

# Experimentalphysik (H.-C. Schulz-Coulon)

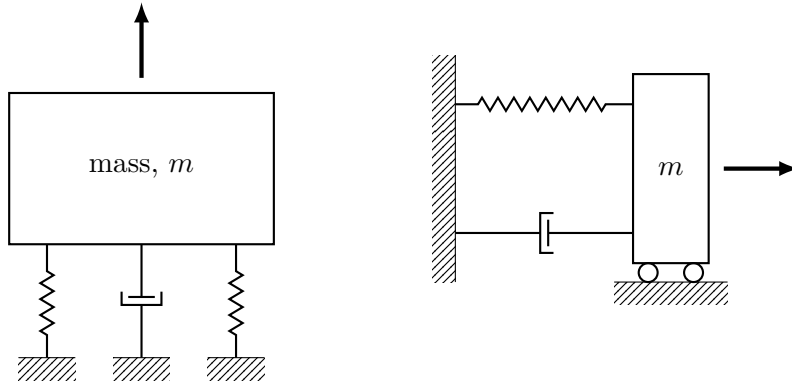
Robin Heinemann

November 25, 2016

## Contents

<b>1</b>	<b>Begrüßung ist langweilig</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Begrüßung2 ist auch langweilig</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Moodle</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Klausur</b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>Bücher</b>	<b>3</b>
<b>6</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
6.1	Eigenschaften der Physik . . . . .	3
6.1.1	Beispiel . . . . .	4
6.2	Maßeinheiten . . . . .	4
6.2.1	Basisgrößen . . . . .	4
6.2.2	Weitere Größen . . . . .	5
<b>7</b>	<b>Mechanik</b>	<b>5</b>
7.1	Kinematik des Massenpunktes . . . . .	5
7.1.1	Eindimensionale Bewegung . . . . .	5
7.1.2	Bewegung im Raum . . . . .	6
7.2	Newtonsche Dynamik . . . . .	10
7.2.1	Kraft und Impuls . . . . .	10
<b>8</b>	<b>Verschiedene Kräfte und Kraftgesetze</b>	<b>13</b>
8.1	Gravitation (TODO Skizze) . . . . .	13
8.1.1	Anziehungskraft zweier Massen . . . . .	13
8.1.2	Erdbeschleunigung . . . . .	13
8.2	Federkraft . . . . .	14
8.3	Maxwell'sches Rad . . . . .	14
8.3.1	Ruhezushand . . . . .	14

8.3.2	Frage . . . . .	14
8.3.3	Messung: . . . . .	14
8.3.4	Auswertung . . . . .	14
8.4	Rotierende Kette . . . . .	14
8.5	Normalkraft . . . . .	15
8.6	Schiefe Ebene . . . . .	15
8.7	Reibungskräfte . . . . .	15
8.7.1	Experiment: Bewegung einer Masse . . . . .	15
8.7.2	Experiment: Tribologische Messung . . . . .	16
8.8	Tribologische Reibungslehre . . . . .	16
8.9	Mikroskopisches Modell . . . . .	16
8.10	Schiefe Ebene: Messung der Reibungskraft (Skizze) . . . . .	17
8.11	Zentripetalkraft . . . . .	17
8.11.1	Beispiel 1 Rotierendes Pendel . . . . .	17
8.11.2	Beispiel 2 Geostationärer Satellit . . . . .	17
<b>9</b>	<b>Arbeit, Energie, Leistung</b>	<b>18</b>
9.1	Arbeit . . . . .	18
9.1.1	Beispiel . . . . .	18
9.1.2	Beispiel Kreisbahn ( $\Rightarrow$ Gravitation) . . . . .	18
9.2	kinetische Energie . . . . .	18
9.3	Potentielle Energie . . . . .	19
9.3.1	Ball als Feder am Auftreffpunkt . . . . .	19
9.4	Bemerkung . . . . .	19
9.5	Umwandlung von Energie . . . . .	19
9.6	Energie . . . . .	20
9.7	Leistung . . . . .	20
9.8	Konservative Kräfte . . . . .	20
9.8.1	Definition . . . . .	20
9.9	Kraftfelder und Potential . . . . .	20
9.9.1	Definition Kraftfeld . . . . .	21
9.9.2	Beispiel . . . . .	21
9.9.3	Feldlinien: . . . . .	21
9.9.4	konservative Kraftfelder . . . . .	21



## 1 Begrüßung ist langweilig

## 2 Begrüßung2 ist auch langweilig

## 3 Moodle

Passwort:  $F=ma$

## 4 Klausur

11.02.2017 (9 Uhr) 60% Übungspunkte

## 5 Bücher

Buch	Bemerkung
Heintze; Lehrbuch zur Experimentalphysik I	
Haliday, Resnick, Walker; Physik	
Tipler, Allen; Physik	
Demtröder; Experimentalphysik I	
Bergman	

online...

## 6 Einleitung

### 6.1 Eigenschaften der Physik

Physik ist nicht axiomatisch!

