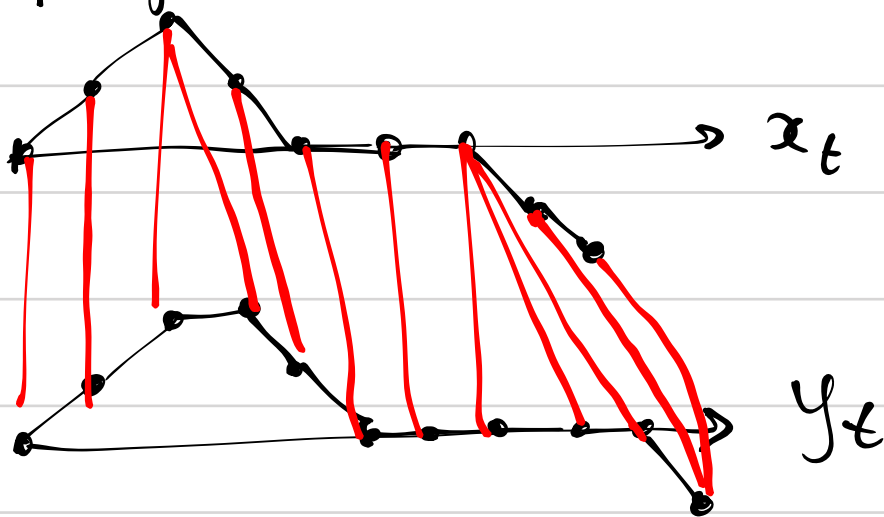① Dynamic time Warping. (DTW)
① Discrete Fourier transform (DFT)

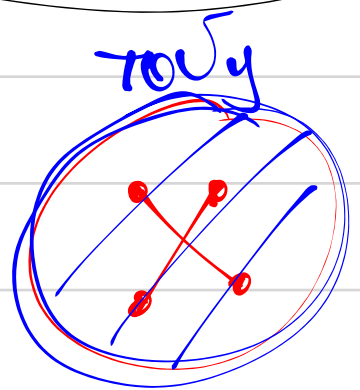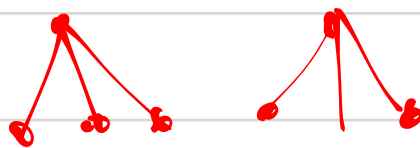[DTW] — способ измерить непохожесть 2-х рядов.

$$\overline{\|x - y\|} \, ?$$

$x_i \longrightarrow y_i$
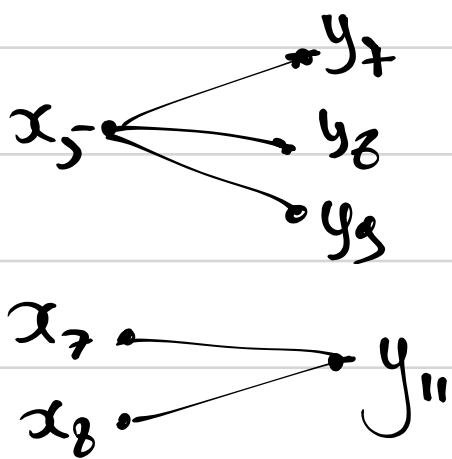
$$x \in \mathbb{R}^T$$
$$y \in \mathbb{R}^T$$

$$x - y = \begin{pmatrix} x_1 - y_1 \\ \vdots \\ x_T - y_T \end{pmatrix}$$
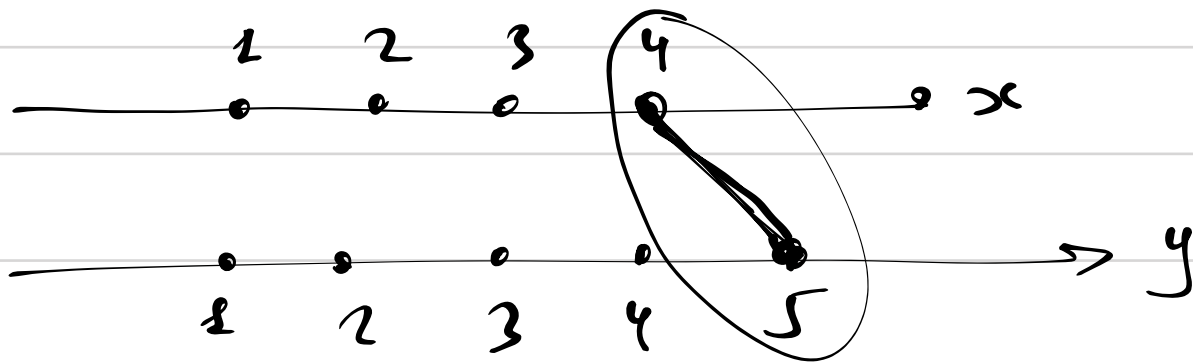
DTW идея:

один — много
много — одно

1) каждый элемент одного ряда сопоставлен с одним или более элем- ти другого ряда.

