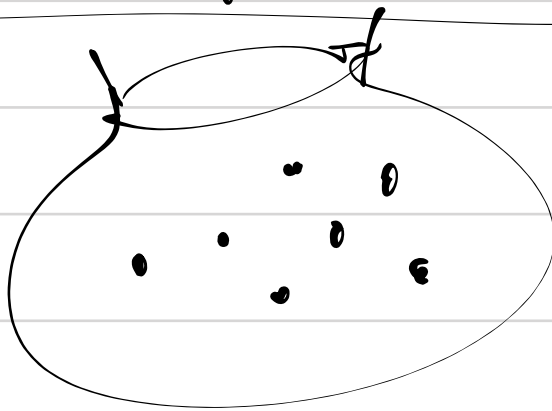


||

ETS

ETS - амплитудно сезонный



ETS (AAA)

$\overline{Add} = \text{error}$   
 $\underline{\overline{Add}} = \text{trend}$   
 $\underline{\underline{Add}} = \text{season}$

$A/M/N$   
 $A/\underline{Add}/N$   
 $A/M/\underline{N}$

$u_t \sim N(0; \sigma^2)$  шум

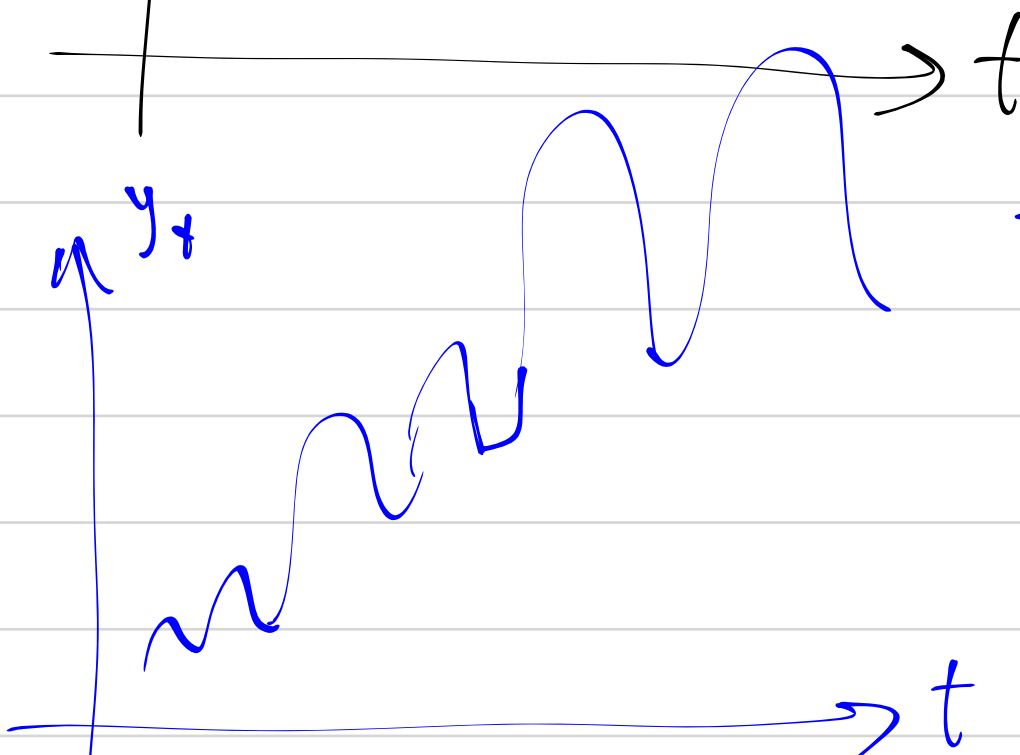
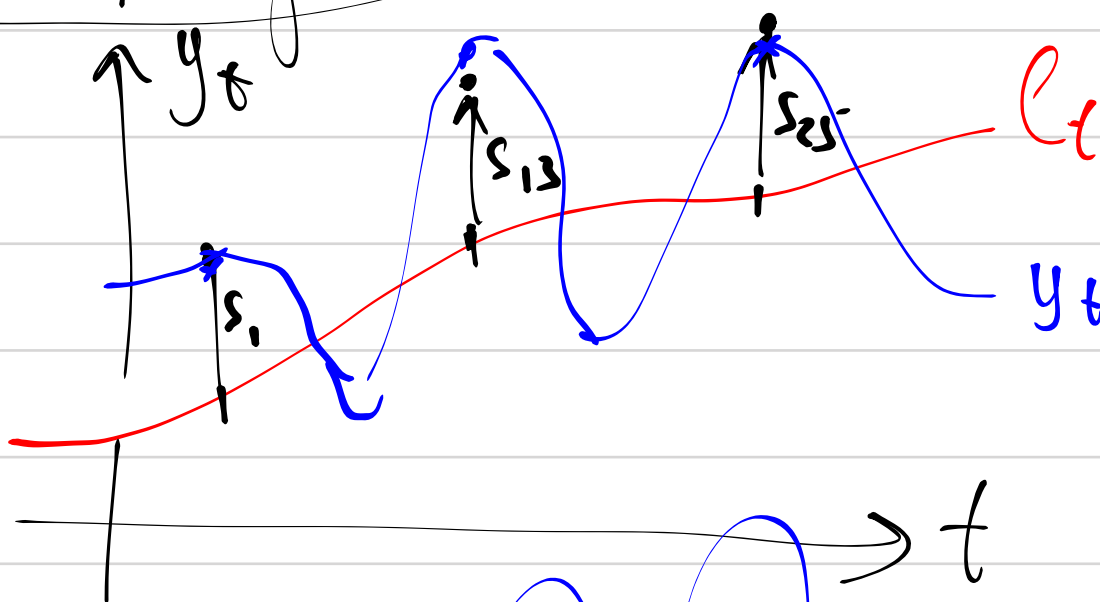
$$y_t = l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-12} + u_t$$

