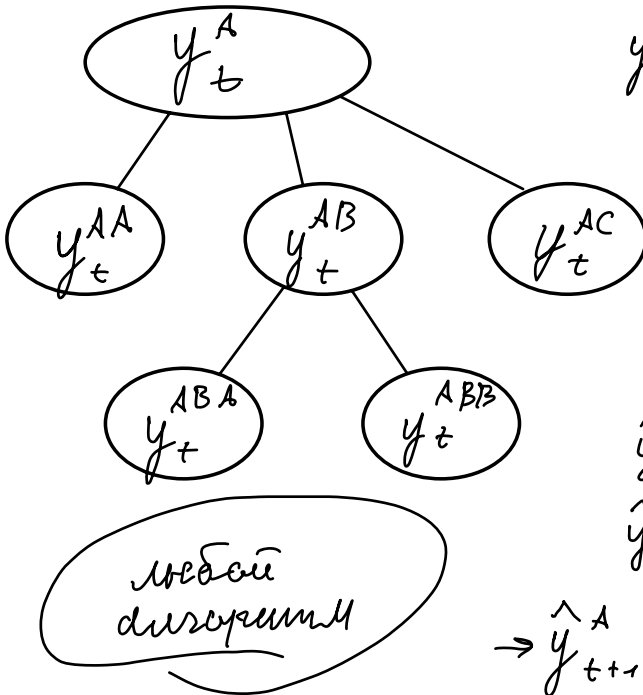


Иерархические и сгруппированные ряды



$$y_t^A = y_t^{AA} + y_t^{AB} + y_t^{AC}$$

$$y_t^{AB} = y_t^{ABA} + y_t^{ABB}$$

$$\hat{y}_{t+1}^A = \hat{y}_{t+1}^{AA} + \hat{y}_{t+1}^{AB} + \hat{y}_{t+1}^{AC}$$

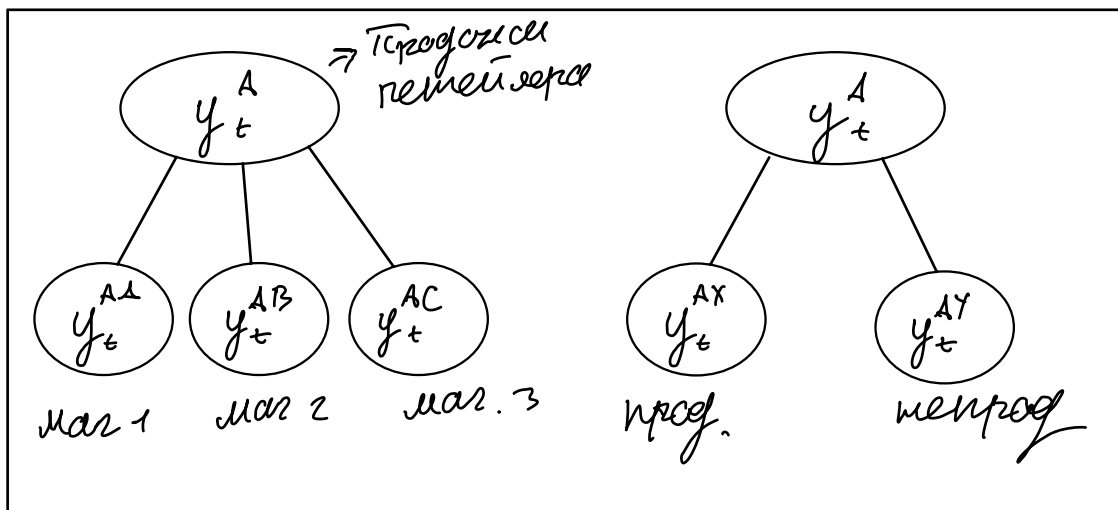
\hat{y}_t - несомасованные прогнозы

\tilde{y}_t - сомасованные прогнозы

$$\rightarrow \hat{y}_{t+1}^A, \hat{y}_{t+1}^{AA}, \hat{y}_{t+1}^{AB}, \tilde{y}_{t+1}^{AC}, \hat{y}_{t+1}^{ABA}, \hat{y}_{t+1}^{ABB}$$

