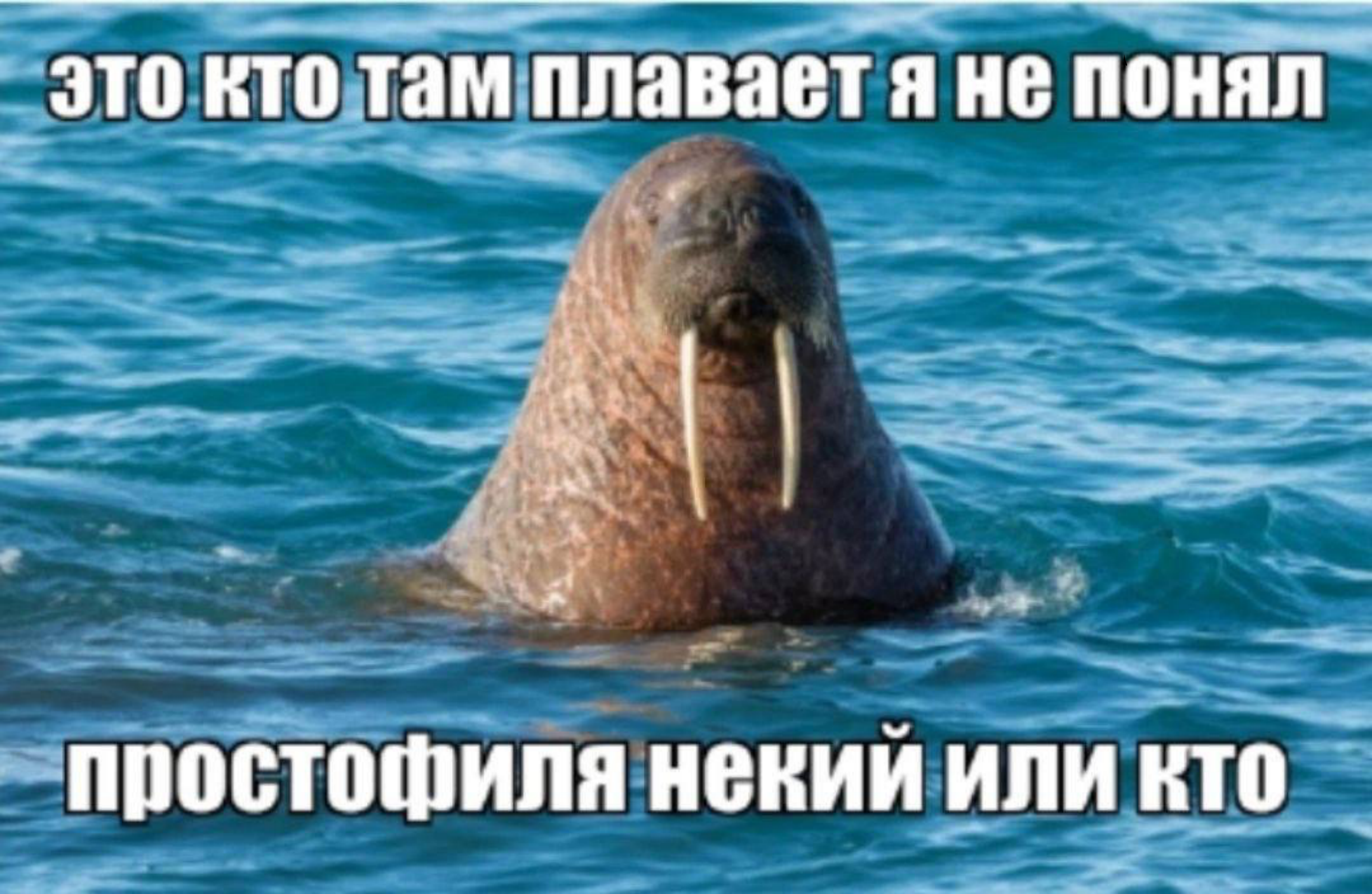
это кто там плавает я не понял
простофиля некий или кто

Sem 3. ETS - мульт. Бокс Кокс. и тд.

Построение ETS в общем виде.

ETS(E, T, S), $X, Y, Z \in \{M, A, N\}$

Шаг 1. Построение трендового комп.

