

ETS - model

Exponential smoothing

экспоненциальное сглаживание

≈ 1960s

алгоритм прогнозирования
(обычно вер-ой модели)

≈ 2005s

Rob Hyndman

матрица вер-ую модель

Forecasting Principles and Practice
Rob Hyndman

"fpp3"
ch: 8

Шаг 1. Цель:

y_1, y_2, \dots, y_T	y_{T+1}, \dots, y_{T+h}
model.	

① зависимость нег.

$$\hat{y}_{T+h|T} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t = \frac{1}{T} y_1 + \frac{1}{T} y_2 + \dots + \frac{1}{T} y_T$$

Шаг 2. Обобщение цели.

для каждого y_T должен быть
большой.

[цель] → возьмём просто пом-е весов

→ тем. процесс → если бесконеч-но
увелич-ая

→ арифм. процесс.

применяем для y_{T+h} , сделанный в 1.

$$\hat{y}_{T+h|T}$$

$$[y_{T+h}] \quad \alpha + \alpha q + \alpha q^2 + \alpha q^3 + \dots = 1$$

$q = ?$

$$\hat{y}_{T+h|T} = \alpha \cdot y_T +$$

$$+ \alpha \cdot (1-\alpha) \cdot y_{T-1} + \alpha \cdot (1-\alpha)^2 \cdot y_{T-2} + \dots$$

$$\alpha \cdot (1 + q + q^2 + \dots) = 1$$

$$\alpha \cdot \frac{1}{1-q} = 1 \quad q = 1-\alpha$$

$$\begin{aligned}\hat{y}_{t+h|t} &= \alpha y_t + (1-\alpha) \cdot y_{t-1} + \alpha \cdot (1-\alpha)^2 \cdot y_{t-2} + \dots \\ &= \alpha y_t + (1-\alpha) \cdot [\alpha y_{t-1} + (1-\alpha) \cdot \alpha y_{t-2} + \dots] \\ \hat{y}_{t+1|t} &= \alpha y_t + (1-\alpha) \cdot \hat{y}_{t|t-1}\end{aligned}$$

Diagram illustrating the recursive calculation of the forecast $\hat{y}_{t+1|t}$ using the current observation y_t and the previous forecast $\hat{y}_{t|t-1}$. The terms αy_t and $(1-\alpha) \cdot \hat{y}_{t|t-1}$ are circled, and arrows indicate the flow of information from y_t and $\hat{y}_{t|t-1}$ to the final forecast $\hat{y}_{t+1|t}$.

усредняем прошлый прогноз
и фактическое значение

VECM

$$l_t = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) \cdot l_{t-1}$$

$$\hat{y}_{t+1|t} = \alpha \cdot (y_t + \hat{y}_{t|t-1} - \hat{y}_{t|t-1}) + (1-\alpha) \hat{y}_{t|t-1}$$

$$\hat{y}_{t+1|t} = \alpha \cdot (y_t - \hat{y}_{t|t-1}) + \hat{y}_{t|t-1}$$

прогноз на завтра = скорректированное
из-за ошибки "error correction"
прогноз на сегодня

"модель коррекции ошибок"

добавим тренд!

"Раздельный анализ"

