CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES

Resolución. GUÍA DE EJERCICIOS. POTENCIACIÓN

COMPETENCIA	UNIDAD DE COMPETENCIA	CRITERIOS DE DESEMPEÑO
(CG1): Aprender a aprender con calidad	(CG1 – U1): Abstrae, analiza y sintetiza información.	CG1-U1-CD1. Resume información de forma clara y ordenada.
(CG1): Aprender a aprender con calidad	(CG1 – U2):Demuestra conocimiento sobre su área de estudio y profesión	CG1-U2-CD1. Explica las conceptualizaciones, métodos y aplicaciones de su disciplina

Considera realizar ésta guía de manera grupal. El aporte es mucho más enriquecedor.

I. Para cada una de las proposiciones que se presentan a continuación, marca con una "x" la **V** si es verdadera o, la **F** si es falsa; NO OLVIDES JUSTIFICAR TU RESPUESTA.

	PROPOSICIÓN	V	F	JUSTIFICACIÓN
1	$(1-3.2)^2=-35$		X	$(\mathbf{1-3.2})^{\mathbf{2}}=(\mathbf{1-6})^{\mathbf{2}}=(-\mathbf{5})^{\mathbf{2}}=\mathbf{25}$
2	$(2-2\div 2+1)^{-1}=1/2$	X		$(\mathbf{2-2\div 2+1})^{-\mathbf{1}}=\left(\mathbf{2-\frac{2}{2}+1}\right)^{-\mathbf{1}}=(\mathbf{2-1+1})^{-\mathbf{1}}=\mathbf{2}^{-\mathbf{1}}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$
3	$(2^{-1}+3^{-1})^{-1}=5$		X	$(\mathbf{2^{-1}+3^{-1}})^{-\mathbf{1}}=\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\right)^{-\mathbf{1}}=\left(\frac{\mathbf{3+2}}{\mathbf{6}}\right)^{-\mathbf{1}}=\left(\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}}\right)^{-\mathbf{1}}=\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{5}}$
4	$(2x^3y^2)^2(2xy^2)^3=32x^9y^{10}$	X		$\boldsymbol{(2x^3y^2)^2(2xy^2)^3=2^2x^6y^4 2^3x^3y^6=2^5x^9y^{10}=32x^9y^{10}}$
5	$\left(\frac{yx^{-3}z^{-2}}{z^{-4}x^2y^3}\right)^{-3}=x^{15}y^6z^{-6}$	X		$\boldsymbol{\left(\frac{yx^{-3}z^{-2}}{z^{-4}x^2y^3}\right)^{-3}=\frac{y^{-3}x^9z^6}{z^{12}x^{-6}y^{-9}}=x^{15}y^6z^{-6}}$
6	$\left(\frac{rq^{-1}s^{-2}}{r^{-1}qs^2}\right)^{-1}=-1$		X	$\boldsymbol{\left(\frac{rq^{-1}s^{-2}}{r^{-1}qs^2}\right)^{-1}=\left(\frac{r^2}{q^2s^4}\right)^{-1}=\frac{q^2s^4}{r^2}}$
7	$(x-1)^2=x^2-1$		X	$\boldsymbol{x^2-2x+1}$ Es un producto notable
8	$[(2-x)^x]^x=(2-x)^{2x}$		X	$\boldsymbol{[(2-x)^x]^x=(2-x)^{x^2}}$
9	$e^{2x}=e^{x^2}$		X	$\boldsymbol{e^{2x}=(e^2)^x\neq e^{x^2}}$

10	$2^{6x} \div 2^{3x} = 1^{3x}$		X	$2^{6x} \div 2^{3x} = \frac{2^{6x}}{2^{3x}} = 2^{6x-3x} = 2^{3x}$
11	$3^{2n} = 9^{n}$	X		$(3^2)^n = 9^n$
12	$e^{x}.5^{2x} = (e.25)^{x}$	X		$e^x.5^{2x} = (e.5^2)^x = (e.25)^x$
13	$5.5^{4x} = 25^{4x}$		X	**Por el orden de las operaciones primero se resuelve la potencia y luego la multiplicación. Al no conocer el valor de la "x" no podemos resolver la potencia, por ende, no se puede aplicar el producto de las bases.**
14	$2.3.^{x}\,2^{2x} = 8.6^{x}$		X	$2\,.\,3^x.2^{2x} = 2(3.2^2)^x = 2\,.\,12^x$
15	$(e^{x} - 3)^2 = e^{2x} - 9$		X	$(e^x - 3)^2 = (e^x)^2 - 2(e^x)(3) + 3^2$ $= e^{2x} - 6e^x + 9$ **Es un producto notable**
16	$3^{2n} = 3^{n}3^{2}$		X	✓ $3^{2n} = (3^2)^n = 9^n$ ✓ $3^n.3^2 = 3^{n+2}$
17	$2e^{x}5^{2x} = 10e^{3x}$		X	$2e^x5^{2x} = 2e^x(5^2)^x = 2e^x.25^x$ $= 2(25e)^x$
18	$\frac{1}{e^2} > 1$		X	**En una fracción con numerador uno, mientras más grande es el denominador más rápido tiende a cero.**
19	$e^{4n} = e^{4^{n}}$		X	$e^{4n} = (e^4)^n \neq e^{4^n}$
20	$3^{2x}.4^{x} = 12^{3x}$		X	$3^{2x}.4^x = (3^2.4)^x = (9.4)^x = 36^x$ $= 6^{2x}$
21	$\frac{4^{3x}}{2^{6x}} = 1$	X		$\frac{4^{3x}}{2^{6x}} = \left(\frac{4^3}{2^6}\right)^x = \left(\frac{(2^2)^3}{2^6}\right)^x = \left(\frac{2^6}{2^6}\right)^x = 1^x$ $= 1$
22	$\frac{2^{6n}}{6^{n}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{5n}$		X	$\frac{2^{6n}}{6^n} = \left(\frac{2^6}{6}\right)^n = \left(\frac{2^6}{2.3}\right)^n = \left(\frac{2^5}{3}\right)^n$
23	$2e^{x}3^{2x} = 6^{2x}e^{x}$		X	$2e^x3^{2x} = 2e^x(3^2)^x = 2e^x9^x$

