

Caderno de Questões

Bimestre 2.o	Disciplina Matemática - Álgebra	Turmas 1.a Série	Período M	Data da prova 26/06/2017	P 172011
-----------------	------------------------------------	---------------------	--------------	-----------------------------	-----------------

Questões 12	Testes	Páginas 8	Professor(es) Fábio Cáceres / Fátima Regina / Sílvia Guitti
----------------	--------	--------------	--

Verifique cuidadosamente se sua prova atende aos dados acima e, em caso negativo, solicite, imediatamente, outro exemplar. Não serão aceitas reclamações posteriores.

Aluno(a)	Turma	N.o
----------	-------	-----

Nota	Professor	Assinatura do Professor
------	-----------	-------------------------

Instruções:

1. A prova pode ser resolvida a lápis. Respostas devem ser escritas com esferográfica azul ou preta.
2. Respostas sem a devida resolução não serão consideradas.
3. Únicos materiais permitidos: caneta, lapiseira ou lápis, régua, borracha e compasso.

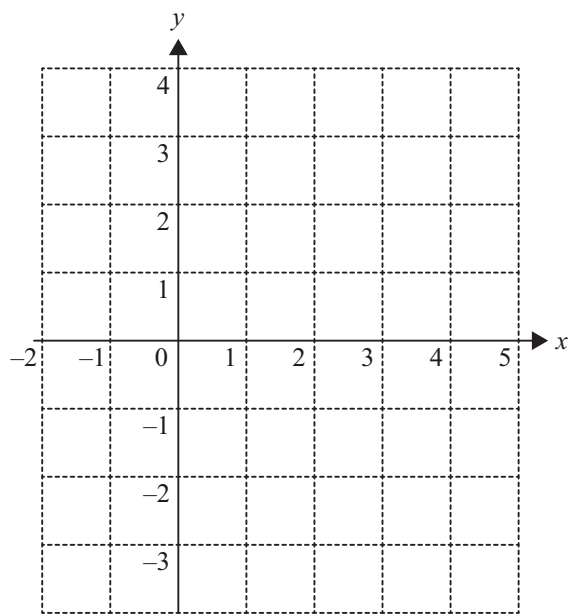
Boa prova! Boas férias!

01. (valor: 0,5) Uma função f é tal que $f(1-x) + 2f(x) = 3x$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Quais são os valores de $f(0)$ e $f(1)$?

$$f(0) = \quad f(1) =$$

02. (valor: 0,5) Dada a função $f(x) = x - 3$, determine:

a. o esboço do gráfico de f .



b. a taxa de variação de f (coeficiente angular).

c. o coeficiente linear de f .

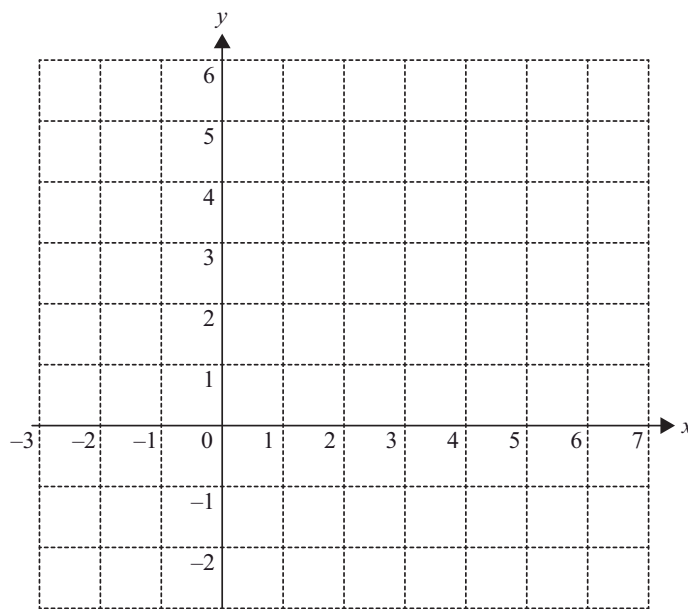
d. o ponto de interseção de f com o eixo x .

e. o ângulo agudo entre o gráfico de f e o eixo das abscissas.