2) Если: $x(i_1) \longrightarrow y(j_1)$
$x(i_2) \longrightarrow y(j_2)$

и $i_2 > i_1$

то: $j_2 \geqslant j_1$

Разница между рядами:
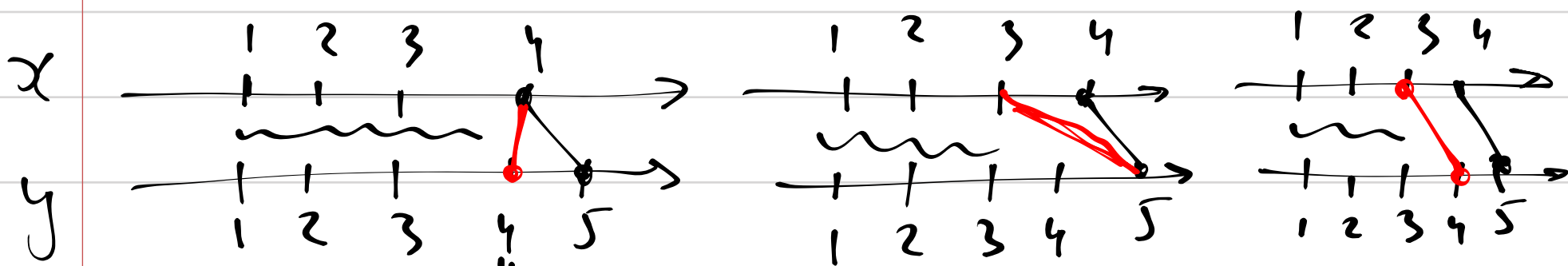
$$D(x, y) = \min_{(i-j)} \sum |x(i) - y(j)|$$

Метод обратной индукции / динамич-ое программир-ие / принцип Беллмана

$$x_1 \ldots x_a \qquad y, в: \quad x_a \circ\!\!-\!\!\circ y_в$$
$$y_1 \ldots y_в$$

опт-ое "увязка"

$$\forall a, в \quad \boxed{D(a, в)} = |x(a) - y(в)| + \min \left\{ \begin{array}{l} D(a, в-1), \\ D(a-1, в), \\ D(a-1, в-1) \end{array} \right\}$$

Сколько элементов ряда x, "увязано"

Сколько эл-в ряда y "увязано"

за $O(a \cdot в)$ по времени

Шаг 1. инициализация.
$D(0,0) = 0$, остальные $D(i,j) = +\infty$ $i > 0$ или $j > 0$

Шаг 2. Цикл
```
for i in (1, ... a)
  for j in (1, ... в)
    D(i,j) = |x(i) - y(j)| + min{*, *, *}
```

→ можено отобрать из мн-ва канди-тов предикторы для нашего ряда (Y_t)

→ кластеризовать ряда на кластеры похожих

Дискретное преобр-ие Турье.

Что делоет? находит наиболее выражен-ные в ряду частоты.

(стадии)

$$x_0, x_1, x_2, \dots x_{n-1} \in \mathbb{R}$$

$$X_0, X_1, X_2, \dots X_{n-1} \in \mathbb{C}$$

$$\boxed{|X_0|, |X_1|, |X_2| \dots |X_{n-1}| \in \mathbb{R}}$$ можно визуалу.

