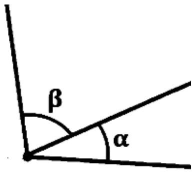
FACULTAD DE INGENIERÍA
Geometría Plana y Trigonometría

UNIDAD N° 1: PUNTO Y RECTA
GUÍA TEÓRICO-PRÁCTICA 1-2 (Soluciones)

1) Indica cuáles de los siguientes planteamientos son ***verdaderos*** y cuáles son ***falsos***, justificando debidamente cada una de tus respuestas.

(a) Dos ángulos son opuestos por el vértice cuando tienen un lado común.

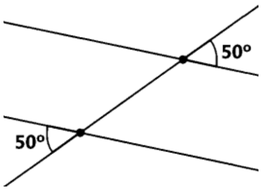
Respuesta: FALSO



Esos dos ángulos tienen un lado común, pero no son opuestos por el vértice

(b) Los ángulos alternos externos formados por una secante con dos rectas paralelas siempre son suplementarios.

Respuesta: FALSO



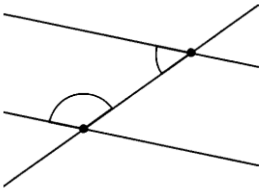
Los dos ángulos indicados son alternos externos, pero

$$50° + 50° = 100° \neq 180°$$

es decir, no son suplementarios

(c) Los ángulos colaterales internos formados por una secante con dos rectas paralelas siempre son adyacentes.

Respuesta: FALSO



Observemos que los ángulos indicados son colaterales internos, pero no tienen vértice común (esto es un requisito para ser adyacentes). Por tanto, no son adyacentes

(d) Si dos ángulos son congruentes y suplementarios, entonces cada uno de ellos es un ángulo recto.

Respuesta: VERDADERO

Al ser congruentes tienen la misma medida (digamos que es α). Al ser suplementarios se tiene que

$$\alpha + \alpha = 180° \Longrightarrow 2\alpha = 180° \Longrightarrow \alpha = 90°$$

Por ende, cada uno de esos dos ángulos es un ángulo recto.

(e) Los ángulos colaterales externos formados por una secante con dos rectas paralelas siempre son complementarios.

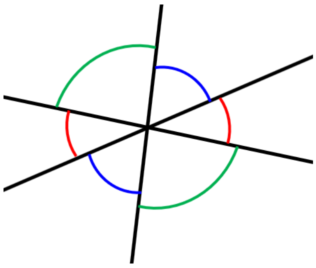
Respuesta: FALSO

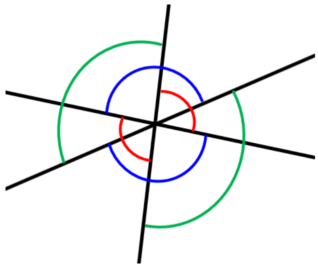
La suma de las medidas de dos ángulos colaterales externos siempre es 180°. Por tanto, no son complementarios

2) ¿Cuántos pares de ángulos opuestos por el vértice se forman al cortarse tres rectas?

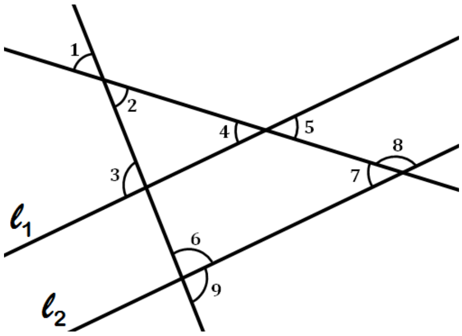
Respuesta: 6 pares de ángulos

Ayuda: Observa las imágenes siguientes





3) En la figura se tiene que $\ell_1 \parallel \ell_2$ y algunos ángulos están etiquetados con números del 1 al 9. En cada caso, indica un par de ángulos (solo puedes usar los que están etiquetados).



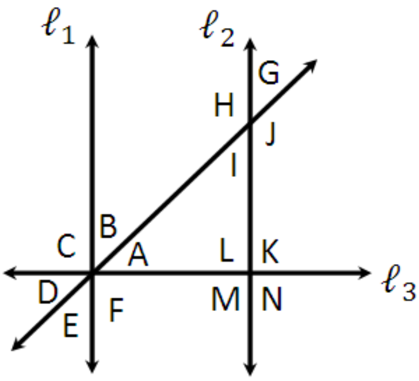
Respuestas:

- alternos internos ____5 y 7____
- correspondientes ____4 y 7____
- opuestos por el vértice ____1 y 2____
- alternos externos ____3 y 9____

