$$y_t = 5 + u_t + 2u_{t-1} \qquad u_t - WN$$

$$Var(u_t) = 4$$

$$PACF(2) = \alpha_2 \qquad corr(y_t, y_{t-k} \mid y_{t-1}, \dots, y_{t-k+1})$$

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + v_t$$

$$\begin{cases} \cancel{E(v_t) = 0} \\ cov(v_t, y_{t-1}) = 0 \\ cov(v_t, y_{t-2}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} cov(y_t - \alpha_0 - \alpha_1 y_{t-1} - \alpha_2 y_{t-2}, y_{t-1}) = 0 \\ cov(y_t - \alpha_0 - \alpha_1 y_{t-1} - \alpha_2 y_{t-2}, y_{t-2}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underbrace{cov(y_t, y_{t-1})}_{= \gamma_1} - \alpha_1 \underbrace{cov(y_{t-1}, y_{t-1})}_{\gamma_0} - \alpha_2 \underbrace{cov(y_{t-2}, y_{t-1})}_{\gamma_1} = 0 \\ \text{———} \;//\; \text{———} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\gamma_1}{\gamma_0} - \alpha_1 - \alpha_2 \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = 0 \\ \frac{\gamma_2}{\gamma_0} - \alpha_1 \frac{\gamma_1}{\gamma_0} - \alpha_2 = 0 \end{cases}$$

ACF

$$\begin{cases} \rho_1 - \alpha_1 - \alpha_2 \rho_1 = 0 \\ \rho_2 - \alpha_1 \rho_1 - \alpha_2 = 0 \end{cases}$$

№6

$X_1, \ldots, X_{10}$ – iid , $S = \sum X_i$

$pCorr(X_1, X_2; S) = ?$? ?

№7.

$(1 + 7L^2 + (1+L)^4)\, y_t$? $2 y_{t-2}$

$(x+y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$

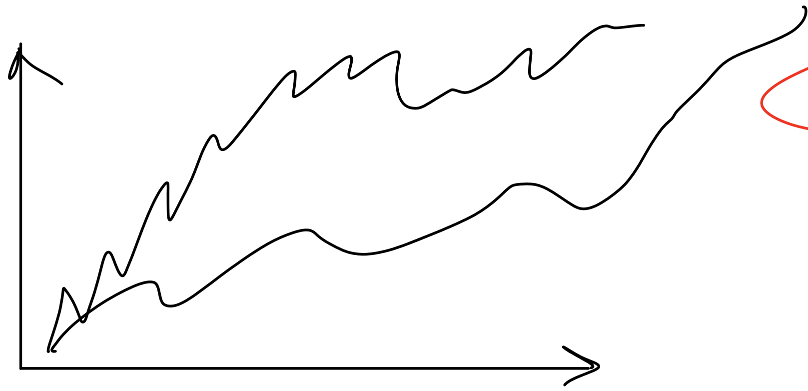
$7L^2 + 6L^2 = 13$

ARIMA
SARIMAX + GARCH

Если ряд стационарный (covariance-stationary)

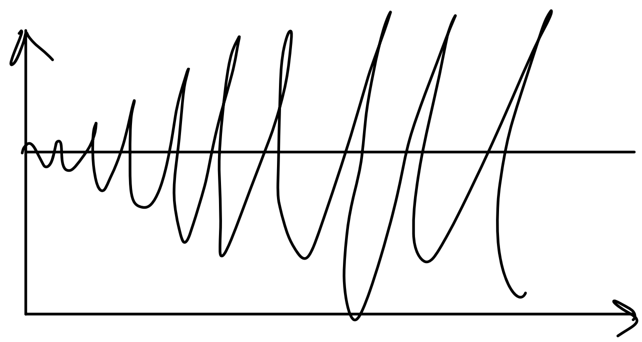
то его можно аппроксимировать ARMA – моделью
I

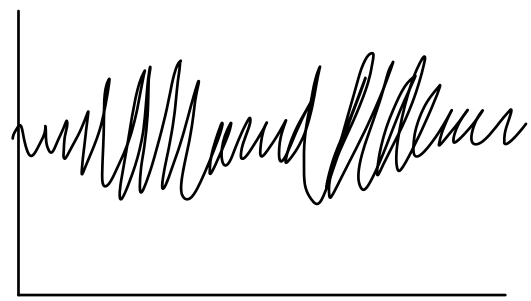
Как тестировать стационарность



$E(u_t) = \mu$

$cov(u_t, u_{t-k}) = \gamma_k$





trend-stationary

ADF, KPSS

Тестирование гипотез.