исходный ряд.

$$x_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \qquad (6, 1, 5, 2, 7, 1)$$

Im

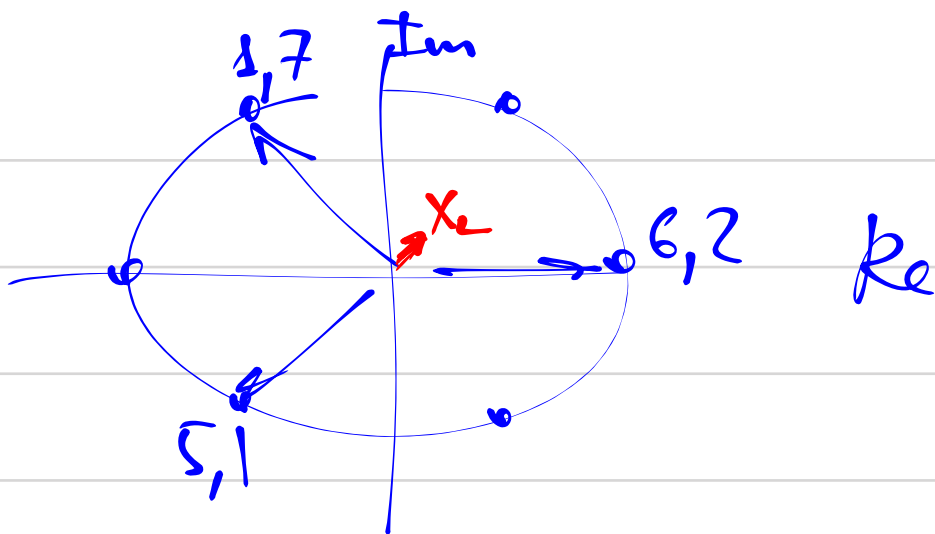старт в точке 1

6,1,5,2,7,1   Re

старт.

Скорость $k = 0$

Скорость $k = 1$

2, 7, 5, 1, 6 → Re
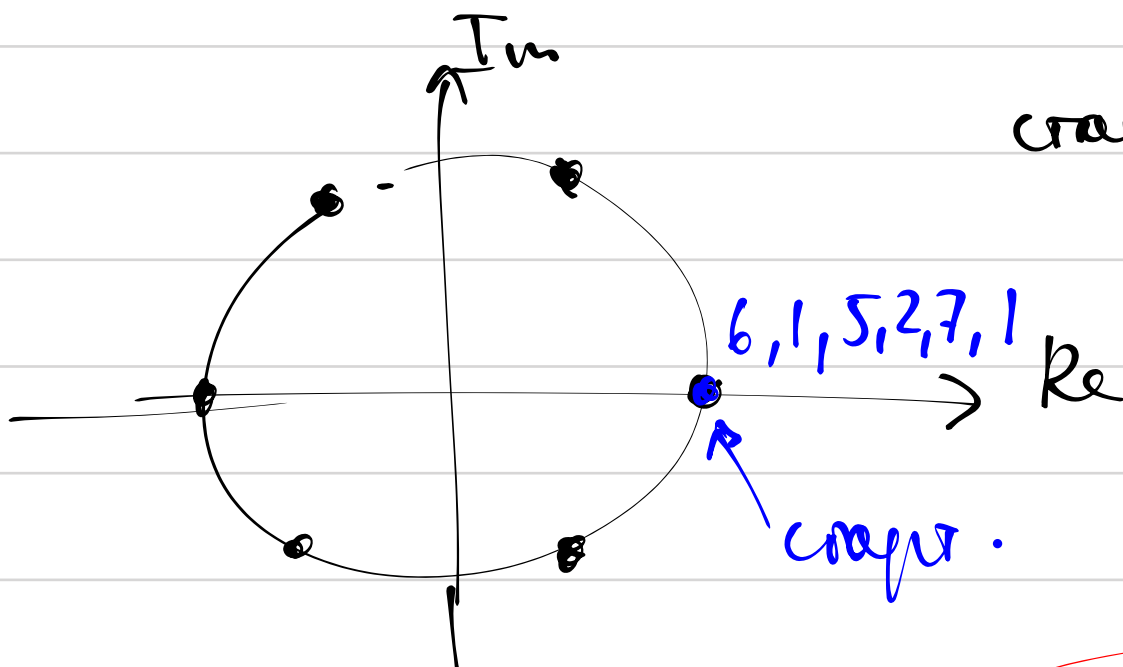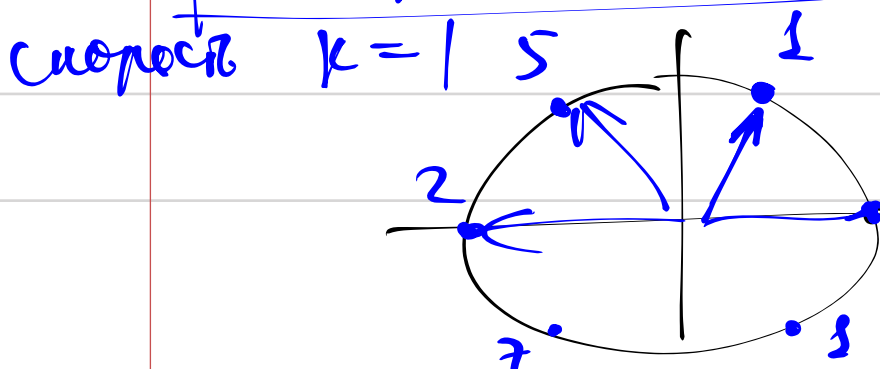
$$X_0 = \frac{1}{6}(6 + 1 + 5 + 2 + 7 + 1)$$