03. (valor: 1,0) Dada a função $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, determine:

a. as raízes de f .

c. no quadriculado abaixo, o esboço do gráfico de f (destaque pelo menos quatro pontos pertencentes a f e o eixo de simetria).

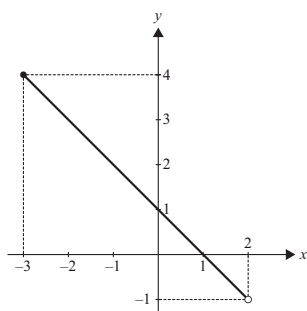


b. as coordenadas do vértice da parábola que representa $f(x)$.

d. o conjunto - imagem de f .

04. (valor: 0,6) Determine, em cada caso, o domínio e o conjunto-imagem das relações R abaixo:

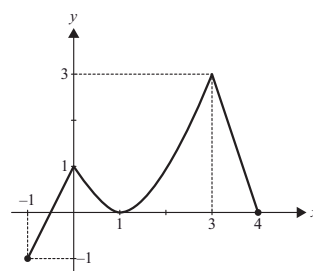
a.



$$Dom_R =$$

$$Im_R =$$

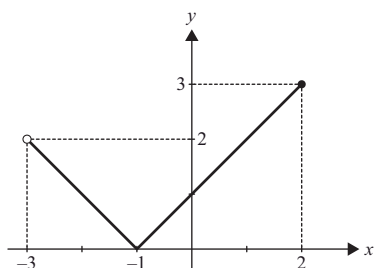
b.



$$Dom_R =$$

$$Im_R =$$

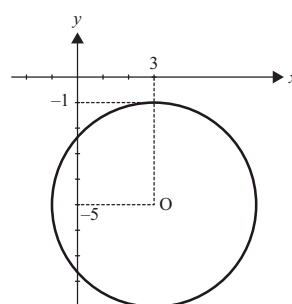
c.



$$Dom_R =$$

$$Im_R =$$

d. O é o centro da circunferência



$$Dom_R =$$

$$Im_R =$$

05. (valor: 0,4) Classifique as relações $R: A \rightarrow B$ do exercício anterior em R se for uma relação que não é função, F se for apenas função, FI se for função injetora, FS se for função sobrejetora e FB se for função bijetora.

a. $A = [-3, 2[$ e $B =]-1, 4]$

b. $A = [-1, 4]$ e $B = [-1, 5]$

Resposta: _____

Resposta: _____

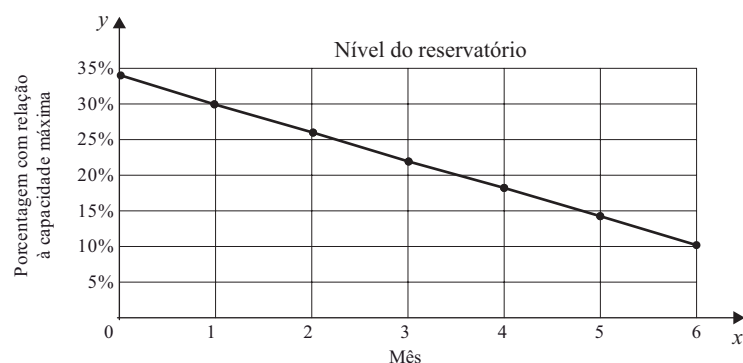
c. $A = [-3, 3]$ e $B = [0, 3]$

d. $A = [-1, 7]$ e $B = \mathbb{R}$

Resposta: _____

Resposta: _____

06. (ENEM-2016/Adaptado) Um dos grandes desafios do Brasil é o gerenciamento dos recursos naturais sobretudo os recursos hídricos. Existe uma crescente demanda por água e o risco de racionamento não pode ser descartado. O nível de água em reservatório foi monitorado por um período, sendo o resultado mostrado no gráfico. Suponha que essa tendência **linear** observada se prolongue pelos próximos meses. Nas condições dadas, determine:



- a. (valor: 0,5) a expressão algébrica que permite calcular a porcentagem (y) da capacidade do reservatório em função do mês (x) de observação.

