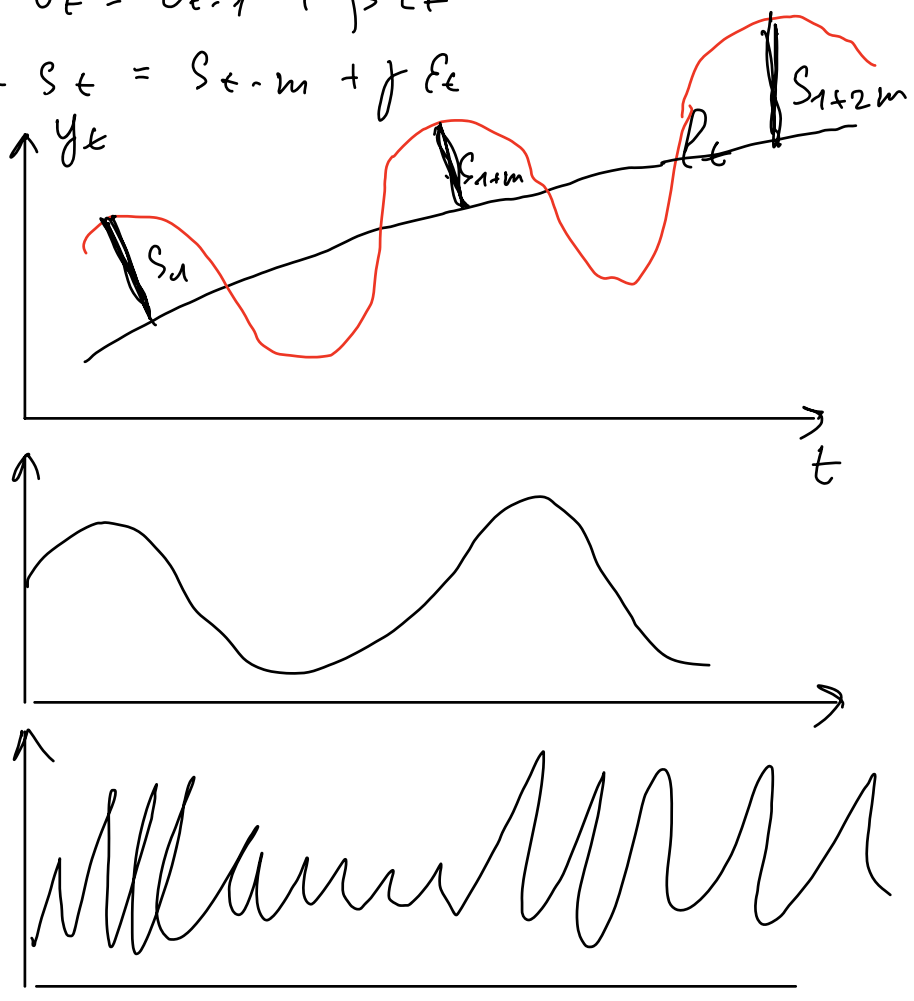
ETS - Error Trend Seasonality

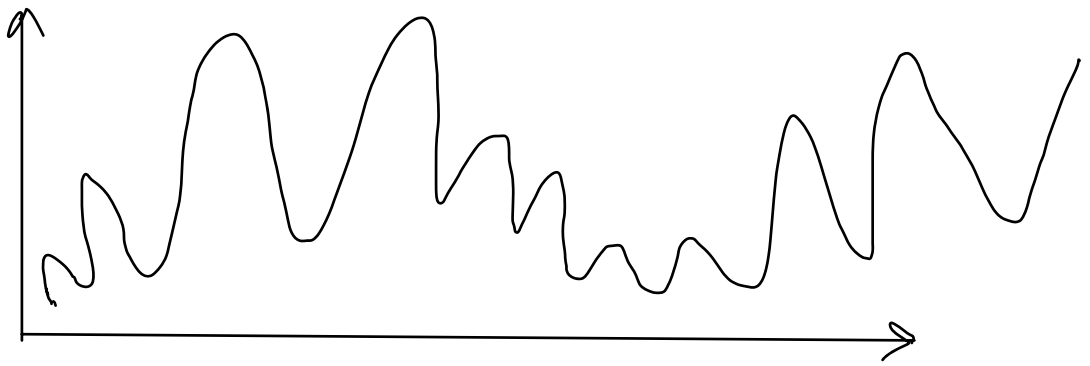
ETS(A A A)

