

14.25 Comunicaciones

14.26 Gobierno

14.27 Educación y cultura

14.28 Población

14.29 Atractivos turísticos

14.30 Bosque del Cofre

14.31 Río

14.32 Geografía

14.33 Historia

14.34 Población

14.35 Economía

14.36 Comunicaciones

14.37 Gobierno

14.38 Educación y cultura

14.39 Población

14.40 Atractivos turísticos

14.41 Bosque del Cofre

14.42 Río

14.43 Geografía

14.44 Historia

14.45 Población

14.46 Economía

14.47 Comunicaciones

14.48 Gobierno

14.49 Educación y cultura

14.50 Población

14.51 Atractivos turísticos

14.52 Bosque del Cofre

14.53 Río

14.54 Geografía

14.55 Historia

14.56 Población

14.57 Economía

14.58 Comunicaciones

14.59 Gobierno

14.60 Educación y cultura

14.61 Población

14.62 Atractivos turísticos

14.63 Bosque del Cofre

14.64 Río

14.65 Geografía

14.66 Historia

14.67 Población

14.68 Economía

14.69 Comunicaciones

14.70 Gobierno

14.71 Educación y cultura

14.72 Población

14.73 Atractivos turísticos

14.74 Bosque del Cofre

14.75 Río

14.76 Geografía

14.77 Historia

14.78 Población

14.79 Economía

14.80 Comunicaciones

14.81 Gobierno

14.82 Educación y cultura

14.83 Población

14.84 Atractivos turísticos

14.85 Bosque del Cofre

14.86 Río

14.87 Geografía

14.88 Historia

14.89 Población

14.90 Economía

14.91 Comunicaciones

14.92 Gobierno

14.93 Educación y cultura

14.94 Población

14.95 Atractivos turísticos

14.96 Bosque del Cofre

14.97 Río

14.98 Geografía

14.99 Historia

15 Geografía

15.1 Historia

15.2 Población

15.3 Economía

15.4 Comunicaciones

15.5 Gobierno

15.6 Educación y cultura

15.7 Población

15.8 Atractivos turísticos

15.9 Bosque del Cofre

15.10 Río

15.11 Geografía

15.12 Historia

15.13 Población

15.14 Economía

15.15 Comunicaciones

15.16 Gobierno

15.17 Educación y cultura

15.18 Población

15.19 Atractivos turísticos

15.20 Bosque del Cofre

15.21 Río

15.22 Geografía

15.23 Historia

15.24 Población

15.25 Economía

15.26 Comunicaciones

15.27 Gobierno

15.28 Educación y cultura

15.29 Población

15.30 Atractivos turísticos

15.31 Bosque del Cofre

15.32 Río

15.33 Geografía

15.34 Historia

15.35 Población

15.36 Economía

15.37 Comunicaciones

15.38 Gobierno

15.39 Educación y cultura

15.40 Población

15.41 Atractivos turísticos

15.42 Bosque del Cofre

15.43 Río

15.44 Geografía

15.45 Historia

15.46 Población

15.47 Economía

15.48 Comunicaciones

15.49 Gobierno

