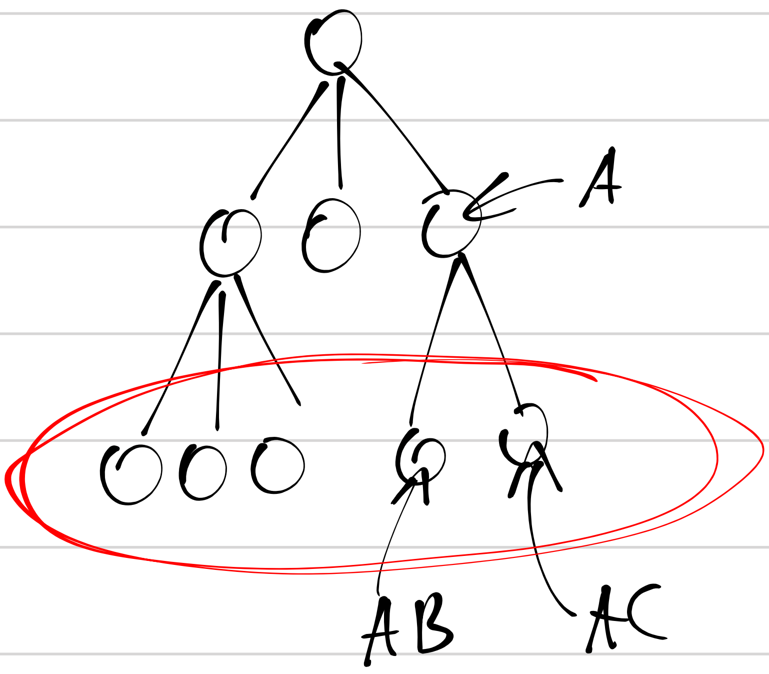
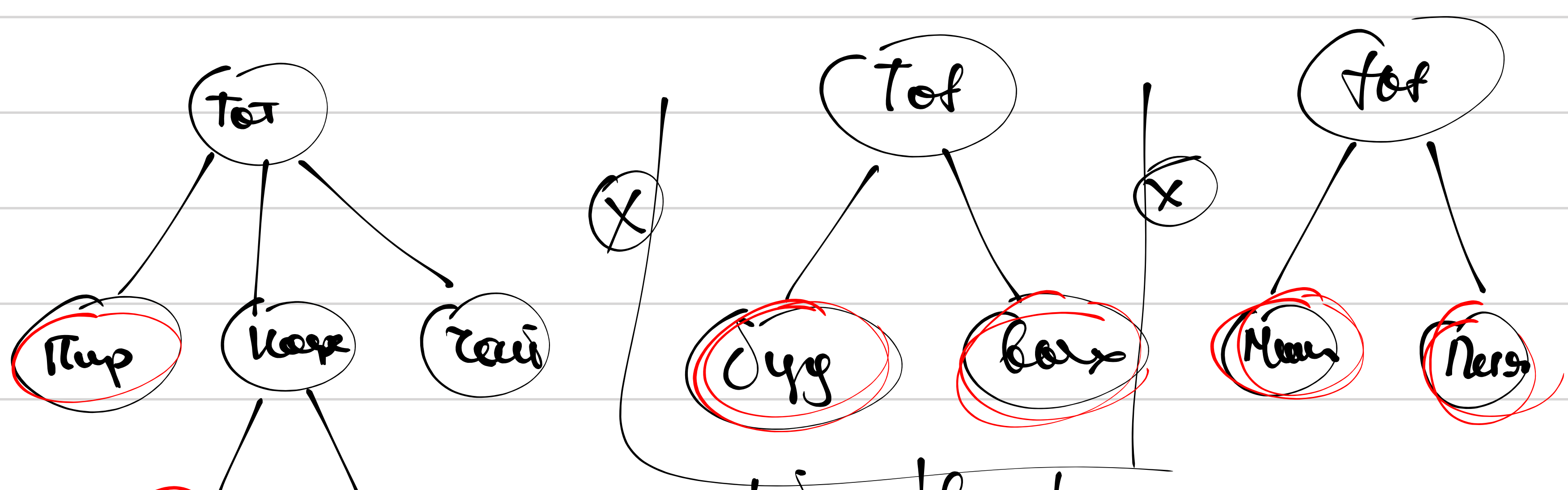
Привет!!!

Иерархические ряды.



$$y_{At} = y_{ABt} + y_{ACt}$$

Хотим согласованности прогнозов!