Error	A / M
Trend	A / N / A_d
Seas	A / N / M

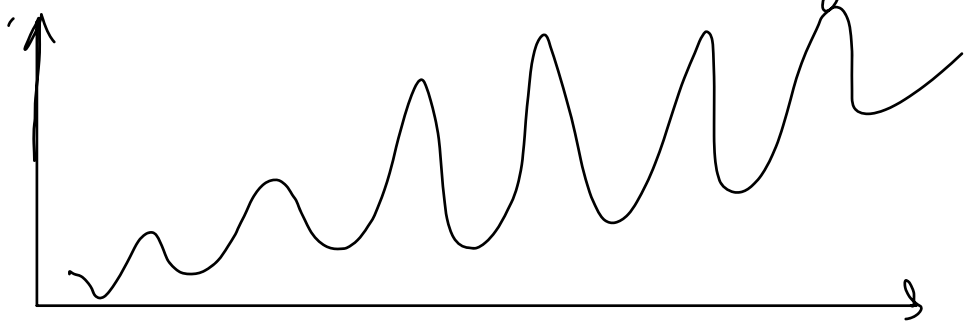
$$
\begin{cases}
\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2), \ i.i.d \\
y_t = l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m} + \varepsilon_t \\
l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha \varepsilon_t \\
b_t = b_{t-1} + \beta \varepsilon_t \\
s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t
\end{cases}
$$

m - период сезонности





TAR, SETAR → Tsay



ETS (A, A, M)

$$\begin{cases} y_t = (l_{t-1} + b_{t-1}) s_{t-m} + \varepsilon_t \\ l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha \dfrac{\varepsilon_t}{s_{t-m}} \\ b_t = b_{t-1} + \beta \dfrac{\varepsilon_t}{s_{t-m}} \\ s_t = s_{t-m} + \gamma \dfrac{\varepsilon_t}{l_{t-1} + b_{t-1}} \end{cases} \qquad \varepsilon_t \sim (l_{t-1} + b_{t-1}) s_{t-m}$$

ETS (MAA)

$$\begin{cases} y_t = (l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})(1 + \varepsilon_t) \\ l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha (l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m}) \varepsilon_t \\ b_t = b_{t-1} + \beta (l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m}) \varepsilon_t \end{cases}$$

$s_t = s_{t-m} + \gamma (l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m}) \varepsilon_t$

$m-1/m$

1) $\hat{\alpha}, \beta, \gamma, \sigma^2, l_0, b_0, s_1, \ldots, s_{m-1}, s_m$

$s_1 + \ldots + s_m = 0$

$(1+s_1)(1+s_2)$?

2) $y_1 \ldots y_T \to \hat{\varepsilon}_1, \ldots, \hat{\varepsilon}_T \to$ $s_1, \ldots, s_T$; $l_1, \ldots, l_T$; $b_1, \ldots, b_T$

ETS(A,N,N)

$$\begin{cases} y_t = l_{t-1} + \varepsilon_t \\ l_t = l_{t-1} + \alpha \varepsilon_t \end{cases}$$

$y_1 = 1, \; y_2 = 3, \; \hat{l}_0 = 2, \; \hat{\alpha} = 0{,}1$

$y_1 = l_0 + \varepsilon_1 \Rightarrow \hat{y}_1 = \hat{l}_0 + \hat{\varepsilon}_1$

$\hat{\varepsilon}_1 = y_1 - \hat{l}_0 = -1$

$l_1 = l_0 + \alpha \varepsilon_1 \Rightarrow \hat{l}_1 = \hat{l}_0 + \alpha \hat{\varepsilon}_1$

$\hat{l}_1 = 2 + 0{,}1(-1) = 1{,}9$

$y_2 = l_1 + \varepsilon_2 \Rightarrow \hat{\varepsilon}_2 = y_2 - \hat{l}_1 = -0{,}9$

$l_2 = l_1 + \alpha(\varepsilon_2) \Rightarrow \hat{l}_2 = 1{,}9 - 0{,}09 = 1{,}81$

3) $E(y_{T+h} \mid \hat{\mathcal{F}}_T)$

$Var(y_{T+h} \mid \hat{\mathcal{F}}_T)$

(A, N, M)

(A, A, M)

(A, A_d, M)