15.50 Educación y cultura

15.51 Población

15.52 Atractivos turísticos

15.53 Bosque del Cofre

15.54 Río

15.55 Geografía

15.56 Historia

15.57 Población

15.58 Economía

15.59 Comunicaciones

15.60 Gobierno

15.61 Educación y cultura

15.62 Población

15.63 Atractivos turísticos

15.64 Bosque del Cofre

15.65 Río

15.66 Geografía

15.67 Historia

15.68 Población

15.69 Economía

15.70 Comunicaciones

15.71 Gobierno

15.72 Educación y cultura

15.73 Población

15.74 Atractivos turísticos

15.75 Bosque del Cofre

15.76 Río

15.77 Geografía

15.78 Historia

15.79 Población

15.80 Economía

15.81 Comunicaciones

15.82 Gobierno

15.83 Educación y cultura

15.84 Población

15.85 Atractivos turísticos

15.86 Bosque del Cofre

15.87 Río

15.88 Geografía

15.89 Historia

15.90 Población

15.91 Economía

15.92 Comunicaciones

15.93 Gobierno

15.94 Educación y cultura

15.95 Población

15.96 Atractivos turísticos

15.97 Bosque del Cofre

15.98 Río

15.99 Geografía

16 Historia

16.1 Población

16.2 Economía

16.3 Comunicaciones

16.4 Gobierno

16.5 Educación y cultura

16.6 Población

16.7 Atractivos turísticos

16.8 Bosque del Cofre

16.9 Río

16.10 Geografía

16.11 Historia

16.12 Población

16.13 Economía

16.14 Comunicaciones

16.15 Gobierno

16.16 Educación y cultura

16.17 Población

16.18 Atractivos turísticos

16.19 Bosque del Cofre

16.20 Río

16.21 Geografía

16.22 Historia

16.23 Población

16.24 Economía

16.25 Comunicaciones

16.26 Gobierno

16.27 Educación y cultura

16.28 Población

16.29 Atractivos turísticos

16.30 Bosque del Cofre

16.31 Río

16.32 Geografía

16.33 Historia

16.34 Población

16.35 Economía

16.36 Comunicaciones

16.37 Gobierno

16.38 Educación y cultura

16.39 Población

16.40 Atractivos turísticos

16.41 Bosque del Cofre

16.42 Río

16.43 Geografía

16.44 Historia

16.45 Población

16.46 Economía

16.47 Comunicaciones

16.48 Gobierno

16.49 Educación y cultura

16.50 Población

16.51 Atractivos turísticos

16.52 Bosque del Cofre

16.53 Río

16.54 Geografía

16.55 Historia

16.56 Población

16.57 Economía

16.58 Comunicaciones

16.59 Gobierno

16.60 Educación y cultura

16.61 Población

16.62 Atractivos turísticos

16.63 Bosque del Cofre

16.64 Río

16.65 Geografía

16.66 Historia

16.67 Población

16.68 Economía

16.69 Comunicaciones

16.70 Gobierno

16.71 Educación y cultura

16.72 Población

16.73 Atractivos turísticos