	будь	вкус
нед1		
нед2		

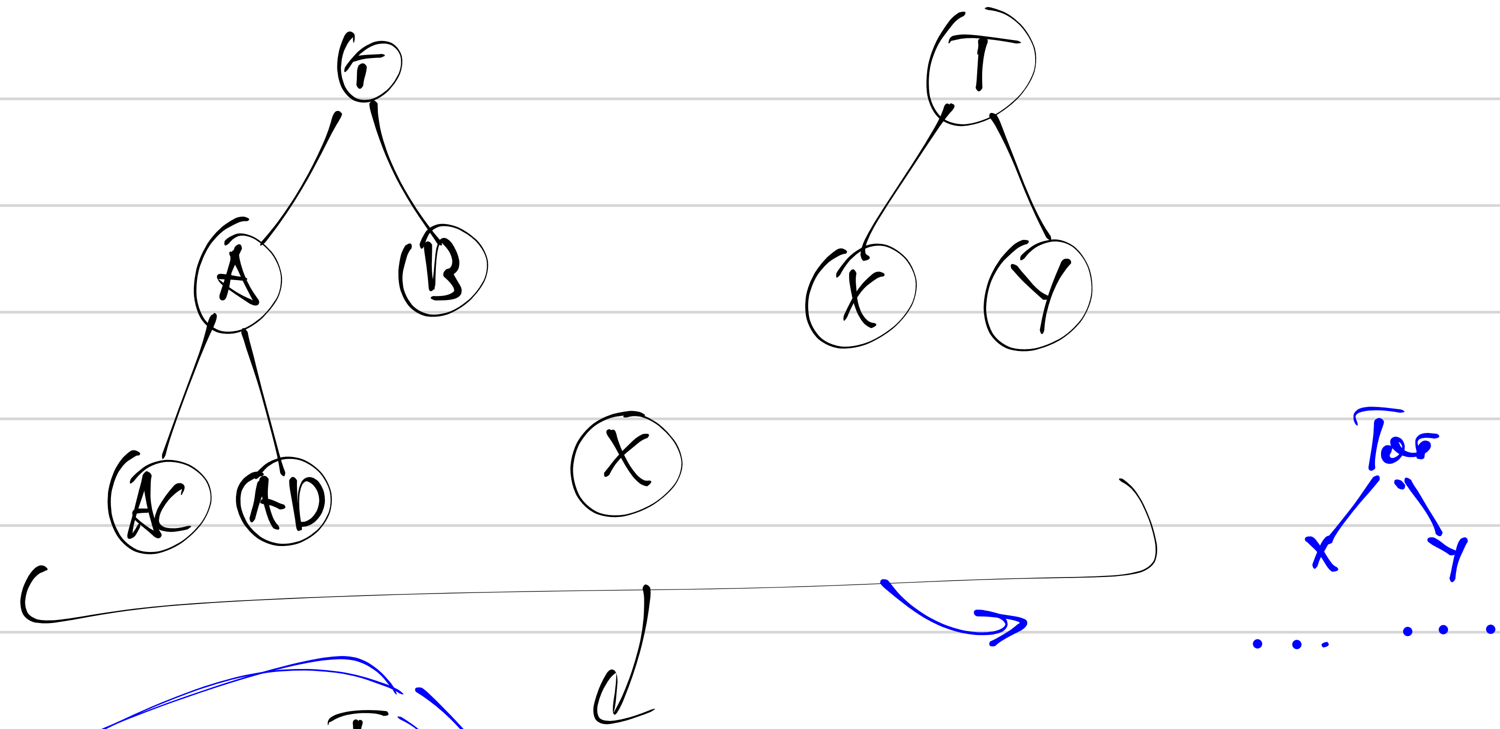
Группир-ые ряды.

