

# Progetto Business Intelligence per i Servizi Finanziari



Luca Pincioli 885969, A.A. 2023-2024

<b>Sommario dei dati utilizzati</b>	<b>3</b>
<i>Scelta dei titoli</i>	3
<i>Funzioni utilizzate per scaricare i dati</i>	3
<i>Funzioni utilizzate per creare un DataFrame completo</i>	4
<i>Presentazione dei dati</i>	4
<b>Statistiche descrittive</b>	<b>5</b>
<i>Rendimenti semplici e logaritmici</i>	5
<i>Rendimenti cumulati e CAGR</i>	8
<i>Grafici diagnostici a tre sezioni</i>	9
<i>Statistiche descrittive univariate</i>	12
<i>Matrici di covarianza e correlazione</i>	13
<i>Andamento della correlazione e dispersione dei rendimenti</i>	13
<b>Analisi di previsione</b>	<b>17</b>
<b>Strategie di trading e backtesting</b>	<b>22</b>
<i>Costruzione della strategia di trading</i>	22
<i>Confronto con la strategia buy and hold</i>	23
<b>CAPM</b>	<b>23</b>
<i>Coefficiente beta</i>	23
<i>Rendimento atteso annuo</i>	26
<i>Esposizione ai fattori di Fama e French</i>	27
<b>Costruzione di portafoglio</b>	<b>28</b>
<i>Costruzione del portafoglio ottimale e calcolo del suo beta</i>	28
<i>Confronto con il portafoglio effettivo</i>	31

# Sommario dei dati utilizzati

## Scelta dei titoli

I titoli dell'indice S&P500 utilizzati nelle successive analisi sono i seguenti:

- Tecnologia elettronica: **Apple (AAPL)** e **Intel (INTC)**
- Vendita al dettaglio: **Amazon (AMZN)** e **Walmart (WMT)**
- Servizi commerciali: **Visa (V)** e **Mastercard (MA)**

Per quanto riguarda il settore della **tecnologia elettronica**, la scelta di analizzare e comparare gli andamenti nel tempo di Apple e Intel deriva dalla curiosità di esplorare l'impatto finanziario che ha avuto lo storico divorzio avvenuto tra le due società ad inizio 2020 (per quanto riguarda la fornitura dei processori).

La manovra messa in atto da Apple nel lontano 2006 per poter passare dall'utilizzo di chip proprietari all'utilizzo di chip Intel è dovuta a motivi legati alla compatibilità: l'adozione dei processori Intel ha permesso ad Apple di espandere il suo mercato, consentendo ai Mac (prima considerate macchine dedicate ad una piccola nicchia di professionisti) piena compatibilità con i programmi più celebri.

La contromanovra è poi giunta nel 2020 in seguito a diverse problematiche che hanno afflitto i processori Intel di quella generazione; è inoltre una scelta originata anche dal desiderio di Apple di progettare un chip ispirato a quello montato su iPhone (potente e a basso consumo energetico) e progettato per funzionare in perfetta simbiosi con MacOS.<sup>1</sup>

Un altro settore che negli ultimi dieci anni ha subito una rapida evoluzione è quello della **vendita al dettaglio**; a tal proposito, sul suolo americano si sfidano due grandi colossi contrapposti: l'incontrastato leader dell'e-commerce Amazon e la più grande catena americana di negozi al dettaglio Walmart.

Le due società negli anni hanno compiuto scelte in senso opposto, per cercare di accaparrarsi ciascuna il terreno dell'altra: Amazon ha iniziato ad aprire negozi fisici per poter imporre la propria presenza anche fisicamente nel territorio americano, mentre Walmart ha negli anni portato avanti una grande transizione per cercare di entrare a gamba tesa nel mondo del commercio elettronico. Questi due titoli sono stati scelti perché cercare di osservare le ripercussioni finanziarie causate dalle mosse strategiche di questi due colossi potrebbe essere un tema interessante.<sup>2</sup>

L'ultimo settore scelto è quello dei **servizi commerciali**, anch'esso in rapida ascesa negli ultimi anni: i titoli scelti rappresentano l'emblema dei pagamenti elettronici, Visa e Mastercard.

Questa scelta è data dall'intenzione di analizzare come l'inesorabile transizione in atto (che vede i pagamenti digitali sormontare gradualmente quelli in contanti) possa aver influenzato l'andamento sul mercato delle due aziende leader in questo ambito.

Secondo diversi sondaggi effettuati durante gli anni, una parte dei cittadini americani ha iniziato a preferire i pagamenti digitali in quanto considerati più comodi e sicuri; d'altro canto, una grande fetta di americani rimane comunque affezionata al caro e vecchio dollaro fisico.<sup>3</sup>

## Funzioni utilizzate per scaricare i dati

Per poter reperire i dati storici da utilizzare nelle successive analisi sono state principalmente utilizzate due librerie:

- **yfinance**, scaricare i dati OHLC dei titoli a frequenza giornaliera

<sup>1</sup> Fonte: [Apple abbandona Intel sui MacBook: i perché di uno storico divorzio](#)

<sup>2</sup> Fonte: [Il retail fra mattone e Web: Amazon apre negozi, Walmart investe nell'eCommerce](#)

<sup>3</sup> Fonte: [Usa, addio al contante? Il 40% dei consumatori non lo usa più](#)

- **getFamaFrenchFactors**, per scaricare i dati relativi ai fattori di Fama e French

Il download dei dati finanziari tramite yfinance viene effettuato da un'apposita funzione **prendi\_dati\_titolo()**, la quale si occupa di reperire tutte le informazioni di un titolo nel periodo di tempo specificato.

I dati vengono inoltre memorizzati in formato csv, così da non dover necessariamente scaricarli ogni volta che il notebook viene eseguito (e rendendoli quindi disponibili anche offline).

All'interno del progetto viene inoltre fatto uso dell'attuale tasso di interesse sui T-Bill a un anno<sup>4</sup>, reperito attraverso la banca dati Federal Reserve Economic Data.

## Funzioni utilizzate per creare un DataFrame completo

Per poter manipolare i dati scaricati per mezzo di yfinance e renderli disponibili in un DataFrame completo è stata utilizzata la funzione **concat()** messa a disposizione dalla libreria Pandas: passando a questa funzione una lista di DataFrames è possibile concatenarli al fine di creare un solo DataFrame contenente tutti i dati al completo.

Il DataFrame completo è stato strutturato come un DataFrame multi-indice, in cui gli indici sono dati dal ticker di riferimento e dalla data a cui ogni riga è associata.

## Presentazione dei dati

Visualizziamo il DataFrame completo contenente i dati finanziari scaricati da Yahoo Finance.

11 rows   15102 rows x 6 columns								
Ticker	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume	
AAPL	2014-06-02	22.641430	22.672501	22.232143	22.451786	19.886332	369350800	
	2014-06-03	22.445000	22.812143	22.437500	22.769285	20.167553	292709200	
	2014-06-04	22.765715	23.138929	22.718214	23.029285	20.397848	335482000	
	2014-06-05	23.078571	23.191786	22.950357	23.119642	20.477875	303805600	
	2014-06-06	23.210714	23.259287	23.016787	23.056070	20.421570	349938400	
...	...	...	...	...	...	...	...	...
MA	2024-05-23	456.519989	458.049988	450.440002	451.209991	451.209991	2084600	
	2024-05-24	452.510010	454.450012	450.320007	451.179993	451.179993	2162100	
	2024-05-28	450.000000	450.630005	442.399994	445.079987	445.079987	2670800	
	2024-05-29	442.109985	444.559998	441.799988	442.470001	442.470001	1876900	
	2024-05-30	442.209991	444.190002	440.670013	442.100006	442.100006	2189900	

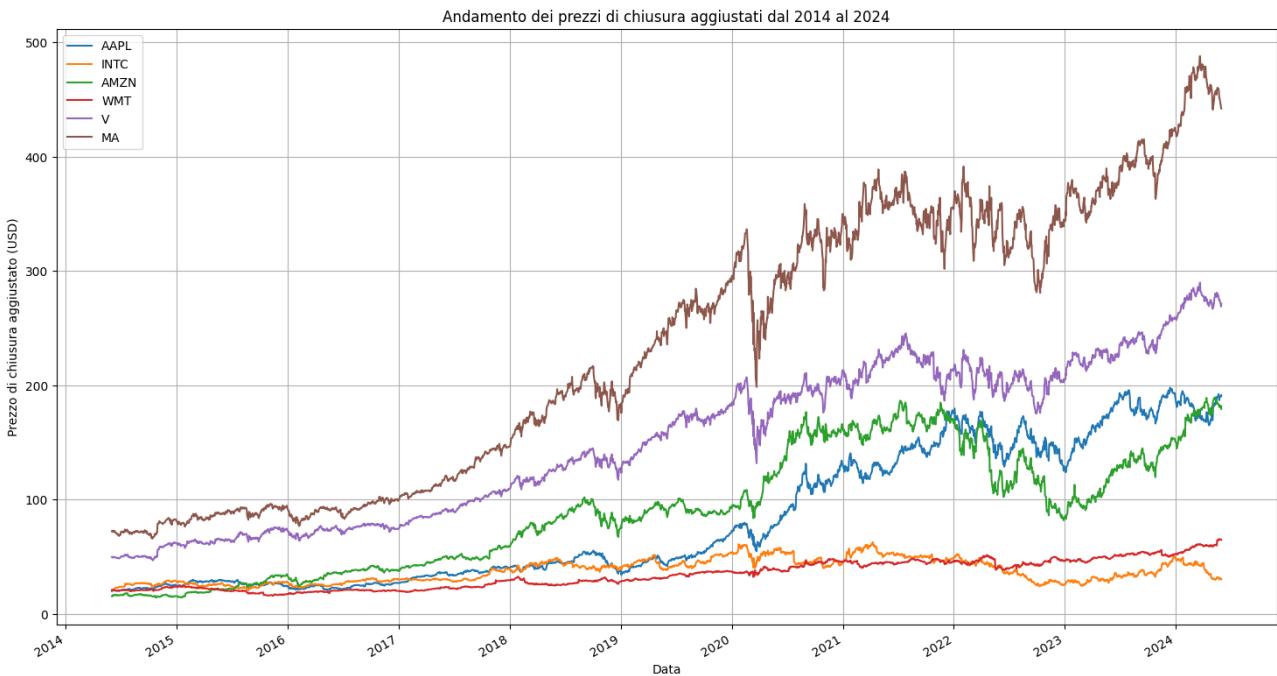
DataFrame completo contenente i dati OHLC di Yahoo Finance

Già osservando le prime e le ultime righe del DataFrame si può notare che il prezzo di ciascun titolo è cresciuto negli ultimi 10 anni; alcuni titoli hanno avuto una crescita maggiore rispetto ad altri.

Per poter avere un'idea più chiara di com'è stato l'effettivo andamento del prezzo di chiusura dei titoli scelti, osserviamo il grafico riportato di seguito.

---

<sup>4</sup> Fonte: *Market Yield on U.S. Treasury Securities at 1-Year Constant Maturity, Quoted on an Investment Basis*



Andamento dei prezzi di chiusura (Adj Close) giornalieri

## Statistiche descrittive

### Rendimenti semplici e logaritmici

Il primo calcolo da compiere una volta reperiti i dati è quello relativo ai rendimenti: prima i rendimenti netti, poi i rendimenti lordi ed infine i rendimenti logaritmici.

I **rendimenti netti** sono stati calcolati con la funzione `pct_change()` di Pandas, la quale calcola la differenza percentuale tra ciascun valore e il suo precedente all'interno del DataFrame: in questo modo è possibile ottenere la differenza percentuale tra ogni prezzo giornaliero e il prezzo del giorno precedente (cioè il rendimento netto).

T...	AAPL	INTC	AMZN	WMT	V	MA
2014-06-03	0.014141	0.014673	-0.005343	-0.000651	-0.010304	-0.009085
2014-06-04	0.011419	-0.002169	-0.001335	0.005475	0.000521	-0.000393
2014-06-05	0.003923	0.002173	0.054730	0.002464	0.003737	0.006813
2014-06-06	-0.002750	0.018438	0.018852	-0.001423	0.003675	0.008199
2014-06-09	0.016002	-0.009230	-0.006582	-0.002590	-0.001972	-0.007874
...	...	...	...	...	...	...
2024-05-23	-0.021058	-0.042648	-0.011358	-0.006284	-0.004899	-0.011631
2024-05-24	0.016588	0.021277	-0.001657	0.008328	0.000948	-0.000066
2024-05-28	0.000053	0.011068	0.007745	-0.005200	-0.012787	-0.013520
2024-05-29	0.001579	-0.029942	-0.000714	-0.001845	-0.007824	-0.005864
2024-05-30	0.005255	0.001991	-0.014834	-0.000462	0.009075	-0.000836

Rendimenti netti giornalieri

Per il calcolo dei **rendimenti lordi** è stato sufficiente aggiungere il valore 1 ai rendimenti netti calcolati precedentemente.

T...	AAPL	INTC	AMZN	WMT	V	MA
2014-06-03	1.014141	1.014673	0.994657	0.999349	0.989696	0.990915
2014-06-04	1.011419	0.997831	0.998665	1.005475	1.000521	0.999607
2014-06-05	1.003923	1.002173	1.054730	1.002464	1.003737	1.006813
2014-06-06	0.997250	1.018438	1.018852	0.998577	1.003675	1.008199
2014-06-09	1.016002	0.990770	0.993418	0.997410	0.998028	0.992126
...	...	...	...	...	...	...
2024-05-23	0.978942	0.957352	0.988642	0.993716	0.995101	0.988369
2024-05-24	1.016588	1.021277	0.998343	1.008328	1.000948	0.999934
2024-05-28	1.000053	1.011068	1.007745	0.994800	0.987213	0.986480
2024-05-29	1.001579	0.970058	0.999286	0.998155	0.992176	0.994136
2024-05-30	1.005255	1.001991	0.985166	0.999538	1.009075	0.999164

Rendimenti lordi giornalieri

Infine è stato svolto il calcolo dei **rendimenti logaritmici**, ottenuti applicando il logaritmo naturale ai rendimenti lordi appena ottenuti.