16.74 Bosque del Cofre

16.75 Río

16.76 Geografía

16.77 Historia

16.78 Población

16.79 Economía

16.80 Comunicaciones

16.81 Gobierno

16.82 Educación y cultura

16.83 Población

16.84 Atractivos turísticos

16.85 Bosque del Cofre

16.86 Río

16.87 Geografía

16.88 Historia

16.89 Población

16.90 Economía

16.91 Comunicaciones

16.92 Gobierno

16.93 Educación y cultura

16.94 Población

16.95 Atractivos turísticos

16.96 Bosque del Cofre

16.97 Río

16.98 Geografía

16.99 Historia

17 Geografía

17.1 Historia

17.2 Población

17.3 Economía

17.4 Comunicaciones

17.5 Gobierno

17.6 Educación y cultura

17.7 Población

17.8 Atractivos turísticos

17.9 Bosque del Cofre

17.10 Río

17.11 Geografía

17.12 Historia

17.13 Población

17.14 Economía

17.15 Comunicaciones

17.16 Gobierno

17.17 Educación y cultura

17.18 Población

17.19 Atractivos turísticos

17.20 Bosque del Cofre

17.21 Río

17.22 Geografía

17.23 Historia

17.24 Población

17.25 Economía

17.26 Comunicaciones

17.27 Gobierno

17.28 Educación y cultura

17.29 Población

17.30 Atractivos turísticos

17.31 Bosque del Cofre

17.32 Río

17.33 Geografía

17.34 Historia

17.35 Población

17.36 Economía

17.37 Comunicaciones

17.38 Gobierno

17.39 Educación y cultura

17.40 Población

17.41 Atractivos turísticos

17.42 Bosque del Cofre

17.43 Río

17.44 Geografía

17.45 Historia

17.46 Población

17.47 Economía

17.48 Comunicaciones

17.49 Gobierno

17.50 Educación y cultura

17.51 Población

17.52 Atractivos turísticos

17.53 Bosque del Cofre

17.54 Río

17.55 Geografía

17.56 Historia

17.57 Población

17.58 Economía

17.59 Comunicaciones

17.60 Gobierno

17.61 Educación y cultura

17.62 Población

17.63 Atractivos turísticos

17.64 Bosque del Cofre

17.65 Río

17.66 Geografía

17.67 Historia

17.68 Población

17.69 Economía

17.70 Comunicaciones

17.71 Gobierno

17.72 Educación y cultura

17.73 Población

17.74 Atractivos turísticos

17.75 Bosque del Cofre

17.76 Río

17.77 Geografía

17.78 Historia

17.79 Población

17.80 Economía

17.81 Comunicaciones

17.82 Gobierno

17.83 Educación y cultura

17.84 Población

17.85 Atractivos turísticos

17.86 Bosque del Cofre

17.87 Río

17.88 Geografía

17.89 Historia

17.90 Población

17.91 Economía

17.92 Comunicaciones

17.93 Gobierno

17.94 Educación y cultura

17.95 Población

17.96 Atractivos turísticos

17.97 Bosque del Cofre

17.98 Río

