

Elettrostatica

Forza elettrica

$$\vec{F} = K_e \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \hat{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \hat{u}_r$$

Se q_1 e q_2 hanno lo stesso segno la forza ha segno positivo e i due corpi si respingono, altrimenti si attraggono

$$K_e = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2, \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2$$

L'attrazione gravitazionale tra due particelle è insignificante rispetto a quella elettrica, alcuni numeri:

$$m_e = 9,1093 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}, m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}, q_p = -q_e = 1,6022 \text{ C}$$

Campo elettrico

$$\vec{E} = K_e \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \hat{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \hat{u}_r$$

Esprime la potenzialità di forza elettrica in un punto, infatti $\vec{E} \cdot q_2 = \vec{F}$

Campo elettrico di un filo carico

Per un filo disposto sull'asse delle y da a a $-a$ di carica Q rispetto ad un punto $P(x_0, 0)$

Il filo ha una densità di carica

$$\lambda = \frac{Q}{2a}$$

per cui $dq = \lambda \cdot dy$

Ogni punto del filo $R(0, y_0)$ crea un campo elettrico $d\vec{E}$ verso P la cui componente verticale è compensata da $R'(0, -y_0)$, quella orizzontale è

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{\left(\sqrt{y^2 + x_0^2}\right)^2} \cdot \cos(\theta) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda \cdot dy}{y^2 + x_0^2} \cdot \cos(\theta)$$

dove θ è l'angolo formato con l'orizzontale dal segmento \overrightarrow{RP} lungo ρ

$$\frac{x_0}{\rho} = \cos(\theta) \implies \rho = \frac{x_0}{\cos(\theta)} = \sqrt{y^2 + x_0^2}$$

$$y = x_0 \cdot \tan(\theta) \implies \theta = \arctan\left(\frac{y}{x_0}\right)$$

$$dy = \frac{x_0}{\cos^2(\theta)} d\theta$$

Quindi il campo elettrico è l'integrale

$$\begin{aligned} E_x &= \int_{-a}^a dE_x = \int_{-a}^a \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda \cdot dy}{y^2 + x_0^2} \cdot \cos(\theta) \\ &= \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda \cdot x_0}{\cos^2(\theta)} \cdot d\theta \cdot \left(\frac{\cos(\theta)}{x_0}\right)^2 \cdot \cos(\theta) \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 x_0} \cdot [\sin(\theta)]_{-\theta_0}^{\theta_0} \end{aligned}$$

Flusso elettrico

La superficie della sfera equivale a $S = 4\pi r^2$

Il flusso elettrico è dato da

$$\Phi_E = E \cdot S = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

E vale su tutte le superfici chiuse indipendentemente dalla posizione della carica