4) En la figura se tiene que $\ell_1 \parallel \ell_2$ y perpendiculares a la recta ℓ_3. Determina qué relación existe entre los siguientes ángulos:

Respuestas:

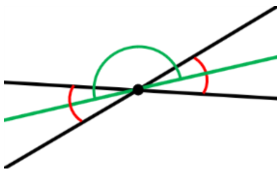
- H e I __Adyacentes__
- A y D __Opuestos por el vértice__
- E y F __Consecutivos__
- A y E __Complementarios__
- D y G __Colaterales externos__
- E y G __Alternos externos__
- F y M __Colaterales internos__
- B y J __Suplementarios__
- B e I __Alternos internos__
- E e I __Correspondientes__



5) Determina la medida del ángulo que forman las bisectrices de

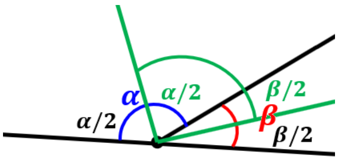
(a) los ángulos opuestos por el vértice

Respuesta: $180°$

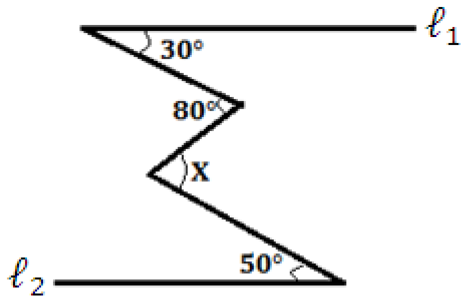


(b) los ángulos adyacentes.

Respuesta:
$\alpha + \beta = 180°$
$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = \mathbf{90}°$



6) En la figura se tiene que $\ell_1 \parallel \ell_2$. Halla el valor de **X**

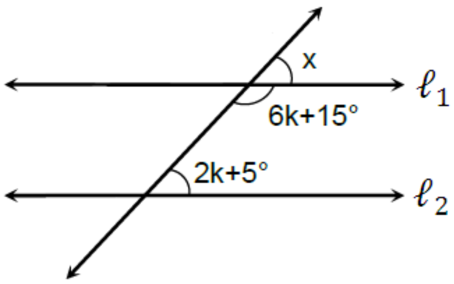


Respuesta: **X** = 100°

*Ayuda: Traza rectas paralelas a las rectas ℓ_1 y ℓ_2 que pasen por los vértices de los ángulos de medidas 80° y **X**... También podrías aplicar el "método del serrucho"*

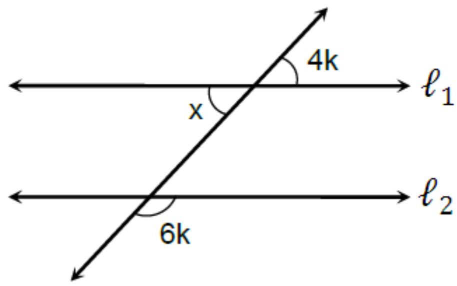
7) En los siguientes ejercicios calcular el valor de "x" y "y", sabiendo que $\ell_1 \parallel \ell_2$.

(a)



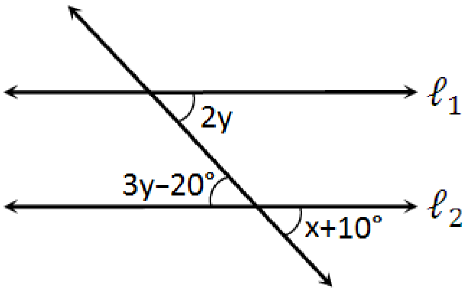
Respuesta: x = 45°

(b)



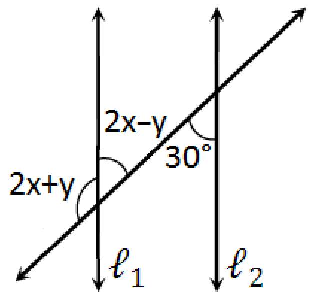
Respuesta: x = 72°

(c)



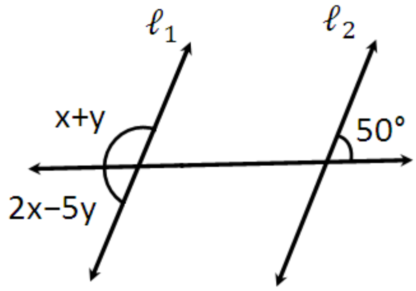
Respuesta: x = 30° ; y = 20°

(d)



