

1. С помощью алгоритма DWT найдите расстояние между рядами

$$x = (1, 2, 4, 2, 1) \quad \text{и} \quad y = (1, 4, 1).$$

В качестве расстояния между отдельными наблюдениями используйте разницу $|x_i - y_j|$.

2. Исследователь Василий применил дискретное преобразование Фурье (с делением на число наблюдений) к некоторому ряду, но записал только первые четыре значения преобразованного ряда:

$$X = (3.5, -0.5 + i\sqrt{3}/2, -0.5 + i\sqrt{3}/6, -0.5, \dots).$$

Сначала он думал, что всё пропало, но потом понял, что данных достаточно, чтобы полностью восстановить исходный ряд.

- Сколько наблюдений было в исходном ряде?
 - Восстановите исходный ряд и забытые Васей значения преобразованного ряда.
3. Величины X_1, X_2, X_3 распределены независимо и равномерно на отрезке $[0; 1]$. Рассмотрим $L = \min\{X_1, X_2\}, R = \max\{X_1, X_2, X_3\}$.
Найдите копулу C величин L и R .
4. Рассмотрим систему уравнений:

$$\begin{cases} x_t = 1 - \frac{1}{6}x_{t-1} + \frac{2}{6}y_{t-1} + u_t^x \\ y_t = 2 - \frac{4}{6}x_{t-1} + \frac{1}{6}y_{t-1} + u_t^y \end{cases},$$

где u_t — двумерный белый шум.

- Есть ли у данной системы стационарное решение?
 - Если стационарное решение есть, то найдите $\mathbb{E}(x_t)$ и $\mathbb{E}(y_t)$ для него, если стационарного решения нет, то для процесса с начальными условиями $x_0 = 0, y_0 = 0$.
5. Василий предполагает, что y_t описывается Гауссовским процессом:

$$\begin{cases} y_t = f(t) + u_t \\ u_t \sim \mathcal{N}(0; 4) \\ f \sim GP(0, K) \\ K(t_1, t_2) = 4 \exp(-(t_1 - t_2)^2) \end{cases}.$$

У Василия всего два наблюдения $y_0 = 0$ и $y_1 = 1$.

Постройте точечный и 95%-й интервальный прогноз для y_3 .