

CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES

Resolución. NÚMEROS IRRACIONALES II

CONTENIDO:

En esta guía encontrarás ejercicios de operaciones en el conjunto de los números irracionales, con énfasis en radicales con diferente índice e instrucción de un factor dentro de un radical.

COMPETENCIA	UNIDAD DE COMPETENCIA	CRITERIOS DE DESEMPEÑO
(CG1): Aprender a aprender con calidad	(CG1 – U1): Abstrae, analiza y sintetiza información.	CG1-U1-CD1. Resume información de forma clara y ordenada.
(CG1): Aprender a aprender con calidad	(CG1 – U2): Demuestra conocimiento sobre su área de estudio y profesión	CG1-U2-CD2. Aplica los procedimientos de la disciplina para resolver problema y aportar soluciones

Desarrolla los siguientes planteamientos, simplificando al máximo:

$$1) 5^{\frac{3}{5}} \left(5^{\frac{7}{5}} + 5^{\frac{2}{5}} \right)$$

$$2) \sqrt{\frac{9}{4} \left(\frac{1}{3} \right)^2 + \sqrt[3]{\frac{1}{8}} - \left(\frac{5^2 - 4^2}{9} - \frac{3}{4} \right)}$$

$$3) \sqrt{\frac{13 - \sqrt{30 - \frac{5}{2} \sqrt[4]{16}}}{\sqrt{3\sqrt{9} - 5}}}$$

$$4) \sqrt{98 + \sqrt{1 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}}}$$

$$5) \sqrt[3]{\frac{a^2 \sqrt{c}}{a^{\frac{3}{2}}}}$$

$$6) \frac{\sqrt[4]{40a^2b} \cdot \sqrt[6]{500a^4b^5}}{\sqrt[12]{1600a^7b^{11}} \cdot \sqrt[8]{1250a^3b^7}}$$

$$7) \frac{\sqrt{x^2 \sqrt[3]{y\sqrt{x}}} \sqrt[3]{y^2 \sqrt{x^3 \sqrt{y}}}}{\sqrt[3]{y^4 \sqrt{x^3 \sqrt[3]{y^2}}} \sqrt[3]{x^2 \sqrt[3]{y^2}}}$$

$$8) \frac{\sqrt[4]{\frac{a-b}{a+b}} \sqrt[3]{\frac{a+b}{a-b}}}{\sqrt[6]{\frac{a+b}{a-b}}}$$

$$9) \frac{\sqrt{(x+1)(x+2)\sqrt{x+3}} \sqrt[3]{(x+2)(x+3)\sqrt{x+1}}}{\sqrt{(x+2)\sqrt{(x+3)(x+1)}}$$

$$10) \frac{\sqrt[3]{a^2 b b^{\frac{1}{2}}} \sqrt[4]{a^2 b^3 a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}}}}{\sqrt[3]{a b^2 a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{3}}}}$$

$$11) \sqrt[abc]{x^a} \sqrt{x^{a-1}} \sqrt[b]{x^{b-1}} \sqrt[c]{x^{c-1}}$$

$$12) \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{3 \cdot 9^x}}{\sqrt[3]{3}} \div \frac{4x \sqrt{4x+3} \sqrt[2]{2 \cdot 4x^2}}{2x \sqrt[2]{8 \cdot 2^x}}$$

$$13) \left(\frac{\sqrt[m]{m \sqrt{2}} \sqrt[2m]{2}}{2m \sqrt[2]{m \sqrt{2}}} \right)^m \div \left(\frac{2^{-m}}{4} \right)^{\frac{1}{2m}} - (\sqrt[m]{4} - \sqrt[m]{4 \cdot 3^m})$$

$$14) \left[\sqrt[n]{49^{3n} + 2 \sqrt[n]{49n^2} \cdot \sqrt[n]{74n^2}} \div (\sqrt[n]{3} + \sqrt[n]{3 \cdot 2^n}) \right]^3$$

$$15) \left(\frac{1}{2} \sqrt[2m]{\frac{1}{a^2}} + \frac{1}{2} \sqrt[m]{\frac{1}{a}} \right)^{-3} \div \left(\frac{a[(a)^{0.5}]^2}{\sqrt{a} \sqrt[3]{a}} \right)^{\frac{1}{m}}$$