$$\hat{y}_{t+1}^{AB} \stackrel{?}{=} \hat{y}_{t+1}^{ABA} + \hat{y}_{t+1}^{ABB}$$

MS \rightarrow Boost



сгруппированные данные

Цель: согласовать \hat{y}_{t+1}

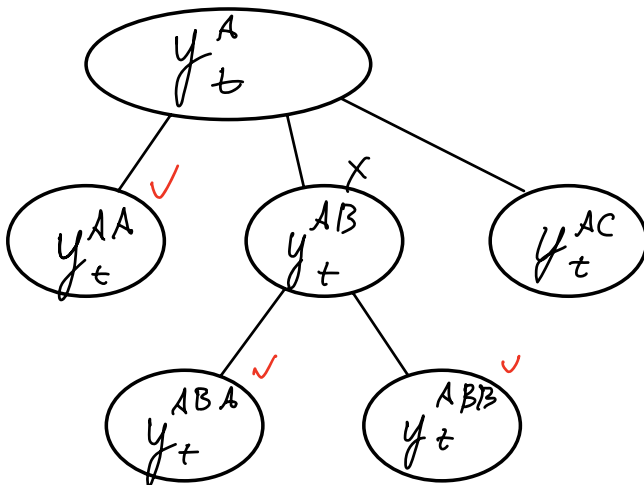
FPP 3, Хундман

1) Метод A [простейший]

Согласование „снизу вверх“ Bottom Up

Шаг 1. Спроецировать нижние ряды иерархии.

Шаг 2. Агрегировать простым суммированием



Шаг. 1.

$$\hat{y}_{t+1}^A = \hat{y}_{t+1}^{AA} + \hat{y}_{t+1}^{AB} + \hat{y}_{t+1}^{AC}$$

Шаг. 2.

$$\hat{y}_{t+1}^{AA} = \hat{y}_{t+1}^{AA}$$

$$\hat{y}_{t+1}^{AB} = \hat{y}_{t+1}^{ABA} + \hat{y}_{t+1}^{ABB}$$

$$\hat{y}_{t+1}^A = \hat{y}_{t+1}^{AA} + \hat{y}_{t+1}^{AB} + \hat{y}_{t+1}^{AC}$$

Плюсы:

1) Простота

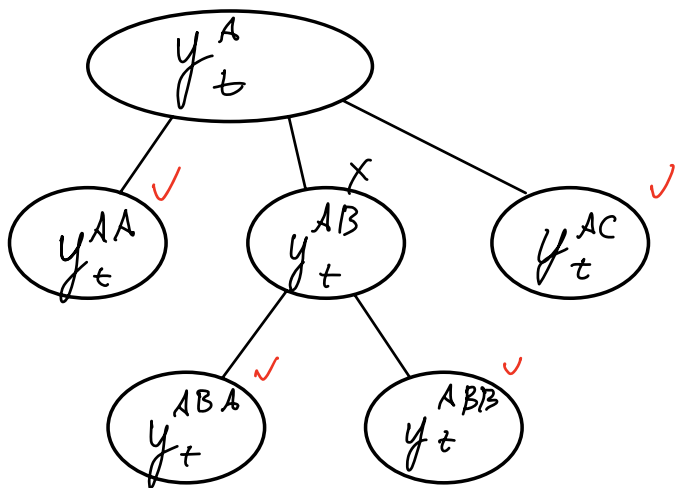
Минусы:

1) Долго

2) Сложная модель

3) ошибка накапливается вверх по иерархии

Матричная запись



$$y_t = \begin{bmatrix} y_t^A \\ y_t^{AA} \\ y_t^{AB} \\ y_t^{AC} \\ y_t^{ABA} \\ y_t^{ABB} \end{bmatrix} \quad b_t = \begin{bmatrix} y_t^{AA} \\ y_t^{AC} \\ y_t^{ABA} \\ y_t^{ABB} \end{bmatrix}$$

$$y_t = S b_t$$

$6 \times 1 \quad 6 \times 4 \quad 4 \times 1$

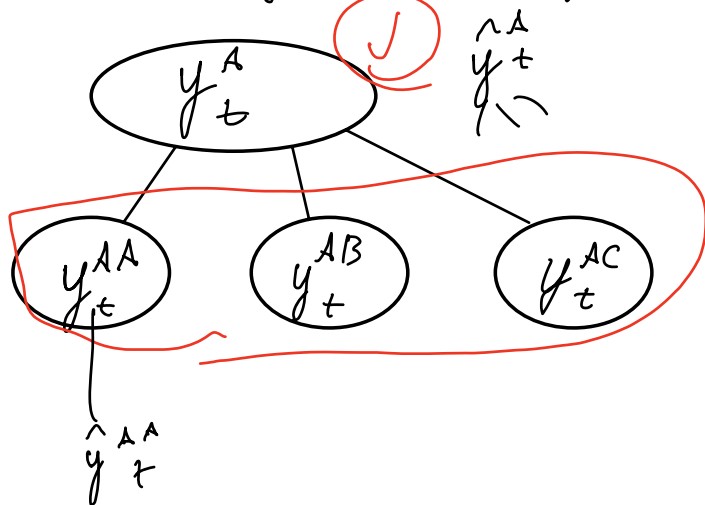
Шаг 1. \hat{b}_{t+1}

Шаг 2. $\tilde{y}_{t+1} = S \hat{b}_{t+1}$

\hat{b}_{t+1}

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2) Меморизация "через вниз", Top Down