- b. (valor: 0,25) o intervalo de tempo mínimo, em dias, após o início do monitoramento, para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade. (adote: 1 mês = 30 dias)

07. (ENEM-2014/Adaptada) Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam difíceis. Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial f , de grau menor que 3, para alterar as notas x da prova para as notas $y = f(x)$, da seguinte maneira:

- a nota zero permanece zero.
- a nota 10 permanece 10.
- a nota 5 passa a ser 6.

Nessas condições:

- a. (valor: 0,5) determine a expressão da função $y = f(x)$ a ser utilizada pelo professor.

- b. (valor: 0,25) calcule a nova nota de um aluno que antes da alteração do professor havia tirado 2,5.

Aluno(a)	Turma	N.o	P 172011
			p 5

08. (valor: 2,0) Determine o conjunto solução das inequações mostradas abaixo.

a. $\frac{x - x^2}{x^2 + 2x - 3} \geq 0$

$S =$

b. $(2x - 1) \cdot (x^2 - 9) \cdot (x^2 + 2) < 0$

$S =$

09. (valor: 0,75) Sabendo que $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = f(x+1) - f(x)$, expresse em função de x :

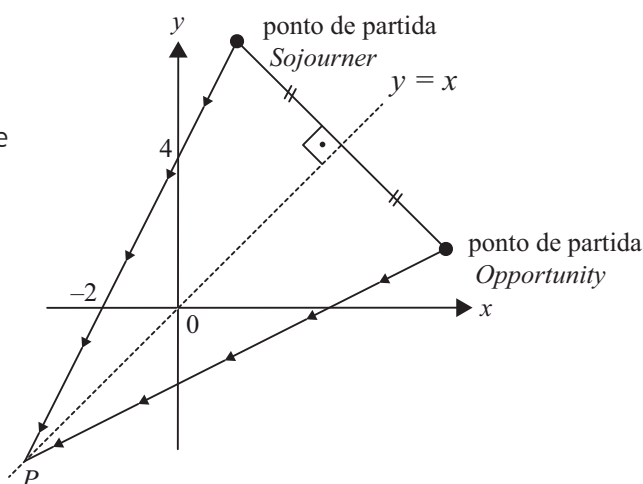
a. $f(x+1)$

b. $g(x)$

c. $(g \circ f)(x)$

10. A figura ao lado mostra a trajetória de dois robôs, *Sojourner* e *Opportunity*, utilizados pela NASA no projeto de exploração do planeta Marte. Considere que os robôs tenham partido no mesmo instante de dois pontos distintos da superfície de Marte, com mesma velocidade e em trajetória retilínea. Nestas condições, determine:

a. (valor: 0,25) a função f que descreve a trajetória do robô *Sojourner*.



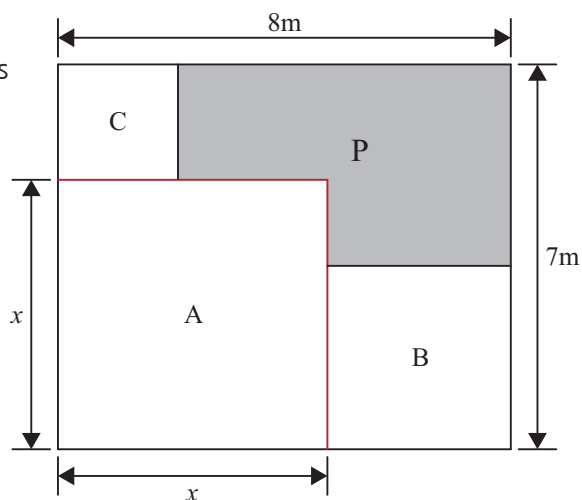
b. (valor: 0,25) a função g que descreve a trajetória do robô *Opportunity*, sabendo que $g(x) = f^{-1}(x)$. (g é a função inversa de f).

c. (valor: 0,25) as coordenadas do ponto P , ponto de encontro dos robôs *Sojourner* e *Opportunity*.

Aluno(a)	Turma	N.o	P 172011
			p 7

11. A figura ao lado mostra um retângulo cujos lados medem 7 m e 8 m e no qual estão contidos os quadrados A, B e C. A medida x , lado do quadrado A pode variar entre 3,5 m e 7 m, fazendo com que os lados dos três quadrados se alterem, mas de modo a preservar seus formatos quadrados. Nestas condições, determine:

- a. (valor: 0,5) a expressão algébrica que permite calcular a área $S(x)$ do polígono P, hachurada, em função da medida x .



$$S(x) =$$

- b. (valor: 0,5) o maior valor possível para a área S , em metros quadrados, do polígono P.

