

# Energia

## Lavoro

Il lavoro è la somma infinitesima delle forze in uno spostamento da  $\vec{r}_1$  a  $\vec{r}_2$  ovvero

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r}$$

Per il secondo principio di Newton

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = m \cdot \vec{a} \cdot d\vec{r} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = m \cdot d\vec{v} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = m \cdot d\vec{v} \cdot \vec{v}$$

Pertanto

$$W = \int_{v_1}^{v_2} \frac{m \cdot \vec{v} \cdot d(v)}{2} = \frac{m}{2} (v_2^2 - v_1^2) = E_{k2} - E_{k1} = E_{p1} - E_{p2}$$

E corrisponde alla differenza delle energie cinetiche e l'opposto della differenza delle energie potenziali nei due punti

## Lavoro di una forza costante e forza conservativa

$$W = -(\vec{F} \cdot \vec{r}_2 - \vec{F} \cdot \vec{r}_1) = \vec{F}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

Dove la forza può essere la forza peso, elastica, di attrito, ...

Si può notare che il lavoro non dipende in alcun modo dal percorso, ciò significa che la forza è conservativa

Di conseguenza lungo un percorso chiuso il lavoro è nullo

$$\oint \vec{F} d\vec{r} = 0$$

## Energia cinetica

La differenza di energia cinetica corrisponde al lavoro, per quanto trovato sopra

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

## Energia potenziale

Sempre per quanto visto sopra  $W = -\Delta E_p \implies E_p = \vec{F} \cdot \vec{r}$

## Energia meccanica

Se agiscono solo forze conservative vale  $W = \Delta E_c = -\Delta E_p$  e l'energia meccanica  $E_m = E_c + E_p$  di un punto materiale si conserva ed è costante

$$E_m = \frac{mv^2}{2} - \vec{F} \cdot \vec{r}$$

# Quantità di moto

La quantità di moto è definita come il prodotto della velocità per la massa

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Pertanto la forza è la variazione della quantità di moto nel tempo

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

La quantità di moto totale è la somma delle quantità di moto  $\sum_i \vec{p}_i$

La somma di tutte le forze è uguale alla somma delle derivate delle quantità di moto

$$\sum_i \vec{F}_i = \sum_i \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_i \vec{p}_i$$

## Impulso

L'impulso cambia la quantità di moto nel tempo

$$I = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} dt = \int_{t_0}^{t_1} m d\vec{v} = \vec{p}_1 - \vec{p}_0$$

## Urti elastici

Nella teoria degli urti la somma delle forze esterne è nulla e quindi irrilevante, inoltre ogni forza interna ha la sua forza di reazione e quindi è nulla

$$\sum_k \vec{F}_{ki} + \sum_j \vec{F}_{je} = 0 + 0 = \frac{d}{dt} \sum_i \vec{p}_i = 0$$

Perciò la derivata della quantità di moto è nulla e la quantità di moto è costante, si preserva nel sistema

Si può costruire un sistema contenente le equazioni della preservazione della quantità di moto e dell'energia cinetica, in una dimensione

$$\begin{cases} p_{0A} + p_{0B} = m_A \cdot v_{0A} + m_B \cdot v_{0A} = m_A \cdot v_{1A} + m_B \cdot v_{1B} = p_{1A} + p_{1B} \\ E_{k0A} + E_{k0B} = \frac{1}{2} m_A v_{0A}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{0B}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{1A}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{1B}^2 = E_{k1A} + E_{k1B} \end{cases}$$

## Urti elastici tra oggetti con la stessa massa

Nelle equazioni precedenti si può dividere per la massa in quanto  $m_A = m_B$  ottenendo

$$\begin{cases} v_{0A} - v_{1A} = v_{0B} - v_{1B} \\ v_{0A} + v_{1A} = v_{0B} + v_{1B} \end{cases}$$

Quindi  $v_{0A} = v_{1B}$  e  $v_{1A} = v_{0B}$

## Potenza

La potenza è il lavoro sull'unità di tempo ovvero

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$