- Nicht alle Gesetze der Natur sind bekannt.

- Die bekannten Naturgesetze sind nicht unumstößlich
- unfertig
- empirisch
- quantitativ
- experimentell
- überprüfbar
- braucht Mathematik
- Gefühl für Größenordnungen und rationale Zusammenhänge

### 6.1.1 Beispiel

Fermi-Probleme:

- Anzahl der Klavierstimmer in Chicago?
- Anzahl der Autos in einem 10km Stau?
- Anzahl von Fischen im Ozean

## 6.2 Maßeinheiten

Internationales Einheitensystem (SI)

### 6.2.1 Basisgrößen

Größe	Einheit	Symbol
Länge	Meter	m
Masse	Kilogramm	kg
Zeit	Sekunden	s

**Meter** Strecke, die das Licht im Vakuum während der Dauer von  $\frac{1}{299792458}$ s durchläuft.

**Sekunde** Das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der am Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids  $Cs_{133}$  entsprechenden Strahlung.

**Kilogramm** Das Kilogramm ist die Einheit der Masse, es ist gleich der Masse des internationalen Kilogrammprototyps (ist scheiße).

## Avogadroprojekt

$$N_A = \frac{MVn}{m}$$

$N_A$ : Avogadrokonstante ( $N_A = 6.022\,141\,5 \times 10^{23}$ )

### 6.2.2 Weitere Größen

Größe	Einheit	Symbol
Strom	Ampere	A
Temperatur	Kelvin	K
Lichtstärke	Candla	cd

## 7 Mechanik

Kinematik: Beschreibung der Bewegung Dynamik: Ursache der Bewegung

### 7.1 Kinematik des Massenpunktes

#### 7.1.1 Eindimensionale Bewegung

**TODO Skizze 1**  $x_1, t_1 \longrightarrow x_2, t_2$  Geschwindigkeit

$$v = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad [v] = \text{m s}^{-1} \text{ abgeleitete Größe}$$

#### Momentangeschwindigkeit

$$v := \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

#### Beschleunigung

$$a := \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \quad [a] = \text{m s}^{-2}$$

**Freier Fall**  $a = \text{const.}$  (Behauptung)

$$a = \ddot{x} = \text{const} = \dot{v}$$

→ Integration:

$$v(t) = \int_0^t a dt + v_0 = at + v_0$$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t) dt = x_0 + \int_0^t (at + v_0) dt = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

Bei unserem Fallturm

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow a = \frac{2x}{t^2}$$

$x[\text{m}]$	$t[\text{ms}]$	$\frac{2x}{t^2}[\text{m s}^{-2}]$
0.45	304.1	9.7321696
0.9	429.4	9.7622163
1.35	525.5	9.7772861
1.80	606.8	9.7771293

$$x(t) = \frac{1}{2}gt^2, \quad g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$$

Die Erdbeschleunigung  $g$  ist für alle Körper gleich (Naturgesetz).

### 7.1.2 Bewegung im Raum

**TODO Skizze 2** Ortsvektor:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = (x(t) \quad y(t) \quad z(t))^T$$

Durchschnittsgeschwindigkeit

$$\frac{\Delta \vec{r}_{12}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t} = \vec{v}_D$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}(t) = (\dot{x}(t) \quad \dot{y}(t) \quad \dot{z}(t))^T = (v_x \quad v_y \quad v_z)^T$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{r}}(t) = (\ddot{x} \quad \ddot{y} \quad \ddot{z})^T = (a_x \quad a_y \quad a_z)^T$$

→ Superpositionsprinzip:

Kinematik kann für jede einzelne (Orts)komponente einzeln betrachtet werden.

$$\vec{a}_0 = \text{const}$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t^2 - t_0^2) = \begin{pmatrix} x_0 + v_{x,0}(t - t_0) + \frac{1}{2}a_{x,0}(t^2 - t_0^2) \\ y_0 + v_{y,0}(t - t_0) + \frac{1}{2}a_{y,0}(t^2 - t_0^2) \\ z_0 + v_{z,0}(t - t_0) + \frac{1}{2}a_{z,0}(t^2 - t_0^2) \end{pmatrix}$$

### Horizontaler Wurf

**TODO Skizze 3**

$$t_0 = 0$$

$$\vec{a}_0 = (0 \quad 0 \quad -g)^T$$

$$\vec{v}_0 = (v_{x,0} \quad 0 \quad 0)^T$$

$$\vec{x}_0 = (0 \quad 0 \quad 0)^T$$

$$\vec{r}(t) = (v_{x,0}t \quad 0 \quad \frac{1}{2}gt^2)^T$$

## Schiefer Wurf

$$\vec{a}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{x,0} \\ 0 \\ v_{z,0} \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} v_{x,0}t \\ 0 \\ -\frac{1}{2}gt^2 + v_{z,0}t + z_0 \end{pmatrix}$$

$$z(x) = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_{x,0}^2} x^2 + \frac{v_{z,0}}{v_{x,0}} x + z_0$$