Resposta:

12. Uma das curvas radicais de uma montanha russa tem a forma de uma parábola. É possível alcançar a maior altura, 28 metros do solo, em dois pontos dessa curva, distantes 90 metros um do outro; já a descida atinge o ponto mais baixo da curva a 3 metros do solo, como mostra a figura 1. Nessas condições, determine:

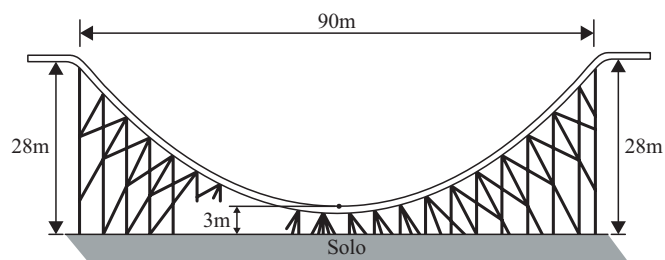


Figura 1

- a. (valor: 0,5) uma função quadrática f que modele a parábola descrita. (deixe indicada na figura ao lado sua escolha para a posição dos eixos coordenados).

$$f(x) =$$

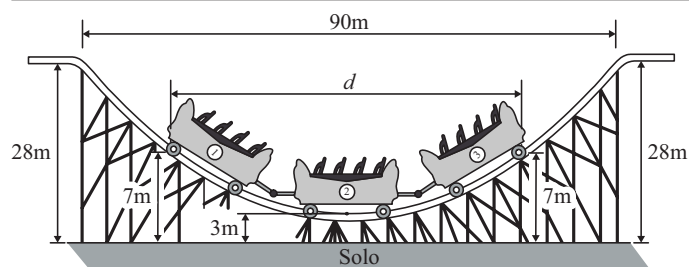


Figura 2

- b. (valor: 0,5) a distância horizontal d entre o centro da roda dianteira do carrinho 1 e o centro da roda traseira do carrinho 3, quando esses centros estiverem a 7 m do solo, como mostra a figura 2.

$$d =$$

01. (valor: 0,5) Uma função f é tal que $f(1-x) + 2f(x) = 3x$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Quais são os valores de $f(0)$ e $f(1)$?

$$\text{Se } x = 0 \Rightarrow f(1-0) + 2f(0) = 3(0) \Rightarrow f(1) + 2f(0) = 0 \Rightarrow f(1) = -2f(0) \quad (I)$$

$$\text{Se } x = 1 \Rightarrow f(1-1) + 2f(1) = 3(1) \Rightarrow f(0) + 2f(1) = 3 \quad (II)$$

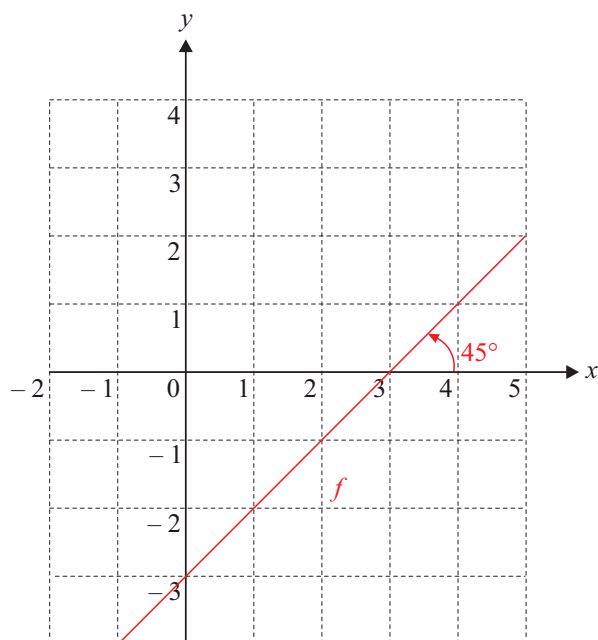
Substituindo (I) em (II), temos:

$$f(0) + 2[-2f(0)] = 3 \Rightarrow -3f(0) = 3 \Rightarrow f(0) = -1 \Rightarrow f(1) = 2$$

Portanto, $f(0) = -1$ e $f(1) = 2$

02. (valor: 0,5) Dada a função $f(x) = x - 3$, determine:

a. o esboço do gráfico de f .



b. a taxa de variação de f (coeficiente angular).

$$a = 1$$

c. o coeficiente linear de f .

$$b = -3$$

d. o ponto de interseção de f com o eixo x .