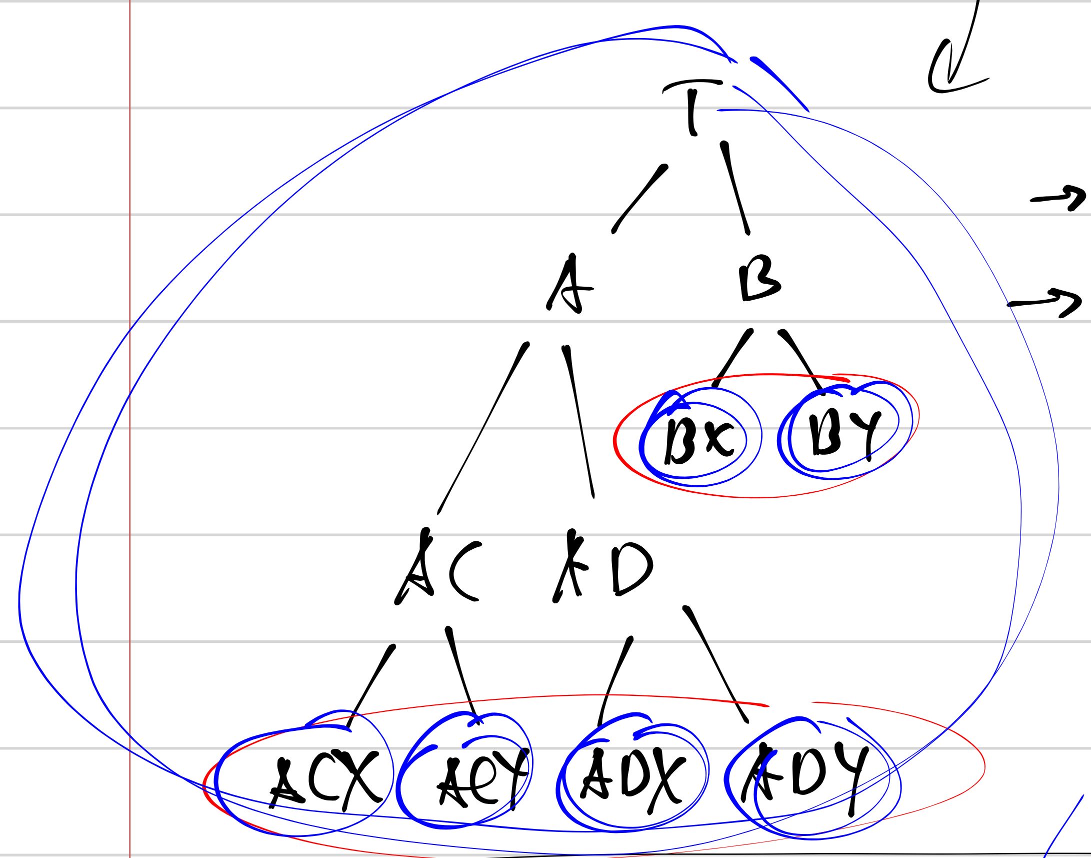
Способ „снизу-вверх"

→ спрогнозир-ть ряды нижнего ур-ня

→ сложить вверх

для группир-х рядов (с не сл-ми) иерархиями → прогнозируем декартово произв-ие нижних ур-ей





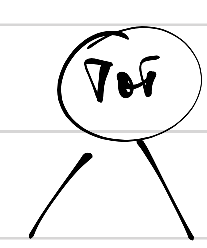
→ $\boxed{\text{м. быть долго}}$!!

→ ряды внизу как правило более шумные => ошибка прогноза внизу выше

„Сверху-вниз"

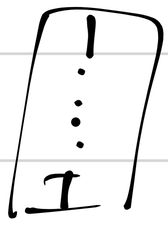
$y \geq 0$.

1. $\boxed{\text{прогнозируем } \hat{y}_{tot,h}}$



2. оцениваем для $\forall$ узла X долю y_{xh} от $y_{tot\,h}$ $\qquad \hat{p}_{jh}$

3. $\tilde{y}_{x,h} = \hat{p}_{xh} \cdot \hat{y}_{tot,h}$.



$\wedge$ — исходные (возможно не согл. прогнозы)

$\sim$ — согласованные прогнозы.