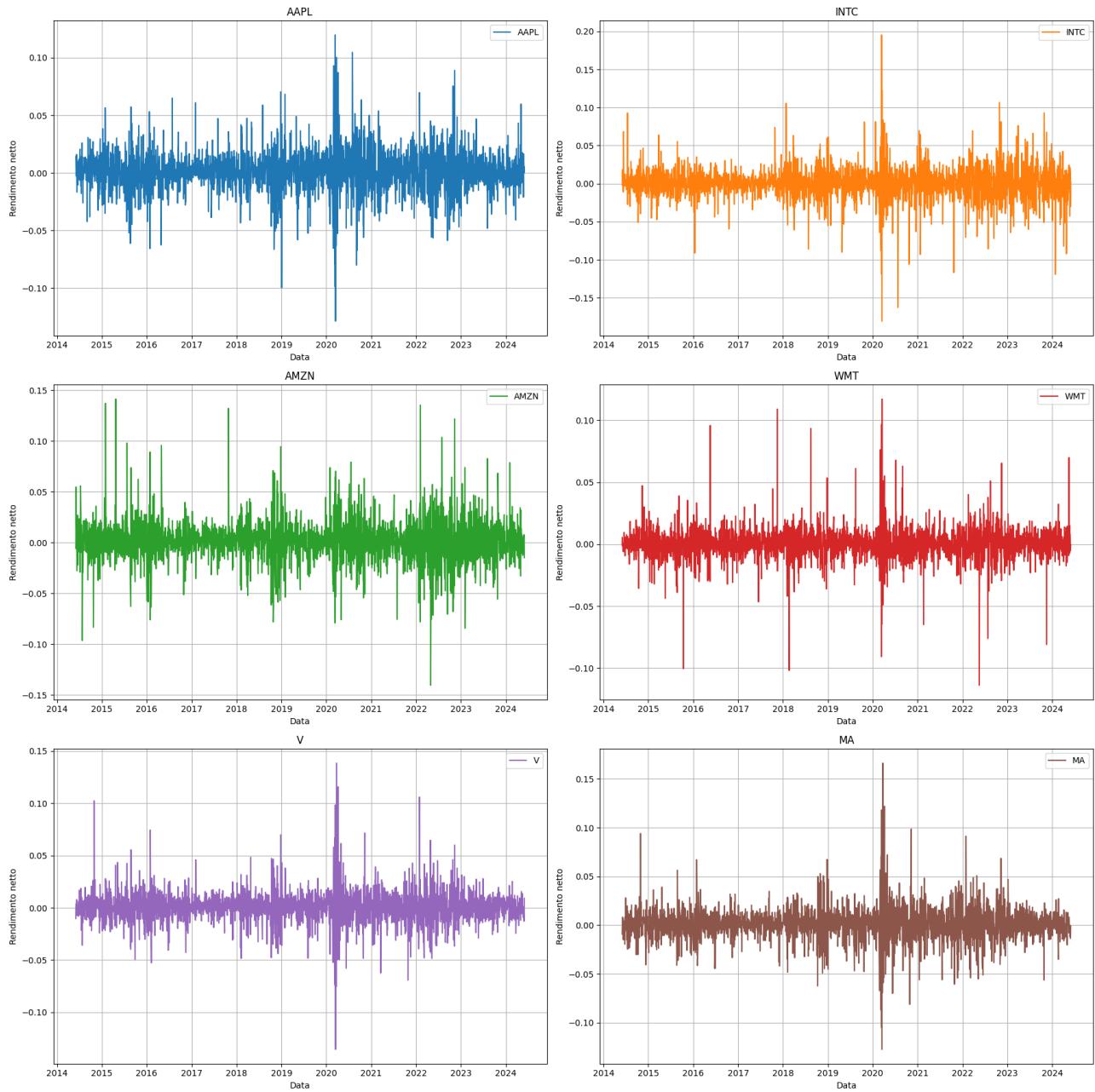
T...	AAPL	INTC	AMZN	WMT	V	MA
2014-06-03	0.014042	0.014567	-0.005357	-0.000651	-0.010357	-0.009127
2014-06-04	0.011355	-0.002171	-0.001336	0.005460	0.000520	-0.000393
2014-06-05	0.003916	0.002171	0.053285	0.002461	0.003730	0.006790
2014-06-06	-0.002754	0.018270	0.018677	-0.001424	0.003669	0.008165
2014-06-09	0.015875	-0.009272	-0.006604	-0.002594	-0.001974	-0.007905
...	...	...	...	...	...	...
2024-05-23	-0.021283	-0.043584	-0.011423	-0.006303	-0.004911	-0.011700
2024-05-24	0.016452	0.021053	-0.001658	0.008294	0.000948	-0.000066
2024-05-28	0.000053	0.011007	0.007716	-0.005214	-0.012870	-0.013612
2024-05-29	0.001578	-0.030399	-0.000714	-0.001847	-0.007854	-0.005881
2024-05-30	0.005241	0.001989	-0.014945	-0.000462	0.009034	-0.000837

Rendimenti logaritmici giornalieri

Per analizzare in modo più chiaro l'andamento dei rendimenti, possiamo visualizzare i rendimenti netti giornalieri di ciascun titolo attraverso dei grafici.

Come è possibile notare, l'avvento della pandemia a metà del primo trimestre 2020 ha causato notevoli sbalzi nei rendimenti netti giornalieri di tutti i titoli: proprio a causa della natura incerta del periodo, l'alta volatilità ha causato picchi positivi e negativi nei rendimenti netti giornalieri di ciascun titolo.

L'unico titolo che in piena pandemia ha mantenuto rendimenti non molto lontani dalla media è Amazon: questo fenomeno trova spiegazione nella natura stessa del colosso e-commerce, che



Grafici dei rendimenti netti giornalieri

durante la pandemia ha rappresentato essenzialmente l'unica opzione per quanto riguarda l'acquisto di merce al dettaglio.

Continuando ad osservare Amazon, è possibile notare che nella prima metà del 2022 i suoi rendimenti hanno attraversato diverse turbolenze al rialzo e al ribasso: questo potrebbe essere dovuto alla scelta della società di aumentare il prezzo del servizio Prime negli USA ad inizio 2022.<sup>5</sup>

Se invece si osserva il grafico di Walmart si può notare come nell'arco di pochi mesi, da fine 2017 ad inizio 2018, il rendimento del titolo abbia dapprima raggiunto un picco storico per poi schiantarsi perdendo il 10%.

Questo improvviso crollo potrebbe essere causato da una cattiva gestione dell'inventario dedicato alla vendita online durante il periodo natalizio: ciò ha limitato la crescita dei profitti.<sup>6</sup>

<sup>5</sup> Fonte: [Usa: Amazon aumenterà il prezzo degli abbonamenti Prime](#)

<sup>6</sup> Fonte: [Walmart Stumbles in Shift to Web Selling](#)

## Rendimenti cumulati e CAGR

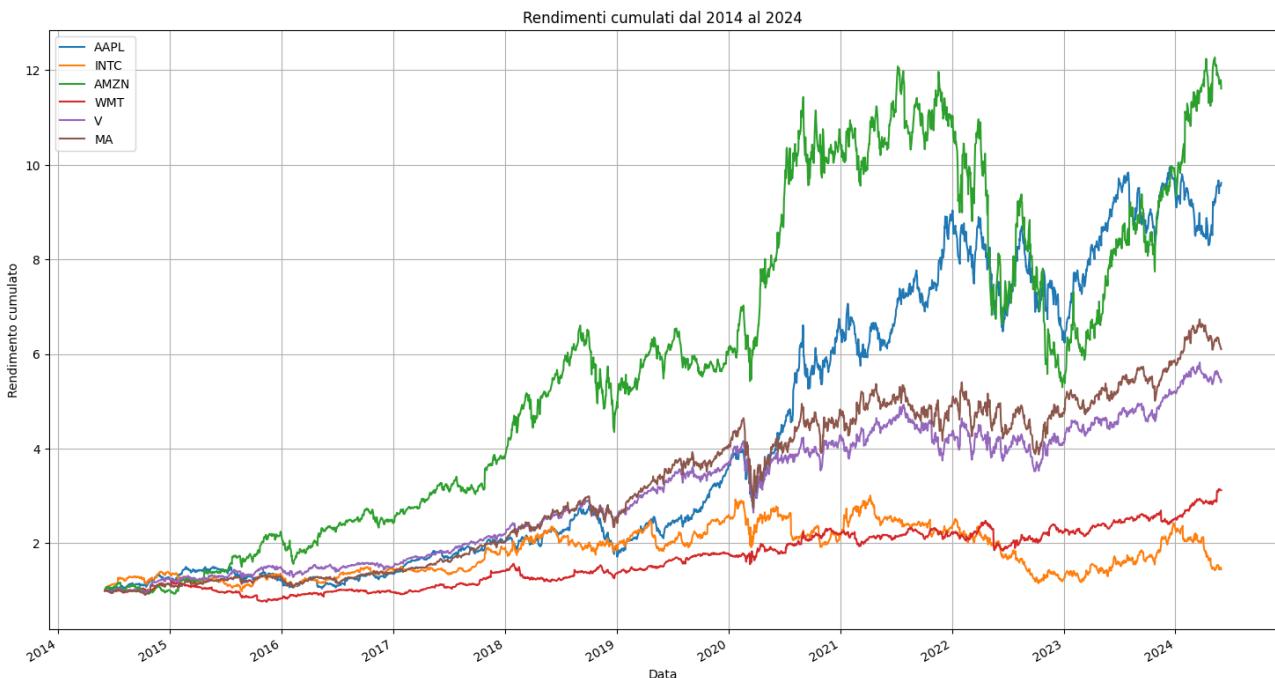
A questo punto è possibile effettuare il prodotto cumulato dei rendimenti lordi, ottenendo un DataFrame contenente tutti i **rendimenti cumulati** sul periodo specificato.

T...	AAPL	INTC	AMZN	WMT	V	MA
2014-06-03	1.014141	1.014673	0.994657	0.999349	0.989696	0.990915
2014-06-04	1.025722	1.012473	0.993330	1.004820	0.990212	0.990525
2014-06-05	1.029746	1.014673	1.047695	1.007296	0.993912	0.997274
2014-06-06	1.026915	1.033382	1.067446	1.005863	0.997565	1.005450
2014-06-09	1.043347	1.023844	1.060420	1.003257	0.995598	0.997534
...	...	...	...	...	...	...
2024-05-23	9.397409	1.442240	11.724517	3.117382	5.509322	6.228432
2024-05-24	9.553294	1.472926	11.705090	3.143344	5.514545	6.228018
2024-05-28	9.553798	1.489228	11.795751	3.126998	5.444029	6.143815
2024-05-29	9.568883	1.444638	11.787333	3.121228	5.401438	6.107787
2024-05-30	9.619169	1.447515	11.612486	3.119786	5.450458	6.102680

Rendimenti cumulati

I due titoli che svettano sugli altri in termini di rendimento cumulato nel periodo di interesse sono Apple e Amazon.

Per avere una visione più chiara di come si sono evoluti i rendimenti cumulati nel tempo, possiamo osservare il seguente grafico.



Rendimenti cumulati

Nonostante appartengano allo stesso settore, le due coppie Apple-Intel e Amazon-Walmart evidenziano andamenti molto diversi dal punto di vista del rendimento cumulato.

La stessa cosa non si può dire invece per la coppia Visa-Mastercard, i cui andamenti sono pressoché analoghi.

Tale osservazione trova riscontro anche nella correlazione tra i rendimenti netti giornalieri dei titoli appartenenti allo stesso settore: le coppie Apple-Intel e Amazon-Walmart presentano un grado di correlazione positiva non molto significativo, mentre invece la coppia Visa-Mastercard presenta una correlazione positiva molto elevata (prossima ad 1).

2 rows × 2 columns			
...	AAPL	INTC	...
AAPL	1.000000	0.512803	
INTC	0.512803	1.000000	

Correlazione Apple-Intel

2 rows × 2 columns			
...	AMZN	WMT	...
AMZN	1.000000	0.250431	
WMT	0.250431	1.000000	

Correlazione Amazon-Walmart

2 rows × 2 columns			
...	V	MA	...
V	1.000000	0.895385	
MA	0.895385	1.000000	

Correlazione Visa-Mastercard

Osserviamo ora il rendimento composto annuo di ciascun titolo.

Il **Compound Annual Growth Rate** è stato calcolato per ogni titolo sfruttando i rendimenti cumulati già calcolati in precedenza, secondo la formula

$$\text{CAGR} = (\text{Rendimento Cumulato})^{\frac{1}{n}} - 1$$

dove  $n$  rappresenta il numero di anni nell'orizzonte temporale che stiamo analizzando (10 nel nostro caso).

Il CAGR di ciascun titolo rappresenta quanto annualmente il titolo è cresciuto nel periodo che stiamo analizzando: la maggior crescita l'hanno avuta ancora Amazon ed Apple, a conferma di quanto osservato precedentemente.

6 rows	
Ticker	CAGR
AAPL	0.253814
INTC	0.037646
AMZN	0.277630
WMT	0.120397
V	0.184630
MA	0.198085

CAGR

## Grafici diagnostici a tre sezioni

Riportiamo ora i grafici diagnostici a tre sezioni riferiti ai rendimenti netti giornalieri di ciascun titolo.

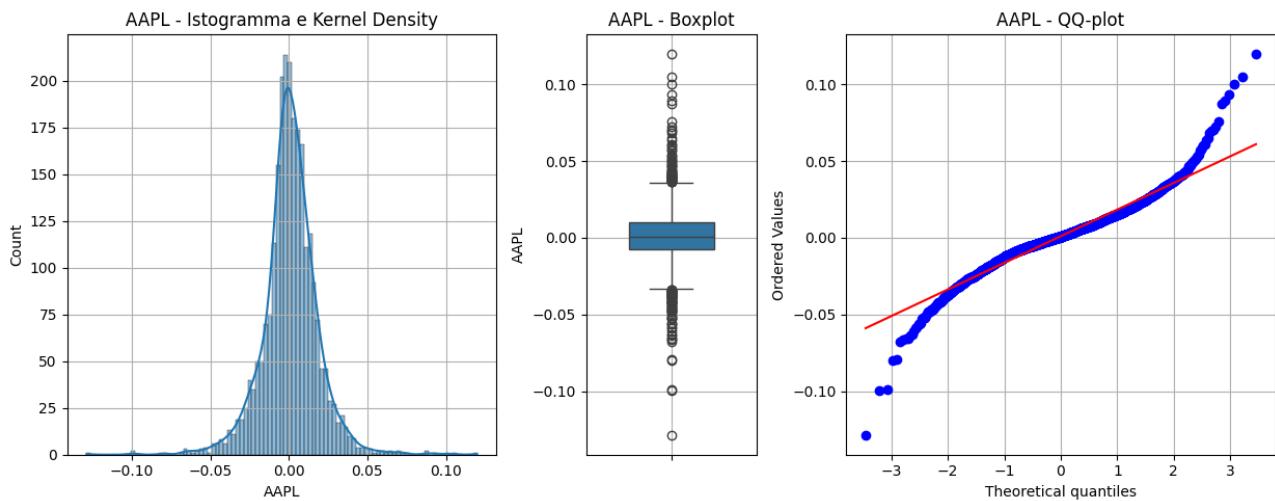
In particolare utilizziamo:

- **Istogramma con Kernel Density** per visualizzare graficamente (sia dal punto di vista discreto che continuo) la distribuzione dei dati
- **Boxplot** per visualizzare massimo, minimo e i vari quartili
- **QQ-Plot** per confrontare la distribuzione dei dati con la distribuzione normale

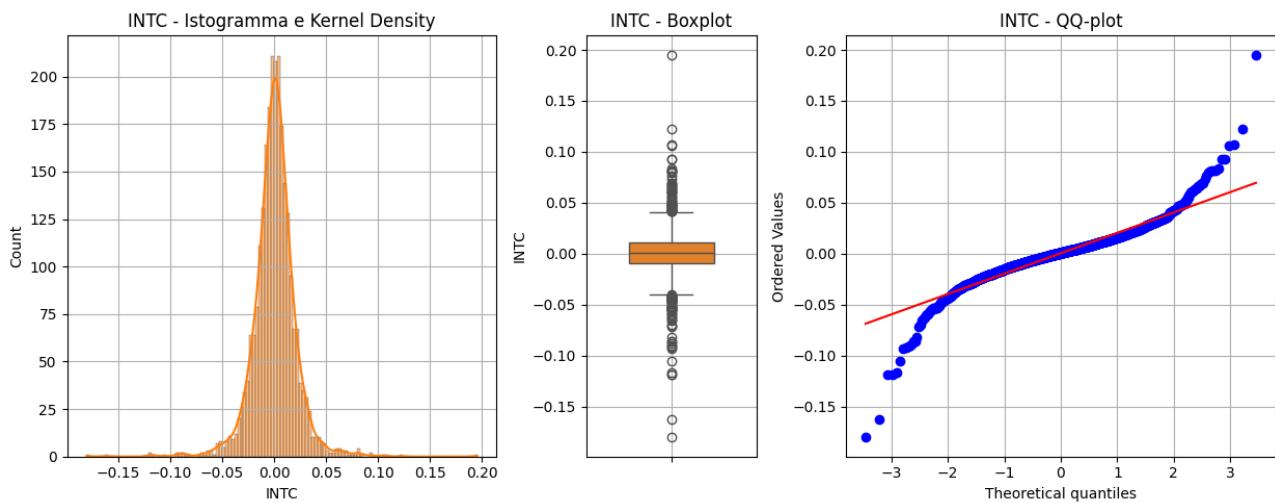
Osservando i grafici possiamo notare che sebbene i rendimenti di tutti i titoli seguano una distribuzione in qualche modo paragonabile a quella della normale, a fare la differenza è la presenza di outliers che appesantiscono notevolmente le code: è ad esempio il caso di Walmart, che presenta code molto pronunciate così come evidenziato dal QQ-Plot.