О-бщий кайтлайн

0) Делим на трейн и тест

1) Визуальный анализ

1) Паттерны (тренды, сезонность, аномалии, дисперсия, стационарность)

2) Пропуски

3) Корреляционные

2) Преобразования

1) Box-Cox (ln)

2) Детрендирование

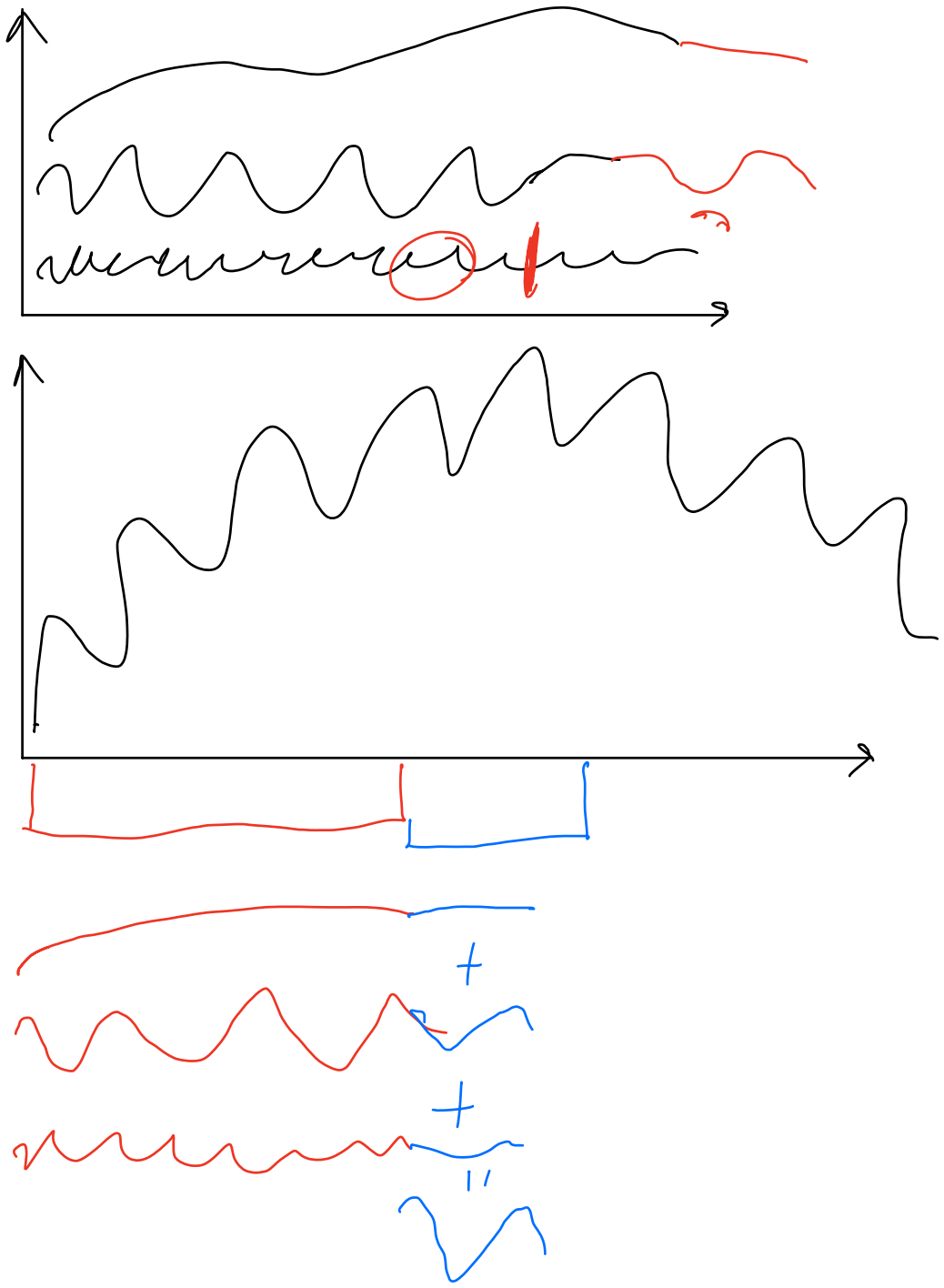
STL, разности, ETS

3) Очистка от сезонности

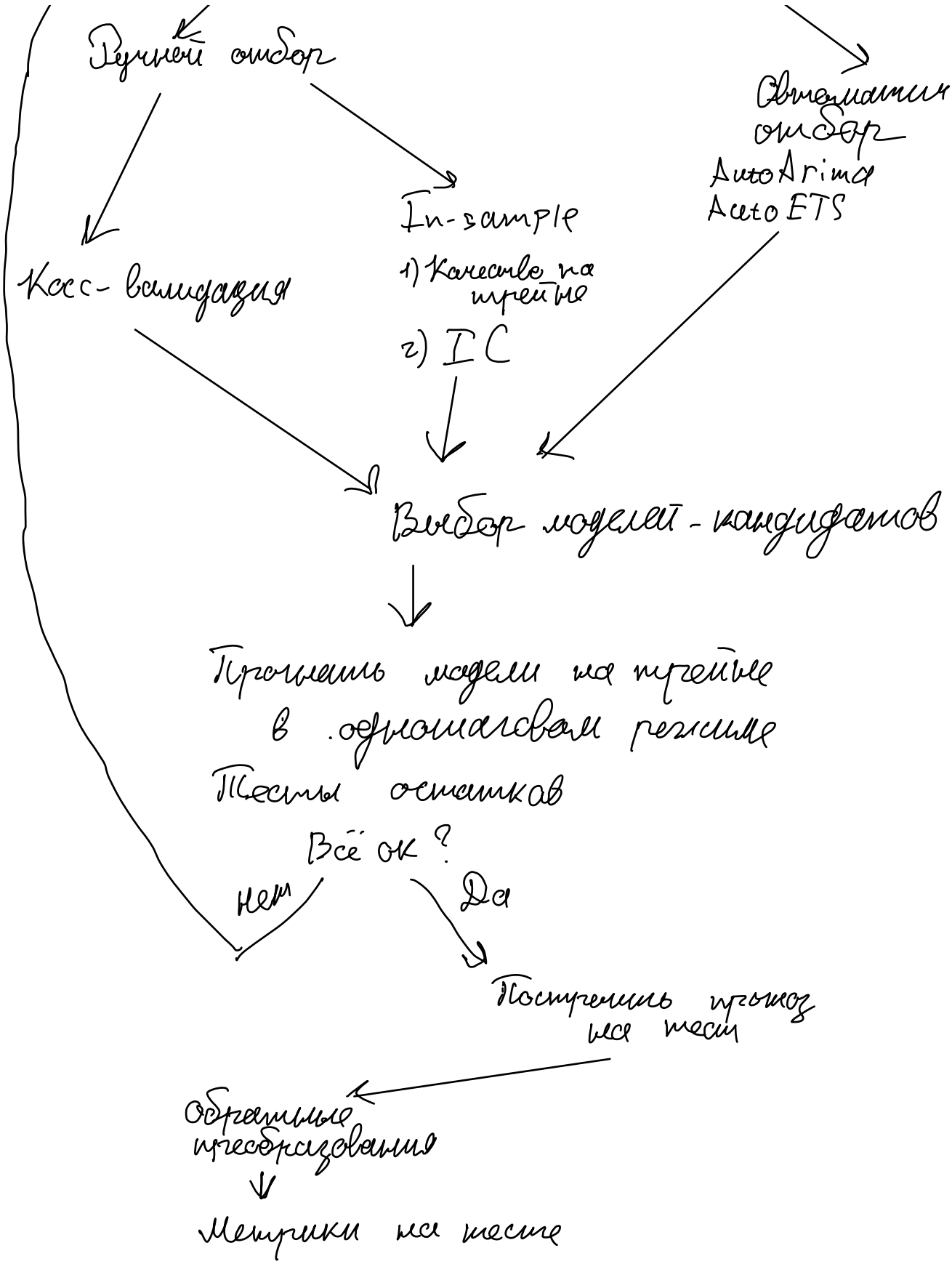
STL, ETS, ARIMAX13...

4) Дезинтегрирование

5) ... Иные обратимые преобр.



3) Выбор модели


Ручной отбор
Автоматический отбор
AutoArima
AutoETS
Кросс-валидация
In-sample
1) Качество на трейне
2) IC
Выбор моделей-кандидатов
Прогнать модели на трейне в однопоточном режиме
Тесты остатков
Всё ок?
нет
Да
Построить прогноз на тест
Обратимые преобразования
Метрики на тесте