наивные оценки: $\hat{p}_{xh} \stackrel{?}{=} \dfrac{y_{xT}}{y_{totT}}$

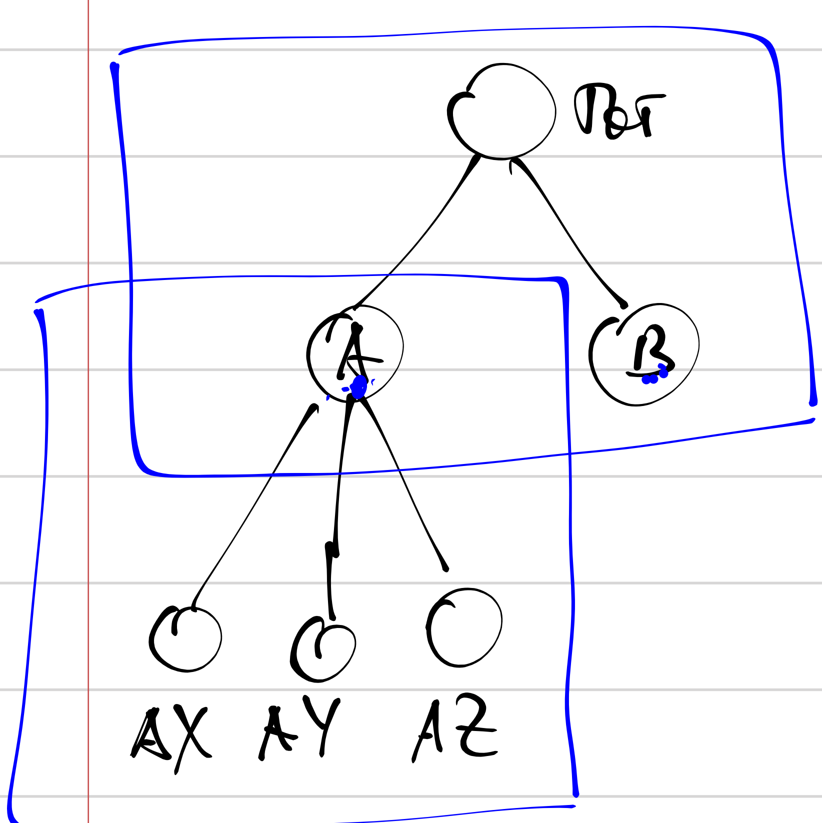
$$\hat p_{xh} = \left(\sum_{t=1}^{T} \frac{y_{xt}}{y_{tot\,t}}\right)\cdot\frac{1}{T}$$

[можно сколько намешать]

$$\hat p_{xh} = \frac{\sum y_{xt}}{\sum y_{tot\,t}}$$

[Чуть хитрее!]