Sebbene sia più frequente per il titolo Walmart, la presenza di outliers è una caratteristica di tutti i titoli che stiamo analizzando: il valore più estremo (così come evidenziato dal boxplot) è stato registrato da Intel, che durante il primo trimestre del 2020 ha sfiorato il 20% di rendimento netto in una sola giornata.

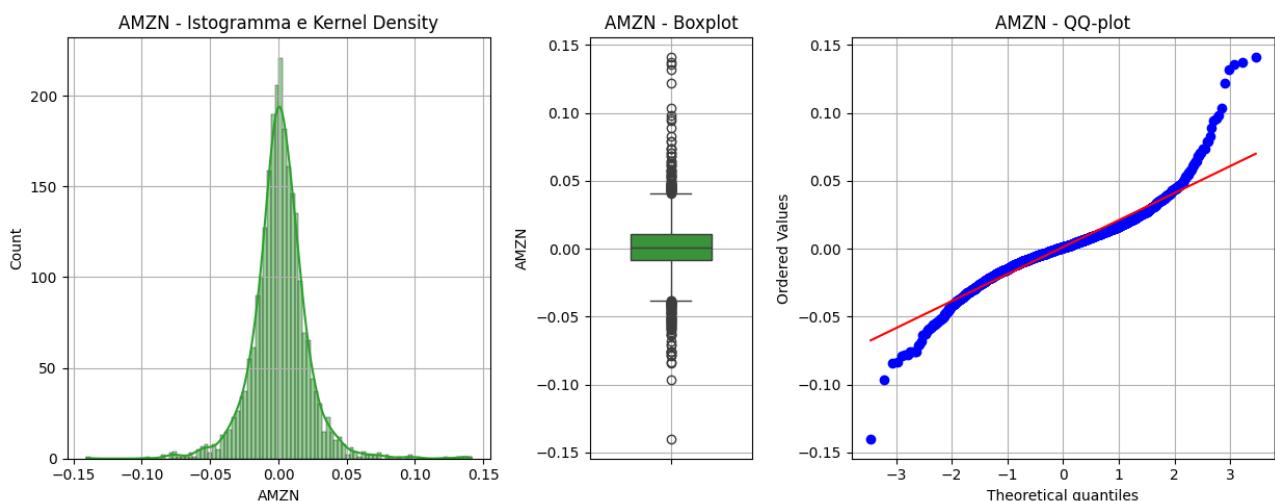
Sempre di Intel è anche il record negativo, che in una giornata del primo trimestre 2020 è crollata portandosi oltre al -15% di rendimento netto.



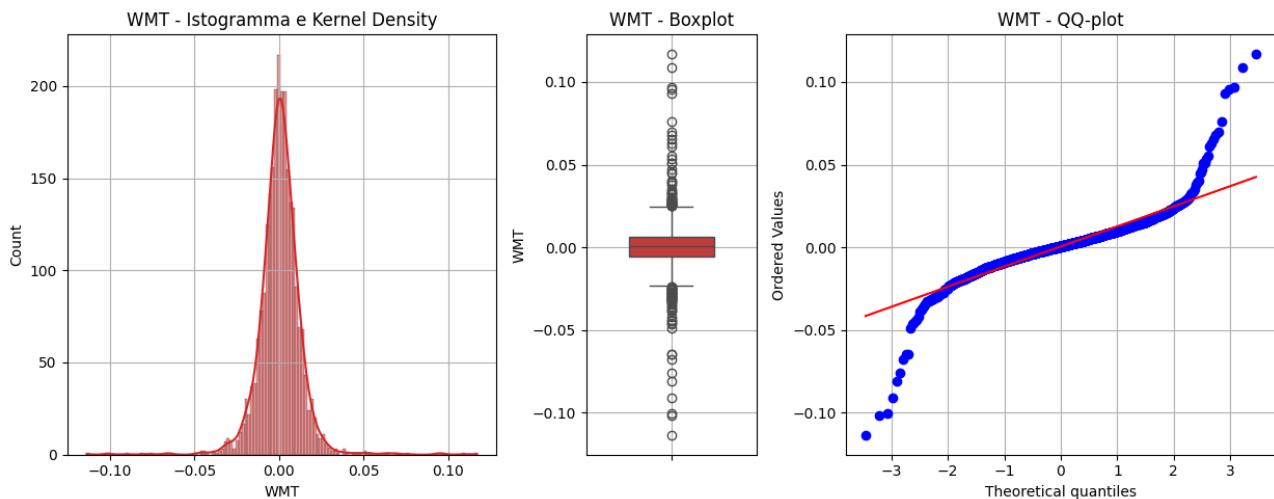
Grafici diagnostici a tre sezioni - Apple



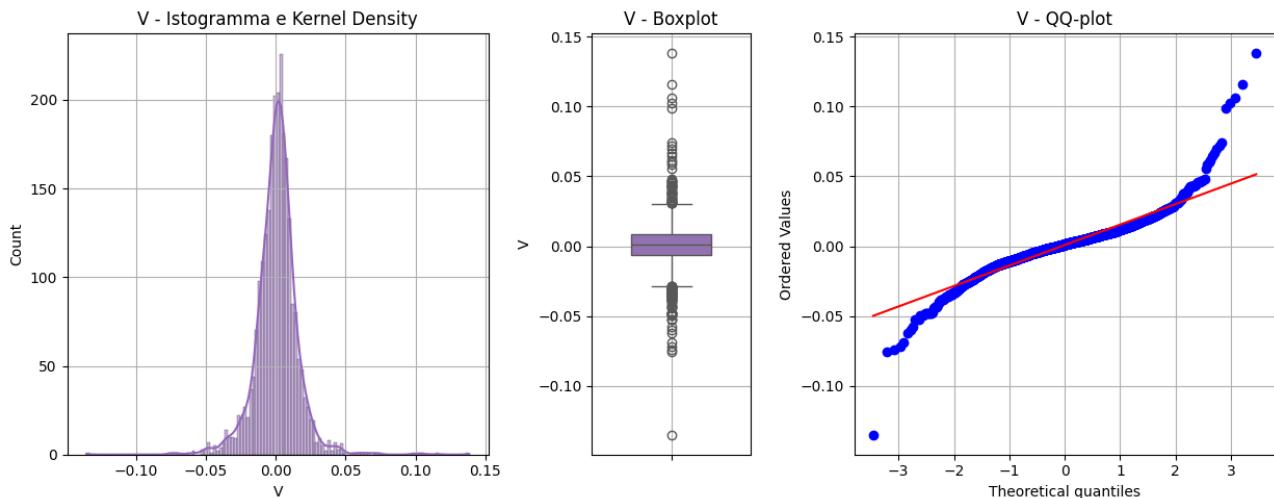
Grafici diagnostici a tre sezioni - Intel



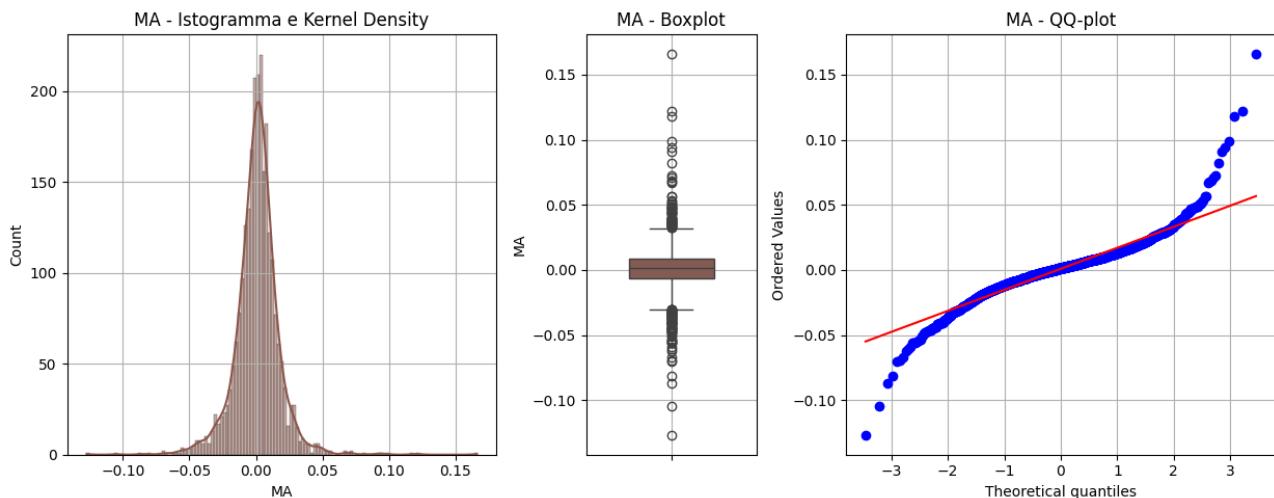
Grafici diagnostici a tre sezioni - Amazon



Grafici diagnostici a tre sezioni - Walmart



Grafici diagnostici a tre sezioni - Visa



Grafici diagnostici a tre sezioni - Mastercard

## Statistiche descrittive univariate

Possiamo quindi procedere con l'analisi delle statistiche univariate dei rendimenti netti giornalieri.

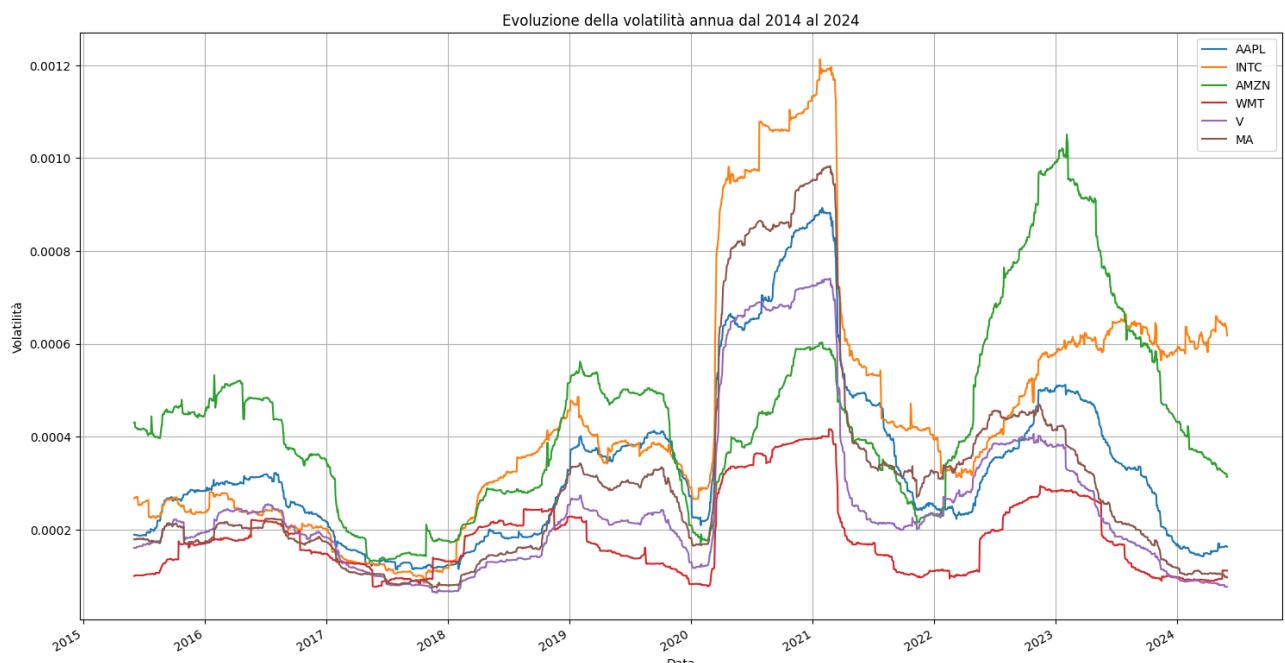
La maggior parte delle statistiche sono state calcolate mediante la funzione `describe()` messa a disposizione da Pandas; per quanto riguarda invece varianza, kurtosi e skewness, esse sono state calcolate a parte per comporre un DataFrame contenente tutte le statistiche necessarie per un'analisi a 360 gradi.

Ticker	AAPL	INTC	AMZN	WMT	V	MA
count	2516.000000	2516.000000	2516.000000	2516.000000	2516.000000	2516.000000
mean	0.001059	0.000370	0.001187	0.000539	0.000793	0.000863
std	0.017841	0.021046	0.020638	0.013181	0.015427	0.016970
min	-0.128647	-0.180415	-0.140494	-0.113758	-0.135472	-0.127255
25%	-0.007324	-0.009571	-0.008609	-0.005382	-0.006481	-0.006842
50%	0.000821	0.000795	0.001153	0.000576	0.001316	0.001395
75%	0.010141	0.010663	0.011145	0.006606	0.008235	0.008719
max	0.119808	0.195213	0.141311	0.117085	0.138426	0.166109
var	0.000318	0.000443	0.000426	0.000174	0.000238	0.000288
kurt	5.360362	10.311191	6.337522	16.261154	10.399204	10.021947

Statistiche descrittive univariate

Il titolo con il rendimento più alto è Amazon, mentre quello con rendimento più basso è invece Intel; per quanto riguarda invece la deviazione standard è Intel a superare gli altri titoli, mentre il valore più basso lo ha registrato Walmart.

In precedenza abbiamo già analizzato com'è stata l'evoluzione dei rendimenti cumulati nel tempo: vediamo ora come si è evoluta la volatilità (su base annua) nel periodo oggetto delle nostre analisi.



Evoluzione della volatilità (su base annua)

Proprio come ci si aspetta, la volatilità vede un grande picco nell'anno della pandemia. Un altro grande picco è stato registrato tra il 2022 e il 2023, quando la banca centrale statunitense ha iniziato ad alzare nuovamente i tassi di interesse sugli strumenti risk-free a lungo termine; a contribuire all'ascesa della volatilità nel 2022 è stato anche lo scoppio della guerra in Ucraina.<sup>7</sup>

## Matrici di covarianza e correlazione

Passiamo ora ad analizzare le matrici di covarianza e correlazione dei vari titoli.

...	AAPL	INTC	AMZN	WMT	V	MA
AAPL	0.000318	0.000193	0.000203	0.000075	0.000158	0.000178
INTC	0.000193	0.000443	0.000173	0.000076	0.000150	0.000169
AMZN	0.000203	0.000173	0.000426	0.000068	0.000149	0.000169
WMT	0.000075	0.000076	0.000068	0.000174	0.000059	0.000064
V	0.000158	0.000150	0.000149	0.000059	0.000238	0.000234
MA	0.000178	0.000169	0.000169	0.000064	0.000234	0.000288

Matrice di covarianza

...	AAPL	INTC	AMZN	WMT	V	MA
AAPL	1.000000	0.512803	0.551242	0.320540	0.572258	0.586861
INTC	0.512803	1.000000	0.397253	0.274462	0.461147	0.474220
AMZN	0.551242	0.397253	1.000000	0.250431	0.466580	0.483197
WMT	0.320540	0.274462	0.250431	1.000000	0.289393	0.284192
V	0.572258	0.461147	0.466580	0.289393	1.000000	0.895386
MA	0.586861	0.474220	0.483197	0.284192	0.895386	1.000000

Matrice di correlazione

Come emerge dai dati i titoli più correlati sono ovviamente Visa e Mastercard, i quali operano strettamente nel medesimo settore; tra i restanti titoli non sussistono correlazioni significative.