$$l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha \cdot u_t$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta \cdot u_t$$

$$s_t = s_{t-12} + \gamma \cdot u_t$$

$\leftarrow$  шум  $y$   
 (доу-сое-е  
 ошибки)  
 $\leftarrow$  лон. скорость роста  
 (лон. наклон линии  
 тренда)



часто бывает,  
 что колебания  
 примерно  
 постоянные в %,  
 а не в абс.  
 величине

Это гениально?  $\textcircled{1}$  идея:  $y_t \rightarrow u_t = \ln y_t$   
 $\ln y_t \sim \text{ETS}(AAA)$

ETS(MAA)

M = mult error.

A = add. trend

A = add seas.

$$\begin{cases} u_t \sim N(0; \sigma^2) \\ y_t = (l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-12}) \cdot (1 + u_t) \\ l_t = \underbrace{l_{t-1} + b_{t-1}}_{\text{сум. сев.}} + u_t \cdot \underbrace{(l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-12})}_{\% \rightarrow \text{прогр.}} \cdot \alpha \\ b_t = \underbrace{b_{t-1}}_{\text{сум. сезон.}} + u_t \cdot \beta \cdot (l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-12}) \\ s_t = s_{t-12} + u_t \cdot \gamma \cdot (l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-12}) \end{cases}$$

$[*e^{u_t}]$   
 $\rightarrow$  автор.  
 $\rightarrow$  автор.  
 $\rightarrow$  автор.

Q1. как генератор прогноза в этой / порядковой модели?

A1. При оценивании модели мы получаем не только  $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{l}_0, \hat{b}_0, \hat{s}_0, \dots, \hat{s}_{-11}, \hat{\gamma}, \hat{\sigma}^2$  но и всю послед-ср  $\hat{s}_1, \dots, \hat{s}_T, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_T, \hat{l}_1, \dots, \hat{l}_T$

A2. Имена оценки  $(\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \dots, \hat{\sigma}^2) = \hat{\theta}$  и  $\hat{s}_1, \dots, \hat{s}_T, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_T, \hat{l}_1, \dots, \hat{l}_T$  даем построчно PSI для  $y_{T+1}$ .

Q2. как получаются оценки  $(\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \dots, \hat{\sigma}^2) = \hat{\theta}$ ?

A1.  $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_T \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} \vdots \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}\right)$  A2. Каким образом.