17.99 Geografía

18 Historia

18.1 Población

18.2 Economía

18.3 Comunicaciones

18.4 Gobierno

18.5 Educación y cultura

18.6 Población

18.7 Atractivos turísticos

18.8 Bosque del Cofre

18.9 Río

18.10 Geografía

18.11 Historia

18.12 Población

18.13 Economía

18.14 Comunicaciones

18.15 Gobierno

18.16 Educación y cultura

18.17 Población

18.18 Atractivos turísticos

18.19 Bosque del Cofre

18.20 Río

18.21 Geografía

18.22 Historia

18.23 Población

18.24 Economía

18.25 Comunicaciones

18.26 Gobierno

18.27 Educación y cultura

18.28 Población

18.29 Atractivos turísticos

18.30 Bosque del Cofre

18.31 Río

18.32 Geografía

18.33 Historia

18.34 Población

18.35 Economía

18.36 Comunicaciones

18.37 Gobierno

18.38 Educación y cultura

18.39 Población

18.40 Atractivos turísticos

18.41 Bosque del Cofre

18.42 Río

18.43 Geografía

18.44 Historia

18.45 Población

18.46 Economía

18.47 Comunicaciones

18.48 Gobierno

18.49 Educación y cultura

18.50 Población

18.51 Atractivos turísticos

18.52 Bosque del Cofre

18.53 Río

18.54 Geografía

18.55 Historia

18.56 Población

18.57 Economía

18.58 Comunicaciones

18.59 Gobierno

18.60 Educación y cultura

18.61 Población

18.62 Atractivos turísticos

18.63 Bosque del Cofre

18.64 Río

18.65 Geografía

18.66 Historia

18.67 Población

18.68 Economía

18.69 Comunicaciones

18.70 Gobierno

18.71 Educación y cultura

18.72 Población

18.73 Atractivos turísticos

18.74 Bosque del Cofre

18.75 Río

18.76 Geografía

18.77 Historia

18.78 Población

18.79 Economía

18.80 Comunicaciones

18.81 Gobierno

18.82 Educación y cultura

18.83 Población

18.84 Atractivos turísticos

18.85 Bosque del Cofre

18.86 Río

18.87 Geografía

18.88 Historia

18.89 Población

18.90 Economía

18.91 Comunicaciones

18.92 Gobierno

18.93 Educación y cultura

18.94 Población

18.95 Atractivos turísticos

18.96 Bosque del Cofre

18.97 Río

18.98 Geografía

18.99 Historia

19 Geografía

19.1 Historia

19.2 Población

19.3 Economía

19.4 Comunicaciones

19.5 Gobierno

19.6 Educación y cultura

19.7 Población

19.8 Atractivos turísticos

19.9 Bosque del Cofre

19.10 Río

19.11 Geografía

19.12 Historia

19.13 Población

19.14 Economía

19.15 Comunicaciones

19.16 Gobierno

19.17 Educación y cultura

19.18 Población

19.19 Atractivos turísticos

19.20 Bosque del Cofre

19.21 Río

19.22 Geografía

19.23 Historia

19.24 Población

19.25 Economía