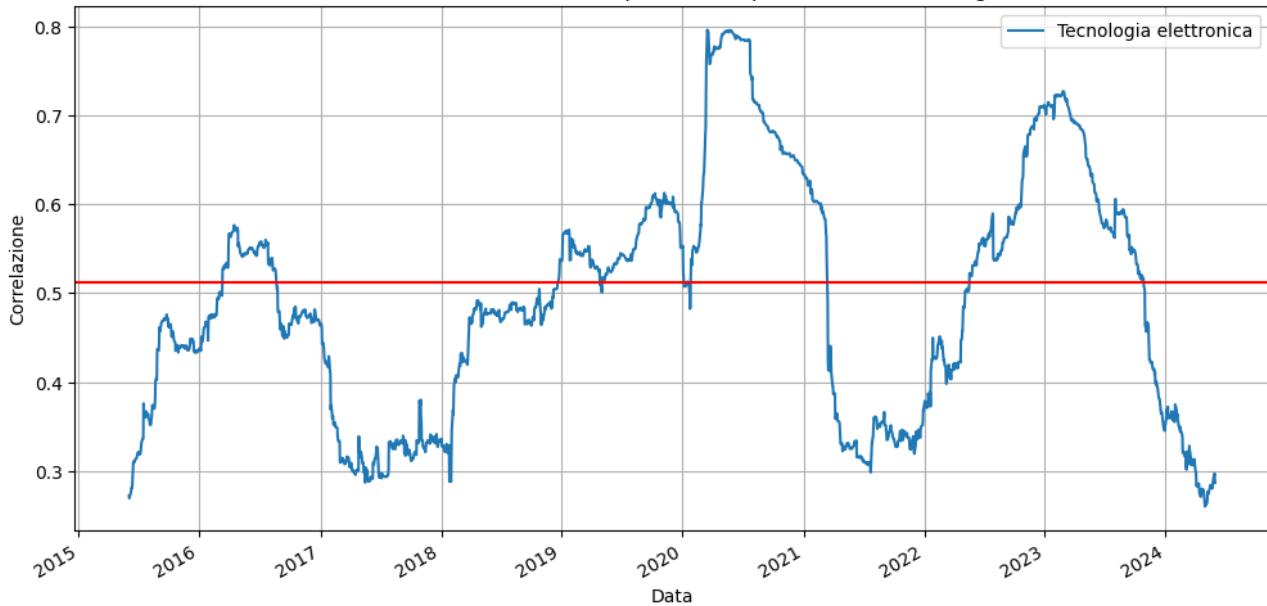
Nonostante entrambi i colossi operino nel settore della vendita al dettaglio, la coppia di titoli avente il minor livello di correlazione è proprio Amazon-Walmart. Osservando le matrici riportate sopra si può inoltre notare che Walmart è il titolo meno correlato con tutti i restanti titoli scelti: questo fenomeno può trovare spiegazione nel fatto che i restanti titoli (Apple, Intel, Amazon, Visa e Mastercard) fondano le loro radici nell'ambito tecnologico, anche se operano in settori diversi.

## Andamento della correlazione e dispersione dei rendimenti

Osservando i grafici riportati di seguito è possibile vedere come la correlazione tra titoli dello stesso settore si è evoluta nel tempo; la linea rossa rappresenta il valore medio nei 10 anni analizzati.

<sup>7</sup> Fonte: [Why the Stock Market Has Been So Volatile in 2022](#)

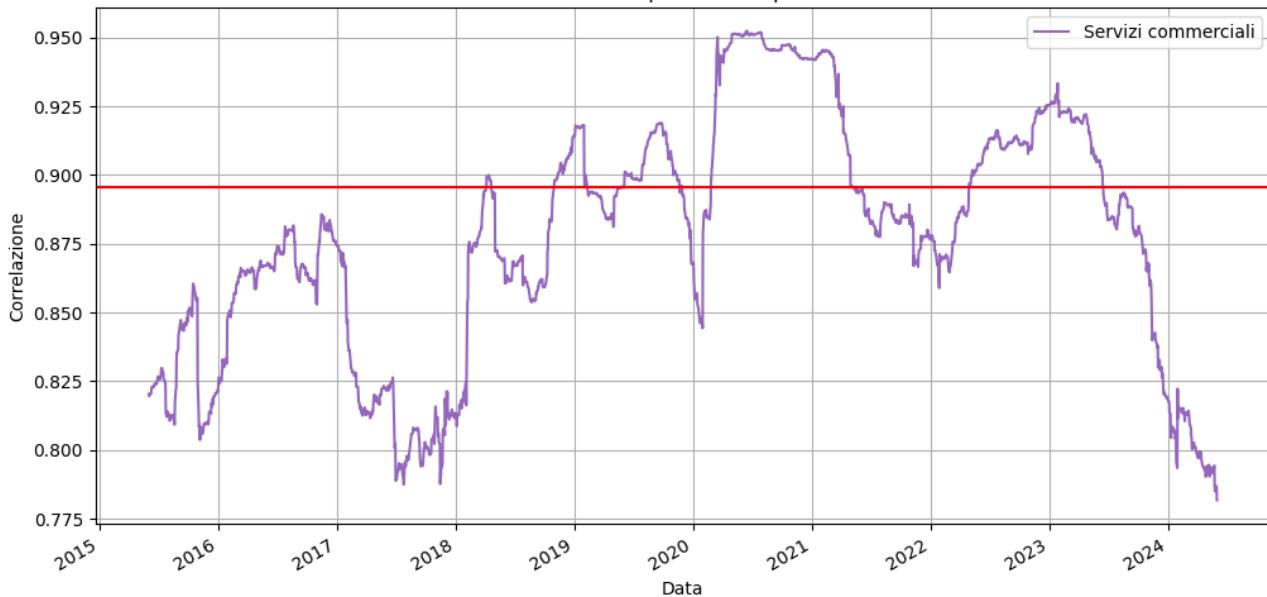
Andamento della correlazione nel tempo dei titoli per il settore Tecnologia elettronica



Andamento della correlazione nel tempo dei titoli per il settore Vendita al dettaglio



Andamento della correlazione nel tempo dei titoli per il settore Servizi commerciali



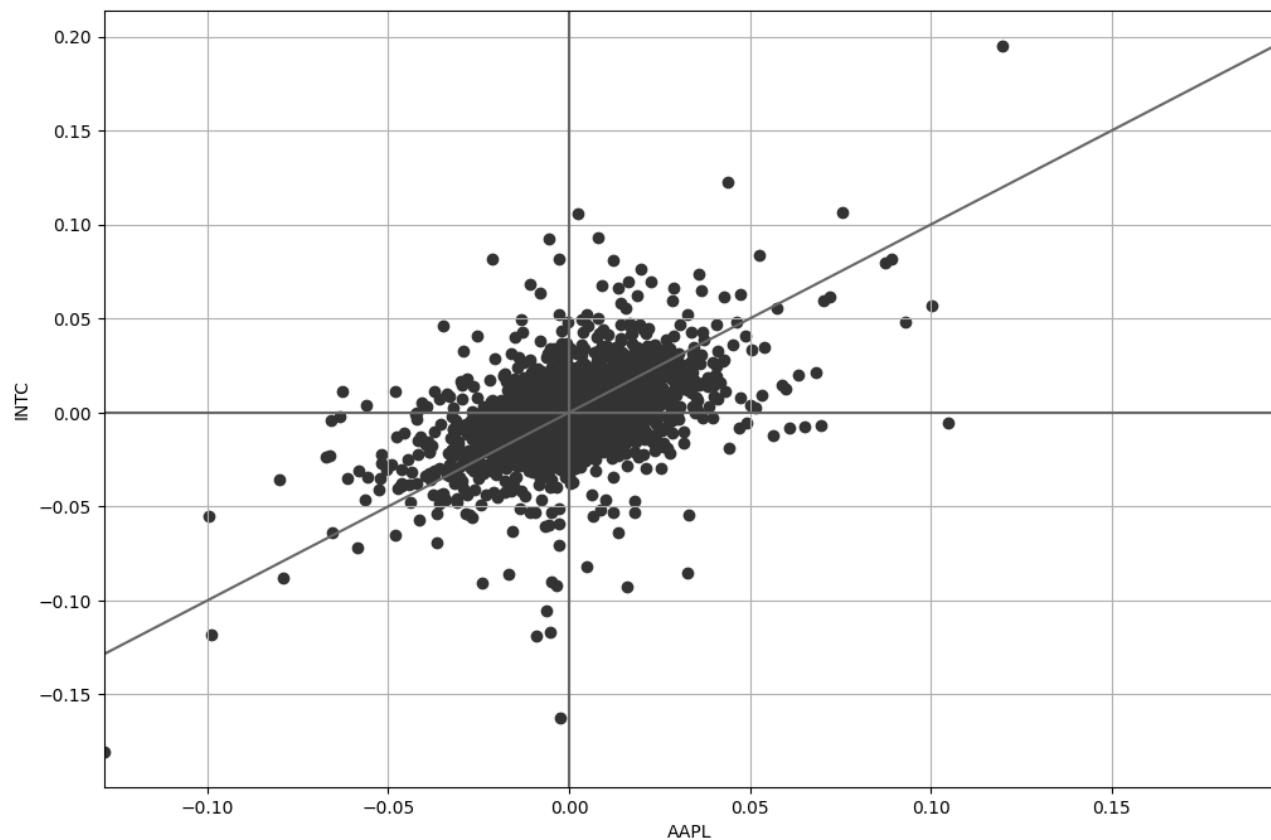
L'andamento della correlazione nei tre diversi settori è piuttosto simile, in particolare per quanto riguarda i settori della tecnologia elettronica e dei servizi commerciali.

Mediante un'analisi congiunta dell'andamento della correlazione e dell'evoluzione della volatilità annua nel tempo, è semplice constatare che la correlazione tra titoli dello stesso settore tende ad aumentare in corrispondenza di periodi ad alta volatilità.<sup>8</sup>

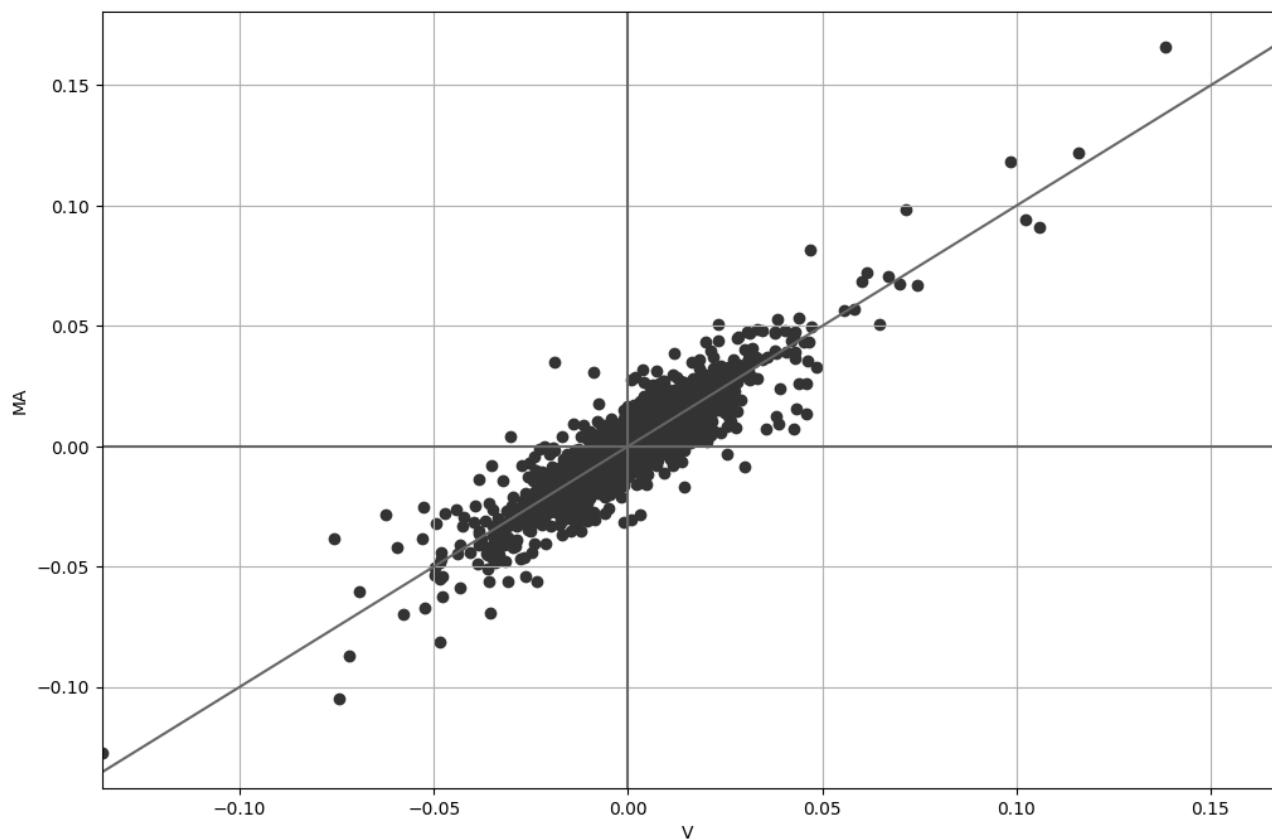
Se mettiamo a confronto invece l'andamento dei rendimenti cumulati con quello delle correlazioni, ci accorgiamo che il livello di correlazione tra i titoli dello stesso settore aumenta in corrispondenza di decise fasi di crescita o decrescita del mercato; quando invece i rendimenti dei titoli risultano più variabili e non seguono tutti lo stesso trend di mercato, allora la correlazione tende a diminuire.

Visualizziamo infine la dispersione dei rendimenti di ciascun settore attraverso degli scatterplot: la nuvola di punti originata dai grafici può fornire ulteriori informazioni in merito alla relazione che sussiste tra i titoli appartenenti allo stesso settore.