Если $T = N$: $l_t = l_{t-1}$

Если $T = A$: $l_t = l_{t-1} + b_{t-1}$

Если $T = M$: $l_t = l_{t-1} \cdot b_{t-1}$

Шаг 2. Сезонность:

Если $S = N$: $\mu_t = l_t$

Если $S = A$: $\mu_t = l_t + s_{t-m}$

Если $S = M$: $\mu_t = l_t \cdot s_{t-m}$

Шаг 3. Ошибка:

Если $E = A$: $y_t = \mu_t + \varepsilon_t$

Если $E = M$: $y_t = \mu_t (1 + \varepsilon_t) \longrightarrow \varepsilon_t = \dfrac{y_t}{\mu_t} - 1$

Каждый компонент обновляется проп. ошибке те если он входит мультипликативно, то его надо обновить относительно ошибки т.е делим на базовый уровень, чтоб было % изменение

- Если $S = M$, то $\mu_t = l_t \cdot s_{t-m}$ и $e_t^{(s)} = \dfrac{e_t}{l_t}$, а $e_t^{(l,T)} = \dfrac{e_t}{s_{t-m}}$

Шаг 4. Старшие состояния.

$T = M$: $l_t = l_{t-1}(1 + \alpha\, e_t^{(l,T)})$

$T = M$: $b_t = b_{t-1}(1 + \beta\, e_t^{(l,T)})$

$S = M$: $s_t = s_{t-m}(1 + \gamma\, e_t^{(s)})$

Рассмотрим ETS(M, M, N)

$$\begin{cases} y_t = \mu_t (1 + \varepsilon_t), \quad \mu_t = l_{t-1} \cdot b_{t-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_t = s_{t-1}(1+\alpha\varepsilon_t) \\ b_t = b_{t-1}(1+\beta\varepsilon_t) \end{cases}$$

Т.к. $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$, тогда

$$y_t = s_{t-1} \cdot b_{t-1}(1+\varepsilon_t) \rightarrow \varepsilon_t = \frac{y_t - s_{t-1} \cdot b_{t-1}}{s_{t-1} b_{t-1}},$$ тогда

$$y_t \mid s_{t-1}, b_{t-1}, \sigma^2 \sim N(s_{t-1} \cdot b_{t-1}, \sigma^2 s_{t-1}^2 b_{t-1}^2)$$

Значит:

$$p(y_t \mid \mu_t \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\mu_t^2}} \exp\left(-\frac{(y_t-\mu_t)^2}{2\sigma^2\mu_t^2}\right),$$ тогда

$$\ln p(y_t) = -\frac{1}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\log(\sigma^2) - \log(\mu_t) - \frac{(y_t-\mu_t)^2}{2\sigma^2\mu_t^2},$$ тогда общее

правдоподобие будет иметь вид:

$$\ln L = \sum_t^T -\frac{1}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\log(\sigma^2) - \log(\mu_t) - \frac{(y_t-\mu_t)^2}{2\sigma^2\mu_t^2}$$

Преобразование Бокса-Кокса

$$y_t^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda} & \lambda \neq 0 \\ \ln y_t, & \lambda = 0 \end{cases}$$

Хотим $z_t(\lambda) \sim N(\mu, \sigma^2)$, тогда $\exists\ z_t(\lambda) = \mu + \varepsilon_t$, где $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$

Тогда преобр. $\ln L$ имеет вид:

$$p(z_t \mid \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(z_t(\lambda)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right),$$ но из-за замены получаем

Якобиан: $\frac{dz_t}{dy_t} = y_t^{\lambda-1}$, т.к. $p_z(z) = p_y(y(z)) \left|\frac{dy}{dz}\right|$, тогда в итоге

$$p(z_t \mid \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(z_t(\lambda)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \cdot y^{\lambda-1}$$

Тогда

$$\ln L(\lambda) = -\frac{T}{2}\log\sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2}\sum (z_t - \hat{\mu}(\lambda))^2 + (\lambda-1)\sum^T \ln y_t$$ — а дальше только численно.

Инф. критерии:

$AIC = -2\ln L + 2k$ ≈ сколько инф. мы потеряем если выб. эту модель

$AIC \propto \mathrm{KL}(f \| g_{\hat{\theta}})$

$BIC = -2\ln L + k\ln n$