дезагрегируем проп-но прогнозам



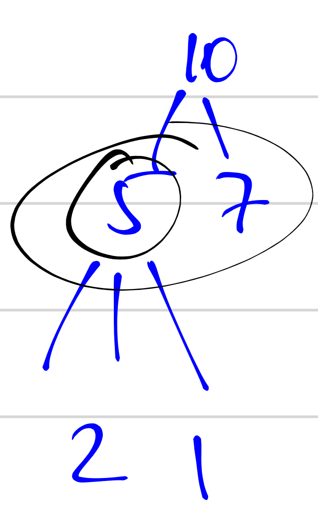
$\hat y_{tot,h}$

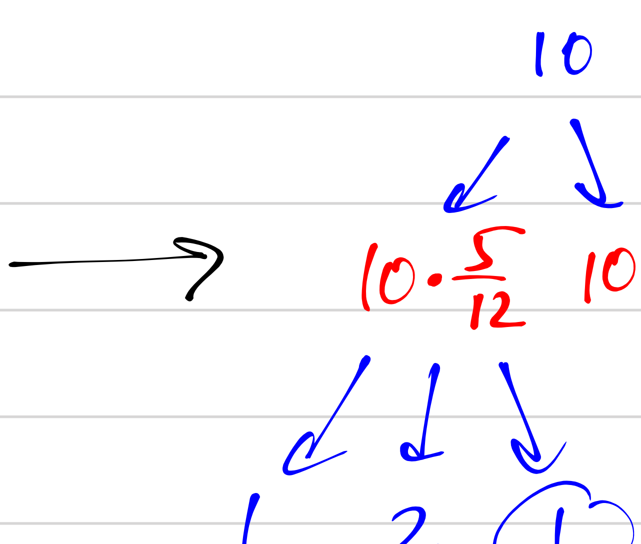
$\hat y_{A,h}$ $\quad$ $\hat y_{B,h}$

$\tilde y_{A,h}$ $\quad$ $\tilde y_{B,h}$

$\hat y_{AX,h}$ $\;\dots\;$ $\hat y_{AZ,h}$

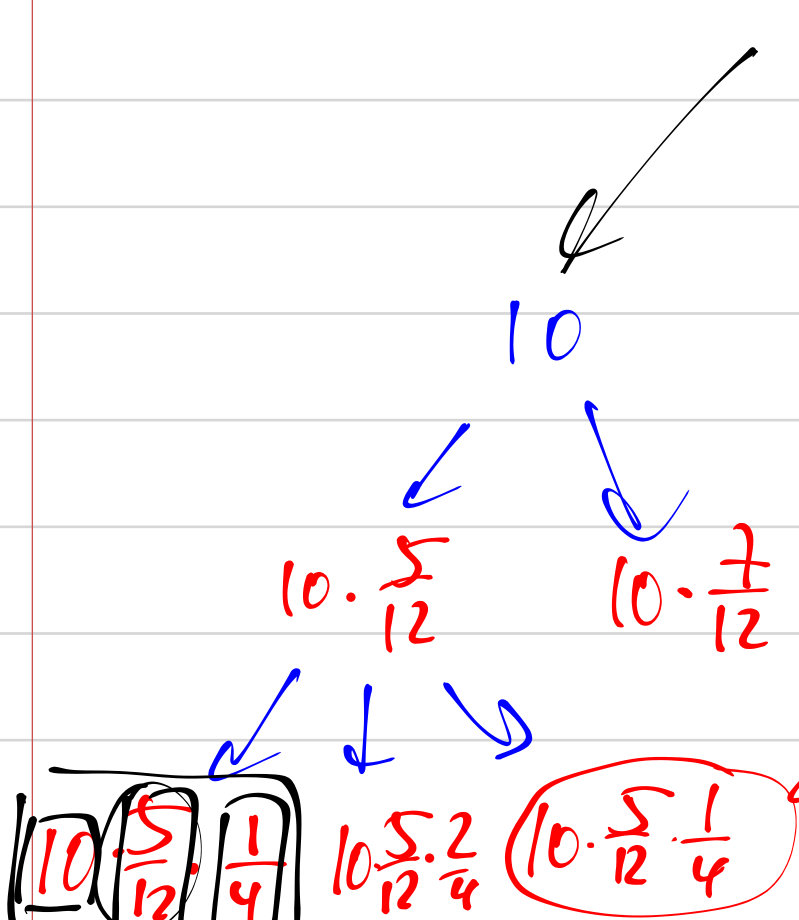
$\tilde y_{AX,h}$ $\;\dots\;$ $\tilde y_{AZ,h}$





$\hat y_{AZ,h}$

$C =$ – множ-во того узла, что на $(\ell+1)$ выше



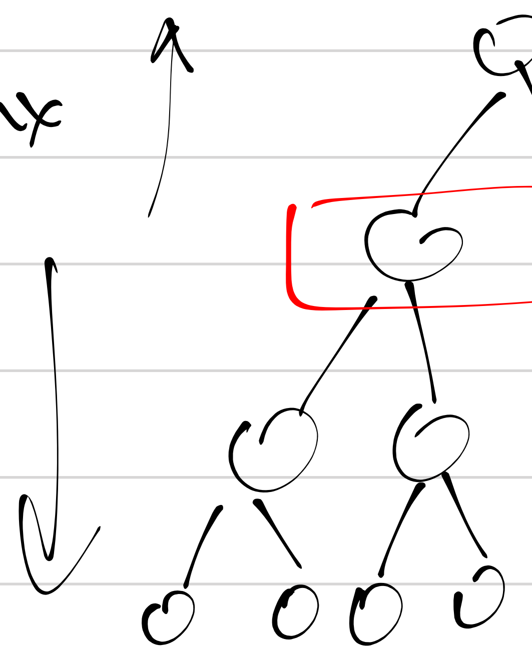
$\tilde y_{AZ,h}$

$$\tilde y_{x,h} = \hat y_{tot,h} \prod_{\ell} \frac{\hat y^{(\ell)}_{x,h}}{\sum_{j\in C} \hat y_{j,h}}$$

$\hat y^{(\ell)}_{x,h}$ – прогноз того узла, что на (ℓ) ур-ней выше X.

$\boxed{\text{Начать с середины!}}$

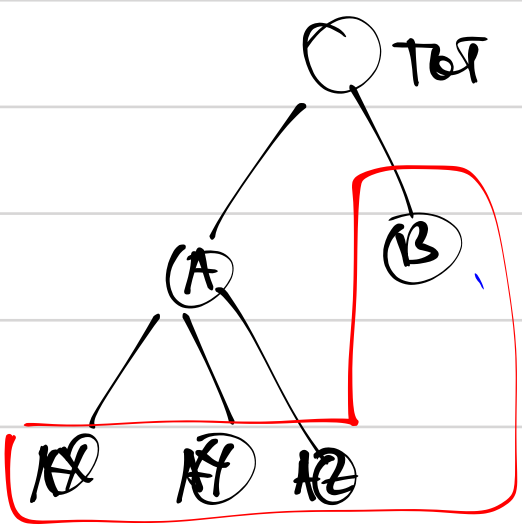
наверх



вниз.

