

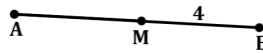
UNIDAD N° 1: PUNTO Y RECTA

GUÍA TEÓRICO-PRÁCTICA 1-1 (Soluciones)

- 1) Indica cuáles de los siguientes planteamientos son **verdaderos** y cuáles son **falsos**, justificando debidamente cada una de tus respuestas.

- (a) Si M es el punto medio de un segmento \overline{AB} y $MB = 4$, entonces $AB = 2$.

Respuesta: FALSO



Si M es el punto medio de \overline{AB} , entonces $AM = MB = 4$ y $AB = AM + MB = 8 \neq 2$

- (b) Si la medida de un ángulo es 91° , entonces ese ángulo es obtuso.

Respuesta: VERDADERO

Sí, porque $90^\circ < 91^\circ < 180^\circ$.

- (c) Si la suma de las medidas de dos ángulos es 120° , entonces podemos asegurar que ambos ángulos son agudos.

Respuesta: FALSO

Podría ocurrir que uno mida 100° y el otro 20° , pero el de medida 100° no sería agudo.

- (d) Si la suma de las amplitudes de un tercio del ángulo α con el ángulo β es un ángulo recto y el suplemento de la suma de las amplitudes de α y β es igual a 50° , entonces α y β tienen igual amplitud.

Respuesta: FALSO

Al resolver el sistema
$$\begin{cases} \frac{1}{3}\alpha + \beta = 90^\circ \\ 180^\circ - (\alpha + \beta) = 50^\circ \end{cases}$$

se obtiene que $\alpha = 60^\circ$ y $\beta = 70^\circ$. Por tanto, α y β no tienen igual amplitud.

- (e) Si la suma de las amplitudes del doble del ángulo α con el ángulo β es un ángulo llano y el suplemento de α es igual al doble de β , entonces α y β tienen igual amplitud.

Respuesta: VERDADERO

Al resolver el sistema
$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = 180^\circ \\ 180^\circ - \alpha = 2\beta \end{cases}$$

se obtiene que $\alpha = \beta = 60^\circ$. Por tanto, α y β tienen igual amplitud.

- 2) Completa los espacios en blanco con **una palabra** que consideres conveniente para que las siguientes expresiones sean proposiciones verdaderas: (**Respuestas**)

- (a) Si dos ángulos son complementarios y se sabe que la medida de uno de ellos es **cinco** veces la medida del otro, entonces la medida de uno de tales ángulos es 75° .

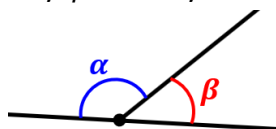
- (b) Si la medida de un ángulo es el **triple** de la medida de otro ángulo y se sabe que ambos son suplementarios, entonces la medida de uno de ellos es 135° .

- (c) Tres semirrectas \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} y \overrightarrow{OC} forman los ángulos consecutivos $\angle AOB$ y $\angle BOC$. Si ambos ángulos tienen la misma medida, entonces la semirrecta \overrightarrow{OB} es la **bisectriz** del ángulo $\angle AOC$.
- (d) El **complemento** de un ángulo de medida 27° es un ángulo que mide 63° .
- (e) Si dos ángulos son adyacentes y tienen la misma medida, entonces cada uno de ellos es un ángulo **recto**.
- (f) La medida de un ángulo que es la **octava** parte de 96° es 12° .
- (g) El suplemento de un ángulo **obtusos** es un ángulo agudo.

3) Esboza un gráfico que represente cada una de las siguientes proposiciones:

- (a) Los ángulos de medidas α y β son adyacentes.

Respuesta:

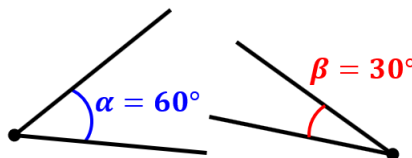


- (b) $\alpha = \frac{2}{3}r$ y β es el complemento de α , siendo r la medida de un ángulo recto.

Respuesta:

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\beta = 30^\circ$$

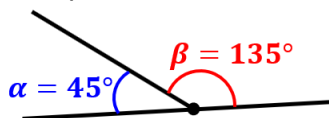


- (c) Los ángulos de medidas α y β son consecutivos, $3\alpha = \beta$ y $\alpha + \beta = 180^\circ$.

Respuesta:

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\beta = 135^\circ$$



4) Escribe en lenguaje simbólico la proposición dada.

- (a) El complemento de α es 2α .

Respuesta: $90^\circ - \alpha = 2\alpha$

- (b) El suplemento de α es $\alpha/3$.

Respuesta: $180^\circ - \alpha = \frac{\alpha}{3}$

- (c) α es igual al doble de su complemento.

Respuesta: $\alpha = 2(90^\circ - \alpha)$

5) ¿Cuál es la medida o amplitud de un ángulo

- (a) que es el triple de $\alpha = 20^\circ$?

Respuesta: $3 \cdot 20^\circ = 60^\circ$

- (b) que es igual a la quinta parte de $\alpha = 250^\circ$?

Respuesta: $\frac{250^\circ}{5} = 50^\circ$

- (c) que es igual a cuatro veces $\alpha = \frac{1}{3}r$?

Respuesta: $4 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 90^\circ\right) = 120^\circ$

(d) que es el complemento de $\alpha = \frac{2}{3}r$?

Respuesta: $90^\circ - \left(\frac{2}{3} \cdot 90^\circ\right) = 30^\circ$

(e) que es el suplemento de $\alpha = 135^\circ$?