$$X_1 = \frac{1}{6}\left(6 \cdot 1 + 1 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + 5\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) - 1\right.$$
$$\left. + 2 \cdot (-1) + 7 \cdot \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + 1 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\right)$$
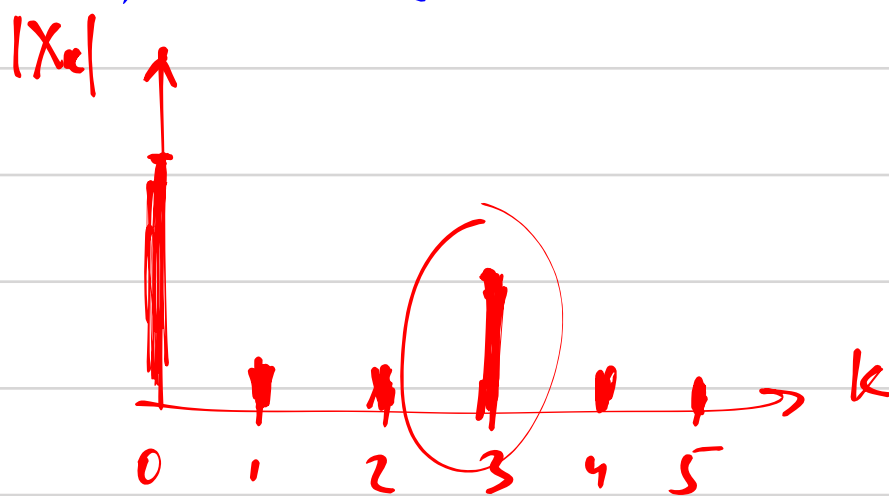
$$X_2 = \boxed{\frac{1}{6}}\left((6+2)\cdot 1 + (1+7)\cdot\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + (5+1)\cdot\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\right)$$
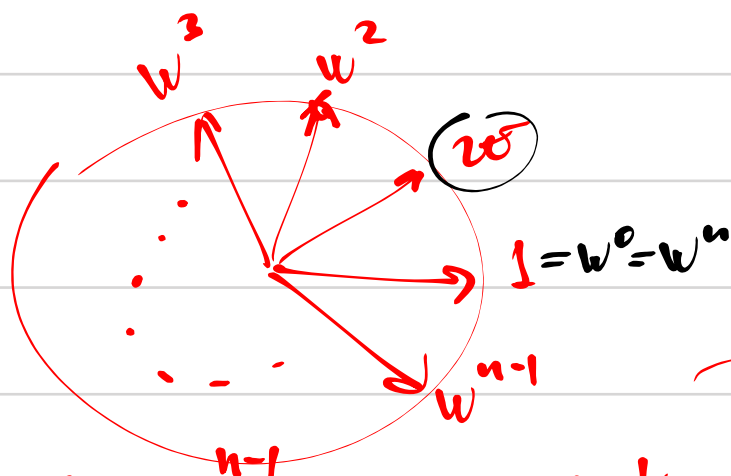
уд. си-св $k=3$