## Nachtrag

$$a = \dot{v}$$

$$\int_0^t \dot{v} dt' = \int_0^t a dt'$$

$$v \Big|_0^t = at' \Big|_0^t$$

$$v(t) - \underbrace{v(0)}_{v_0} = at$$

$$v(t) = at + v_0$$

analog:

$$x(t) = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

## TODO Skizze Wurfparabel

$$\tan \varphi = \frac{v_{z,0}}{v_{x,0}}$$

$$v_0^2 = v_{x,0}^2 + v_{z,0}^2$$

Scheitel:

$$Z'(x_s) = 0$$

$$x_s = \frac{v_0^2}{2g} \sin 2\varphi$$

Wurfweite:

$$Z(x_w) = 0$$

$$x_w = \frac{v_0^2}{2g} \sin 2\varphi \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2gz_0}{v_0^2 \sin^2 \varphi}}\right)$$

Optimaler Winkel:  $\varphi_{opt}, x_w$  max.

$$z_0 = 0 \Rightarrow \sin 2\varphi = 1 \rightarrow \varphi = 45^\circ$$

$$z_0 \neq 0 \Rightarrow \sin \varphi_{opt} = \left(2 + \frac{2gz_0}{v_0^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

### Gleichförmige Kreisbewegung

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \cos \varphi \\ R \sin \varphi \end{pmatrix}$$

mit  $\varphi = \varphi(t)$

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R\dot{\varphi} \sin \varphi \\ R\dot{\varphi} \cos \varphi \end{pmatrix}$$

Gleichförmige Kreisbewegung:  $\dot{\varphi} = \text{const}$  Definition Winkelgeschwindigkeit:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi} \quad [w] = \text{rad s}^{-1} = 1/\text{s}$$

Für  $\omega = \text{const.}$ :

$$\vec{r} = R \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix} \rightarrow |\vec{r}(t)| = r = \text{const}$$

$$\vec{v} = R\omega \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix} \rightarrow |\vec{v}(t)| = v = \text{const}$$

$$\vec{v} \perp \vec{r} \Leftrightarrow \vec{v} \cdot \vec{r} = 0$$

### TODO Skizze Kreisbewegung

### Mitbewegtes Koordinatensystem

$$\vec{r}(t) = R\vec{e}_R \quad \vec{e}_R = \begin{pmatrix} \cos \varphi(t) \\ \sin \varphi(t) \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}(t) = R\omega\vec{e}_t \quad \vec{e}_t = \begin{pmatrix} -\sin \varphi(t) \\ \cos \varphi(t) \end{pmatrix}$$

$$\vec{t} \neq \text{const} \text{ das heißt } \vec{a}(t) \neq 0$$

Kreisbeschleunigung

$$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R\omega^2 \cos \varphi \\ -R\omega^2 \sin \varphi \end{pmatrix} = -R\omega^2 \vec{e}_R \Rightarrow \vec{a} \parallel \vec{r}$$

$$|\vec{a}(t)| = R\omega^2 = \frac{v^2}{R} \neq 0$$

Zentripetalbeschleunigung Zeigt in Richtung des Ursprungs.

$$\vec{a}_{zp} = -R\omega^2 \vec{e}_R$$



## Allgemein

$$\vec{\omega}$$

Räumliche Lage der Bewegungsebene

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad v = \omega r$$

$$\vec{a} = \vec{\omega} \times \vec{v}$$

1. **TODO** Skizze omega

## Allgemeine Krummlinige Bewegung

$$\vec{v} = v\vec{e}_t$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \frac{d(v\vec{e}_t)}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + v \frac{d\vec{e}_t}{dt}$$

$$\vec{e}_t = \cos \rho \vec{e}_x + \sin \rho \vec{e}_y$$

$$\vec{e}_n = -\sin \rho \vec{e}_x + \cos \rho \vec{e}_y$$

$$\frac{d\vec{e}_t}{dt} = \dot{\rho} - \sin \rho \vec{e}_x + \cos \rho \vec{e}_y = \dot{\rho} \vec{e}_n$$

$$\vec{a} = \dot{v}\vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$$

## TODO Skizze

## Relativbewegung

- S-Laborsystem
- S'-Bewegtes System
- $\vec{u} = (u, 0, 0) = \text{const}$  Geschwindigkeit von S' im System S
- Punkt  $P = (x, y, z)$  in S
- Punkt  $P' = (x', y', z')$  in S'
- Zeitpunkt  $t = 0$  :  $S = S', P = P'$

## TODO Skizze Bewegtes Bezugssystem

## Galilei-Transformation

### 1. Eindimensional

$$x' = x - ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$v' = v - u$$

$$t' = t$$

### 2. Dreidimensional

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t$$

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$$

$$\vec{a}' = \vec{a}$$

## 7.2 Newtonsche Dynamik

Warum bewegen sich Körper?