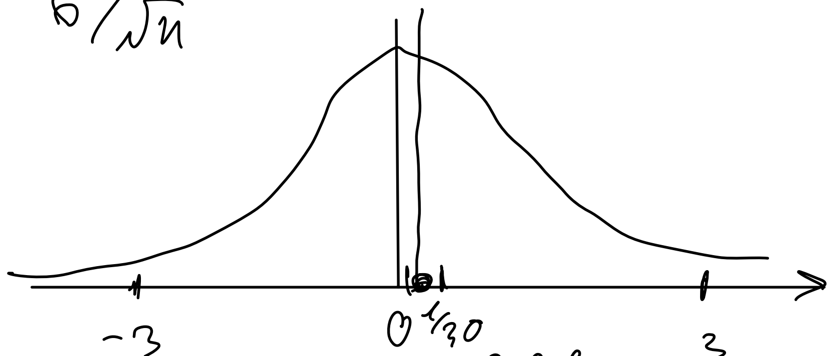
$X_1, \ldots, X_n$ - iid, $N(\mu, \sigma)$ $n=100$

$H_0: \mu = 0$ обычно простая

$H_1: \mu \neq 0, \mu > 0$ либо простая, либо сложная

При верном H_0:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \xrightarrow{F} N(0,1)$$



$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{\overset{0{,}01}{\bar{X}} - 0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{0{,}01}{3/10} \quad \frac{1}{30}$$

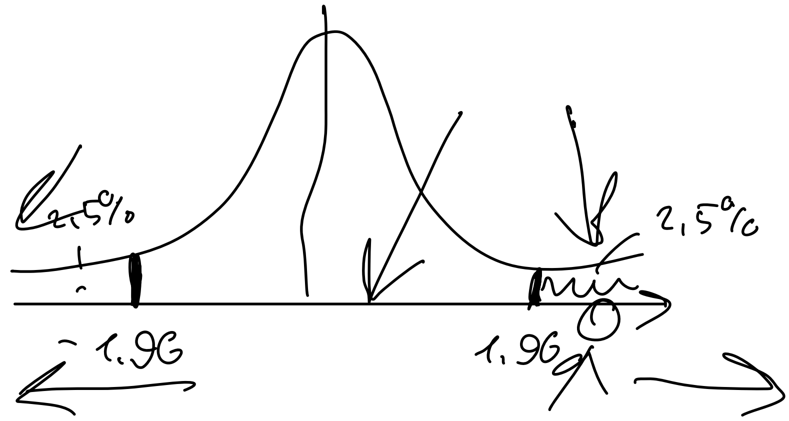
H_0 не отв

$$\frac{10 - 0}{3/10} = \frac{100}{3}$$ H_0 отв в пользу H_A

$H_0: \mu = 0$

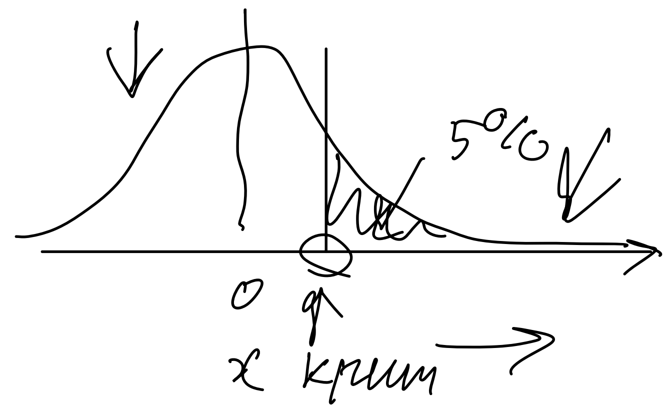
$H_A: \mu \neq 0$

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$



$H_0: \mu = 0$

$H_1: \mu > 0$



ADF, KPSS

H_0: ряд тренд-стационарный

H_1: ряд нестационарный

e_t – остатки регрессии y_t на t

$\hat{y}_t - y_t \qquad \hat{y} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 t$

$$\frac{1}{\hat{6}^2} \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^{T} S_t^2 \sim \text{распр.} \qquad S_t = \sum_{i=1}^{t} e_i$$

x набл

несмещ. оценка дисперсии e_t

ARMA (p, q)

AR(p) ACF эксп. убывает
PACF обрывается на лаге p

MA(q) ACF обрывается на лаге q
PACF эксп убывает

ARMA (p, q) обе эксп убывают

SARIMA
(p, d, q) (P, D, Q)

$$y_t = \alpha_1 y_{t-12} + \alpha_2 y_{t-24}$$

$$P = 2$$

$$y_t = \alpha_1 \varepsilon_{t-12} + \alpha_2 \varepsilon_{t-24}$$

$$Q = 2$$

Для определения P, Q берём стандартные правила, но смотрим на каждый k-й лаг.

D – ?

d: $y_t - y_{t-1}$

D: $y_t - y_{t-12}$ – период сезонности

Если сезонность сильная (из STL), то можно предварительно взять D = 1, это может помочь убрать обычную нестац. и часть сезонных колебаний.

1 2 3

D, d, p, q, P, Q

$d \gg 0$ ~~d = 5~~

или ____________