$\mu(\theta)$        $C(\theta)$

$$\ln f = -\frac{n}{2} \ln |\Sigma| - \frac{1}{2} \ln C - \frac{1}{2} (y - \mu)^T \cdot C^{-1} \cdot (y - \mu) \rightarrow \max_{\theta}$$

ETS(AAA)  $m=2$  (получено данные)

$\hat{\alpha} = \frac{1}{2}$   $\hat{\beta} = \frac{1}{2}$   $\hat{\gamma} = \frac{1}{2}$  ,  $\hat{\delta}^2 = 1$   $\hat{\ell}_0 = 100$   $\hat{b}_0 = 1$

$\hat{s}_0 = 2$   $\hat{s}_{-1} = -2$  ← параметры модели и абразон

t	y <sub>t</sub>	$\hat{\ell}_t$	$\hat{b}_t$	$\hat{s}_t$	$\hat{u}_t$
-1	///	///	///	-2	///
0	///	100	1	2	///
1	104	103.5	3.5	0.5	5
2	106	...	...	...	-3
3					

95% PI for y<sub>3</sub> ?

$\hat{u}_1 = y_1 - \hat{\ell}_0 - \hat{b}_0 - \hat{s}_{-1} = 5$   
 $\hat{\ell}_1 = \hat{\ell}_0 + \hat{\alpha} \cdot \hat{u}_1 = 103.5$   
 $\hat{b}_1 = \hat{b}_0 + \hat{\beta} \cdot \hat{u}_1 = 1 + 2.5 = 3.5$   
 $\hat{s}_1 = \hat{s}_{-1} + \hat{\gamma} \cdot \hat{u}_1 = 0.5$

$\hat{u}_2 = 106 - 103.5 - 3.5 - 2 = -3$   
 $\hat{\ell}_2 =$   
 $\hat{b}_2 =$   
 $\hat{s}_2 =$

$E(y_3 | y_2, y_1) = E(y_3 | y_2, y_1, \ell_2, \ell_1, b_2, b_1, s_2, s_1) =$   
 $= E(\underbrace{\ell_2 + b_2 + s_1}_{\text{уже есть / принцип}} + \underbrace{u_3}_{\text{будет / на равенств от } y_2, y_1}) =$   
 $= \ell_2 + b_2 + s_1 + 0$

$Var(y_3 | y_2, y_1) = Var(y_3 | y_2, y_1, \ell_2, \ell_1, b_2, b_1, s_2, s_1) =$   
 $= Var(\cancel{\ell_2 + b_2 + s_1} + u_3 | \dots) =$   
 $= Var(u_3) = \delta^2$

$$L(y_3 | y_2, y_1) \sim N(\underbrace{\ell_2 + \underbrace{b_2 + \underbrace{\hat{\lambda}}_1}_{\text{состоящая из } y_1, \dots, y_T}}_{\text{состоящая из } y_1, \dots, y_T}; \sigma^2)$$

asy 95% PI для  $y_3$

$$[\underbrace{\hat{\ell}_2 + \hat{b}_2 + \hat{\lambda}}_{\hat{\ell}_2 + \hat{b}_2 + \hat{\lambda}} - 1.96 \cdot \sqrt{\hat{\sigma}^2};$$

$$\hat{\ell}_2 + \hat{b}_2 + \hat{\lambda} + 1.96 \cdot \sqrt{\hat{\sigma}^2}]$$

$$\begin{aligned} H_0: \lambda &= 0.1 \\ H_A: \lambda &\neq 0.1 \end{aligned}$$

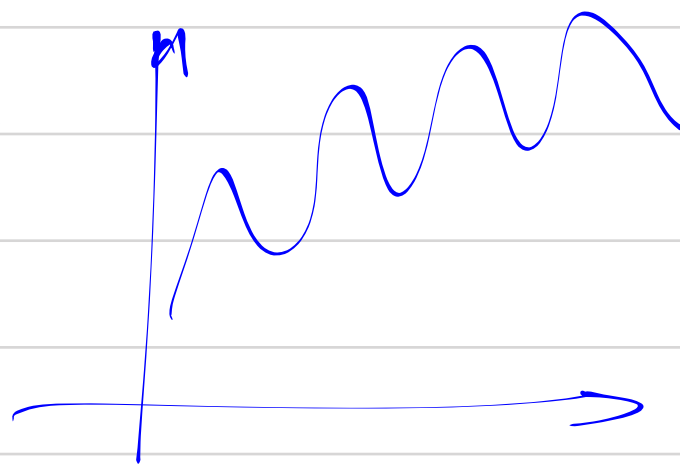
$$\frac{\hat{\lambda} - 0.1}{\text{se}(\hat{\lambda})}$$

ETS(zzz)

$\left. \begin{matrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix} \right\}$

Q. как выбрать "самую лучшую" модель?

A1. "Здрав. смысл."