разделим уравнение на части

уравнение
для прогноза

$$\hat{y}_{T+h|T} = l_T$$

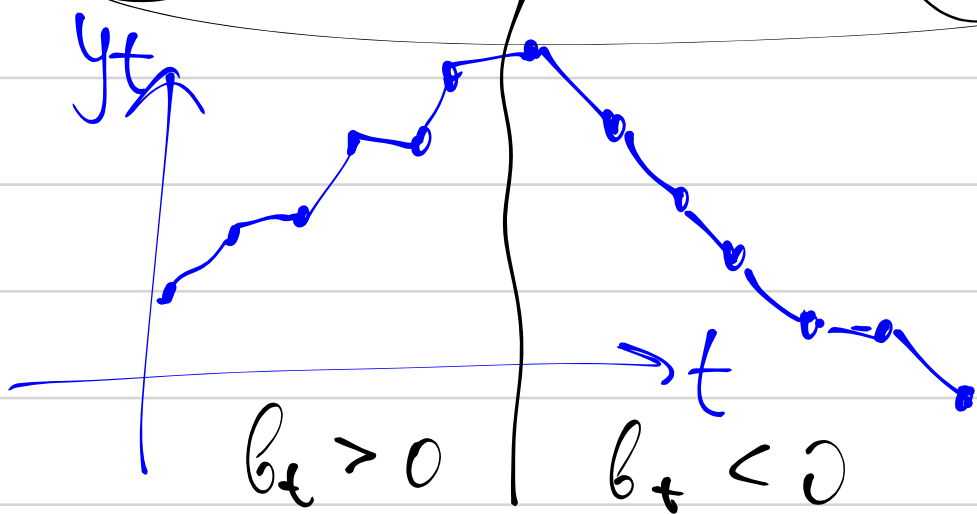
$l = level = \text{уровень}$

уравнение
состояния

$$l_T = \alpha y_T + (1-\alpha) l_{T-1}$$

добавим тренд

b_t — за день
локальная
скорость роста



$$\hat{y}_{T+h|T} = l_T + h \cdot b_T \quad (\text{аддитивный})$$

новый
уравн

среднее между факт. и прогноз.

$$l_T = \alpha y_T + (1-\alpha) l_{T-1}$$

Holt
лучше!

$$b_t = \beta (l_t - l_{t-1}) + (1-\beta) (b_{t-1})$$

можно: $y_t - y_{t-1}$ — другой алгоритм.

$l_t \leftarrow$ "очищенная" / "сглаженная" версия y_t

Сколько параметров надо оценивать в этой модели?

$\alpha, \beta, \underline{l_0}, \underline{b_0}$



$$\hat{b}_0, \hat{b}_1$$

наиболее $\Rightarrow \hat{b}_0 = y_1 \quad \hat{b}_1 = y_2 - y_1$

сильная оптимизация.

$$\min_{\alpha, \beta, \hat{b}_0, \hat{b}_1} \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_{t|t-1})^2$$

$$\sum_{t=1}^T |y_t - \hat{y}_{t|t-1}|$$

цели:

- добавить сезонность
- добавить вер-ную модель

ETS(AAA)

Error = A (additive)

Trend = A (additive)

Seasonality = A (additive).

≈ цена 2005

усреднение прошлого и будущего

месячные

нояб!

$$y_t = b_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-12} + \alpha y_t$$

основ
сформулировано

$$b_t = b_{t-1} + \alpha y_t$$

$$b_t = b_{t-1} + \alpha y_t$$

$$s_t = s_{t-12} + \alpha y_t$$

несколько
мат. пров.

2, 3, ...

матрица $h, \hat{y}_{t+h|t}$

расч. зигн → форми. ур-ния

ETS

$$+ u_t$$

$$+ \alpha \cdot u_t$$

$$+ \beta \cdot u_t$$

$$+ \gamma \cdot u_t$$

≈ 2020

DLT über
свой ис-к
сравнения

$$+ u_t^y$$

$$+ u_t^b$$

$$+ u_t^s$$

$$+ u_t^s$$

ETS(AAA)

$$u_t \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2) \leftarrow \text{не зад}$$

$$y_t = l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-12} + u_t$$

$$l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha \cdot u_t$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta \cdot u_t$$

$$s_t = s_{t-12} + \gamma \cdot u_t$$

"смена"
"осн. ос."
сери
level

$$\hat{y}_{T+1:T} = ?$$

$$= \hat{l}_T + \hat{b}_T + \hat{s}_{T-11}$$

Параметры:

$\sigma^2, \alpha, \beta, \gamma, l_0, b_0,$

$s_0, s_{-1}, s_{-2}, s_{-3}, s_{-4}, \dots, s_{-11}$

$$s_0 + s_1 + \dots + s_{-n} = 0$$

!