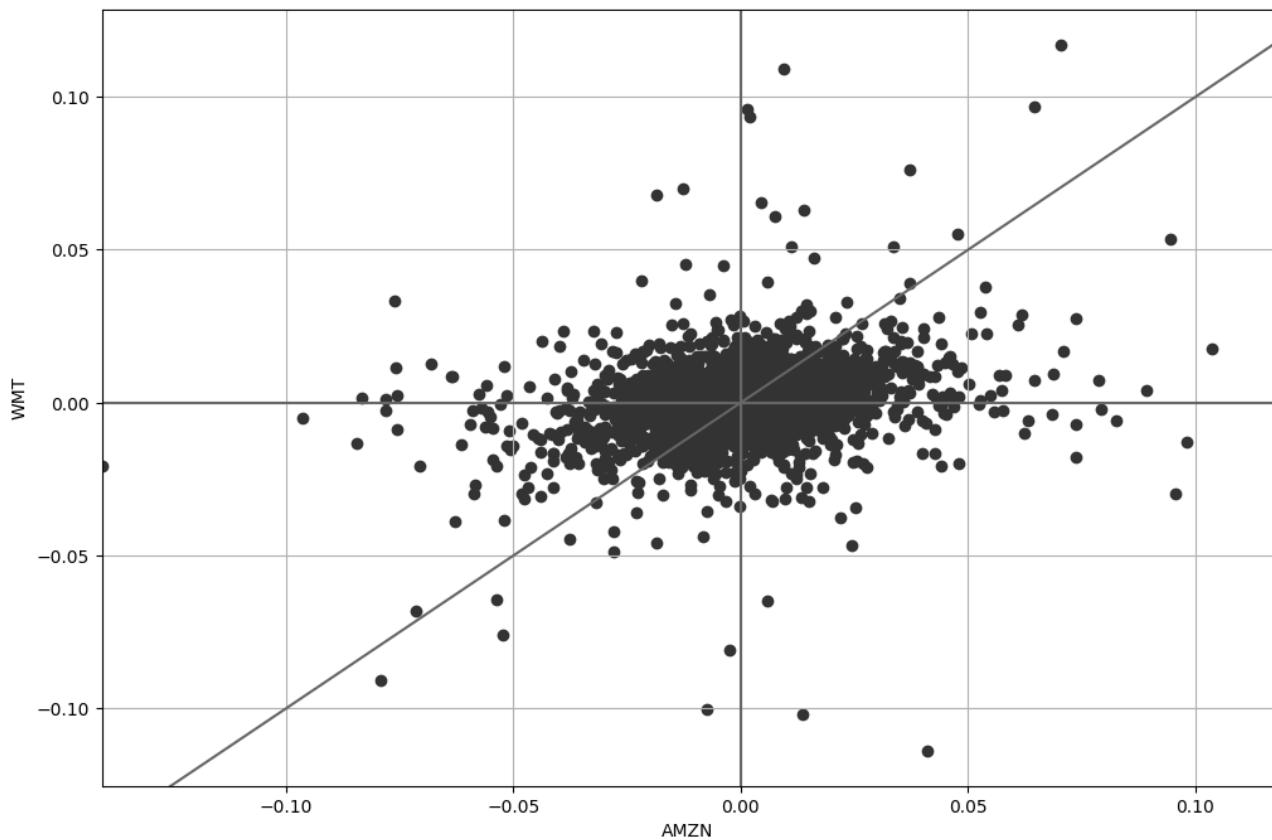
Osservando gli scatterplot possiamo confermare quanto emerso dai dati sulla correlazione fino a questo momento: il livello di correlazione tra Visa e Mastercard (settore servizi commerciali) è molto alto, pertanto la nuvola di punti rappresentata sul grafico tende ad addensarsi in corrispondenza della bisettrice del primo e terzo quadrante del piano cartesiano; ciò testimonia la probabile presenza di una relazione lineare tra i rendimenti dei due titoli.



<sup>8</sup> Questa osservazione trova riscontro sia dal punto di vista finanziario che dal punto di vista prettamente probabilistico, così come illustrato da diversi articoli dei primi anni 2000.



Dispersione dei rendimenti del settore servizi commerciali



Dispersione dei rendimenti del settore vendita al dettaglio

Il discorso è differente per quanto riguarda i settori tecnologia elettronica e vendita al dettaglio, i cui scatterplot non suggeriscono l'esistenza di una relazione lineare tra i rendimenti dei titoli che ne fanno parte.

## Analisi di previsione

Procediamo con l'analisi di previsione su serie temporali.

Il modello che è stato selezionato per effettuare le previsioni è il modello lineare **ARIMA**. A differenza del modello ARMA, il modello ARIMA consente di effettuare previsioni sufficientemente accurate anche su serie temporali non necessariamente stazionarie: ciò è possibile grazie alla componente I (Integrated) del modello, la quale si occupa di differenziare la serie temporale al fine di renderla stazionaria (e pertanto adatta a diventare oggetto di previsioni di un modello lineare).

L'oggetto delle previsioni è la serie dei prezzi di chiusura giornalieri dei titoli scelti negli ultimi 10 anni.

Le serie dei prezzi, a differenza di quelle dei rendimenti, sono quasi sempre non stazionarie: per conferma attuiamo il test statistico **Augmented Dickey-Fuller** (il quale consente di verificare se una serie temporale è stazionaria) sulla serie dei prezzi giornalieri di ciascun titolo.

Ticker	ADF Statistic	p-value	Critical Value (1%)	Critical Value (5%)	Critical Value (10%)
AAPL	0.033610	0.961225	-3.432971	-2.862698	-2.567386
INTC	-2.184326	0.211983	-3.432961	-2.862694	-2.567384
AMZN	-0.651671	0.858874	-3.432980	-2.862702	-2.567389
WMT	0.590037	0.987367	-3.432961	-2.862694	-2.567384
V	-0.389447	0.911846	-3.432968	-2.862697	-2.567386
MA	-0.344424	0.918973	-3.432968	-2.862697	-2.567386

I dati emersi dall'applicazione del test sulle diverse serie dei prezzi dei titoli confermano le aspettative: nessuna serie dei prezzi è stazionaria, così come testimoniano il valore ADF e il p-value.

Per utilizzare in maniera corretta il modello ARIMA, i dati a disposizione sono stati suddivisi come segue:

- 80 mesi di dati sono stati utilizzati come **training set** per l'addestramento del modello
- 30 mesi di dati sono stati utilizzati come **validation set** per l'ottimizzazione degli iperparametri
- 10 mesi di dati sono infine stati utilizzati come **test set** per effettuare le previsioni e confrontarle con le rilevazioni reali, verificando la bontà del modello

La procedura di ottimizzazione degli iperparametri è stata attuata per individuare la terna di iperparametri  $(p, d, q)$  più adeguata per effettuare la previsione.

Tale procedura effettua i seguenti passi per ciascuna terna di iperparametri:

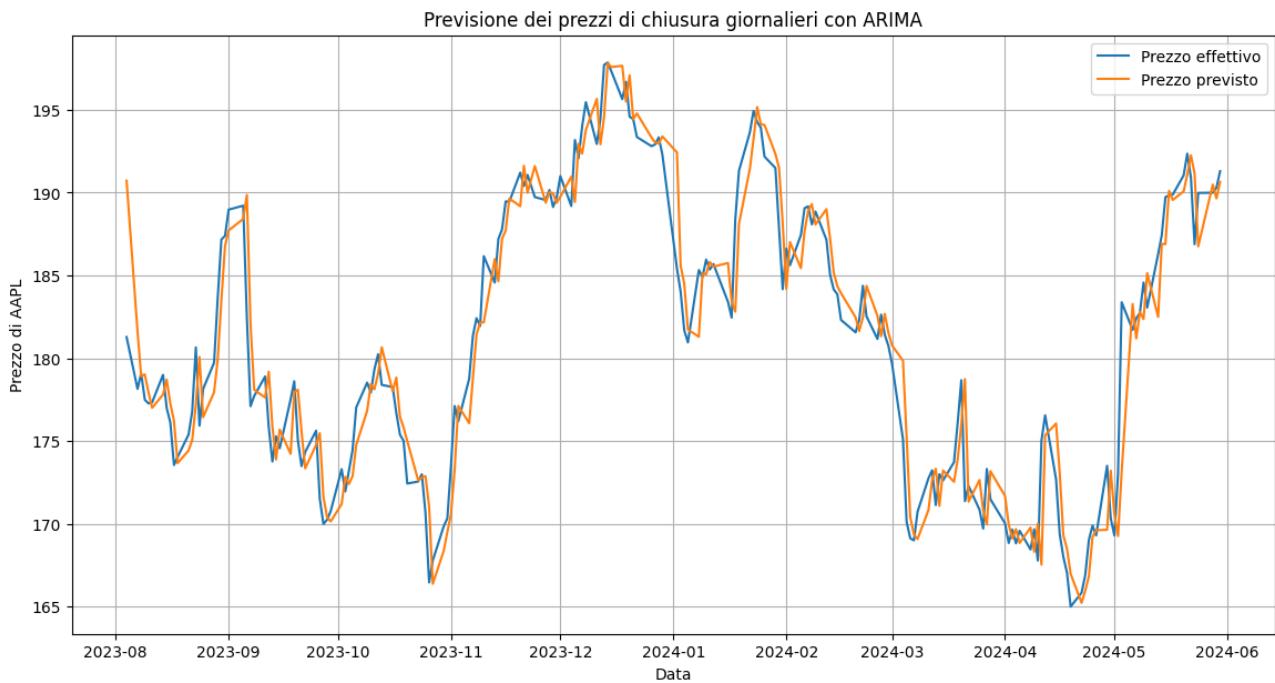
1. Addestra il modello ARIMA sui dati di training
2. Effettua la previsione sui dati di validazione
3. Calcola l'errore commesso dalla previsione sui dati di validazione
4. Memorizza la terna di iperparametri che ha condotto ad un errore più basso

Una volta individuata la corretta configurazione degli iperparametri, i dati di training e quelli di validazione sono stati uniti insieme ed utilizzati per addestrare nuovamente il modello con la terna di iperparametri individuata in precedenza.

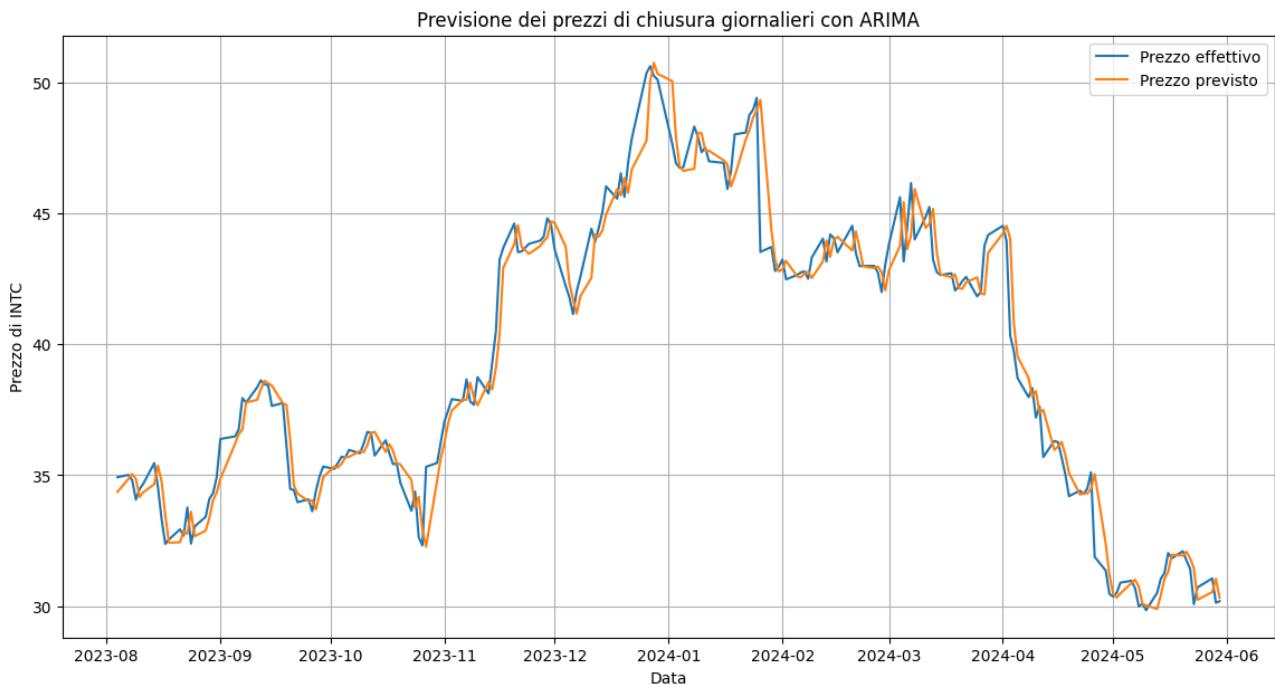


Le previsioni sul test set vengono effettuate giorno per giorno: ogni giorno si confronta la previsione effettuata il giorno precedente con il dato effettivo del giorno corrente, calcolando poi la radice dell'errore quadratico medio commesso tra tutte le previsioni.

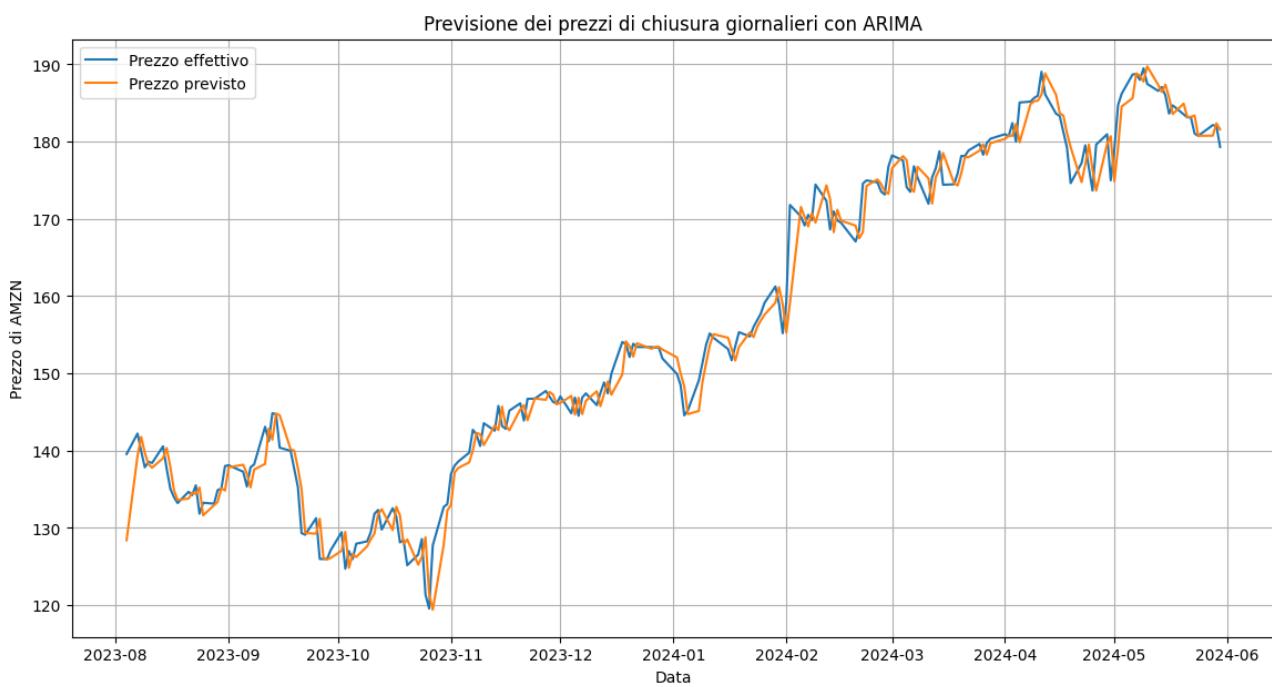
Il confronto tra previsioni e dati reali viene poi effettuato visualizzando entrambe le serie sullo stesso grafico, consentendo in questo modo l'analisi congiunta dei due andamenti e permettendo di visualizzare graficamente l'accuratezza delle previsioni rispetto alle rilevazioni reali.