24	$6^{x+1}.4^{-x} = 24$		X	$6^{x+1}.4^{-x} = \frac{6^{x+1}}{4^x} = \frac{6^x.6}{4^x} = 6.\frac{6^x}{4^x}$ $= 6\left(\frac{6}{4}\right)^x = 6.\left(\frac{3}{2}\right)^x$ $= 6.3^x.2^{-x}$
25	$3^x\pi^{2x}.4\pi^x = 4.3^x\pi^{3x}$	X		$3^x\pi^{2x}.4\pi^x = 3^x.4.\pi^{2x+x} = 4.3^x\pi^{3x}$
26	$\frac{6^{2n}}{2^n} = 3^n$		X	$\frac{6^{2n}}{2^n} = \left(\frac{6^2}{2}\right)^n = \left(\frac{36}{2}\right)^n = 18^n$
27	$4xy = 4x.4y$		X	$4xy$ **Es una multiplicación de términos, no existen sumas y/o restas dentro de un paréntesis multiplicado por un número. La propiedad distributiva NO aplica en este caso**
28	$e^{3n} = e^n e^3$		X	✓ $e^n e^3 = e^{n+3}$
29	$\frac{1}{e} < 1$	x		**En una fracción con numerador uno, mientras más grande es el denominador más rápido tiende a cero.**
30	$\frac{49^{2n}}{7^n} = 7^n$		X	$\frac{49^{2n}}{7^n} = \left(\frac{49^2}{7}\right)^n = \left(\frac{7^4}{7}\right)^n = (7^3)^n = 7^{3n}$
31	$e^3 e^n = e^{3n}$		X	✓ $e^3 e^n = e^{3+n}$ ✓ $e^{3n} = (e^3)^n$

II. Reescribe las siguientes expresiones de la forma $\mathbf{A(r)^n}$. Justifica tu respuesta.
Explicación: Se debe transformar la expresión en una constante que en este caso es "A", multiplicada por un número o expresión, en este caso "r" elevado a la potencia "n".

PROPUESTA	EXPRESIÓN DE LA FORMA $\mathbf{A(r)^n}$	JUSTIFICACIÓN
$\frac{2^n}{6^n}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^n$	$\left(\frac{2}{6}\right)^n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$
$\frac{2^{2n}4^n}{3^n}$	$\left(\frac{16}{3}\right)^n$	$\left(\frac{2^2.4}{3}\right)^n = \left(\frac{16}{3}\right)^n$

$\frac{2^{4n}}{48^n}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^n$	$\left(\frac{2^4}{48}\right)^n = \left(\frac{2^4}{2^4.3}\right)^n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$
$\frac{3^{2n}}{18^n}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^n$	$\left(\frac{3^2}{2.3^2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$
$\frac{2^{n+1}}{8^{n-1}}$	$16\left(\frac{1}{4}\right)^n$	$\frac{2^n.2}{8^n.8^{-1}} = 2.8\left(\frac{2}{8}\right)^n = 16\left(\frac{1}{4}\right)^n$
$\frac{5^{n+2}}{125^{n-1}}$	$= 5^5\left(\frac{1}{25}\right)^n$	$\frac{5^n.5^2}{125^n.125^{-1}} = \frac{5^n.5^2}{(5^3)^n.(5^3)^{-1}}$ $= \frac{5^n.5^2.5^3}{(5^3)^n}$ $= 5^5\left(\frac{5}{5^3}\right)^n$ $= 5^5\left(\frac{1}{5^2}\right)^n$ $= 5^5\left(\frac{1}{25}\right)^n$
$2e^x3^{2x}$	$2(9e)^x$	$2e^x(3^2)^x = 2e^x9^x$ $= 2(9e)^x$
$3^x\pi^{2x}4\pi^x$	$4(3.\pi^3)^x$	$3^x(\pi^2)^x4\pi^x = 4(3.\pi^2.\pi)^x$ $= 4(3.\pi^3)^x$
$\frac{4^{n-3}}{8^{2n-1}}$	$\frac{1}{8}\left(\frac{1}{16}\right)^n$	$\frac{4^n.4^{-3}}{8^{2n}.8^{-1}} = \frac{8}{4^3}\left(\frac{4}{8^2}\right)^n$ $= \frac{2^3}{(2^2)^3}\left(\frac{2^2}{(2^3)^2}\right)^n$ $= \frac{2^3}{2^6}\left(\frac{2^2}{2^6}\right)^n$ $= \frac{1}{2^3}\left(\frac{1}{2^4}\right)^n$ $= \frac{1}{8}\left(\frac{1}{16}\right)^n$