Newton 1686: Ursache von Bewegungsänderungen sind Kräfte. Newtonsche Gesetze (Axiome)

1. Jeder Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung, sofern er nicht durch Kräfte gezwungen wird diesen Bewegungszustand zu verlassen
2. Die Änderung einer Bewegung wird durch Einwirken einer Kraft verursacht. Sie geschieht in Richtung der Kraft und ist proportional zu Größe der Kraft
3. Übt ein Körper 1 auf einen Körper 2 die Kraft  $F_{12}$ , so reagiert Körper 2 auf den Körper 1 mit der Gegenkraft  $F_{21}$  und es gilt  $F_{21} = -F_{12}$  (actio = reactio)

### 7.2.1 Kraft und Impuls

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$$

Superpositions von Kräften (Zusatz zu den Newtonschen Gesetzen (Korollar)):

$$\vec{F}_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

**TODO Skizze Addition von Kräften**

## Grundkräfte der Natur

- Elektromagnetische Kraft
- Starke Kraft
- Schwache Kraft
- Gravitation

## Impuls

$$\vec{P} = m\vec{v} \quad [\vec{P}] = \text{kg m s}^{-1}$$

## Kraft

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \dot{\vec{P}} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$m = \text{const.}$ :

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\dot{\vec{v}} = m\ddot{\vec{x}} = m\vec{a}$$

## Grundgesetz der Dynamik

$$\vec{F} = \dot{\vec{P}} \text{ beziehungsweise } \vec{F} = m\vec{a}$$

## Trägheitsprinzip (Impulserhaltung)

$$\vec{P} = m\vec{v} = \text{const}, \quad \vec{P} = 0 \text{ für } \vec{F} = 0$$

## Experiment

$$\vec{F}_G = \underbrace{m\vec{g}}_{\text{Kraft}} = \underbrace{(m+M)\vec{a}}_{\text{Trägheit}} = m_{\text{ges}}\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{m}{m+M}\vec{g} \xLeftrightarrow{d=1} a = \frac{m}{m+M}g = \frac{m}{m_{\text{textges}}}g$$

**Erwartung:**  $a \sim \frac{m}{m_{\text{ges}}}$ ,  $a = \frac{2\Delta s}{\Delta t^2}$ , weil  $\Delta s = \frac{1}{2}a\Delta t^2$

## Messung:

$m[\text{g}]$	$M[\text{g}]$	$m_{\text{ges}}[\text{g}]$	$\frac{m_{\text{ges}}}{m}$	$\Delta s[\text{mm}]$	$\Delta t[\text{s}]$	$a[\text{meter/s}]$
10	470	480	48	800	2.75	0.21157025
40	440	480	12	800	1.40	0.81632653
10	1910	1920	192	800	5.55	0.051943836
40	1880	1920	48	800	2.79	0.20554721

## TODO Skizze

**Trägheitsprinzip - "revisited" Definition:** Ein Bezugssystem in dem das Trägheitsprinzip gilt nennt man ein Inertialsystem.

In einem beschleunigten Bezugssystem gilt das Trägheitsprinzip nicht. Beschleunigte Systeme  $\neq$  Inertialsysteme. Das Trägheitsprinzip ist Galilei-invariant.

**TODO Skizze whatever**

**Trägheitsprinzip: [moderne Formulierung]:** Es gibt Inertialsysteme, das heißt Koordinatensysteme in denen ein Kräftefreier Körper im Zustand der Ruhe oder der geradlinig gleichförmigen Bewegung verbleibt.

**Actio gleich Reactio**

$$\underbrace{\vec{F}_{12}}_{\text{Kraft}} = \underbrace{-\vec{F}_{21}}_{\text{Gegenkraft}}$$

**TODO Skizze von Körpern**

**TODO (Skizze) Experiment**

1. Erwartung:

$$v_1 = v_2 \rightarrow a_1 = a_2 \rightarrow F_1 = F_2 \checkmark$$

Nichttrivialer Fall:

Kraftstoß:

Magnetische Kraft:  $F_{\text{mag}} \sim \frac{1}{r^2}$

$$v_{1,2} = \int_0^{t_{1,2}} a(t) dt = a_{\text{eff}} T$$

$$\rightarrow F_1(t) = F_2(t) \rightarrow v_1 = v_2$$

**Experiment 2**

$$m_1 = 241.8 \text{ g} \wedge 2 = 341.8 \text{ g} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} \approx 1.5$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{71}{48} \approx 1.5$$

$$a \sim v, F = ma \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{F_1}{F_2}$$

$$1 = \frac{F_1}{F_2} \Rightarrow F_1 = F_2$$

## Beispiele

- Kraft und Gegenkraft (TODO Skizze)
- Flaschenzug, Seilkräfte (TODO Skizze)