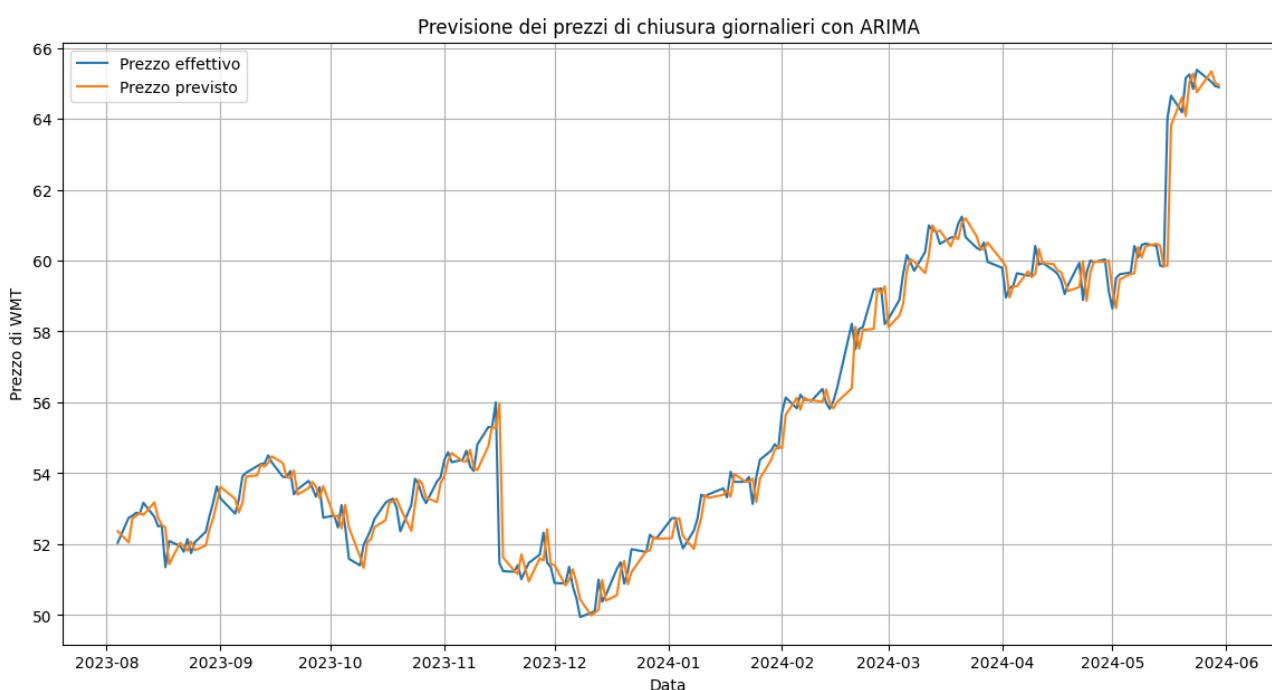
Previsione dei prezzi di chiusura di Apple (RMSE = 2.43)



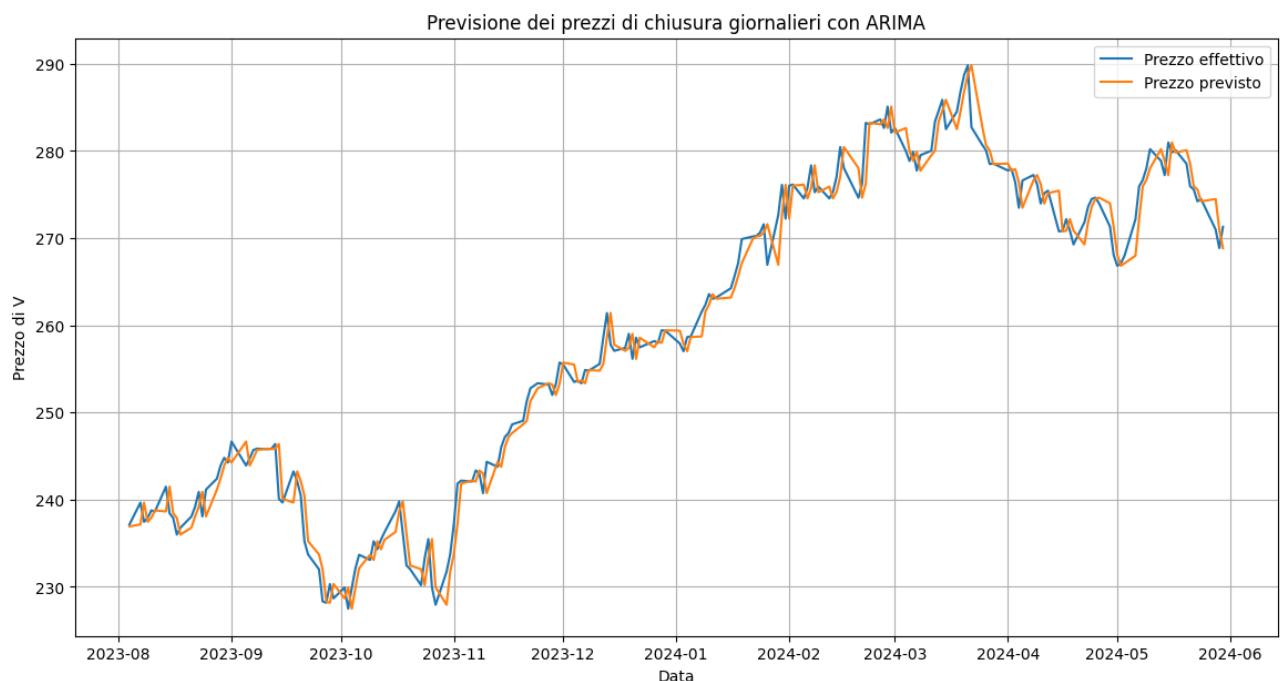
Previsione dei prezzi di chiusura di Intel (RMSE = 0.99)



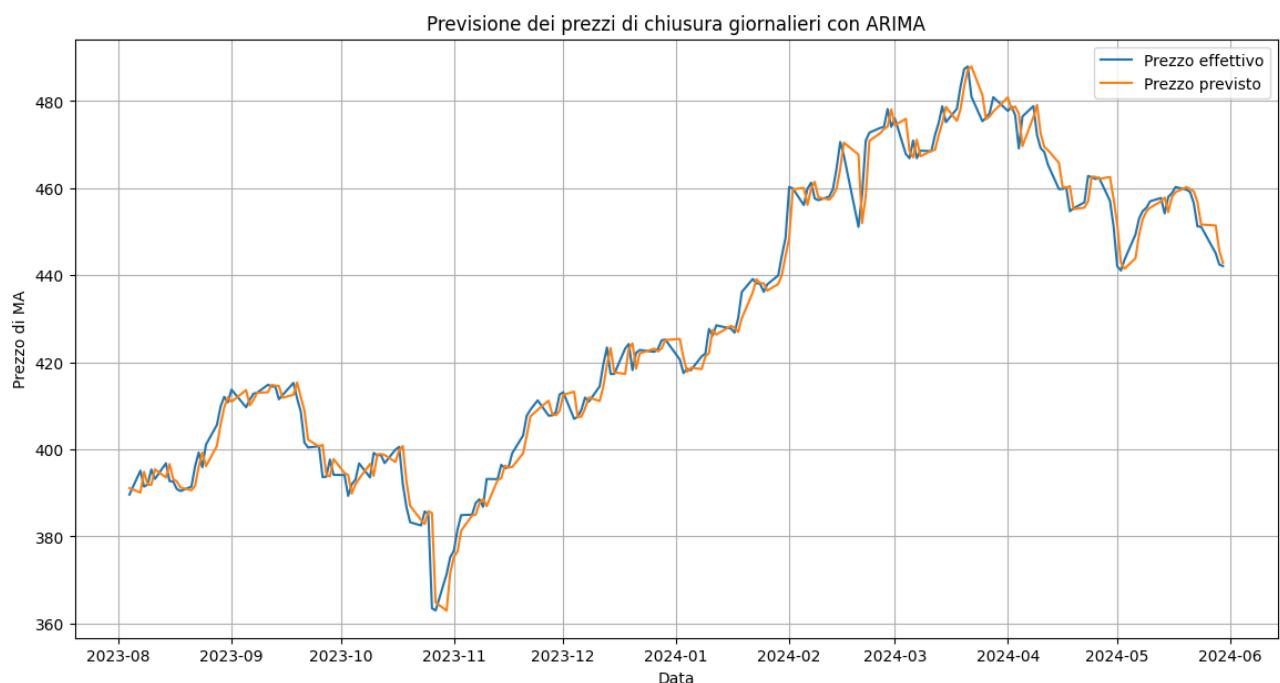
Previsione dei prezzi di chiusura di Amazon (RMSE = 2.66)



Previsione prezzi di chiusura Walmart (RMSE = 0.63)



Previsione prezzi di chiusura Visa (RMSE = 2.21)



Previsione prezzi di chiusura Mastercard (RMSE = 4.13)

# Strategie di trading e backtesting

## Costruzione della strategia di trading

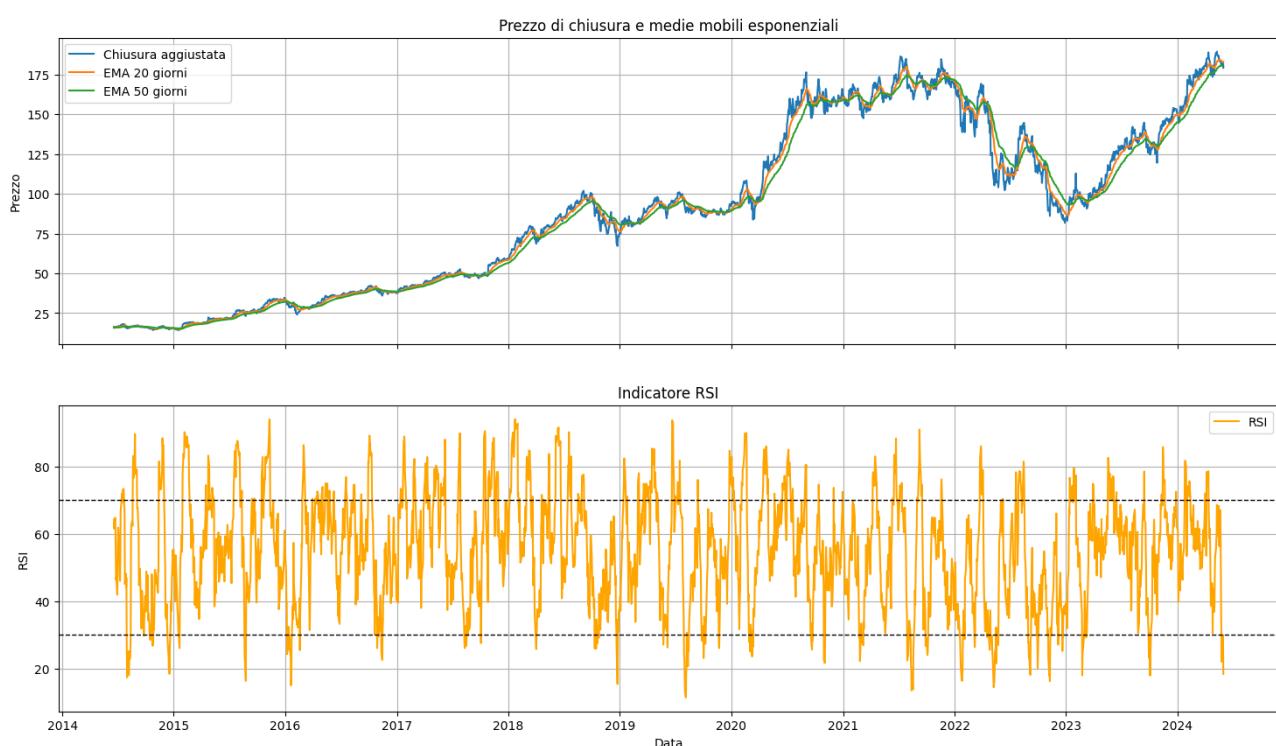
La strategia che è stata sviluppata comprende l'utilizzo congiunto di **medie mobili esponenziali** (una a breve termine ed una a lungo termine) e dell'**indicatore RSI**.

La scelta di utilizzare le medie mobili esponenziali deriva dal fatto che, rispetto alle medie mobili semplici, le medie mobili esponenziali sono in grado di adeguarsi più rapidamente ai trend in corso: questo contribuisce alla costruzione di una strategia di trading più reattiva di quella che si potrebbe costruire utilizzando le medie mobili semplici.

Dal momento che il solo utilizzo delle medie mobili esponenziali avrebbe potuto portare alla generazione di falsi segnali di trading, la strategia fa uso anche dell'indicatore RSI.

L'osservazione degli incroci delle medie mobili esponenziali permette di identificare il **trend** attualmente in corso sul mercato, mentre il monitoraggio dell'indicatore RSI consente di misurarne il **momentum**: in questo modo, la strategia genera segnali di trading basati non solo sul trend in corso, ma anche sulla forza di tale trend.

Dal momento che dalle precedenti analisi abbiamo individuato in Amazon il titolo con la maggiore crescita negli ultimi 10 anni, calcoliamo gli indicatori ed applichiamo la strategia sul titolo Amazon.



Medie mobili esponenziali ed indicatore RSI per il titolo Amazon

Secondo la strategia viene generato un **segnale di acquisto** quando le seguenti condizioni sono soddisfatte:

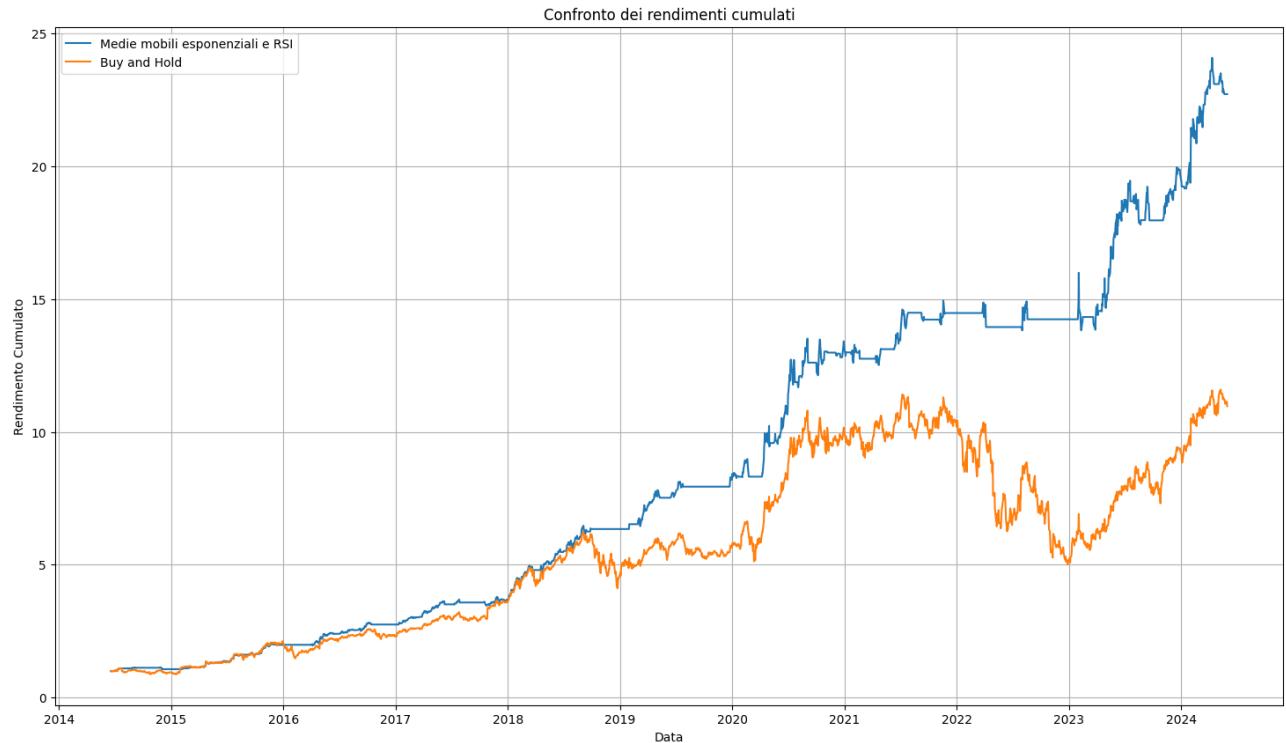
- La media mobile esponenziale a breve termine (20 giorni) sorpassa dal basso verso l'alto la media mobile esponenziale a lungo termine (50 giorni), testimoniano un trend al rialzo
- L'indice RSI supera il valore 50, confermando che il trend rialzista è abbastanza intenso

Secondo la strategia viene generato un **segnale di vendita** quando le seguenti condizioni sono soddisfatte:

- La media mobile esponenziale a breve termine (20 giorni) sorpassa dall'alto verso il basso la media mobile esponenziale a lungo termine (50 giorni), testimoniando un trend al ribasso
- L'indice RSI scende sotto il valore 50, confermando che il trend ribassista è abbastanza intenso

## Confronto con la strategia buy and hold

Una volta simulata l'applicazione della strategia, procediamo al confronto tra i rendimenti cumulati generati dalla strategia con quelli generati dalla classica buy and hold.