$\frac{\pi^{3-x}\pi^{-x}}{\pi^{5+3x}}$	$\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{1}{\pi^5}\right)^x$	$\frac{\pi^{3-x-x}}{\pi^{5+3x}}=\frac{\pi^{3-2x}}{\pi^{5+3x}}=\frac{\pi^3.\pi^{-2x}}{\pi^5.\pi^{3x}}$ $=\pi^{3-5}.\pi^{-2x-3x}$ $=\pi^{-2}.\pi^{-5x}$ $=\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{1}{\pi^5}\right)^x$
$\frac{(\pi-e)^n x^\pi}{x^{\pi-e}\pi^{n-1}}$	$x^e.\pi\left(\frac{\pi-e}{\pi}\right)^n$	$\frac{(\pi-e)^n x^\pi}{x^{\pi-e}\pi^{n-1}}=$ $=\frac{(\pi-e)^n x^\pi}{x^\pi.x^{-e}.\pi^n.\pi^{-1}}$ $=\frac{(\pi-e)^n}{x^{-e}.(\pi)^n.\pi^{-1}}$ $=x^e.\pi\left(\frac{\pi-e}{\pi}\right)^n$
$\frac{e^{2n-1}(\pi+1)^{2n+1}}{\pi^{2n-1}e^{2n}}$	$\frac{\pi(\pi+1)}{e}\left(\frac{(\pi+1)^2}{\pi^2}\right)^n$	$\frac{e^{2n-1}(\pi+1)^{2n+1}}{\pi^{2n-1}e^{2n}}$ $=\frac{e^{2n-1-2n}((\pi+1)^2)^n(\pi+1)}{((\pi)^2)^n.\pi^{-1}}$ $=\frac{e^{-1}((\pi+1)^2)^n(\pi+1)}{((\pi)^2)^n.\pi^{-1}}$ $=\frac{\pi(\pi+1)}{e}\left(\frac{(\pi+1)^2}{\pi^2}\right)^n$
$\frac{2^n x^{3n-1}4^n}{x^{3n}}$	$\frac{1}{x}8^n$	$\frac{2^n x^{3n}x^{-1}4^n}{x^{3n}}=\frac{1}{x}8^n$

III. ¿Cuál es el valor de"A", para que la expresión 3^x2^{2x} sea equivalente a A^x?. Justifica tu respuesta.

$$\mathbf{3^x.2^{2x} = (3.2^2)^x = 12^x}$$

$$\boxed{\mathbf{A = 12}}$$

IV ¿Cuál es el valor de"A", para que la expresión $3^{2x}e^{4x}$ sea equivalente a A^x?. Justifica tu respuesta.

$$\mathbf{3^{2x}.e^{4x} = (3^2.e^4)^x = (9.e^4)^x}$$

$$\boxed{\mathbf{A = 9\,e^4}}$$

IV. Resolver:

1) $\mathbf{25^y - 5^x - 5^{2y} + 25^x}$

$= (5^2)^y - 5^x - (5^2)^y + (5^2)^x$

$\boxed{= 25^x - 5^x = 5^{2x} - 5^x}$

2) $\mathbf{4^x - 6.2^{2x} + 7.2^{2x} + 3.4^x}$

$=(2^2)^x - 6(2^2)^x + 7(2^2)^x + 3(2^2)^x$

$\boxed{= (1 - 6 + 7 + 3)(2^2)^x = 5.2^{2x} = 5.4^x}$

3) $\mathbf{49^y - 7.7^y + 7 + 3.49^y}$

$= (7^2)^y - 7.7^y + 7 + 3(7^2)^y$

$= 4(7^2)^y - 7.7^y + 7$

$\boxed{= 4.49^y - 7.7^y + 7 = 4.7^{2y} - 7.7^y + 7}$

4) $\mathbf{(8^x)^2 - (2.2^x)^6 + 4^x - 3.2^{2x}}$

$= (8^2)^x - 2^6.(2^6)^x + (2^2)^x - 3(2^2)^x$

$= (2^6)^x - 2^6.(2^6)^x + 4^x - 3.4^x$

$= (64)^x - 64(64)^x + 4^x - 3.4^x$

$= (1 - 64)(64)^x + 4^x(1 - 3) = \boxed{-63.2^{6x} - 2.2^{2x}}$