

Teoremi base

Probabilità dell'evento nullo

$$\mathbb{P}(\emptyset) = 0$$

$$\text{Dimostrazione: } \mathbb{P}(S) = 1, S \cap \emptyset = \emptyset \implies \mathbb{P}(S \cup \emptyset) = \mathbb{P}(S) + \mathbb{P}(\emptyset) = 1 + \mathbb{P}(\emptyset)$$

Teorema delle probabilità totali

A, B eventi

$$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(\bar{A} \cap B)$$

Dimostrazione:

$$B = B \cap (A \cup \bar{A}) = (B \cap A) \cup (B \cap \bar{A})$$

$$\mathbb{P}((B \cap A) \cup (B \cap \bar{A})) = \mathbb{P}(B \cap A) + \mathbb{P}(B \cap \bar{A}) = \mathbb{P}(B)$$

Altre proprietà

A, B eventi

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$$

$$\text{Se } B \subset A \implies \mathbb{P}(B) \leq \mathbb{P}(A)$$

$$\text{Dimostrazione: } \mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A \cap \bar{B}) \geq \mathbb{P}(B)$$