II) Simplifique la expresión y luego evalúe:

$$2.1 \sqrt[x]{\sqrt{x} \sqrt{2x} \sqrt{x} \sqrt[x]{x} \sqrt[x]{2}}, x = \frac{1}{2}$$

$$2.2 \sqrt[x]{x^{2x} + \sqrt{x^{2x}} \sqrt[3]{x^{3x}}}; x = \frac{1}{2}$$

$$2.3 \frac{\sqrt[5]{a^4 \cdot \sqrt{a^2 \cdot (2 - \frac{b}{2})^{10}}}}{b^2}$$

$$\left(\frac{\sqrt[6]{a^2 b^4}}{\sqrt[36]{(a-b^2) \cdot \left(\left(\sqrt[5]{(a-b^2)^{25}} \right)^{-\frac{1}{2}} \right)^{-2}}} \right)^{-6};$$

$a = 4$ y $b = 1$

$$2.4 \sqrt[3]{a^{2x}} \sqrt[3]{a^{2x}} \sqrt[3]{a^{2x}}; a = 5$$

$x = 1$

RESOLUCIÓN

$$1) 5^{\frac{3}{5}} \left(5^{\frac{7}{5}} + 5^{\frac{2}{5}} \right)$$

$$= 5^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{7}{5}} + 5^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{5}}$$

$$= 5^{\frac{10}{5}} + 5^{\frac{5}{5}}$$

$$= 5^2 + 5^1$$

$$25 + 5 = \boxed{30}$$

$$2) \sqrt{\frac{9}{4} \left(\frac{1}{3} \right)^2 + \sqrt[3]{\frac{1}{8} - \left(\frac{5^2 - 4^2}{9} - \frac{3}{4} \right)}}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{4} \left(\frac{1}{9} \right) + \frac{1}{2} - \left(\frac{25 - 16}{9} - \frac{3}{4} \right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{9}{9} + \frac{3}{4}}$$

$$= \boxed{\sqrt{\frac{1}{2}}}$$

$$3) \sqrt{\frac{13 - \sqrt{30 - \frac{5}{2} \sqrt{16}}}{\sqrt{3\sqrt{9} - 5}}}$$

$$= \sqrt{\frac{13 - \sqrt{30 - \frac{5}{2} \cdot 2}}{\sqrt{3 \cdot 3 - 5}}}$$

$$= \sqrt{\frac{13 - \sqrt{25}}{\sqrt{4}}}$$

$$= \sqrt{\frac{13-5}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

$$4) \sqrt{98 + \sqrt{1 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}}}$$

$$= \sqrt{98 + \sqrt{1 + \sqrt{5 + 4}}}$$

$$= \sqrt{98 + \sqrt{1 + 3}}$$

$$= \sqrt{98 + 2} = \sqrt{100} = 10$$

$$5) \sqrt[3]{\frac{a^2\sqrt{c}}{a^{\frac{3}{2}}}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{a^2 \cdot c^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{3}{2}}}}$$

$$= \sqrt[3]{a^{2-\frac{3}{2}} \cdot c^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \sqrt[3]{a^{\frac{1}{2}} \cdot c^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \sqrt[3]{\sqrt{ac}}$$

$$\sqrt[6]{ac}$$

$$6) \frac{\sqrt[4]{40a^2b} \cdot \sqrt[6]{500a^4b^5}}{\sqrt[12]{1600a^7b^{11}} \cdot \sqrt[8]{1250a^3b^7}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt[4]{2^3 \cdot 5 \cdot a^2 \cdot b} \cdot \sqrt[6]{5^3 \cdot 2^2 \cdot a^4 \cdot b^5}}{\sqrt[12]{2^6 \cdot 5^2 \cdot a^7 \cdot b^{11}} \cdot \sqrt[8]{5^4 \cdot 2 \cdot a^3 \cdot b^7}} \\
 &= \frac{2^4 \sqrt[24]{2^{18} \cdot 5^6 \cdot a^{12} \cdot b^6 \cdot 5^{12} \cdot 2^8 \cdot a^{16} \cdot b^{20}}}{\sqrt[24]{2^{12} \cdot 5^4 \cdot a^{14} \cdot b^{22} \cdot 5^{12} \cdot 2^3 \cdot a^9 \cdot b^{21}}} \\
 &= \sqrt[24]{\frac{2^{26} \cdot 5^{18} \cdot a^{28} \cdot b^{26}}{2^{15} \cdot 5^{16} \cdot a^{23} \cdot b^{43}}}
 \end{aligned}$$

$$= \sqrt[24]{\frac{2^{11} \cdot 5^2 \cdot a^5}{b^{17}}}$$

$$7) \frac{\sqrt{x^2} \sqrt[3]{y\sqrt{x}} \sqrt[3]{y^2} \sqrt{x^3\sqrt{y}}}{\sqrt[3]{y^4} \sqrt{x^3\sqrt[3]{y^2}} \sqrt[3]{x^2\sqrt[3]{y^2}}}$$

