

Лабораторна робота "Імітаційна модель математичного співпроцесора"

Математичний співпроцесор, або **модуль (блок) операцій з рухомою комою** (англ. *Floating point unit*, FPU) — співпроцесор для розширення системи команд центрального процесора комп'ютера командами для здійснення операцій над числами з рухомою комою. Може бути як у вигляді окремої мікросхеми, так і інтегрованим у кристал процесора.

Простим «цілочисловим» процесорам для роботи з дійсними числами і математичними операціями потрібні відповідні процедури підтримки та час для їх виконання. Математичний співпроцесор підтримує роботу з ними на рівні примітивів — завантаження, вивантаження дійсного числа (в/із спеціалізованих регістрів) або математична операція над ними виконується однією командою, за рахунок цього досягається значне прискорення таких операцій.

Модуль операцій з плаваючою комою являє собою *стековий калькулятор*, який працює за принципом зворотнього польського запису. Перед операцією аргументи поміщаються в LIFO - стек, при виконанні операції необхідна кількість аргументів знімається зі стека. Результат операції поміщається в стек, де може бути використаний в подальших обчисленнях або може бути знятий зі стека для запису в пам'ять. Також підтримується і пряма адресація аргументів в стеку щодо вершини.

Нехай формат числа з плаваючою точкою (ЧПТ) має стандартну структуру: sNM де: s –біт знаку мантиси, N –біти характеристики, M –біти мантиси у прямому коді. Мантиса має ще один *неявний біт* для старшої одиниці нормалізованого представлення, яка є єдиним розрядом цілої частини.

Розмір у бітах характеристики та мантиси (без неявного біту) задається індивідуальним варіантом.

Необхідно розробити програму представлення введеного у діалозі десяткового числа у експоненціальній формі у визначеного варіантом форматі ЧПТ.

Необхідно розробити програмну модель співпроцесора та реалізувати його імітаційну (тобто комп'ютерну) модель.

Виконавцю буде запропоновано індивідуальний варіант, в якому буде визначена конкретна:

- 1) обов'язкова для реалізації формула для обрахунку співпроцесором (згідно індивідуального варіанта).;
- 2) Індивідуальний варіант для представлення ЧПТ вигляду $ЦЦх.ЦЦm$, де $ЦЦх$ задає розмір характеристики у бітах та $ЦЦm$ задає кількість біт у мантисі без врахування неявного біта.

Наприклад, варіант $15x.24m.7V$ потрібно розуміти так: формат ЧПТ 15 бітів для характеристики та 24 явних біти у мантисі плюс знаковий біт; 7 варіант із таблиці формул для обрахунку співпроцесором.

Вимоги до програми:

ЧПТ має представлятися з побітною розшифровкою і у зручному для аналізу вигляді (окремо *знак мантиси*, окремо *біти характеристики*, окремо *неявний біт* і окремо *біти мантиси*).

ЧПТ має представлятися, якщо це можливо, у нормалізованій формі (для ненормалізованого представлення використовувати рекомендації *IEEE 754*).

Мають опрацьовуватись і такі значення:

- мінімальне за абсолютною величиною ненульове представлення;
- максимальне додатнє представлення;
- мінімальне від'ємне представлення;
- число $+1,0E0$;
- значення $+\infty$;
- значення $-\infty$;
- будь-який варіант для ненормалізованого ЧПТ;
- будь-який варіант для NaN-значення.

ЧПТ має представлятися згідно рекомендацій *IEEE 754*, зокрема:

- нормалізована мантиса має представлення $1,bbb\dots b$ (де одиниця цілої частини є неявним бітом)
- нульове значення ЧПТ має всі нулі у мантисі та характеристиці;
- якщо у полі мантиси всі нулі, а у характеристиці всі одиниці, то це $+\infty$ чи $-\infty$ у залежності від знаку числа;
- ненормалізоване представлення має нульову характеристику та ненульову мантису; але справжнє значення порядку при цьому має дорівнювати мінімальному для формату значенню; неявний біт приймається рівним нулю;
- якщо характеристика із одиниць та ненульова мантиса, то це NaN-значення (незвичайна числова величина).

Таблиця формул для обрахунку співпроцесором. На початку виконання програми вказуються параметри x та y (дійсні числа). Результатом має бути порахований вираз.

1.	$\frac{3}{4}x + \frac{x}{y} + \pi$
2.	$(x + 7y) * \sin y$
3.	$\frac{2x - y + 11}{x + 3y}$
4.	$\frac{x - y + \pi}{y + x}$
5.	$\frac{(x)^2}{\cos x + y}$
6.	$\frac{\ln(y - x)}{x + 3}$
7.	$\frac{8y - x}{x + \pi}$
8.	$(\ln y + 3x) * \cos x$
9.	$7x \frac{\sin x}{\cos y}$

10.	$7^{\frac{\ln x + \pi}{\cos y}}$
11.	$\sin(\ln y + 2) * \cos x$
12.	$\ln y * \cos x + 3 \operatorname{tg} x$
13.	$\ln x * \sin y + \exp(x)$
14.	$\exp(x) * \frac{y - 3x}{\pi}$
15.	$\sin(\exp(x) + 2) * \cos y$

Неформальна постановка від лектора:

Нужно разработать программную модель работы сопроцессора с 8 регистрами, объединенных в стек. Данные в регистрах подаются в IEEE 754 формате с различной длиной характеристики и мантиссы (по вариантам).

Студенты получают дробно-рациональную функцию (на выбор преподавателя) от двух переменных, им нужно написать последовательность действий для вычисления ее значения для заданных значений переменных.

Далее эта последовательность реализуется в рамках программы (обрабатывается последовательность операторов для вычисления функции, учитывающих стековую организацию регистров).

Мнемонику операторов могут предлагать свою или использовать ассемблерную.