Деагрегирование с помощью гамет

Шаг 1: \hat{y}_{t+1}^A

Шаг 2:

$$\tilde{y}_{t+1}^{AA} = P_{AA} \cdot \hat{y}_{t+1}^A$$

$$\tilde{y}_{t+1}^{AB} = P_{AB} \cdot \hat{y}_{t+1}^A$$

$$\tilde{y}_{t+1}^{AC} = P_{AC} \cdot \hat{y}_{t+1}^A$$

$$P_{AA}^{110} + P_{AB}^{110} + P_{AC}^{110} = 1$$

$$P_{Ai} = ?$$

1) Усреднить доли

$$P_{AA} = \frac{\sum_{t=1}^T \left(\frac{y_t^{AA}}{y_t^A} \right)}{T}$$

$$P_{AB} = \frac{\sum_{t=1}^T \left(\frac{y_t^{AB}}{y_t^A} \right)}{T} \dots$$

модифицируем:

1) Главная (веса на момент T)

2) Стажирование (с убыв. весами)

2) Отношение средних

$$P_{AA} = \frac{\sum_{t=1}^T y_t^{AA} / T}{\sum_{t=1}^T y_t^A / T}$$

$$P_{AB} = \frac{\sum_{t=1}^T y_t^{AB} / T}{\sum_{t=1}^T y_t^A / T}$$

3) Взвешить из прогнозов

$$P_{AA} = \frac{\hat{y}_{t+1}^{AA}}{\hat{y}_{t+1}^{AA} + \hat{y}_{t+1}^{AB} + \hat{y}_{t+1}^{AC}}$$

В матрицах

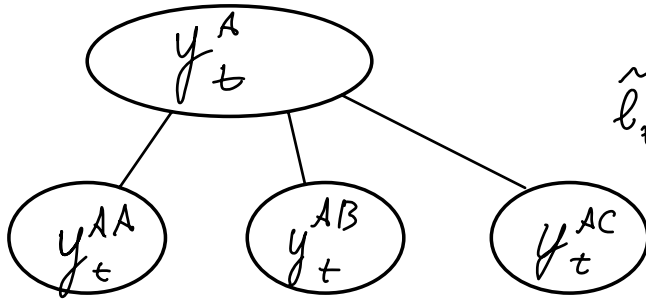
$$y_t = \begin{bmatrix} y_t^A \\ y_t^{AA} \\ y_t^{AB} \\ y_t^{AC} \\ y_t^{ABB} \\ y_t^{ABBB} \end{bmatrix}$$

$$b_t = \begin{bmatrix} y_t^{AA} \\ y_t^{AC} \\ y_t^{ABB} \\ y_t^{ABBB} \end{bmatrix}$$

$$\hat{y}_{t+1} \xrightarrow[\text{исчисления}]{G} \tilde{b}_{t+1}$$

$$\begin{aligned} \tilde{b}_{t+1} &= G \cdot \hat{y}_{t+1} \\ \hat{y}_{t+1} &= S \cdot \tilde{b}_{t+1} \end{aligned}$$

G - ?



$$\tilde{b}_{t+1} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_{t+1}^{AA} \\ \tilde{y}_{t+1}^{AB} \\ \tilde{y}_{t+1}^{AC} \end{bmatrix}$$

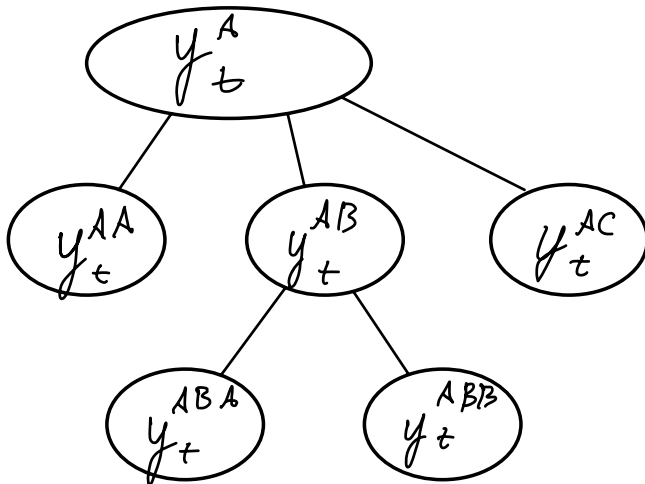
$$\hat{y}_{t+1} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{t+1}^A \\ \hat{y}_{t+1}^{AA} \\ \hat{y}_{t+1}^{AB} \\ \hat{y}_{t+1}^{AC} \end{bmatrix}$$