Respuesta: $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

- 6) Calcula la suma de las medidas de dos ángulos consecutivos que tienen por amplitud $\alpha = \frac{2}{3}r$ y $\beta = \frac{2}{5}r$.

Respuesta: $\left(\frac{2}{3} \cdot 90^\circ\right) + \left(\frac{2}{5} \cdot 90^\circ\right) = 60^\circ + 36^\circ = 96^\circ$

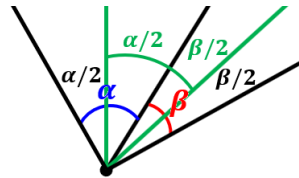
- 7) Dados dos ángulos consecutivos, calcula la medida del ángulo entre las bisectrices si:

(a) los ángulos son complementarios.

Respuesta:

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = 45^\circ$$

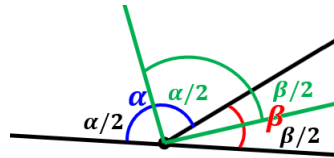


(b) los ángulos son suplementarios.

Respuesta:

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = 90^\circ$$

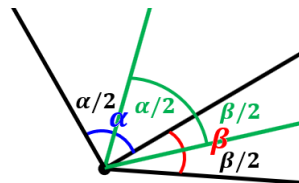


(c) la suma entre las medidas de los ángulos es 120° .

Respuesta:

$$\alpha + \beta = 120^\circ$$

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = 60^\circ$$



- 8) Si dos ángulos son complementarios y se sabe que la medida de uno de ellos es cuatro veces la medida del otro, calcula la medida de ambos ángulos.

Respuesta: 18° y 72°

Ayuda: Estos resultados se obtienen al resolver el sistema $\begin{cases} \alpha + \beta = 90^\circ \\ \alpha = 4\beta \end{cases}$

- 9) Si dos ángulos son suplementarios y se sabe que la medida de uno de ellos es tres veces la medida del otro, calcula la medida de ambos ángulos.

Respuesta: 45° y 135°

Ayuda: Estos resultados se obtienen al resolver el sistema $\begin{cases} \alpha + \beta = 180^\circ \\ \alpha = 3\beta \end{cases}$

- 10) Si dos ángulos son complementarios y uno de ellos excede al otro en 20° , ¿cuánto mide cada uno de ellos?

Respuesta: 35° y 55°

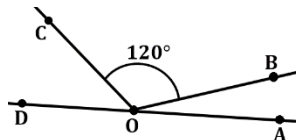
Ayuda: Estos resultados se obtienen al resolver el sistema
$$\begin{cases} \alpha + \beta = 90^\circ \\ \alpha = \beta + 20^\circ \end{cases}$$

- 11) Cuatro semirrectas $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ y \overrightarrow{OD} forman los ángulos consecutivos $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$. Supóngase que \overrightarrow{OA} y \overrightarrow{OD} son semirrectas opuestas y que el ángulo $\angle BOC$ mide 120° . Calcula:

(a) la suma de las medidas de los ángulos $\angle AOB$ y $\angle COD$.

Respuesta: 60°

Ayuda: Este dibujo puede ayudar a ilustrar los elementos necesarios para hacer los cálculos



(b) la medida del ángulo formado por las bisectrices de $\angle AOB$ y $\angle COD$.

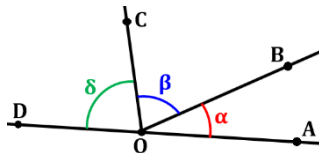
Respuesta: 150°

Ayuda: Además del dibujo anterior, observar el ejercicio 7.

- 12) Las cuatro semirrectas $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ y \overrightarrow{OD} forman los ángulos consecutivos $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$ con medidas α , β y δ , respectivamente, de modo que \overrightarrow{OA} y \overrightarrow{OD} son semirrectas opuestas, $\beta = 2\alpha$ y $\delta = 3\alpha$. Determina los valores de α , β y δ .

Respuesta: $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$ y $\delta = 90^\circ$

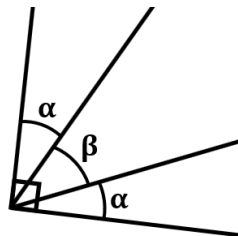
Ayuda: Este dibujo puede ayudar a ilustrar los elementos necesarios para hacer los cálculos



- 13) ¿Qué ángulo recorre el minutero de un reloj si va desde las 3:17 pm a las 3:25 pm?

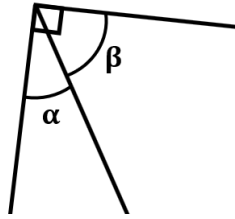
Respuesta: 48°

- 14) Encuentra el valor de cada medida angular si se sabe que $\alpha = 3x$ y $\beta = 4x$.



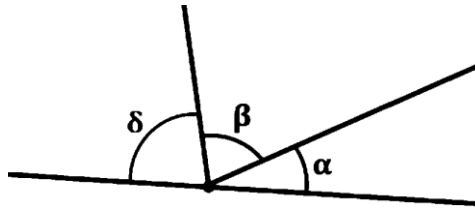
Respuesta: $\alpha = 27^\circ$ y $\beta = 36^\circ$

15) Determina el valor de cada medida angular si $\alpha = 2x + 15^\circ$ y $\beta = 3x + 25^\circ$.



Respuesta: $\alpha = 35^\circ$ y $\beta = 55^\circ$

16) Calcula el valor de cada medida angular si $\alpha = 2x$, $\beta = 5x$ y $\delta = 3x$.



Respuesta: $\alpha = 36^\circ$, $\beta = 90^\circ$ y $\delta = 54^\circ$