

Rapport – Projet Planètes

BONIN Alexandre

[alexandre.bonin@u-psud.fr](mailto:alexandre.bonin@u-psud.fr)

(Groupe : L’HERITIER Alexandre)

Math-Info

Licence MPI L1 S2 groupe A2

2016



Modèle à 2 planètes

Les coordonnées des planètes sont régies par les formules suivantes :

Où,

Schéma du système planétaire avec , et l’étoile dans son référentiel

(

Pour notre modélisation, les trajectoires des planètes sont parfaitement circulaires, ce qui implique un rayon constant au cours du temps, on peut donc noter :

Les planètes sont également soumises à la seconde loi de Kepler, en raison du rayon constant, la vitesse angulaire ne peut qu’être également constante (Car le rayon-vecteur des planètes balaie des aires égales dans des temps égaux). On note donc :

Pour la suite, on définit :

On souhaite se concentrer sur le cas du système solaire, et prendre l’exemple Terre-Soleil. On veut connaître la vitesse linéaire de la Terre pendant son mouvement de révolution. On a comme donnée sa distance (qui sera constante en raison de sa trajectoire circulaire) au Soleil qui vaut :

De plus, nous avons une deuxième donnée, celle du temps de révolution de la Terre autour du soleil qui est de jours, soit . Puisque la vitesse angulaire est constante, et la trajectoire parfaitement circulaire, la vitesse linéaire est constante (car on considère les masses et le rayon constants au cours du mouvement), il suffit de déterminer la vitesse moyenne de révolution de la Terre.

La distance parcourue par la Terre lors de sa révolution autour du Soleil est de :

Maintenant, on utilise la formule de la vitesse linéaire :

On s’intéresse dorénavant aux alignements des planètes et du point de vue d’un observateur situé à un point .

Dire que et sont alignées, vues depuis , c’est dire que les vecteurs et sont colinéaires. On le note donc :

où

Dans le cas où , on obtient le système suivant :

Ce qui conduit à l’équation :

Qui correspond donc à l’ensemble des temps t où les planètes et sont alignées du point de vue du centre de l’étoile. Les planètes sont alignées au temps t = 0 (k = 0). Pour un cas où les planètes ont un déphasage à l’origine, on notera :

On veut obtenir un ensemble similaire qui fonctionnerait pour un observateur situé sur un point quelconque du repère. Il faut raisonner en conservant l’origine de l’observateur.

Pour simplifier la factorisation de ces équations, on peut utiliser la propriété d’un vecteur normal. Si et sont colinéaires, cela revient à dire qu’un vecteur normal à est également normal à .

On définit donc un vecteur normal à dont les coordonnées les plus simples sont par définition :

On peut donc établir un système de conditions :

Il ne reste donc qu’une seule condition à vérifier :

(

On note et

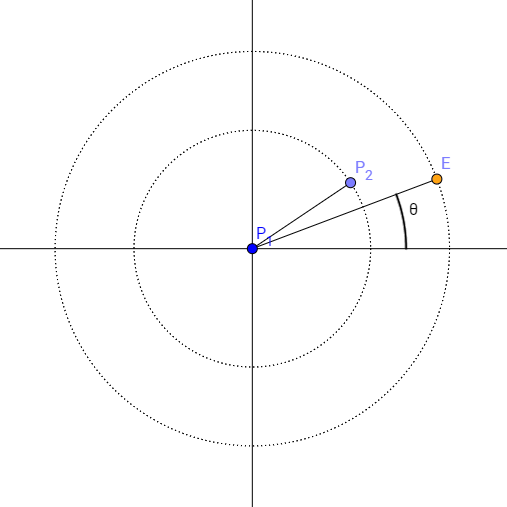
On trouve donc l’équation suivante comme condition d’alignement d’un point

Pour généraliser au cas d’un observateur mobile, on notera simplement :

On s’intéresse au mouvement de l’étoile E du point de vue de l’observateur situé sur . Si on tente d’exprimer le vecteur position, on trouve tout simplement :

En revanche, le mouvement de vu depuis est plus complexe. On peut distinguer deux cas : Le cas où les vitesses angulaires sont les mêmes et le cas où ces valeurs sont différentes.

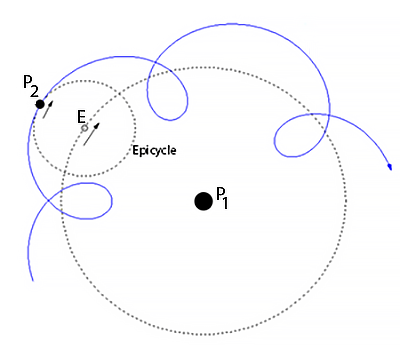
Si  :

C’est la situation la plus simple, la trajectoire est circulaire :

Trajectoire de en orbite autour de E, vue depuis avec vitesses angulaires identiques

Si  :

Alors la trajectoire de vue depuis n’a plus rien de circulaire, elle semble effectuer des retours en arrière de façon périodique, elle effectue un épicycle :



\*

Trajectoire de en orbite autour de E, vue depuis

* \* Illustration originale : http://study.com/cimages/multimages/16/epicycle-300.gif

On souhaite introduire un nouveau satellite dans le système. Soit donc un satellite en orbite autour de .

Les coordonnées du mouvement de vu depuis suivent la même loi que les planètes autour de E, soit :

Vu depuis , on effectue le changement de référentiel :

Ce qui permet d’obtenir, après développement et simplifications :

Pour obtenir l’ensemble des temps t auxquels se produisent une éclipse pour la planètes , le satellite et l’étoile on utilise l’équation formulée auparavant :

Cette équation nous donne les temps pendant lesquels les 3 astres s’alignent, mais seules les éclipses nous intéressent ici, on doit donc modifier l’équation : On ne garde que les périodes paires ou impaires, c’est-à-dire :

(Dans le cas où le premier alignement est une éclipse, sinon on remplace simplement par )

Nous sommes dans le référentiel de la planète , donc on aura comme données :

Le principal défaut de l’équation précédente est qu’elle tient compte d’une trajectoire circulaire, ce qui n’est pas le cas des orbites réelles, qui sont des ellipses dont le foyer est décalé par rapport au centre. De plus, on observe une éclipse de façon périodique que si les rapports des périodes des astres sont des rationnels, sinon on observera de légers décalages qui reportent encore davantage la prochaine éclipse.