$$X_3 = \frac{1}{6}\left(\underbrace{(6+7+5)\cdot 1 + (1+2+1)\cdot(-1)}\right)$$

$$-\text{тип}-\quad \frac{n}{k} = \frac{6}{3} = \boxed{2}$$
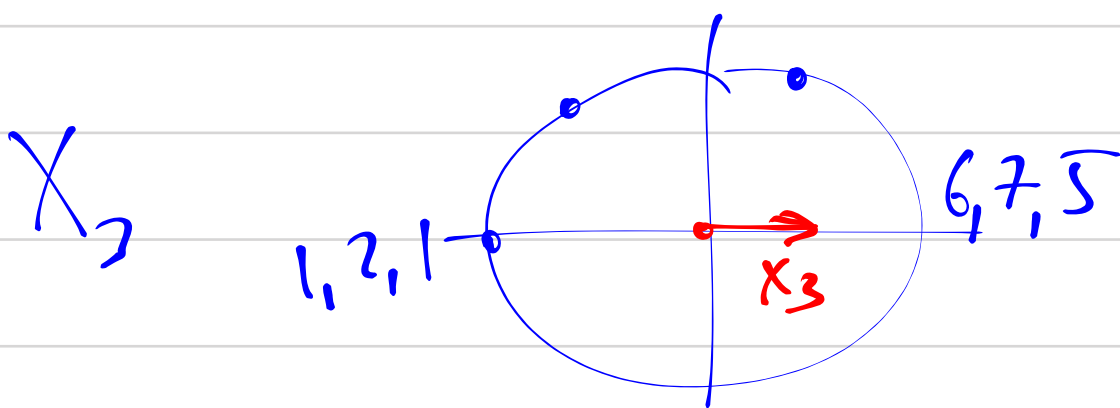
n - угольник на плоскости

$$w = \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$$

$$w = \exp\left(\frac{2\pi}{n}i\right)$$

$$X_k = \frac{1}{n}\cdot\sum_{z=0}^{n-1} x_z\cdot w^{z\cdot k} = \boxed{\frac{1}{n}\sum_{z=0}^{n-1} x_z\cdot \exp\left(\frac{2\pi}{n}zki\right)}$$

$$
\begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} w^0 & w^0 & w^0 & w^0 & w^0 & w^0 \\ w^0 & w^1 & w^2 & w^3 & w^4 & w^5 \\ w^0 & w^2 & w^4 & w^0 & w^2 & w^4 \\ w^0 & w^3 & w^0 & w^3 & w^0 & w^3 \\ w^0 & w^4 & w^2 & w^0 & w^4 & w^2 \\ w^0 & w^5 & w^4 & w^3 & w^2 & w^1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}
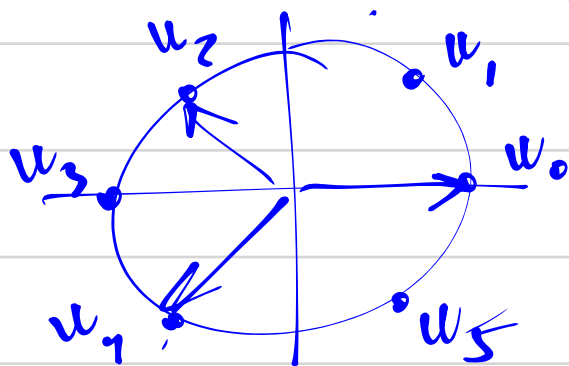$$

пр. Фурье A (пр. гас)   исх. ряд

$$\boxed{A^T = A}$$

$a_1, a_2, \dots a_6$ — столбцы A.

$\langle a_1, a_1 \rangle = 1+1+1+1+1+1 = 6$

$\langle a_2, a_2 \rangle = \underbrace{w^0 + w^2 + w^4}_{0} \cdot \underbrace{(w^0 + w^2 + w^4)}_{0} =$

$\boxed{A \cdot A \neq I}$

A (пр. гас) B (по гас)

$\langle a_1, b_1 \rangle = 1+1+1+1+1+1 = 6$

$\langle a_2, b_2 \rangle = 6$

$\vdots$

$\langle a_6, b_6 \rangle = 6$

$\langle a_3, b_4 \rangle = \underbrace{w^0 + w^5 + w^4 + w^3 + w^2 + w^1}_{} = 0$

$$\left(\frac{1}{6} A\right)^{-1} = B$$

$$\underline{X} = \frac{1}{n} \cdot A \cdot x$$

$$x = \left(\frac{1}{n} A\right)^{-1} \cdot \underline{X}$$

$$\left(\frac{1}{n} A\right)^{-1} = B$$

$$A_{kz} = w^{k \cdot z} \qquad \qquad B_{kz} = w^{-k \cdot z}$$

уш. скорость / номер набл.

$$x \xrightarrow{\frac{1}{n} \cdot A} X \xrightarrow{B} x$$

$$\underset{\mathbb{R}^n}{\pitchfork} \qquad \underset{\mathbb{C}^n}{\pitchfork} \qquad \underset{\mathbb{R}^n}{\pitchfork}$$