~~ETS(AAN)~~

ETS(AAA)

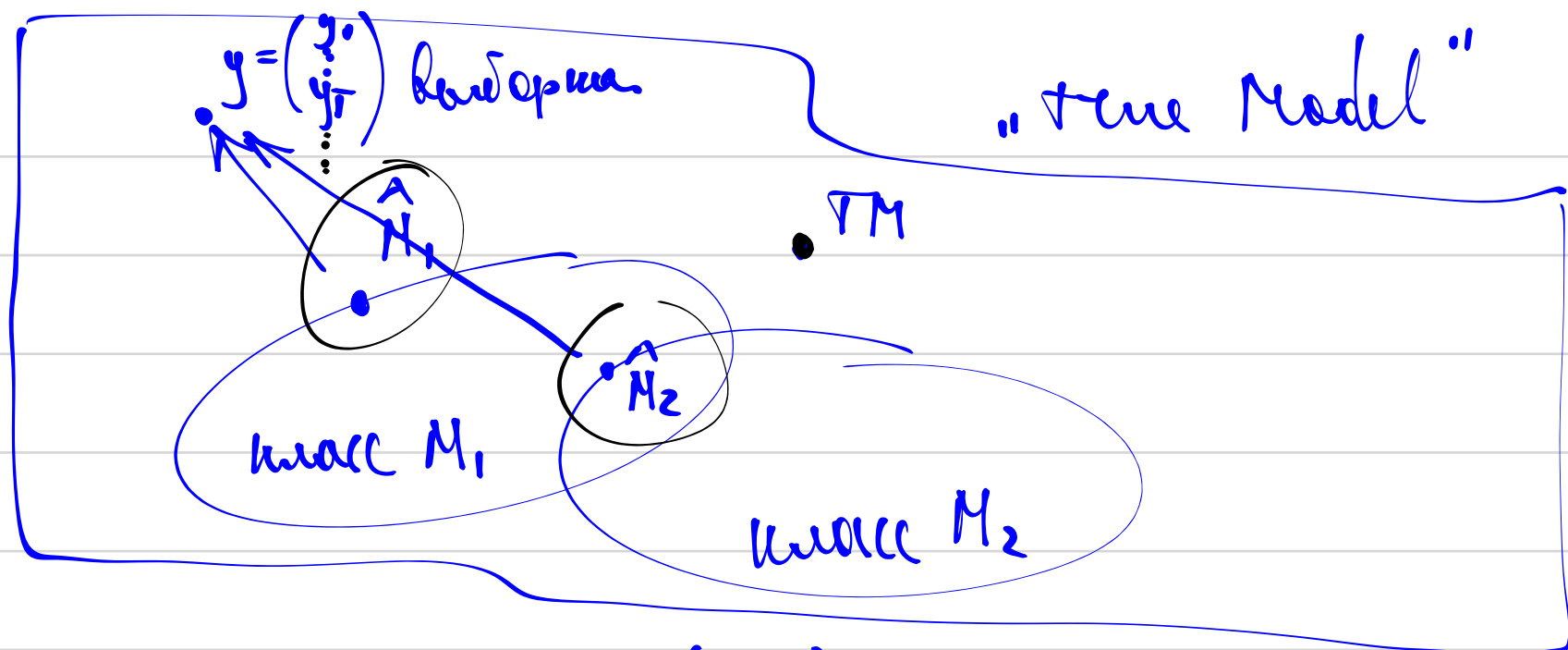
!

[неправильно]

не надо су-х модели для фин-х поа-либ.

A2. Если выборка большая, то исп-ть тестовую выборку для сравнения моделей.  
кросс-валидация.

A3. Если выборка маленькая, то исп-ть инфо. критерии / стат. тесты.



например:  $M_1 = ETS(\dots)$   
 $M_2 = ARIMA(\dots)$

Узел 1 выбор