19.26 Comunicaciones

19.27 Gobierno

19.28 Educación y cultura

19.29 Población

19.30 Atractivos turísticos

19.31 Bosque del Cofre

19.32 Río

19.33 Geografía

19.34 Historia

19.35 Población

19.36 Economía

19.37 Comunicaciones

19.38 Gobierno

19.39 Educación y cultura

19.40 Población

19.41 Atractivos turísticos

19.42 Bosque del Cofre

19.43 Río

19.44 Geografía

19.45 Historia

19.46 Población

19.47 Economía

19.48 Comunicaciones

19.49 Gobierno

19.50 Educación y cultura

19.51 Población

19.52 Atractivos turísticos

19.53 Bosque del Cofre

19.54 Río

19.55 Geografía

19.56 Historia

19.57 Población

19.58 Economía

19.59 Comunicaciones

19.60 Gobierno

19.61 Educación y cultura

19.62 Población

19.63 Atractivos turísticos

19.64 Bosque del Cofre

19.65 Río

19.66 Geografía

19.67 Historia

19.68 Población

19.69 Economía

19.70 Comunicaciones

19.71 Gobierno

19.72 Educación y cultura

19.73 Población

19.74 Atractivos turísticos

19.75 Bosque del Cofre

19.76 Río

19.77 Geografía

19.78 Historia

19.79 Población

19.80 Economía

19.81 Comunicaciones

19.82 Gobierno

19.83 Educación y cultura

19.84 Población

19.85 Atractivos turísticos

19.86 Bosque del Cofre

19.87 Río

19.88 Geografía

19.89 Historia

19.90 Población

19.91 Economía

19.92 Comunicaciones

19.93 Gobierno

19.94 Educación y cultura

19.95 Población

19.96 Atractivos turísticos

19.97 Bosque del Cofre

19.98 Río

19.99 Geografía

20 Historia

20.1 Población

20.2 Economía

20.3 Comunicaciones

20.4 Gobierno

20.5 Educación y cultura

20.6 Población

20.7 Atractivos turísticos

20.8 Bosque del Cofre

20.9 Río

20.10 Geografía

20.11 Historia

20.12 Población

20.13 Economía

20.14 Comunicaciones

20.15 Gobierno

20.16 Educación y cultura

20.17 Población

20.18 Atractivos turísticos

20.19 Bosque del Cofre

20.20 Río

20.21 Geografía

20.22 Historia

20.23 Población

20.24 Economía

20.25 Comunicaciones

20.26 Gobierno

20.27 Educación y cultura

20.28 Población

20.29 Atractivos turísticos

20.30 Bosque del Cofre

20.31 Río

20.32 Geografía

20.33 Historia

20.34 Población

20.35 Economía

20.36 Comunicaciones

20.37 Gobierno

20.38 Educación y cultura

20.39 Población

20.40 Atractivos turísticos

20.41 Bosque del Cofre

20.42 Río

20.43 Geografía

20.44 Historia

20.45 Población

20.46 Economía

20.47 Comunicaciones

20.48 Gobierno

20.49 Educación y cultura

