

Bayesian optimization

Условие применимости:

$$f(x) \rightarrow \max$$

- 1) $f(x)$ очень дорого / долго вычислять
- 2) Размерность не слишком большая
не более неск. десятков функций

Пример:

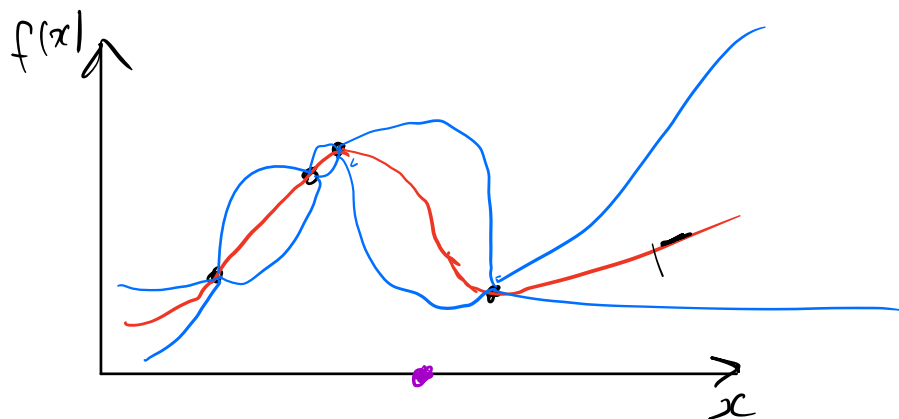
- 1) Ищем золото
- 2) Ищем способ как к программистам
замеров
- 3) $f(x)$ — функция золота в просе с
характеристиками x

Оптимизация:

Шаг 0. Ищем выборку

$$D = \{(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), \dots, (x_k, f(x_k))\}$$

Шаг 1. Оценим GP по D : Построим
 $\mu(x), \sigma(x) \forall x$



Mar 2.

Acquaintance function

$$d(x) = d(\mu(x), \sigma(x))$$

$$d(x) = \mu(x) - \beta \sigma(x)$$

$$x_{\text{new}} = \arg \max_x d(x)$$

$$f(x_{\text{new}}) \rightarrow \mathcal{D}$$

Повторять до сходимости.

$$X_{\text{-train}} \sim \mathcal{GP}(\mathcal{O}, \underbrace{\kappa(x, x'; \beta, \rho)})$$

Prophet

$$y_t = \underbrace{g(t)}_{\text{тренд}} + \underbrace{s(t)}_{\text{сезонность}} + \underbrace{h(t)}_{\text{факты}} + \varepsilon_t$$

Тренд

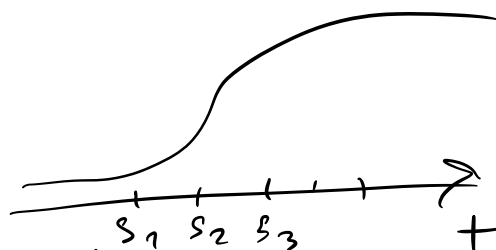
$$g(t) = \frac{c}{1 + \exp(-k(t - m))}$$

c - константа
 k - темп роста
 m - сдвиг.

1) $c \rightarrow c(t)$

2) k

S number of changepoints



$$\delta \in \mathbb{R}^S$$

$$k + \sum_{j: t > s_j} \delta_j$$

$$\begin{pmatrix} \delta_{s_1} \\ \vdots \\ \delta_{s_t} \end{pmatrix}$$

$$a_j(t) = \begin{cases} 1, & t \geq s_j \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

В момент t : $K + a(t)^T \delta$

$$\gamma_j = \left(s_j - m - \sum_{l < j} \delta_l \right) \left(1 - \frac{K + \sum_{l < j} \delta_l}{K + \sum_{l \leq j} \delta_l} \right)$$

$$g(t) = \frac{C(t)}{1 + \exp\left[-\left[K + a(t)^T \delta\right] \left[t - (m + a(t)^T \delta)\right]\right]}$$

$$g(t) = 1 + \exp\left[-\left[K + a(t)^T \delta\right] \left[t - (m + a(t)^T \delta)\right]\right]$$

$$\gamma_j = -s_j \delta_j$$

$$\delta_j \sim \text{Laplace}(0, \tau):$$

1) full bayesian inference

$$2) \lambda = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S \delta_i$$

Seasonality:

$$s(t) = \sum_{n=1}^N \left(a_n \cos\left(\frac{2\pi n t}{p}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n t}{p}\right) \right)$$

$$V = 10$$

$$W = 3$$

$$s(t) = X(t) \beta$$

$$\beta = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ a_2 \\ b_2 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

$$\beta \sim N(0, \sigma^2)$$

Holidays

$$D_1 \{ \text{Christmas} \}$$

$$Z(t) = [I(t \in D_1), \dots, I(t \in D_L)]$$

$$D_2 \{ \text{Thanksgiving} \} \quad h(t) = Z(t) K$$