Chiaramente la strategia è stata applicata su dati storici ed in totale assenza di costi (tra cui quelli di transazione): per questo motivo, i rendimenti cumulati sono ovviamente più alti di quelli che si otterrebbero in un contesto reale.

## CAPM

### Coefficiente beta

Il calcolo del coefficiente beta rispetto al mercato è stato svolto secondo la seguente formula:

$$\beta_i = \frac{R_i - r_f}{R_M - r_f}$$

dove  $R_i$  rappresenta il rendimento del titolo  $i$ ,  $R_M$  rappresenta il rendimento del mercato e  $r_f$  rappresenta il tasso di interesse risk-free.

Calcolando il coefficiente beta come rapporto tra premio di rischio di ciascun titolo e premio di mercato, bisogna per prima cosa reperire i dati relativi a ciascun titolo, al mercato e al risk-free.

Per quanto riguarda il tasso risk-free mensile è stato fatto uso della funzione `famaFrench3Factor()` per scaricare tutti i dati mensili relativi al modello a tre fattori di Fama e French, compreso il tasso risk-free a un mese.

Verrà ovviamente fatto uso del DataFrame completo contenente i dati di Fama e French anche nella prossima sezione (relativa proprio al modello a tre fattori), per ora viene usata la sola colonna RF.

Per rappresentare il mercato è stato fatto uso dei dati relativi all'indice S&P500, i cui prezzi di chiusura sono stati ottenuti mediante la funzione `prendi_dati_titolo()`.

Dopo aver calcolato i rendimenti netti mensili ed il premio di mercato (come differenza tra rendimento netto mensile dell'indice e tasso risk-free mensile), i dati sono stati opportunamente predisposti in un apposito DataFrame.

Date	Mkt-RF	SMB	HML	RF
2014-07-31	-0.0204	-0.0429	0.0003	0.0000
2014-08-31	0.0424	0.0040	-0.0045	0.0000
2014-09-30	-0.0197	-0.0371	-0.0134	0.0000
2014-10-31	0.0252	0.0421	-0.0181	0.0000
2014-11-30	0.0255	-0.0206	-0.0309	0.0000
...	...	...	...	...
2023-12-31	0.0487	0.0634	0.0493	0.0043
2024-01-31	0.0070	-0.0509	-0.0238	0.0047
2024-02-29	0.0506	-0.0024	-0.0349	0.0042
2024-03-31	0.0283	-0.0249	0.0419	0.0043
2024-04-30	-0.0467	-0.0239	-0.0051	0.0047

Dati di Fama e French

Date	Chiusura aggiustata	Rendimento netto mensile	Premio di mercato
2014-07-31	1930.670044	-0.015080	-0.015080
2014-08-31	2003.369995	0.037655	0.037655
2014-09-30	1972.290039	-0.015514	-0.015514
2014-10-31	2018.050049	0.023201	0.023201
2014-11-30	2067.560059	0.024534	0.024534
...	...	...	...
2023-12-31	4769.830078	0.044229	0.039929
2024-01-31	4845.649902	0.015896	0.011196
2024-02-29	5096.270020	0.051721	0.047521
2024-03-31	5254.350098	0.031019	0.026719
2024-04-30	5035.689941	-0.041615	-0.046315

Dati relativi al mercato (indice S&P500)

I dati mensili dei titoli, già parzialmente processati in precedenza, sono stati anch'essi inseriti in un apposito DataFrame; il premio di rischio è stato calcolato come differenza tra rendimento netto mensile del titolo e tasso risk-free mensile.

Ticker	Date	Chiusura aggiustata	Rendimento netto mensile	Premio di rischio
AAPL	2014-07-31	21.169064	0.028731	0.028731
	2014-08-31	22.809855	0.077509	0.077509
	2014-09-30	22.420420	-0.017073	-0.017073
	2014-10-31	24.033798	0.071960	0.071960
	2014-11-30	26.580873	0.105979	0.105979
...	...	...	...	...
WMT	2023-12-31	52.190979	0.016350	0.012050
	2024-01-31	54.707005	0.048208	0.043508
	2024-02-29	58.209579	0.064024	0.059824
	2024-03-31	59.962444	0.030113	0.025813
	2024-04-30	59.145275	-0.013628	-0.018328

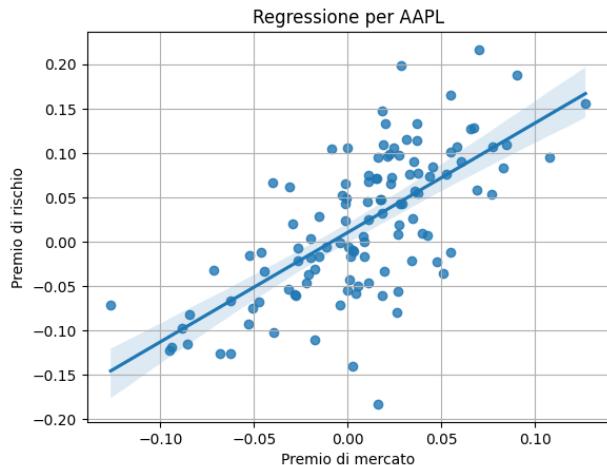
Dati relativi ai titoli

Una volta ottenuti tutti i dati necessari, il coefficiente beta è stato stimato attraverso un meccanismo di regressione lineare: grazie alla libreria **statsmodels** è stato possibile effettuare la regressione tra il premio di rischio ed il premio di mercato, ottenendo così un'equazione del tipo

$$y = \beta x + q$$

in cui  $y = R_i - r_f$  (premio di rischio), mentre  $x = R_M - r_f$  (premio di mercato); l'introduzione di una costante  $q$  consente al modello una migliore stima del coefficiente beta, dal momento che la sua aggiunta consente alla retta di regressione di non passare necessariamente per l'origine.

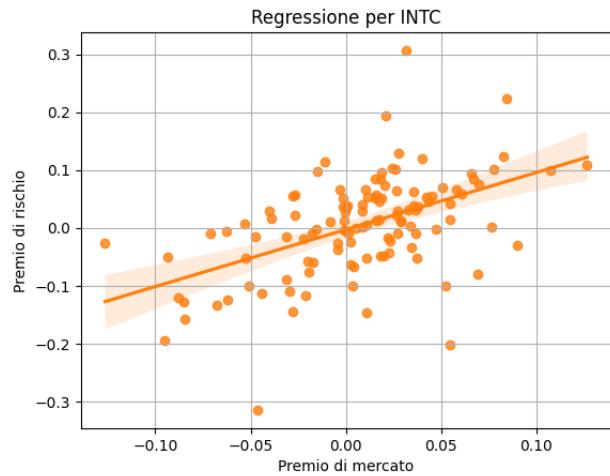
Vediamo quindi i dati emersi dalla regressione su ciascun titolo.



Esposizione al rischio di mercato per il titolo AAPL

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
const	0.0104	0.006	1.874	0.063	-0.001	0.021
Premio di mercato	1.2339	0.124	9.978	0.000	0.989	1.479

Stima del coefficiente beta - Apple



Esposizione al rischio di mercato per il titolo INTC

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
const	-0.0030	0.007	-0.424	0.672	-0.017	0.011
Premio di mercato	0.9850	0.156	6.326	0.000	0.677	1.293

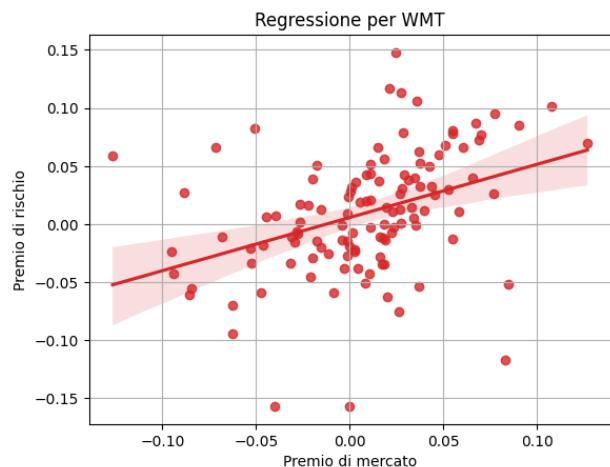
Stima del coefficiente beta - Intel



Esposizione al rischio di mercato per il titolo AMZN

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
const	0.0131	0.007	1.983	0.050	1.8e-05	0.026
Premio di mercato	1.2776	0.147	8.674	0.000	0.986	1.569

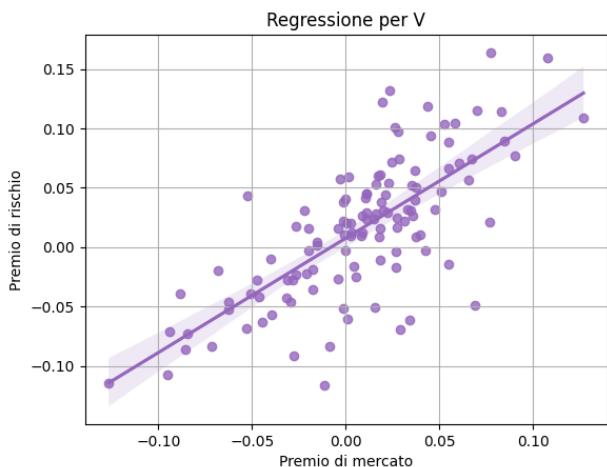
Stima del coefficiente beta - Amazon



Esposizione al rischio di mercato per il titolo WMT

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
const	0.0057	0.005	1.258	0.211	-0.003	0.015
Premio di mercato	0.4582	0.101	4.515	0.000	0.257	0.659

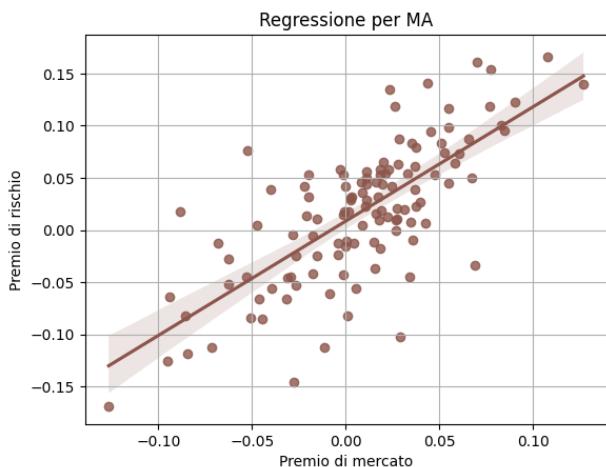
Stima del coefficiente beta - Walmart



Esposizione al rischio di mercato per il titolo V

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
const	0.0075	0.004	1.968	0.051	-4.75e-05	0.015
Premio di mercato	0.9634	0.085	11.400	0.000	0.796	1.131

Stima del coefficiente beta - Visa



Esposizione al rischio di mercato per il titolo MA

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
const	0.0085	0.004	1.979	0.050	-7.06e-06	0.017
Premio di mercato	1.0972	0.095	11.509	0.000	0.908	1.286

Stima del coefficiente beta - Mastercard

Per avere una più chiara visione d'insieme, componiamo un DataFrame contenente per ciascun titolo il valore del coefficiente beta e della relativa costante.

Ticker	Beta
AAPL	1.233943
INTC	0.984974
AMZN	1.277578
WMT	0.458196
V	0.963382
MA	1.097197

Beta di ciascun titolo

## Rendimento atteso annuo

Facendo uso dei coefficienti beta calcolati nel punto precedente, è possibile calcolare il rendimento atteso annuo di ciascun titolo.

Per farlo è sufficiente applicare la formula del Capital Asset Pricing Model:

$$E(R_i) = r_f - \beta_i (E(R_M) - r_f)$$

I dati necessari per ottenere il rendimento atteso annuo sono quindi il tasso di interesse sugli strumenti risk-free a un anno ed il premio di mercato atteso annuo.

Tali informazioni sono state dedotte con le seguenti modalità:

- Il **premio di mercato atteso** è stato stimato calcolando la media del premio di mercato (sull'indice S&P500) dal 1980 fino alla fine del periodo considerato per le analisi
- Il **tasso di interesse risk-free a un anno** è stato osservato sui T-Bills a un anno<sup>9</sup> in corrispondenza della fine del periodo considerato per le analisi

<sup>9</sup> Fonte: *Market Yield on U.S. Treasury Securities at 1-Year Constant Maturity, Quoted on an Investment Basis*

I valori emersi dalla stima del premio di mercato e dall'osservazione del tasso di interesse risk-free a un anno sono rispettivamente **0.0583** e **0.0518**.

A questo punto è stata semplicemente applicata la formula del CAPM, ottenendo i rendimenti attesi annui per ciascun titolo riportati a lato.

Ticker	Rendimento atteso annuo
AAPL	0.123756
INTC	0.109238
AMZN	0.126301
WMT	0.078519
V	0.107979
MA	0.115782

Rendimenti attesi annui

## Esposizione ai fattori di Fama e French

Visualizziamo infine quanto ciascun titolo è esposto ai diversi fattori di Fama French: anche in questo caso, i coefficienti dei diversi fattori sono stati stimati attraverso un processo di regressione lineare.

Ricapitoliamo brevemente il significato dei fattori di rischio di Fama e French per poter fare osservazioni sui risultati dei titoli scelti:

- **MKT (Market)**

è il fattore che rappresenta il rischio di mercato; maggiore è il suo coefficiente, maggiore è la sensibilità del titolo ai movimenti del mercato.

Se il fattore è significativo, allora significa che il rendimento del titolo è influenzato dai movimenti del mercato.

- **SMB (Small Minus Big)**

è il fattore che rappresenta il rischio legato alla dimensione della società; maggiore è il suo coefficiente, maggiore è la tendenza del titolo a comportarsi come una piccola società.

Se il fattore è significativo, allora significa che il rendimento del titolo è influenzato dalle dimensioni della società.

- **HML (High Minus Low)**

è il fattore che rappresenta il rischio legato al rapporto tra valore contabile e prezzo di mercato; maggiore è il suo coefficiente, maggiore è la tendenza del titolo a comportarsi come un'azione Value (alto rapporto valore contabile / prezzo di mercato).

### Esposizione ai fattori Fama French per il titolo AAPL

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
Intercept	0.0074	0.005	1.405	0.163	-0.003	0.018
MKT	1.2330	0.117	10.504	0.000	1.000	1.466
SMB	-0.2218	0.195	-1.135	0.259	-0.609	0.165
HML	-0.5634	0.137	-4.102	0.000	-0.835	-0.291

### Esposizione ai fattori Fama French per il titolo INTC

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
Intercept	-0.0040	0.007	-0.557	0.579	-0.018	0.010
MKT	0.9527	0.159	5.988	0.000	0.638	1.268
SMB	-0.0802	0.265	-0.303	0.763	-0.605	0.445
HML	0.0452	0.186	0.243	0.809	-0.324	0.414

### Esposizione ai fattori Fama French per il titolo AMZN

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
Intercept	0.0088	0.006	1.559	0.122	-0.002	0.020
MKT	1.3138	0.126	10.433	0.000	1.064	1.563
SMB	-0.3186	0.210	-1.520	0.131	-0.734	0.097
HML	-0.9690	0.147	-6.578	0.000	-1.261	-0.677

### Esposizione ai fattori Fama French per il titolo WMT

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
Intercept	0.0033	0.004	0.752	0.454	-0.005	0.012
MKT	0.5207	0.098	5.292	0.000	0.326	0.716
SMB	-0.5321	0.164	-3.249	0.002	-0.857	-0.208
HML	-0.1899	0.115	-1.650	0.102	-0.418	0.038

### Esposizione ai fattori Fama French per il titolo V

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
Intercept	0.0050	0.004	1.328	0.187	-0.002	0.012
MKT	0.9913	0.084	11.802	0.000	0.825	1.158
SMB	-0.4658	0.140	-3.331	0.001	-0.743	-0.189
HML	-0.0942	0.098	-0.959	0.340	-0.289	0.100

### Esposizione ai fattori Fama French per il titolo MA

	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
Intercept	0.0062	0.004	1.439	0.153	-0.002	0.015
MKT	1.1173	0.096	11.652	0.000	0.927	1.307
SMB	-0.4348	0.160	-2.723	0.007	-0.751	-0.119
HML	0.0349	0.112	0.311	0.756	-0.187	0.257

Ticker	Intercetta	MKT	SMB	HML	MKT significativo?	SMB significativo?	HML significativo?
AAPL	0.007413	1.233031	-0.221757	-0.563416	si	no	si
INTC	-0.003979	0.952714	-0.080200	0.045194	si	no	no
AMZN	0.008821	1.313817	-0.318636	-0.969033	si	no	si
WMT	0.003323	0.520684	-0.532130	-0.189875	si	si	no
V	0.005012	0.991254	-0.465787	-0.094233	si	si	no
MA	0.006200	1.117294	-0.434791	0.034918	si	si	no

Fattori di Fama e French di ciascun titolo

Nel DataFrame riepilogativo sono state aggiunte delle colonne che indicano quanto ciascun fattore è effettivamente significativo per la stima del modello di ogni titolo: ciò è stato fatto osservando il valore t prodotto dalla regressione (se il valore assoluto di t è maggiore di 2, allora il coefficiente è significativo).