20.50 Población

20.51 Atractivos turísticos

20.52 Bosque del Cofre

20.53 Río

20.54 Geografía

20.55 Historia

20.56 Población

20.57 Economía

20.58 Comunicaciones

20.59 Gobierno

20.60 Educación y cultura

20.61 Población

20.62 Atractivos turísticos

20.63 Bosque del Cofre

20.64 Río

20.65 Geografía

20.66 Historia

20.67 Población

20.68 Economía

20.69 Comunicaciones

20.70 Gobierno

20.71 Educación y cultura

20.72 Población

20.73 Atractivos turísticos

20.74 Bosque del Cofre

20.75 Río

20.76 Geografía

20.77 Historia

20.78 Población

20.79 Economía

20.80 Comunicaciones

20.81 Gobierno

20.82 Educación y cultura

20.83 Población

20.84 Atractivos turísticos

20.85 Bosque del Cofre

20.86 Río

20.87 Geografía

20.88 Historia

20.89 Población

20.90 Economía

20.91 Comunicaciones

20.92 Gobierno

20.93 Educación y cultura

20.94 Población

20.95 Atractivos turísticos

20.96 Bosque del Cofre

20.97 Río

20.98 Geografía

20.99 Historia

21 Geografía

21.1 Historia

21.2 Población

21.3 Economía

21.4 Comunicaciones

21.5 Gobierno

21.6 Educación y cultura

21.7 Población

21.8 Atractivos turísticos

21.9 Bosque del Cofre

21.10 Río

21.11 Geografía

21.12 Historia

21.13 Población

21.14 Economía

21.15 Comunicaciones

21.16 Gobierno

21.17 Educación y cultura

21.18 Población

21.19 Atractivos turísticos

21.20 Bosque del Cofre

21.21 Río

21.22 Geografía

21.23 Historia

21.24 Población

21.25 Economía

21.26 Comunicaciones

21.27 Gobierno

21.28 Educación y cultura

21.29 Población

21.30 Atractivos turísticos

21.31 Bosque del Cofre

21.32 Río

21.33 Geografía

21.34 Historia

21.35 Población

21.36 Economía

21.37 Comunicaciones

21.38 Gobierno

21.39 Educación y cultura

21.40 Población

21.41 Atractivos turísticos

21.42 Bosque del Cofre

21.43 Río

21.44 Geografía

21.45 Historia

21.46 Población

21.47 Economía

21.48 Comunicaciones

21.49 Gobierno

21.50 Educación y cultura

21.51 Población

21.52 Atractivos turísticos

21.53 Bosque del Cofre

21.54 Río

21.55 Geografía

21.56 Historia

21.57 Población

21.58 Economía

21.59 Comunicaciones

21.60 Gobierno

21.61 Educación y cultura

21.62 Población

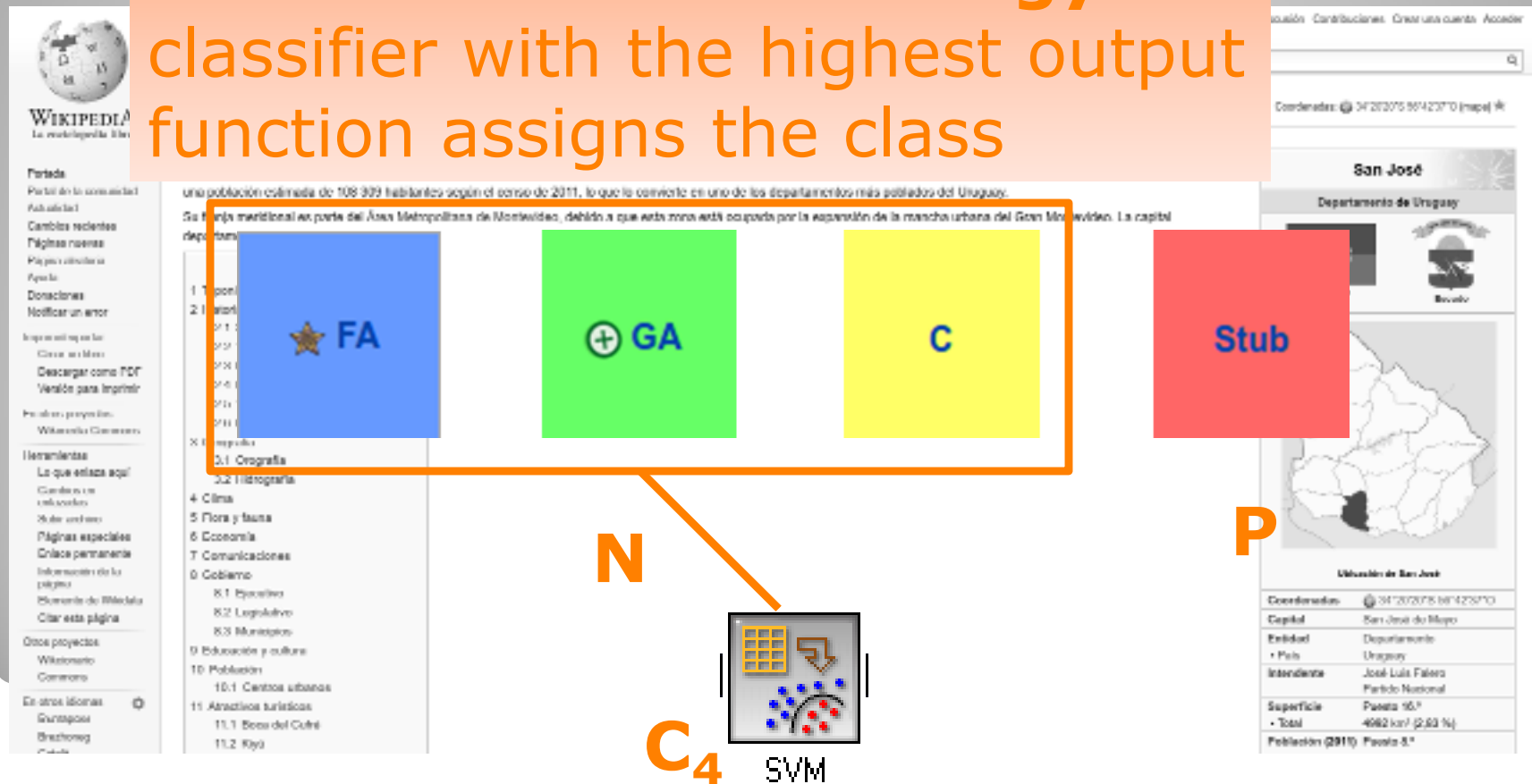
21.63 Atractivos turísticos</

# SVM for multi-class classification?

- One of the labels and the rest (*one-versus-all*)

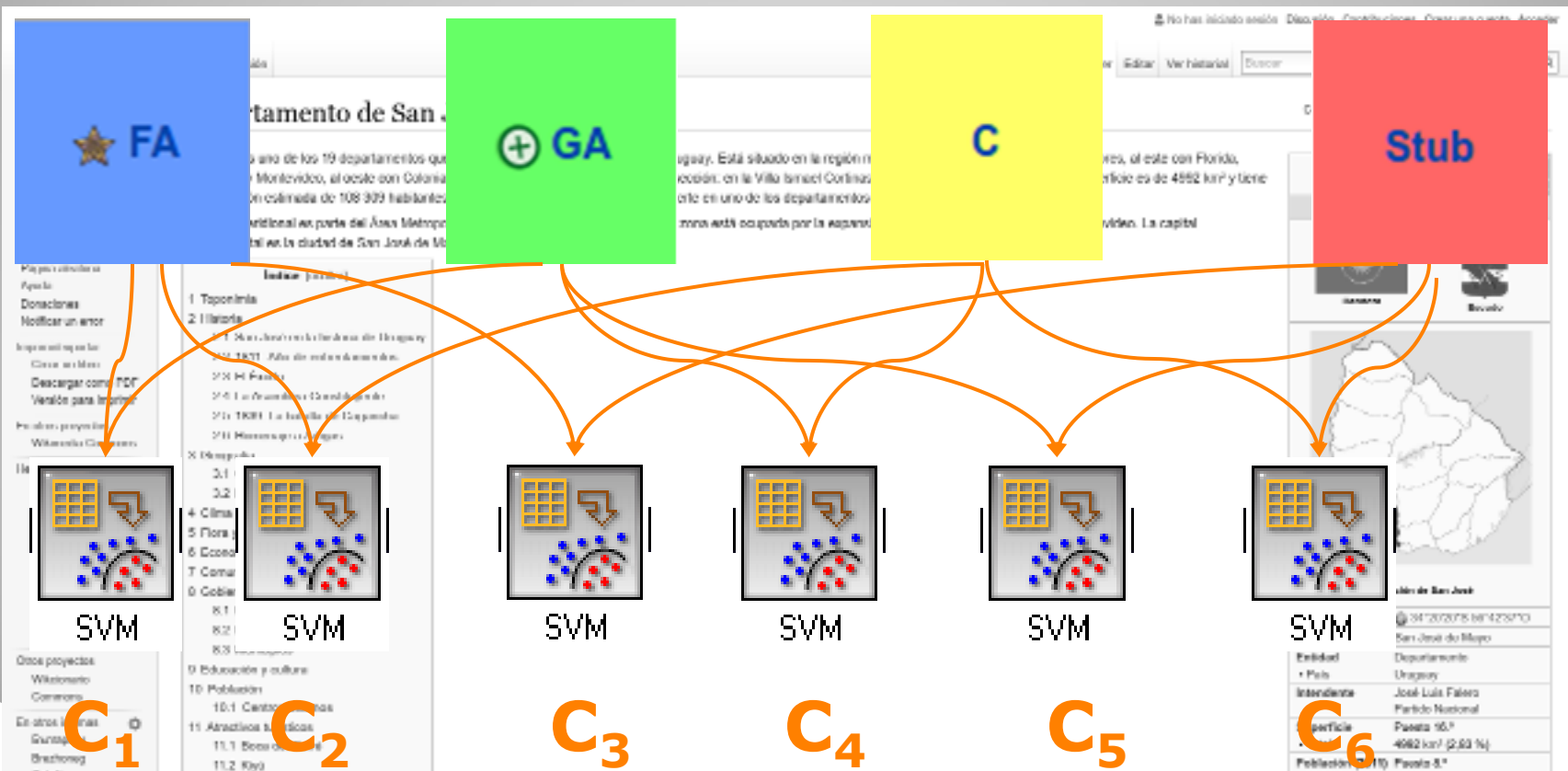
## winner-takes-all strategy:

classifier with the highest output function assigns the class



# SVM for multi-class classification?

- Between every pair of classes (*one-versus-one*)



# SVM for multi-class classification?

- Between every pair of classes (*one-versus-one*)

**max-wins voting strategy:** every classifier assigns the instance to one of two classes. Class assigned the vote is increased by one. The class with more votes determines the instance classification

The diagram shows six classifiers, each represented by an SVM icon and a label  $C_1$  through  $C_6$ . Above the classifiers are four colored boxes: blue, green, yellow, and red. Below the classifiers, a table of data is visible, including fields like 'Entidad', 'País', 'Intendente', 'Partido', 'Paisaje', and 'Población'.

Entidad	País	Intendente	Partido	Paisaje	Población
San José	Uruguay	José Luis Fariña	Partido Nacional	4682 km² (2.63 %)	112.000

# Outline

- A brief history of SVM
- Linear classifiers in a nutshell
  - Linear separable
  - Nonlinear separable
- Creating nonlinear classifiers: the kernel trick
- SVM kernel functions
- SVM extensions
- **Software**
- **Concluding examples and discussion**

# Software

- A list of SVM implementation can be found at <http://www.kernel-machines.org/software.html>
- Some implementation (such as LIBSVM) can handle multi-class classification.
- SVMLight is among one of the earliest implementation of SVM.
- Several Matlab toolboxes for SVM are also available.
- PyML - Machine Learning in Python  
[http://pyml.sourceforge.net/svm\\_howto.html](http://pyml.sourceforge.net/svm_howto.html)
- <http://scikit-learn.org/stable/modules/svm.html>

# Outline

- A brief history of SVM
- Linear classifiers in a nutshell
  - Linear separable
  - Nonlinear separable
- Creating nonlinear classifiers: the kernel trick
- SVM kernel functions
- SVM extensions
- Software
- Concluding examples and discussion

# Conclusions

- Kernel methods owe their name to the use of **kernel functions**, which enable them to operate in a high-dimensional, **implicit** feature space without ever computing the coordinates of the data in that space, but rather by simply computing the **inner products** between the images of all pairs of data in the feature space.
- This operation is often computationally cheaper than the explicit computation of the coordinates. This approach is called the **kernel trick**.
- SVM is one of the most popular kernel-based methods.



# Conclusions

- Choosing the kernel function: probably the most tricky part of using SVM.
  - In practice, a low degree polynomial kernel or RBF kernel with a reasonable width is a good initial try. Grid search to perform parameters tuning. See e.g. [9].
- How to use SVM for multi-class classification?
  - One can change the QP formulation to become multi-class.
  - More often, building binary classifiers which distinguish between:
    - one of the labels and the rest (*one-versus-all*).
    - between every pair of classes (*one-versus-one*).

# References

- A Simple Introduction to Support Vector Machines by Martin Law. Lecture for CSE 802, Department of Computer Science and Engineering, Michigan State University.
- Artificial Intelligence: A Modern Approach. Stuart Russell and Peter Norvig. 3<sup>rd</sup> Edition. Section 18.9, pp.744-748
- Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques. Ian H. Witten and Eibe Frank. 2<sup>nd</sup> Edition. Section 6.3, pp. 214-222
- A Practical Guide to Support Vector Classification. Chih-Wei Hsu, Chih-Chung Chang, and Chih-Jen Lin.  
<http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/papers/guide/guide.pdf>
- A User's Guide to Support Vector Machines. Asa Ben-Hur and Jason Weston. In Data Mining Techniques for the Life Sciences, 2010, Springer.