Bayesian optimization.

Условия применения

$f(x) \to \max \ (\min)$

1) $f(x)$ очень дорого вычислять
   (очень сложная/дорогая)
2) Размерность не оч. большая

Пример:

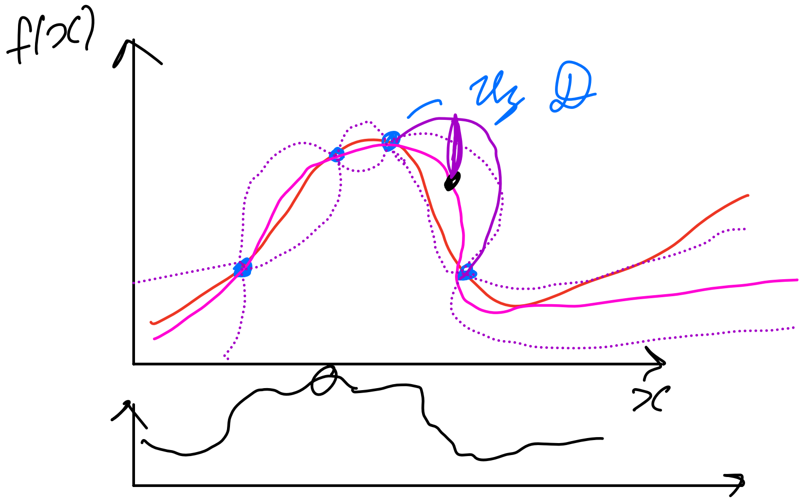
1) Ищем золото
2) Имеем бюджет на k предварительных замеров
3) $f(x)$ - доля золота в пробе грунта
4) x - характеристики места

Оптимизация

Шаг 0. Имеем выборку

$$\mathcal{D} = \{(x_1, \underbrace{f(x_1)}_{}), \ldots, (x_k, \underbrace{f(x_k)}_{})\}$$

Шаг 1. Оценим GP по $\mathcal{D}$. Построим $\mu(x), \sigma(x) \quad \forall x$



Шаг 2.

Acquinteance function

$$\alpha(x) = \alpha(\mu(x), \sigma(x))$$

$$\alpha(x) = \underbrace{\mu(x)+}\ \underbrace{\beta}\,\underbrace{\sigma(x)}$$

$$x_{new} = \underset{x}{\arg\max}\ \alpha(x)$$

$$f(x_{new}) \to D$$

VARMA - процессы

y_t $n \times 1$

n - кол-во рядов

$$y_t = \begin{pmatrix} m_t \\ infl_t \\ r_t \end{pmatrix}$$

$$\underset{n\times 1}{y_t} = \underset{n\times 1}{\mu} + \sum_{i=1}^{p} \underset{n\times n}{\Phi_i}\, \underset{n\times 1}{y_{t-i}} + \underset{n\times 1}{\nu_t} + \sum_{j=1}^{q} \underset{n\times n}{\Psi_j}\, \underset{n\times 1}{\nu_{t-j}}$$

$$\Phi_p(L)\, y_t = \mu + \Psi_q(L)\, \nu_t$$

$$\Phi_p(L) = I - \Phi_1 L - \dots - \Phi_p L^p$$

$$\Psi_q(L) = I - \Psi_1 L - \dots - \Psi_q L^p$$

$$\Phi_B(L) = I - \underbrace{\Phi_1}_{} L - \Phi_2 L^2$$

$$|I - \underbrace{\Phi_1}_{n \times n} \underbrace{\lambda}_{\text{число}} - \Phi_2 \lambda^2| = 0$$

1) Как оценивается?

$$\underbrace{OLS}_{VAR}, \quad \underbrace{ML}_{VARMA}$$

$$y_t = \Phi_1 y_{t-1} \qquad \begin{pmatrix} \boxed{y_{1t}} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \boxed{\begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{pmatrix}}$$

1) Сколько рядов включать?

2) Какой порядок?

VARMA(p, q), n уравнений

$$\underset{n \times 1}{\mu} \qquad \underset{n \times n \times p}{\Phi_i} \qquad \underset{n \times n \times q}{\Psi_j} \qquad v_i \sim N(0, \underset{\frac{n(n-1)}{2}}{\Omega})$$

$$n + n^2 p + n^2 q + \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$$

1) Be reasonable $\leq 3-4$

2) p, q - по AIC, BIC, ...

$$AIC = \log \| \hat{V}(p) \| + \frac{2}{T-s} n^2$$

$$\hat{V}(p) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \hat{v}_t \hat{v}_t^T, \quad s = \max(p, q)$$

Для resituals-checking есть статистики

Ljung-Box

Breush-Godfrey

Jarque-Bera

Granger causality

Bivariate VAR

$$\begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{p} \begin{pmatrix} \varphi_{i11} & \overset{=0}{\boxed{\varphi_{i12}}} \\ \underline{\varphi_{i21}} & \varphi_{i22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1,t-i} \\ y_{2,t-i} \end{pmatrix} + v_t$$

1) y_{2t} is not Granger causal for y_{1t} if lags y_{2t} do not appear in y_{1t} equat.

$H_0: \varphi_{112} = \varphi_{212} = \ldots = \varphi_{p12} = 0$

H_1: at least one restr. fail

2) y_{1t} ----- y_{2t} -----

$H_0: \phi_{121} = \varphi_{221} = --- = \varphi_{p21} = 0$

$H: =/=$

Instantaneous causality

Прогнозы одного ряда помогают предсказывать текущее значение другого

Nowcasting

IRF 1) Forecasting

SVAR ← 2) Analysis