

1. У Василисы Прекрасной есть мешочек с монетками. В стартовый день в мешочке находится случайное количество $y_0 \in [0; 3]$ монеток. Каждый день с номером $t \geq 1$ Василиса выполняет ровно одно действие. Если в мешочке 0 монеток, то она добавляет одну монетку. Если в мешочке 3 монетки, то она забирает одну монетку. Если в мешочке 1 или 2 монетки, то она равновероятно добавляет или забирает одну монетку независимо от предыстории.

- При каком распределении величины y_0 процесс (y_t) будет слабо стационарным?
- Будет ли построенный в пункте (а) процесс сильно стационарным?

2. Полугодовые наблюдения (y_t) описываются $ETS(ANA)$ моделью

$$\begin{cases} u_t \sim \mathcal{N}(0; 9) \\ s_t = s_{t-2} + 0.1u_t \\ \ell_t = \ell_{t-1} + 0.4u_t \\ y_t = \ell_{t-1} + s_{t-2} + u_t \end{cases}$$

Постройте 95% предиктивный интервал для y_{103} , если $s_{100} = 3$, $s_{99} = -2$, $\ell_{100} = 100$.

3. Аль Капоне обнаружил, что начиная с некоторого лага все автокорреляции случайного процесса удовлетворяют соотношению $\rho_k = 0.3\rho_{k-1} - 0.02\rho_{k-2}$.

- Приведите любой пример процесса с такой автокорреляционной функцией.
- Найдите первую частную автокорреляцию ϕ_{11} для процесса предложенного в пункте (а).

4. Рассмотрим $MA(2)$ процесс $y_t = 5 + u_t + 3u_{t-1} + 2u_{t-2}$, где (u_t) — белый шум.

- Найдите автокорреляционную функцию процесса (y_t) .
- Приведите пример $MA(2)$ процесса (y'_t) и белого шума (u'_t) таких, что (y'_t) имеет такую же автокорреляционную функцию как (y_t) , но коэффициенты в формуле для (y'_t) относительно (u'_t) отличаются от коэффициентов в формуле для (y_t) относительно (u_t) .

5. Лус дель Кармен Ибаньес Карранса из города Трухильо разыскивает все α , при которых процессы (u_t) и (w_t) одновременно являются белыми шумами,

$$w_t = \frac{1 + \alpha L^{-1}}{1 + 0.5L} u_t.$$

- Помогите ей найти хотя бы одно искомое α .
- Помогите ей найти второе α .