## 8 Verschiedene Kräfte und Kraftgesetze

### 8.1 Gravitation (TODO Skizze)

Experimenteller Nachweis im Labor mit Torsionsdrehungen (erstmal Cavendish)

#### 8.1.1 Anziehungskraft zweier Massen

$m_1, m_2$  Massen, Newtonsches Gravitationsgesetz:

$$\vec{F}_G = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{e}_r$$

mit  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

#### 8.1.2 Erdbeschleunigung

$$F_G = G \frac{m M_E}{(r_E + h)^2} \approx G \frac{m M_E}{r_E^2} = mg \Rightarrow g \approx 9.81 \text{ m s}^{-2}$$

(mittleres  $g$ )

## Abweichungen

- komplizierte Massenverteilung, Strukturen
- Abflachung der Erde

## Messung von $g$

- Gravimeter (Federgravimeter, Pendelgravimeter), relative Messung
- Absolutgravimeter (freier Fall, supraleitende Gravimeter)

## Träge und schwere Masse

$$F = m_T a \rightarrow \text{träge Masse}$$

$$F = m_S G \frac{M_E}{r_E^2} \rightarrow \text{schwere Masse}$$

**Äquivalenzprinzip**  $m_S \sim T$  beziehungsweise  $m_S = m_T$

## 8.2 Federkraft

Hook'sches Gesetz

$$F_x = F_x(\Delta x) = -k_F \Delta x$$

Beliebige Auslenkungsfunktion ( $F_x(\Delta x = x - x_0)$ )

$$F_x(x) = F_x(x_0) + \frac{dF_x(x)}{dx}(x - x_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2 F_x(x)}{dx^2}(x - x_0) + \dots$$

→ unabhängig von konkreter Zusammenhang  $f_x(x)$  gilt kleine Änderungen

## 8.3 Maxwell'sches Rad

### 8.3.1 Ruhezustand

Waage misst Gesamtmasse  $M$  austariert

### 8.3.2 Frage

Was passiert, wenn sich das Rad bewegt??

### 8.3.3 Messung:

1. Rad fixiert  $\rightarrow m = 0$
2. Rad läuft  $\rightarrow \Delta m = -0.7g < 0$

### 8.3.4 Auswertung

Anwendung 3. Newtonsches Gesetz:  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a}$  beziehungsweise  $F_2 = -F_1 + m\vec{a}$

1.  $\vec{a} = 0 : |\vec{F}_2| = |\vec{F}_1| \rightarrow |\vec{F}_2| = 0, 0m = 0$  (Waage)
2.  $\vec{a} > 0 : |\vec{F}_2| < |\vec{F}_1| \rightarrow$  Waage mit  $|\vec{F}_2| < mg$   $\Delta m < 0$

## 8.4 Rotierende Kette

Winkелеlement  $\Delta\alpha$ . Radialkraft  $\vec{F}_r$  ist resultierende Kraft der vom abgeschnittenen Teil der Kette wirkende Kräfte  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$

( $\vec{F}_G$  vernachlässigbar klein bei hoher Umdrehung und somit großen  $|F_1|, |F_2|$ )

Es gilt:

$$\vec{a}_{zp} = -\frac{v^2}{R}\vec{e}_r \quad \vec{v} = R\omega\vec{e}_t$$

$$\vec{F}_r = \Delta m \vec{a}_{zp} = -\Delta m \frac{v^2}{R}\vec{e}_r$$

$$\vec{F}_r = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$F_r \approx \Delta\alpha F = F \frac{\Delta L}{R}$$

$$F = F_r \frac{R}{\Delta L} = \Delta m \frac{v^2}{R} \frac{R}{\Delta L} = \frac{m}{2\pi R} v^2$$

Die Kraft  $F = \frac{m}{2\pi R} v^2$  spannt die Kette.

## 8.5 Normalkraft

1. (Skizze) Normalkraft  $\vec{F}_N$  = Kraft senkrecht zur Kontaktfläche. Wird kompensiert durch  $\vec{F}'_N$  = Kraft mit der die Unterlage auf Körper wirkt (Zwangskräfte)

## 8.6 Schiefe Ebene

- Gewichtskraft:  $\vec{F}_G = m\vec{g}$
- Normalkraft:  $\vec{F}_N = mg \cos \alpha \vec{e}_y$
- Hangabtriebskraft:  $\vec{F}_H = mg \sin \alpha \vec{e}_x$

Bewegungsgleichung

$$F_H = m\ddot{x} \rightarrow \ddot{x} = g \sin \alpha = \text{const.}$$

## 8.7 Reibungskräfte

- im täglichen Leben über all präsent
- spielt eine wichtige Rolle Technik

→ Tribologie = Reibungslehre

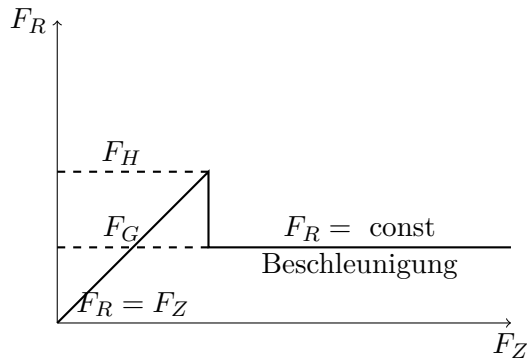
- Reibung hängt stark von der Oberfläche ab

