

Моделирование временных рядов

Теоретическое ДЗ

Задача 1 (2 балла).

Пусть дан следующий процесс:

$$ARMA(1, 1) : y_t = 5 + 0.3y_{t-1} + 0.4\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Найдите:

1. $\mathbb{E}(y_t)$ (0.5 балла)
2. Найдите первые три значения автокорреляционной функции ρ_1, ρ_2, ρ_3 . (0.5 балла)
3. Найдите первые три значения частной автокорреляционной функции $\varphi_{11}, \varphi_{22}, \varphi_{33}$. (1 балл)

Задача 2 (2 балла). Рассмотрим ETS-AAN модель с $\alpha = 1/2, \beta = 3/4, l_{99} = 8, b_{99} = 1, y_{99} = 10, y_{100} = 8, \sigma^2 = 16$. Распределение случайной ошибки считайте нормальным.

1. Найдите $l_{100}, b_{100}, l_{98}, b_{98}$ (0.5 балла)
2. Постройте точечный прогноз $\hat{y}_{101|100}, \hat{y}_{102|100}$ (0.5 балла)
3. Постройте 95%-ый предиктивный интервал для y_{101} и y_{102} . (1 балл)

Задача 3 (3 балла). Монетка выпадает орлом с вероятностью $\cos^2 \alpha$ и решкой с вероятностью $\sin^2 \alpha$.

1. Найдите информацию Фишера об α , содержащуюся в одном броске монетки. (1 балл)
2. Найдите априорное распределение Джеффриса на параметр α . (1 балл)
3. Найдите апостериорное распределение α , если монетка из двух бросков оба раза выпала орлом, а в качестве априорного распределения было использовано распределение Джеффриса. (1 балл)

Задача 4 (3 балла). Величины X_1, X_2, X_3 распределены независимо и равномерно на отрезке $[0; 1]$. Рассмотрим $L = \min\{X_1, X_2\}, R = \max\{X_2, X_3\}$.

1. Выведите копулу для C величин L и R . (2 балла)
2. С помощью симуляций постройте диаграмму рассеяния, соответствующую данной копуле. (1 балл)