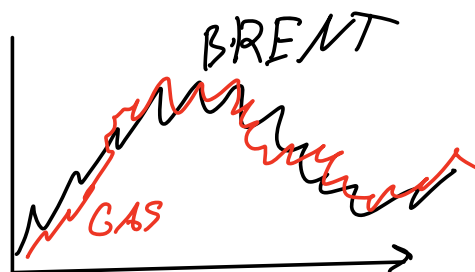1) ARMA — для стационарных

2) ARIMA — для нестационарных (по М.О.)

3) SARIMA — для сезонных

4) SARIMAX — с экзогенными переменными

5) SARIMAX-GARCH

BRENT

GAS

AR(p) — процесс

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \ldots + \beta_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

AR(2)

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid$$

$$(1 - \beta_1 L - \beta_2 L^2) y_t = \varepsilon_t$$

$$(1 - \varphi_1 L)(1 - \varphi_2 L) y_t = \varepsilon_t$$

$$y_t = \frac{\varepsilon_t}{(1 - \varphi_1 L)(1 - \varphi_2 L)}$$

Если все корни < 1
$\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \ldots$

Если все корни ≥ 1
$\varepsilon_{t+1}, \varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}$

$$y_t = P(L) \varepsilon_t$$

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \varepsilon_t , \quad \text{Stationary}$$

$$E(y_t) = \mu \quad Var(y_t) = \sigma^2 \quad Var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$$

$$E(y_t) = \beta_0 + \beta_1 E(y_{t-1}) + \beta_2 E(y_{t-2}) + 0$$

$$\mu = \beta_0 + \beta_1 \mu + \beta_2 \mu$$

$$\mu = \frac{\beta_0}{1 - \beta_1 - \beta_2} \Rightarrow \beta_0 = \mu(1 - \beta_1 - \beta_2)$$

$$y_t = \mu(1 - \beta_1 - \beta_2) + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$y_t - \mu = \beta_1(y_{t-1} - \mu) + \beta_2(y_{t-2} - \mu) + \varepsilon_t \quad | \cdot (y_{t-k} - \mu)$$

1) $k = 0$

$$(y_t - \mu)(y_t - \mu) = \beta_1(y_{t-1} - \mu)(y_t - \mu) + \beta_2(y_{t-2} - \mu)(y_t - \mu)$$
$$+ \varepsilon_t(y_t - \mu) \quad | E$$

$$\gamma_0 = \beta_1 \gamma_1 + \beta_2 \gamma_2 + \sigma_\varepsilon^2$$

2) $k = 1$

$$(y_t - \mu)(y_{t-1} - \mu) = \beta_1(y_{t-1} - \mu)(y_{t-1} - \mu) + \beta_2(y_{t-2} - \mu)(y_{t-1} - \mu)$$
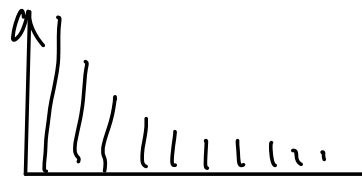$$+ \varepsilon_t(y_{t-1} - \mu)$$

$$\gamma_1 = \beta_1 \gamma_0 + \beta_2 \gamma_1 \qquad \rho_1 = \beta_1 + \beta_2 \rho_1 \qquad \rho_1 = \frac{\beta_1}{1 - \beta_2}$$

$$k=2 \quad \gamma_2 = \beta_1 \gamma_1 + \beta_2 \gamma_0 \quad \rho_2 = \beta_1 \rho_1 + \beta_2 = \frac{\beta_1^2}{1-\beta_2} + \beta_2$$

$$k=3 \quad \gamma_3 = \beta_1 \gamma_2 + \beta_2 \gamma_1 \quad \rho_2 = \beta_1$$

$$k = \hat{j} \quad = \gamma_j = \beta_1 \gamma_{j-1} + \beta_2 \gamma_{j-2}$$

PACF

$$y_t = d_0 + \boxed{d_1} y_{t-1} + v_t$$

$$\begin{cases} E(v_t) = 0 \\ cov(v_t, y_{t-1}) = 0 \end{cases}$$

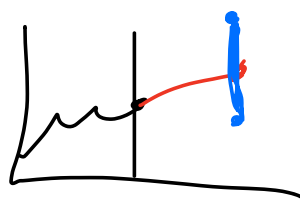$$cov(y_t - d_0 - d_1 y_{t-1}, y_{t-1}) = \gamma_1 - d_1 \gamma_0 = 0$$

$$\rho_1 = d_1$$

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \ell_t$$

$$y_{T+1} = \beta_0 + \beta_1 y_T + \beta_2 y_{T-1} + \varepsilon_{T+1}$$

$$E(y_{T+1} | T) = \boxed{\beta_0 + \beta_1 y_T + \beta_2 y_{T-1}} = \hat{f}_1$$

$$e_1 = y_{T+1} - E(y_{T+1}|T) = \ell_{T+1}$$

$$Var(e_t) = \sigma_\varepsilon^2$$

$$\hat{f}_1 \pm 1.96 \frac{\sigma_\varepsilon}{\sqrt{n}}$$

$$y_{T+2} = \beta_0 + \beta_1 y_{T+1} + \beta_2 y_T + \varepsilon_{T+2}$$

$$E(y_{T+2} | T) = \beta_0 + \beta_1 \underline{E(y_{T+1}|T)} + \beta_2 y_T + 0$$

$$e_2 = \varepsilon_{T+2} + \beta_1 (y_{T+1} - E(y_{T+1}|T)) = \varepsilon_{T+2} + \beta_1 e_1$$

$$Var(e_2) = \sigma_\varepsilon^2 + \beta_1^2 \sigma_\varepsilon^2$$

$MA(q)$:

Важен ACF (обрыв на q)

всегда стационарен

$AR(p)$

Важна PACF (обрыв на p)

Стационарен если нет ед. корней

Многошаговые прогнозы:

Прогноз среднего сх-ся к безусл. М.О.

Прогноз дисперсии сх-ся к безусл

дисперсии

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \ldots + \beta_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \ldots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}$$

$$ARMA(p, q) - \text{модель}$$