### 8.7.1 Experiment: Bewegung einer Masse

- Gewicht ruhte:  $\vec{F}_Z = -\vec{F}_R \rightarrow a = 0, v = 0$
- Gewicht setzt sich in Bewegung:  $|\vec{F}_Z| > |\vec{F}_R| \rightarrow a > 0, v$  steigt an
- Gewicht gleitet:  $\vec{F}_Z = -\vec{F}_R \rightarrow a = 0, v = \text{const.} \neq 0$  mit  $\vec{v} = \text{const}$

Reibungskraft nimmt ab, sobald das Gewicht bewegt wird.

- Haftreibung  $F_H$   
Schwellenwert für Zugkraft um Körper zu bewegen
- Gleitreibung  $F_G$   
Reibungskraft bei bewegtem Körper



### 8.7.2 Experiment: Tribologische Messung

Messung der Zugkraft bei der sich der Holzblock nach kleiner Störung in Richtung Rolle bewegt:  $F_R = F_Z$

#### Beobachtung

- $F_R$  hängt nicht von der Oberfläche ab.
- $F_R$  hängt von dem Gewicht des Blocks ab
- $F_R$  ist Materialabhängig

### 8.8 Tribologische Reibungslehre

$$F_G = \mu_G F_N \quad (\mu_G = \text{Gleitreibungskraft})$$

$$F_H = \mu_H F_N \quad (\mu_H = \text{Haftreibungskraft})$$

$$\mu_H > \mu_G$$

### 8.9 Mikroskopisches Modell

Verantwortlich sind elektrische Kräfte zwischen Atomen und Molekülen der beieinanderliegenden Oberflächen: Van-der-Waals-Kräfte

- Stärke ergibt sich aus effektivem Kontakt.

Relative mikroskopische Reibungsfläche:  $\sum \frac{a_i}{A} \sim \frac{F_N}{A} \leftarrow \text{Druck}$

- $a_1$  = effektive Kontaktfläche eines Einzelatoms

Also:

$$F_R \sim \sum \frac{a_i}{A} \sim F_N$$

- Haftreibung: Verzahnung der Oberflächen mit minimalen Abstand
- Gleitreibung: Minimaler Abstand wird auf Grund der Bewegung nicht erreicht



## 8.10 Schiefe Ebene: Messung der Reibungskraft (Skizze)

Kräftegleichgewicht:  $F_H = F_R$

$$F_H = mg \sin \alpha, F_N = mg \cos \alpha$$

Grenzwinkel:  $F_R = mg \sin \alpha = \mu_R mg \cos \alpha \Rightarrow \mu_R = \tan \alpha$

$$\alpha = 15^\circ \rightarrow \tan \alpha = 0.27, \mu_G = 0.27$$

## 8.11 Zentripetalkraft

$$\vec{a}_{Zp} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad \vec{F}_{Zp} = m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

$$a_{Zp} = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} \quad F_{Zp} = m\omega^2 r = m\frac{v^2}{r}$$

### 8.11.1 Beispiel 1 Rotierendes Pendel

$$\vec{F}_{Zp} := \vec{F}_G + \vec{F}_Z$$

$$F_G = mg = F_Z \cos \theta$$

$$F_{Zp} = F_Z \sin \theta$$

$$F_{Zp} = mg \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = mg \tan \theta, \quad a_{Zp} = g \tan \theta$$

$$a_{Zp} = \omega^2 r \Rightarrow \omega \sqrt{\frac{g}{\tan \theta}}$$

- $\theta$  steigt mit  $\omega$  an
- $\theta(\omega)$  ist unabhängig von Masse

### 8.11.2 Beispiel 2 Geostationärer Satellit

Zentripetal = Gravitationskraft

$$m\omega^2 R = G \frac{mM_E}{R^2}$$

$$\text{Geostationär: } \omega = \frac{2\pi}{24 \text{ h}} = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600 \text{ s}} = 7.27 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$R^3 = \frac{GM_E}{\omega^2} \rightarrow R = 42\,312 \text{ km}$$

Abstand von der Erd-Oberfläche:

$$\tilde{R} = R - R_E = 35\,930 \text{ km}$$

- $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^2$
- $M_E = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
- $R_E = 6373 \text{ km}$

## 9 Arbeit, Energie, Leistung

### 9.1 Arbeit

$$\begin{aligned}\Delta W &= \vec{F} \vec{x} = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z \\ dW &= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \Delta W = \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \vec{F} \Delta \vec{r} = \vec{F} d\vec{r} \\ &= F_x dx + F_y dy + F_z dz\end{aligned}$$

Gesamtarbeit für Verschiebung von  $\vec{r}_1$  nach  $\vec{r}_2$

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r}$$

$$[W] = \text{N m} = \text{kg m s}^{-2} = \text{J}$$

$$\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} F_x dx + \int_{r_1}^{r_2} F_y dy + \int_{r_1}^{r_2} F_z dz = \int_{s_1=0}^{s_2} \vec{F}(s) \frac{d\vec{r}}{ds} ds$$

$\vec{r}(s)$  parametrisiere Geschwindigkeit.