считать по данным

$$\tilde{b}_{t+1} = \begin{pmatrix} P_{AA} & 0 & 0 & 0 \\ P_{AB} & 0 & 0 & 0 \\ P_{AC} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 3 \times 1 \\ 4 \times 1 \end{matrix}$$

3 x 4

G



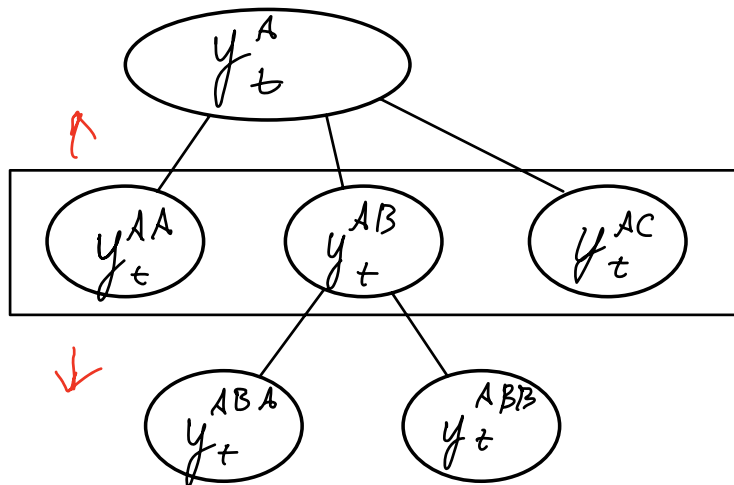
$$\tilde{b}_{t+1} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_{t+1}^{AA} \\ \tilde{y}_{t+1}^{AC} \\ \tilde{y}_{t+1}^{ABA} \\ \tilde{y}_{t+1}^{ABB} \end{bmatrix}$$

$$\hat{y}_{t+1} = \dots$$

$$G = \begin{pmatrix} P_{AA} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_{AC} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_{AB} \cdot P_{ABA} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_{AB} \cdot P_{ABB} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P_{ABA} = \frac{\hat{y}_{t+1}^{ABA}}{\hat{y}_{t+1}^{ABA} + \hat{y}_{t+1}^{ABB}}$$

3) С промежуточным уровнем Middle Out?



$$\begin{pmatrix} \hat{y}_{t+1}^{AA} \\ \tilde{y}_{t+1}^{AC} \\ \tilde{y}_{t+1}^{ABA} \\ \tilde{y}_{t+1}^{ABB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{ABA} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{ABB} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{y}_{t+1}^A \\ \hat{y}_{t+1}^{AB} \\ \hat{y}_{t+1}^{AC} \\ \hat{y}_{t+1}^{ABA} \\ \hat{y}_{t+1}^{ABB} \end{pmatrix}$$

$$\hat{y}_{t+1} = S G \hat{y}_{t+1}$$

$$\tilde{y}_{t+1} = S G \tilde{y}_{t+1}$$

$$\left\{ y_{t+1} \neq S G y_{t+1} \right\} \quad \text{Assume } \Rightarrow$$

$$\text{Var}(y_{t+1} - \hat{y}_{t+1}) \quad \text{Var}(y_{t+1} - \tilde{y}_{t+1})$$

$$S G S = S$$

$$\begin{aligned} & \text{Var}(y_{t+1} - \tilde{y}_{t+1}) + \text{Var}(SG y_{t+1} - SG \hat{y}_{t+1}) = \\ & = \underbrace{SG \text{Var}(y_{t+1} - \hat{y}_{t+1}) G^T S^T}_{W \rightarrow \hat{W}} \end{aligned}$$

$$\min_G \text{trace Var}(y_{t+1} - \tilde{y}_{t+1})$$

Оптималь. МНК

$$G^* = (S^T W^{-1} S)^{-1} S^T W^{-1}$$

$$\tilde{y}_{t+1} = S \cdot G^* \hat{y}_{t+1}$$

$$W \begin{cases} W_{cv} \\ W = I \end{cases}$$