спрогнозировать ур-нь по середине

Оптим-ое линейное согласование



$$y_t = \begin{pmatrix} y_{tot\,t} \\ y_{At} \\ y_{Bt} \\ y_{AXt} \\ y_{AYt} \\ y_{AZt} \end{pmatrix} = S \cdot b_t$$

$$y_t = S \cdot b_t$$

$$\tilde{y}_h = S \cdot \tilde{b}_h$$

$$b_t = \begin{pmatrix} y_{AXt} \\ y_{AYt} \\ y_{AZt} \\ y_{Bt} \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ \dots & & & \end{bmatrix}$$

$\hat{y}_h$ – (несогл.) прогноз

$\tilde{y}_h$ – согл прогноз.

упр.
$S \cdot G \cdot y_{t+h} =$
= нет обяз-в!

$\boxed{\text{Матрица [линейного] согласования: } G}$

$$\tilde{b}_h = G \hat{y}_h$$

$$\tilde{y}_h = S \cdot G \cdot \hat{y}_h$$

естеств. требов.:

для согл.-го вект.-ра прогнозов $S \cdot G$ ничего не делает

$$\boxed{S \cdot G \cdot y_{t+h} = y_{t+h}}$$

(если y_{t+h} согл.)

$$y_{t+h} = S \cdot b_{t+h}$$

любой

$$S \cdot G \cdot S \cdot b_{t+h} = S \cdot b_{t+h} \quad \forall b_{t+h}$$

$$S \cdot G \cdot S = S$$

$$\boxed{S \cdot G \cdot S = S}$$ треб на м-цу G.

(миним. прогн. несм.-ие.

$$\min_G \operatorname{trace} \operatorname{Var}(y_{T+h} - \tilde{y}_h \mid \mathcal{F}_T)$$

$$\operatorname{Var}(y_{T+h} - \tilde{y}_h \mid \mathcal{F}_T) =$$

$$= \operatorname{Var}(S \cdot G \cdot y_{T+h} - S \cdot G \cdot \hat{y}_h \mid \mathcal{F}_T) =$$

$$= \operatorname{Var}(S G \cdot (y_{T+h} - \hat{y}_h) \mid \mathcal{F}_T) =$$

$$= S \cdot G \cdot \operatorname{Var}(y_{T+h} - \hat{y}_h \mid \mathcal{F}_T) \cdot G^T \cdot S^T.$$

ошибки не согл. прогнозов.

S – изв.-на.

G – хотим „получить"

$W = \operatorname{Var}(y_{T+h} - \hat{y}_h \mid \mathcal{F}_T)$ ← неизв.-на, но можно оценить.

Напр.: $\hat{W} = \mathrm{Id}$, $\hat{W}$ – выб. ков. м-ца ошибок прогнозов на h шагов вперед на тестовой выборке.

решаем (по-быстрому) другую задачу, к-рая (полностью) экв-на пост-ленной.

[Упр 7]

$$a = S \cdot \beta + u \qquad E(u) = 0, \quad Var(u) = W$$

набл: a, S $\qquad$ S - м-ца предикторов.
a - предск.-ая пер-ая

$\hat{\beta}$ несм и с $Var(\hat{\beta})$ наименьш?

$$\underbrace{W^{-\frac{1}{2}} \cdot a}_{\text{"}y\text{"}} = \underbrace{W^{-\frac{1}{2}} \cdot S}_{\text{"}X\text{"}} \cdot \beta + \underbrace{W^{-\frac{1}{2}} \cdot u}_{\tilde{u}} \qquad Var(\tilde{u}) = I$$

т Гаусса-Маркова:

$$\hat{\beta} \overset{\text{"}}{=} (X^T X)^{-1} X^T y \text{"}$$

$$= \left((W^{-\frac{1}{2}} S)^T \cdot W^{-\frac{1}{2}} S \right)^{-1} \cdot (W^{-\frac{1}{2}} S)^T \cdot W^{-\frac{1}{2}} \cdot a$$

$$\hat{\beta} = \underbrace{(S^T W^{-1} S)^{-1} \cdot S^T \cdot W^{-1}}_{} \cdot a$$

Ответ: $\quad G^* = (S^T W^{-1} S)^{-1} S^T W^{-1}$