Notazione

Calcolo delle probabilità

Studia esperimenti casuali il cui esito non è prevedibile con certezza
Esperimenti casuali: affermazioni logiche o eventi
Non prevedibile con certezza: aleatorio o stocastico
Giudizio: probabilità, numero tra 0 (impossibile) e 1 (certo)

Teorie

Classica

Laplace, 1812
La probabilità è il rapporto tra i casi favorevoli e i casi totali

Frequentista

Von Mises
Legge empirica del caso: in una serie di prove ripetute (nelle stesse condizioni) ciascun evento possibile avviene con una certa frequenza
La probabilità è il limite a cui tende la frequenza all'aumentare delle prove

Soggettiva

De Finetti e Savage
La probabilità di un evento è la misura del grado di fiducia che un individuo coerente attribuisce secondo le sue informazioni e opinioni al verificarsi dell'evento
Oppure è il prezzo per cui l'individuo è disposto a scommettere per ottenere una vincita unitaria se si avvera

Assiomatica

Kolmogorov, 1933
Non si occupa del giudizio, fornisce postulati e teoremi per costruirlo

Spazio di probabilità

Operazioni

A, B eventi
Somma logica: $A \cup B$ si verifica se almeno un evento si verifica
Prodotto logico: $A \cap B$ si verifica se entrambi gli eventi si verificano
Complementare: $\bar{A}$ o A^C si verifica quando A non si verifica
Unione numerabile di eventi tra loro incompatibili: $E_i : E_i \cap E_j = \emptyset \ \ \forall i \neq j$ è partizione di S se $S = \bigcup_i E_i$

Definizione

E' una terna $(S, \mathcal{A}, \mathbb{P})$

S

Spazio campione/campionario, contiene tutti i possibili eventi

$\mathcal{A}$

Famiglia di sottoinsiemi di S a cui si può assegnare una probabilità
Proprietà:

- $S \in \mathcal{A}$
- Se $A \in \mathcal{A} \implies \bar{A} \in \mathcal{A}$
- Se $\{A_i\} \subset \mathcal{A} \implies \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A} \land \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A}$

$\mathbb{P}$

Misura di probabilità su $(S, \mathcal{A})$
$\mathbb{P} : \mathcal{A} \to [0, 1]$
Proprietà:

- $\forall A \in \mathcal{A} \;\; \mathbb{P}(A) \geq 0 \land \mathbb{P}(S) = 1$
- Se $\{A_i\} \subset \mathcal{A} : A_i \cap A_j = \emptyset \;\; \forall i \neq j \implies \mathbb{P}\left(\bigcup_i A_i\right) = \sum_i \mathbb{P}(A_i)$

Costruzione di S

A, B, C eventi
E' possibile costruire S nel seguente modo
$(A \cup \bar{A}) \cap (B \cup \bar{B}) \cap (C \cup \bar{C}) = ABC \cup AB\bar{C} \cup A\bar{B}C \cup A\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}BC \cup \bar{A}B\bar{C} \cup \bar{A}\bar{B}C \cup \bar{A}\bar{B}\bar{C}$