

1. С помощью алгоритма DWT найдите расстояние между рядами

$$x = (1, 2, 4, 2, 1) \quad \text{и} \quad y = (1, 4, 1).$$

В качестве расстояния между отдельными наблюдениями используйте разницу  $|x_i - y_j|$ .

2. Исследователь Василий применил дискретное преобразование Фурье (с делением на число наблюдений) к некоторому ряду, но записал только первые четыре значения преобразованного ряда:

$$X = (3.5, -0.5 + i\sqrt{3}/2, -0.5 + i\sqrt{3}/6, -0.5, \dots).$$

Сначала он думал, что всё пропало, но потом понял, что данных достаточно, чтобы полностью восстановить исходный ряд.

- Сколько наблюдений было в исходном ряде?
  - Восстановите исходный ряд и забытые Васей значения преобразованного ряда.
3. Величины  $X_1, X_2, X_3$  распределены независимо и равномерно на отрезке  $[0; 1]$ . Рассмотрим  $L = \min\{X_1, X_2\}, R = \max\{X_1, X_2, X_3\}$ .  
Найдите копулу  $C$  величин  $L$  и  $R$ .
4. Рассмотрим систему уравнений:

$$\begin{cases} x_t = 1 - \frac{1}{6}x_{t-1} + \frac{2}{6}y_{t-1} + u_t^x \\ y_t = 2 - \frac{4}{6}x_{t-1} + \frac{1}{6}y_{t-1} + u_t^y \end{cases},$$

где  $u_t$  — двумерный белый шум.

- Есть ли у данной системы стационарное решение?
  - Если стационарное решение есть, то найдите  $\mathbb{E}(x_t)$  и  $\mathbb{E}(y_t)$  для него, если стационарного решения нет, то для процесса с начальными условиями  $x_0 = 0, y_0 = 0$ .
5. Василий предполагает, что  $y_t$  описывается Гауссовским процессом:

$$\{y_t = \dots \quad ;$$

У Василия всего два наблюдения  $y_0 = 0$  и  $y_1 = 1$ .

Постройте точечный и 95%-й интервальный прогноз для  $y_3$ .