Da quanto emerge dai dati, tutti i titoli sono esposti al rischio di mercato (il coefficiente MKT è significativo per tutti i titoli): solo Apple, Amazon e Mastercard hanno però le potenzialità per poter battere le performance del mercato, così come testimonia il loro coefficiente maggiore di 1.

Salta subito all'occhio che gli unici due titoli aventi un coefficiente significativo sul fattore HML sono Apple e Amazon, così come ci si dovrebbe aspettare: il loro coefficiente è infatti negativo, a testimonianza del loro comportamento da azioni Growth; Apple e Amazon sono infatti i due titoli che, come abbiamo visto precedentemente, hanno avuto la maggiore crescita.

Infine, osserviamo che il fattore SMB è significativo soltanto per società come Walmart, Visa e Mastercard: tutte e tre hanno coefficiente negativo sul fattore dimensione, ciò significa che mantengono comportamenti da grandi società (tendono ad essere meno volatili e vengono quindi percepiti dagli investitori come meno rischiosi).

## Costruzione di portafoglio

### Costruzione del portafoglio ottimale e calcolo del suo beta

La costruzione del portafoglio ottimale sulla base dei titoli scelti è stata effettuata utilizzando i primi 108 mesi di dati secondo due diverse modalità:

- **Simulazione Monte Carlo**

sono state generate casualmente 100mila configurazioni di pesi da attribuire ai diversi titoli al fine di costituire un portafoglio finanziario; successivamente è stato scelto il portafoglio con il maggiore Sharpe Ratio tra quelli generati casualmente

- **Metodo analitico**

è stata calcolata la frontiera efficiente costituita dalle configurazioni di pesi che minimizzano la volatilità a fronte del rendimento (utilizzando la funzione `minimize()` della libreria `scipy`); successivamente è stato scelto il portafoglio con il maggiore Sharpe Ratio tra quelli presenti sulla frontiera efficiente generata dalla funzione

...	AAPL	INTC	AMZN	WMT	V	MA
AAPL	0.080455	0.031617	0.050531	0.017886	0.031972	0.036724
INTC	0.031617	0.076128	0.027169	0.008493	0.025599	0.026367
AMZN	0.050531	0.027169	0.103216	0.012652	0.030637	0.032158
WMT	0.017886	0.008493	0.012652	0.035246	0.011195	0.009638
V	0.031972	0.025599	0.030637	0.011195	0.043204	0.044516
MA	0.036724	0.026367	0.032158	0.009638	0.044516	0.055412

L'ottimizzazione di portafoglio è stata svolta sia utilizzando i rendimenti passati (sotto forma di rendimenti medi annualizzati) dei titoli, che utilizzando i rendimenti attesi calcolati in precedenza mediante il CAPM.

I rendimenti medi annualizzati sono stati individuati calcolando la media dei rendimenti mensili dei 108 mesi considerati, espressa poi su base annua.

Per avere invece una misura della volatilità dei diversi titoli, è stata impiegata la matrice di covarianza sul periodo considerato.

Rendimento netto medio annualizzato	
Ticker	Length: 6, dtype: float64
AAPL	0.290865
INTC	0.075254
AMZN	0.283420
WMT	0.121548
V	0.196606
MA	0.221581

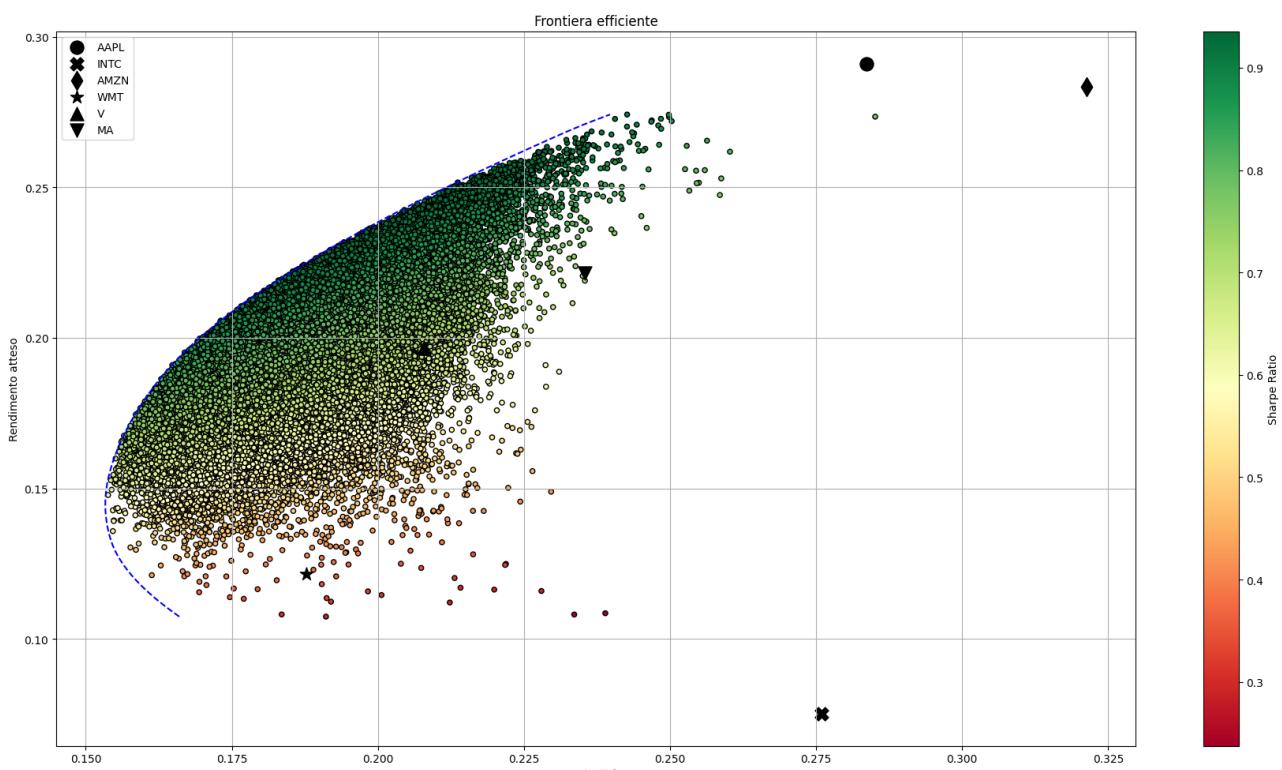
Rendimenti medi annualizzati

Rendimento atteso annuo	
Ticker	Length: 6, dtype: float64
AAPL	0.123756
INTC	0.109238
AMZN	0.126301
WMT	0.078519
V	0.107979
MA	0.115782

Rendimenti attesi annui

Per prima cosa visualizziamo attraverso un grafico i risultati dell'ottimizzazione effettuata utilizzando i rendimenti medi annualizzati.

Ciascun punto del grafico rappresenta la coppia volatilità-rendimento di un portafoglio generato casualmente con il metodo di simulazione, mentre la linea tratteggiata blu rappresenta la frontiera efficiente calcolata con il metodo analitico.



Frontiera efficiente con rendimenti passati

La gradazione di colore di ciascun punto rappresenta il suo livello di Sharpe Ratio (la cui scala è visualizzabile sulla destra del grafico): più un punto è colorato intensamente di verde, maggiore è il suo Sharpe Ratio.

I portafogli ottimali ottenuti utilizzando i due diversi metodi con i rendimenti passati sono rispettivamente i seguenti:

	Peso
AAPL	39.03%
INTC	0.18%
AMZN	21.56%
WMT	9.95%
V	0.51%
MA	28.77%

	Valore
Rendimenti	25.16%
Volatilità	21.37%
Sharpe Ratio	0.94
Beta	1.13

	Peso
AAPL	38.17%
INTC	0.00%
AMZN	22.09%
WMT	9.43%
V	0.00%
MA	30.31%

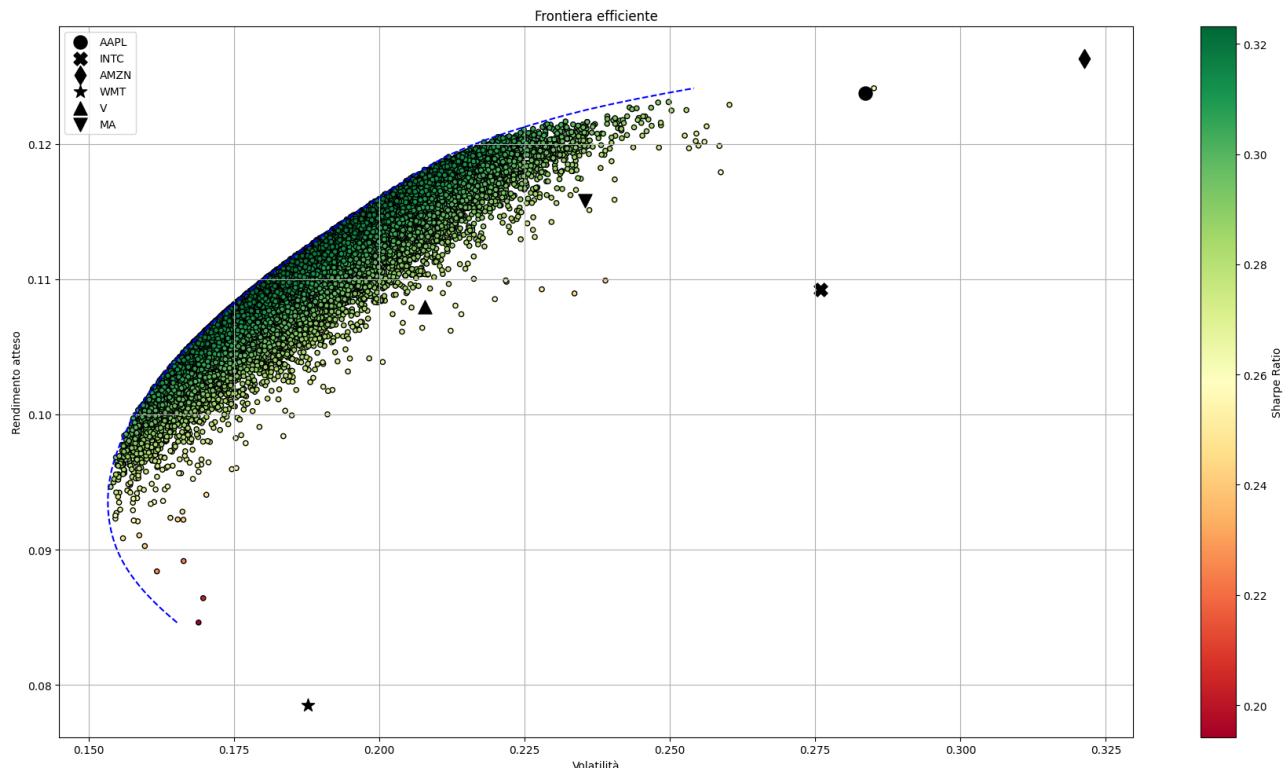
	Valore
Rendimenti	25.23%
Volatilità	21.41%
Sharpe Ratio	0.94
Beta	1.13

Portafoglio ottimale con rendimenti passati (metodo di simulazione)

Portafoglio ottimale con rendimenti passati (metodo analitico)

Come emerge dai pesi dei portafogli ottimali ottenuti mediante i due metodi di ottimizzazione, Visa e soprattutto Intel pare siano titoli da evitare nella costruzione di un buon portafoglio.

Applichiamo nuovamente la procedura da capo, questa volta utilizzando i rendimenti attesi calcolati con il CAPM.



Dal punto di vista grafico, la frontiera efficiente si mostra piuttosto diversa da prima: questo perché i rendimenti attesi sono decisamente più bassi dei rendimenti medi annualizzati.

I portafogli ottimali ottenuti utilizzando i due diversi metodi con i rendimenti passati sono rispettivamente i seguenti:

	Peso
AAPL	13.59%
INTC	15.91%
AMZN	17.54%
WMT	16.05%
V	7.09%
MA	29.82%

	Valore
Rendimento	11.11%
Volatilità	18.36%
Sharpe Ratio	0.32
Beta	1.02

	Peso
AAPL	13.65%
INTC	16.97%
AMZN	16.63%
WMT	15.70%
V	3.88%
MA	33.16%

	Valore
Rendimento	11.14%
Volatilità	18.42%
Sharpe Ratio	0.32
Beta	1.02

Portafoglio ottimale con rendimenti attesi  
(metodo di simulazione)

Portafoglio ottimale con rendimenti attesi  
(metodo analitico)

In questo caso i pesi dei due portafogli sono ben diversi dai precedenti: Intel e Visa hanno trovato decisamente più spazio in questi nuovi portafogli ottimali.

Il coefficiente beta dei diversi portafogli è stato calcolato sfruttando il coefficiente beta calcolato nella sezione relativa al CAPM: il beta di ogni portafoglio è stato ottenuto come prodotto scalare tra i beta dei diversi titoli e i pesi che tali titoli occupano all'interno di ciascun portafoglio ottimale.

## Confronto con il portafoglio effettivo

Concludiamo vedendo le performance del portafoglio effettivo (calcolato sia con i rendimenti passati che con quelli attesi) per poterlo comparare con quelli ottimali individuati prima.

Ricordiamo che con portafoglio effettivo si intende il portafoglio in cui tutti i titoli hanno lo stesso peso.

	Peso
AAPL	16.67%
INTC	16.67%
AMZN	16.67%
WMT	16.67%
V	16.67%
MA	16.67%

	Valore
Rendimento	19.82%
Volatilità	18.17%
Sharpe Ratio	0.81

	Peso
AAPL	16.67%
INTC	16.67%
AMZN	16.67%
WMT	16.67%
V	16.67%
MA	16.67%

	Valore
Rendimento	10.94%
Volatilità	18.79%
Sharpe Ratio	0.31

Portafoglio effettivo con rendimenti passati

Portafoglio effettivo con rendimenti attesi

Per quanto riguarda i portafogli ottimali calcolati sui rendimenti passati, lo Sharpe Ratio è leggermente superiore di quello ottenibile con il semplice portafoglio effettivo; lo stesso non si può dire per quanto riguarda i portafogli ottimali calcolati sui rendimenti attesi, il cui Sharpe Ratio è soltanto un punto percentuale più alto rispetto a quello del portafoglio effettivo.