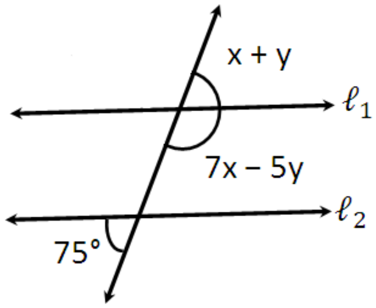
Respuesta: x = 45° ; y = 60°

(e)



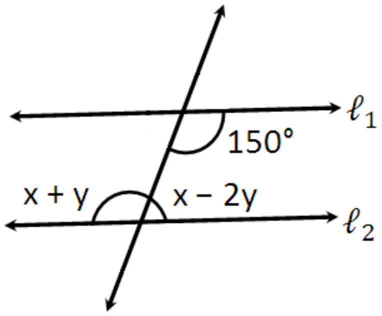
Respuesta: x = 100° ; y = 30°

(f)



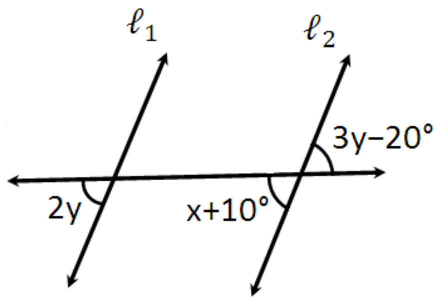
Respuesta: x = 40° ; y = 35°

(g)



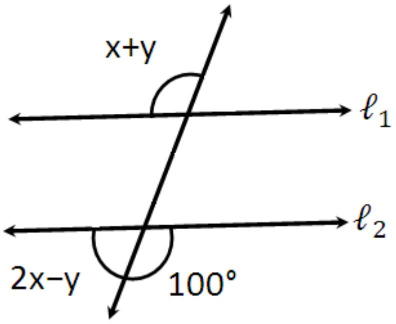
Respuesta: x = 110° ; y = 40°

(h)



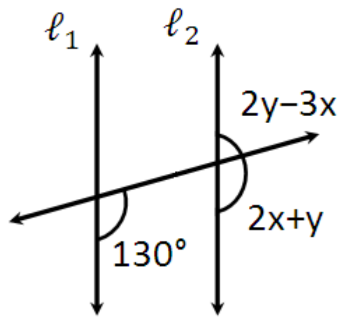
Respuesta: x = 30° ; y = 20°

(i)



Respuesta: x = 60° ; y = 40°

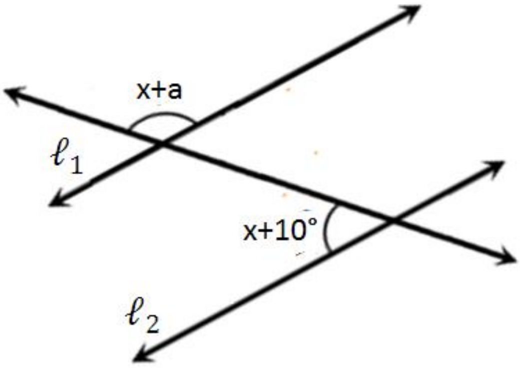
(j)



Respuesta: x = 30° ; y = 70°

PROBLEMA RETO

En la figura, $\ell_1 \parallel \ell_2$, el ángulo de medida x+10° es agudo y "a" es un número entero.



(a) ¿Cuál es el **menor** valor de "a" que satisface las condiciones anteriores?
Respuesta: 11°

(b) ¿Cuál es el **mayor** valor de "a" que satisface las condiciones anteriores?
Respuesta: 189°

Comentarios sobre una posible resolución de este problema:

- *Una de las ecuaciones que se obtiene es $(x+a)+(x+10°)=180°$. De acá se tiene que $2x+a=170°$.*
- *Como el ángulo de medida x+10° es agudo, entonces se obtienen las desigualdades:*

$$0° < x+10° < 90°$$

- *Tengamos presente que nuestra meta es calcular los valores solicitados de a*
- *De todo lo anterior se tiene que*

$$-10° < x < 80° \Rightarrow -20° < 2x < 160° \Rightarrow -160° < -2x < 20° \Rightarrow 10° < 170°-2x < 190°$$
$$\Rightarrow 10° < a < 190°$$

- *Otra forma de obtener el resultado previo es despejando x de la primera ecuación (esto sería $x=(170°-a)/2$) y se reemplaza en las desigualdades iniciales así:*

$$-10° < x < 80° \Rightarrow -10° < (170°-a)/2 < 80° \Rightarrow -20° < 170°-a < 160°$$
$$\Rightarrow -190° < -a < -10° \Rightarrow 10° < a < 190°$$

- *Y como a debe ser entero, el menor valor posible de a es 11° y el mayor valor posible es 189°.*