

<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>P</i> \implies <i>Q</i>
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>P</i> \iff <i>Q</i>
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Disuguaglianza triangolare

$$\forall x_1,x_2\in\mathbb{R}\quad |x_1+x_2|\leq |x_1|+|x_2|$$

Trasformazioni di funzioni

- Riflessione rispetto all'asse delle x: $-f(x)$
- Riflessione rispetto all'asse delle y: $f(-x)$
- Valore assoluto di f: $|f(x)|$
- Parte positiva di f:

$$f_+(x)=\begin{cases} f(x) & f(x)\geq 0\\ 0 & f(x)< 0 \end{cases}$$

- Parte negativa di f:

$$f_-(x)\begin{cases} -f(x) & f(x)\leq 0\\ 0 & f(x)> 0 \end{cases}$$

- Traslazione verticale: $f(x)+a$
- Traslazione orizzontale: $f(x+a)$
- Riscaldamento verticale: $k\cdot f(x)$
 - dilatazione se $k>1$
 - compressione se $0<k<1$
- Riscaldamento orizzontale: $f(k\cdot x)$
 - dilatazione se $0<k<1$
 - compressione se $k>1$

Fattoriale

$$n!:=1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot n$$

Proprietà:

- $n!=n\cdot (n-1)!$
- $\frac{n!}{(n-k)!}=n\cdot (n-1)\cdot \ldots \cdot (n-k+1)$

Limiti notevoli

- $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{\sin(x)}{x}=1$
- $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{1-\cos(x)}{x^2}=\frac{1}{2}$
- $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{\tan(x)}{x}=1$

<i>θ</i>	0	⁠π/6⁠	⁠π/4⁠	⁠π/3⁠	⁠π/2⁠
sin <i>θ</i>	0	⁠√3/2⁠	⁠√2/2⁠	⁠1/2⁠	1
cos <i>θ</i>	1	⁠1/2⁠	⁠√2/2⁠	⁠√3/2⁠	0

Numeri complessi

- Forme:
 - Cartesiana: $z=x+yi$
 - Trigonometrica: $z=|z|(\cos\theta+i\sin\theta)$
 - Esponenziale: $z=|z|e^{i\theta}$
- Coniugato: $\bar{z}=x-iy$
- Modulo: $|z|=\sqrt{x^2+y^2}$
- Reciproco: $z^{-1}=\frac{\bar{z}}{|z|}$
- Somma:
 - $z_1+z_2=(x_1+x_2)+i(y_1+y_2)$
- Prodotto:
 - $z\cdot a=ax+ia y$
 - $z_1\cdot z_2=(x_1x_2-y_1y_2)+i(x_1y_2+x_2y_1)$
 - $z_1\cdot z_2=|z_1||z_2|(\cos(\theta_1+\theta_2)+i\sin(\theta_1+\theta_2)$
 - $z_1\cdot z_2=|z_1||z_2|e^{i(\theta_1+\theta_2)}$
- Quoziente:
 - $\frac{z_1}{z_2}=\frac{|z_1|}{|z_2|}(\cos(\theta_1-\theta_2)+i\sin(\theta_1-\theta_2))$
 - $\frac{z_1}{z_2}=\frac{|z_1|}{|z_2|}e^{i(\theta_1-\theta_2)}$
- Elevamento a potenza:
 - $z^n=|z|^n(\cos(n\cdot\theta)+i\sin(n\cdot\theta))$
 - $z^n=|z|^ne^{i\cdot n\cdot\theta}$
- Proprietà:
 - $\overline{z+w}=\bar{z}+\bar{w}$
 - $\overline{z\cdot w}=\bar{z}\cdot\bar{w}$
 - $z+\bar{z}=2\mathrm{Re}(z)$
 - $z-\bar{z}=2i\mathrm{Im}(z)$
 - $|z|=0\iff z=0$
 - $|z+w|\leq |z|+|w|$
 - $z\cdot\bar{z}=|z|^2$
 - $|z\cdot w|=|z|\cdot|w|$

Coefficiente binomiale

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!\cdot (n-1)!}=\frac{n\cdot (n-1)\cdot \ldots \cdot (n-k-1)}{k!}$$

Proprietà:

- $\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1$
- $\binom{n}{k}=\binom{n}{n-k}$
- $\binom{n}{k}=\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}$
- Binomio di Newton

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^n\binom{n}{k}\cdot a^{n-k}\cdot b^k$$

Successioni

- Limitatezza delle successioni convergenti:
$$a_n\rightarrow l\implies \forall n\in\mathbb{N}\,\exists M\in\mathbb{R}:|a_n|\leq M$$
- Successione di Nepero:

$$\exists\lim_{n\rightarrow +\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=e$$

$$\lim_{n\rightarrow +\infty}|a_n|=+\infty\implies \lim_{n\rightarrow +\infty}\left(1+\frac{1}{a_n}\right)^n=e$$

- Permanenza del segno:
$$x_n\rightarrow l>0\implies \exists\bar{n}:\forall n\geq \bar{n},\,x_n>0$$
- Confronto:
$$a_n\rightarrow a,\,b_n\rightarrow b,\,\exists\bar{n}:\forall n\geq \bar{n},\,a_n\leq b_n\implies a\leq l$$
- Due carabinieri:
$$a_n\rightarrow a,\,b_n\rightarrow b,\,\exists\bar{n}:a_n\leq c_n\leq b_n\implies c_n\rightarrow l$$
- Criterio del rapporto:

$$\forall n\in\mathbb{N},\,a_n>0$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}\rightarrow l$$

- $l>1\implies a_n\rightarrow +\infty$
- $l<1\implies a_n\rightarrow 0$
- Gerarchia di infiniti: $\log_a(n)$; n^α ; a^n ; $n!$; n^n

- $\lim_{x\rightarrow \pm\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$
- $\lim_{x\rightarrow 0}(1+x)^{1/x}=e$
- $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$

- $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{e^x-1}{x}=1$
- $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{a^x-1}{x}=\ln(a)$
- $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{(1+x)^\alpha-1}{x}=\alpha$