#### 9.1.1 Beispiel

$$\begin{aligned}\vec{r}_1 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} \Delta x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{F} = \begin{pmatrix} mg \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, d\vec{r} = \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} \\ W &= \int_{(0)}^{(1)} mg dx + \int 0 dy + \int 0 dz = mg \Delta x\end{aligned}$$

#### 9.1.2 Beispiel Kreisbahn ( $\Rightarrow$ Gravitation)

$$W = \int_A^B \vec{F} d\vec{r} = 0$$

### 9.2 kinetische Energie

$$k = \frac{1}{2}gt^2$$

$$v = gt$$

$$v^2 = g^2 t^2$$

$$v^2 = gh$$

$$W = \int_0^h F_G dx = F_G \int_0^h dx = F_G h = mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

- Kinetische Energie:  $E_{kin}$

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 \quad [E_{kin} = \text{kg m s}^{-2} = \text{J}]$$

- Die Zunahme (beziehungsweise Abnahme) der kinetischen Energie eines Körpers ist gleich der ihm zugeführten (beziehungsweise der von ihm gelieferten) Arbeit (keine Reibung)

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r} = \int_{\vec{v}_1}^{\vec{v}_2} m \frac{d\vec{r}}{dt} d\vec{v} \quad (1)$$

$$= \int_{\vec{v}_1}^{\vec{v}_2} m \vec{v} d\vec{r} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad (2)$$

### 9.3 Potentielle Energie

$$W = \int_h^0 F_g dx = \int_h^0 -g m dx = mgh = \frac{1}{2} m v^2$$

#### 9.3.1 Ball als Feder am Auftreffpunkt

$$F = k\xi$$

$$W = \int_0^\xi k\xi' d\xi' = \frac{1}{2} k\xi^2$$

### 9.4 Bemerkung

Arbeit  $W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r}$  gilt immer, Symbol für Linienintegral meist weggelassen.

- kinetische Energie  $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$
- potentielle Energie
  - $E_{pot} = \frac{1}{2} m x^2$  (Verformen)
  - $E_{pot} = mgh$  (Lage)

### 9.5 Umwandlung von Energie

$$dE_{kin} = F dx = -dE_{pot}$$

Gilt nur für konservative Kräfte!

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r} = \int_{E_1}^{E_2} dE_{kin} = E_{kin}(\vec{r}_2) - E_{kin}(\vec{r}_1) \quad (3)$$

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r} = - \int_{E_1}^{E_2} dE_{pot} = E_{pot}(\vec{r}_1) - E_{pot}(\vec{r}_2) \quad (4)$$

1. Für

- $W > 0$ :  $E_{kin}$  nimmt zu (Arbeit von System am Objekt verrichtet)
- $W < 0$ :  $E_{kin}$  nimmt ab

2. Für

- $W > 0$ :  $E_{pot}$  nimmt ab
- $W < 0$ :  $E_{pot}$  nimmt zu

## 9.6 Energie

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r} \quad (5)$$

$$= E_{kin}(\vec{r}_2) - E_{kin}(\vec{r}_1) \quad (6)$$

$$= E_{pot}(\vec{r}_2) - E_{pot}(\vec{r}_1) \quad (7)$$

Die unteren beiden Gleichungen gelten nur für konservative Kräfte

## 9.7 Leistung

$$\vec{F} = \text{const}$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \overset{\uparrow}{\vec{F}} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{c}$$

$$[P] = \text{N m s}^{-1} = \text{J s}^{-1} = \text{W} = \text{Watt}$$

## 9.8 Konservative Kräfte

$$W_1 = \int_{1 \text{ Weg1}}^2 \vec{F} d\vec{r} = E_{pot}(1) - E_{pot}(2) \quad (8)$$

$$W_2 = \int_{1 \text{ Weg2}}^2 \vec{F} d\vec{r} = E_{pot}(1) - E_{pot}(2) \quad (9)$$

$$(10)$$

Geschlossener Weg:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

$$W = \oint_c \vec{F} d\vec{r} = W_1 - W_2 = 0$$

### 9.8.1 Definition

Kräfte, für die die Arbeit unabhängig vom Weg ist nennt man konservativ. Für konservative Kräfte gilt:

$$W = \oint \vec{F} d\vec{s} = 0$$

## 9.9 Kraftfelder und Potential

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r}$$

### 9.9.1 Definition Kraftfeld

Eindeutige Zuordnung einer Kraft zu jedem Punkt im Raum:

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x, y, z) = (F_x(x, y, z), F_y(x, y, z), F_z(x, y, z))$$

### 9.9.2 Beispiel

Gravitationskraft:

$$\vec{F}(\vec{r}) = -G \frac{mM}{r^2} \vec{e}_r \quad (11)$$

$$= f(r) \vec{e}_r \quad (12)$$

Kugelsymmetrisch, Zentralfeld

**TODO Skizze Vektorfeld**

**TODO Skizze Feldlinien**

### 9.9.3 Feldlinien:

- Feldlinien sind immer tangential zur Kraftrichtung
- Feldliniendichte ist proportional zum Betrag der Kraft
- Feldlinien schneiden sich nie

### 9.9.4 konservative Kraftfelder

Kraftfelder, die konservative Kräfte beschreiben nennt man konservative Kraftfelder Für konservative Kraftfelder gilt

$$W_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = E_{pot}(1) - E_{pot}(2)$$

- $E_{pot} = E_{pot}(x, y, z)$  Skalar!

**homogenes Kraftfeld**

$$\vec{F}(\vec{R}) = (0, 0, F_z)$$

- Weg 1:

$$W_1 = \int_{\text{Weg1}} \vec{F} d\vec{R} = \int_{z_1}^z F_z dz = F_z(z_2 - z_1)$$

- Weg 2:

$$W_2 = \int_{\text{Weg2}} \vec{F} d\vec{R} = \int_{z_1}^z F_z dz = F_z(z_2 - z_1)$$

## TODO Skizze

### Zentralkraftfeld

$$\vec{F}(\vec{r}) = f(r)\vec{e}_r$$

$$W = \oint \vec{F} d\vec{r} \quad (13)$$

$$= \int_1^2 f(r)dr + \int_2^3 \vec{F} d\vec{r} + \int_3^4 f(r)dr + \int_4^1 \vec{F} d\vec{r} \quad (14)$$

$$= 0 \quad (15)$$

### Gravitationsfeld

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} d\vec{R} \quad (16)$$

$$= \int_A^B -G \frac{mM}{r^2} \vec{e}_r d\vec{r} \quad (17)$$

$$= \int_A^B -G \frac{mM}{r^2} dr \quad (18)$$

$$= \left[ G \frac{mM}{r + \xi} \right]_{r_A}^{r_B} = E_{pot}(A) - E_{pot}(B) \quad (19)$$

$$\Rightarrow E_{pot}(A) = -G \frac{mM}{r_A} + \xi$$

$$\Rightarrow E_{pot}(B) = -G \frac{mM}{r_B} + \xi = E_{pot}(C)$$

Potentielle Energie des Gravitationsfelder:

$$E_{pot}^{grav} = -G \frac{mM}{r}$$

**d = 1**

$$E_{pot} = - \int F dx$$

$$dE_{pot} = -F dx$$

$$-\frac{dE_{pot}}{dx} = F$$

**d = 3**

$$E_{pot} = - \int \vec{F} d\vec{r} \rightarrow \vec{F} = - \left. \frac{dE_{pot}}{d\vec{r}} \right.$$

Gesucht: Ableitung eines Vektors nach einem Skalar. Betrachte:

$$\Delta E_{pot} = -\vec{F} \Delta \vec{r} = -(F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z)$$

$$\Delta E_{pot} = \frac{\partial E_{pot}}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial E_{pot}}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial E_{pot}}{\partial z} \Delta z$$

$$\vec{F}(x, y, z) = -\left(\frac{\partial E_{pot}}{\partial x} \Delta x, \frac{\partial E_{pot}}{\partial y} \Delta y, \frac{\partial E_{pot}}{\partial z} \Delta z\right) \quad (20)$$

$$= -\text{grad } E_{pot} \quad (21)$$

Gilt nur für konservative Kräfte

**Gradient** Der Gradient eines Skalarfeldes ist ein Vektorfeld, dass in jedem Punkt in die Richtung des steilsten Anstiegs der skalaren Größe zeigt.

**Notation:**

$$\vec{F} = -\text{grad } E_{pot}$$

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_{pot}, \vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

### 9.9.5 Potential und Gravitationsfeld

- Gravitationskraft:

$$\vec{F}(\vec{r}) = -G \frac{mM}{r^2} \vec{e}_r$$

- Potentielle Energie:

$$\vec{E}_{pot}(\vec{r}) = -G \frac{mM}{r}$$

Potential:

$$\Phi(\vec{r}) = \lim_{m \rightarrow 0} \frac{E_{pot}(\vec{r})}{m}$$

- Gravitationspotential:

$$\Phi = -G \frac{M}{r}$$

- Gravitationsfeld:

$$\vec{G} = -G \frac{M}{r^2} \vec{e}_r$$

•

$$\vec{G} = -\text{grad } \Phi$$

•

$$E_{pot} = m\Phi$$