

Дорогие Орлицы и Орлы! Удачи вам на первом празднике по временным рядам! Начните с того, что напишите клятву и подпишитесь под ней:

Я клянусь честью студента, что буду выполнять эту работу самостоятельно.

А теперь — задачи:

1. Известно, что (u_t) — белый шум, а (y_t) равен

$$y_t = \frac{1 + 3L}{1 - 0.2L}(5 + u_t).$$

- Найдите $E(y_t)$, $\text{Var}(y_t)$, $\text{Cov}(y_t, y_s)$.
 - Стационарен ли процесс (y_t) ?
 - Запишите рекуррентное уравнение на y_t , u_t и их лаги, решением которого является данный процесс.
2. Рассмотрим уравнение $y_t = 3 + 0.5y_{t-1} - 0.06y_{t-2} + u_t - 0.2u_{t-1}$, где (u_t) — белый шум.
- Запишите уравнение с помощью лаговых полиномов и разложите полиномы на сомножители.
 - Присмотревшись пристальным взглядом к корням явно выпишите хотя бы одно стационарное решение этого уравнения. Является ли стационарное решение единственным?
 - Найдите $\text{Corr}(y_t, y_{t-k})$ для всех стационарных решений.
3. Вспомним $ETS(AAN)$ модель, которая описывается системой уравнений

$$\begin{cases} y_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + u_t \\ \ell_t = \ell_{t-1} + b_{t-1} + \alpha u_t \\ b_t = b_{t-1} + \beta u_t \\ u_t \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2). \end{cases}$$

- Выпишите список параметров данной модели и логарифм функции плотности y_2 через выписанные параметры.
 - Для $l_{100} = 30$, $b_{100} = 1$, $\alpha = 0.2$, $\beta = 0.3$, $\sigma^2 = 16$ постройте интервальный прогноз на один и два шага вперёд.
4. Приведите пример стационарного процесса, у которого все частные корреляции равны нулю *кроме* частной корреляции тринадцатого порядка. Либо докажите, что такой процесс не существует.
5. Величины x_t независимы и равновероятно принимают значения 0 или 1 каждая. Рассмотрим процесс $r_t = x_t \cdot x_{t-1} - 0.25$.
- Стационарен ли процесс (r_t) ?
 - Илон Маск утверждает, что это типичный $MA(1)$ процесс, а потому он представим в виде $r_t = u_t + \alpha u_{t-1}$.
Прав ли Илон Маск? Если прав, то явно запишите u_t через (x_t) и константы.
6. Приведите пример стационарного процесса (y_t) такого, что $|\text{Corr}(y_t, y_s)| < 1$, однако $\sup_{s,t} |\text{Corr}(y_t, y_s)| = 1$.
1. Либо докажите, что данный процесс не существует.