$$= \frac{\sqrt{x^2} \sqrt[3]{xy^2} \sqrt[3]{y^2\sqrt{yx^3}}}{\sqrt[3]{y^{12}} \sqrt[9]{y^2x^9} \sqrt[9]{y^2x^6}}$$

$$= \frac{\sqrt[12]{xy^2x^{12}} \sqrt[18]{yx^3y^{12}}}{\sqrt[36]{y^2x^9y^{12}} \sqrt[9]{y^2x^6}}$$

$$= \sqrt[36]{\frac{x^3y^6x^{36}y^2x^6y^{24}}{y^2x^9y^{12}y^8x^{24}}}$$

$$= \sqrt[36]{\frac{x^{45}y^{32}}{x^{33}y^{22}}}$$

$$\sqrt[36]{x^{12}y^{10}}$$

$$\sqrt[18]{x^6y^5}$$

$$8) \frac{\sqrt[4]{\frac{a-b}{a+b}} \sqrt[3]{\frac{a+b}{a-b}}}{\sqrt[6]{\frac{a+b}{a-b}}}$$

$$= \sqrt[12]{\frac{\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^3 \left(\frac{a+b}{a-b}\right)^4}{\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2}}$$

$$= \sqrt[12]{\frac{(a-b)^3 (a+b)^4}{(a+b)^3 (a-b)^4} \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}}$$

$$= \sqrt[12]{\frac{(a+b)}{(a-b)} \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}}$$

$$= \sqrt[12]{\frac{(a+b)(a-b)^2}{(a-b)(a+b)^2}}$$

$$\boxed{\sqrt[12]{\frac{a-b}{a+b}} \neq \sqrt[12]{-1}}$$

$$9) \frac{\sqrt{(x+1)(x+2)\sqrt{x+3}} \sqrt[3]{(x+2)(x+3)\sqrt{x+1}}}{\sqrt{(x+2)\sqrt{(x+3)(x+1)}}$$

$$= \frac{\sqrt[4]{(x+3)(x+1)^2(x+2)^2} \sqrt[6]{(x+1)(x+2)^2(x+3)^2}}{\sqrt[4]{(x+3)(x+1)(x+2)^2}}$$

$$= \sqrt[4]{\frac{(x+3)(x+1)^2(x+2)^2}{(x+3)(x+1)(x+2)^2}} \sqrt[6]{(x+1)(x+2)^2(x+3)^2}$$

$$= \sqrt[4]{(x+1)} \sqrt[6]{(x+1)(x+2)^2(x+3)^2}$$

$$= \sqrt[12]{(x+1)^3(x+1)^2(x+2)^4(x+3)^4}$$

$$\sqrt[12]{(x+1)^5(x+2)^4(x+3)^4}$$

$$10) \frac{\sqrt[3]{a^2 b b^{\frac{1}{2}}} \sqrt[4]{a^2 b^3 a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}}}}{\sqrt[3]{a b^2 a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{3}}}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{a^2 b^{\frac{3}{2}}} \sqrt[4]{a^{\frac{7}{3}} b^{\frac{11}{3}}}}{\sqrt[3]{a^{\frac{5}{3}} b^{\frac{7}{3}}}}$$

$$= \frac{a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{2}} a^{\frac{7}{12}} b^{\frac{11}{12}}}{a^{\frac{5}{9}} b^{\frac{7}{9}}}$$

$$= a^{\frac{2}{3} + \frac{7}{12} - \frac{5}{9}} b^{\frac{1}{2} + \frac{11}{12} - \frac{7}{9}}$$

$$= a^{\frac{25}{36}} b^{\frac{23}{36}}$$

$$= \sqrt[36]{a^{25} b^{23}}$$

$$11) \sqrt[abc]{x} \sqrt[a]{x^{a-1}} \sqrt[b]{x^{b-1}} \sqrt[c]{x^{c-1}}$$

$$= \sqrt[abc]{x} \sqrt[a]{x^{a-1}} \sqrt[bc]{x^{c-1} x^{(b-1)c}}$$

$$= \sqrt[abc]{x} \sqrt[abc]{x^{c-1} x^{bc-c} x^{abc-bc}}$$

$$= \sqrt[abc]{x} \sqrt[abc]{x^{c-1+bc-c+abc-bc}}$$

$$= \sqrt[abc]{x} \sqrt[abc]{x^{abc-1}}$$

$$= \sqrt[abc]{x x^{abc-1}}$$

$$= \sqrt[abc]{x^{1+abc-1}}$$

$$= \sqrt[abc]{x^{abc}} = x$$