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 0 = x - 3 \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow (3, 0)$$

e. O ângulo agudo entre o gráfico de f e o eixo das abscissas.

Sendo α o ângulo entre o gráfico de f e o eixo x , segue que

$$\operatorname{tg} \alpha = a \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = 45^\circ$$

03. (valor: 1,0) Dada a função $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, determine:

a. as raízes de f .

$$-x^2 + 2x + 3 = 0 \quad \cdot (-1)$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = -1 \text{ ou } x = 3$$

Portanto, as raízes de f são -1 ou 3 .

b. as coordenadas do vértice da parábola que representa $f(x)$.

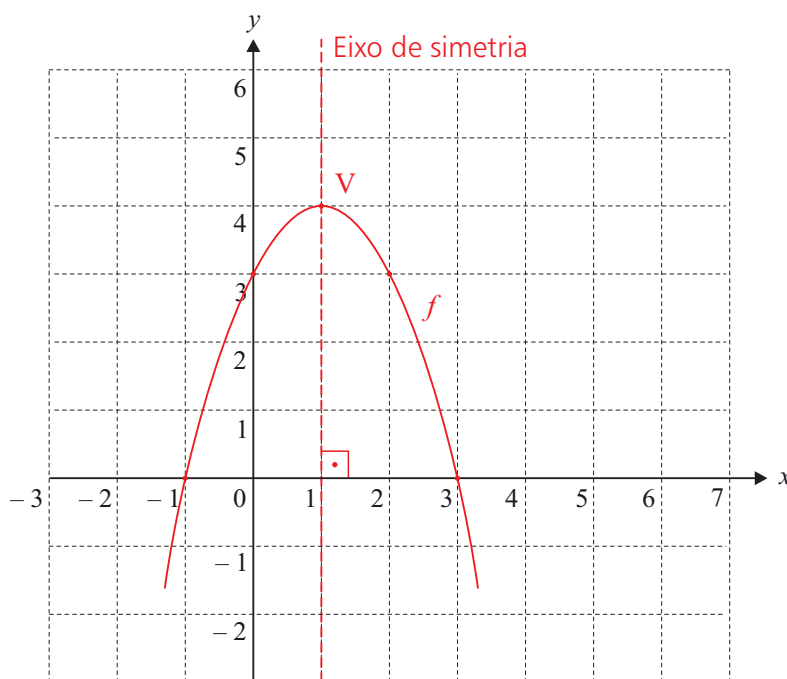
$$x_v = \frac{-1 + 3}{2} \Rightarrow x_v = 1$$

$$y_v = f(x_v) \Rightarrow y_v = f(1)$$

$$y_v = -(1)^2 + 2(1) + 3 \Rightarrow y_v = 4$$

Portanto, as coordenadas do vértice são $V(1, 4)$

c. no quadriculado abaixo, o esboço do gráfico de f (destaque pelo menos quatro pontos pertencentes a f e o eixo de simetria).



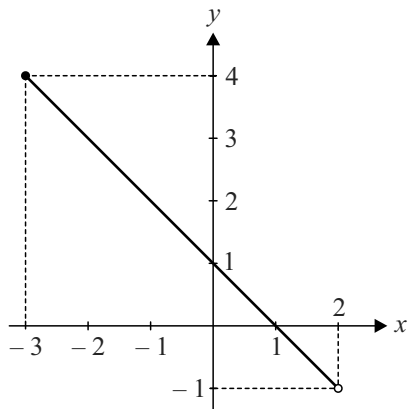
d. o conjunto – imagem de f .

De acordo com o gráfico de f , temos:

$$\text{Im}_f = \{y \in \mathbb{R} / y \leq 4\} \text{ ou } \text{Im}_f =]-\infty, 4]$$

04. (valor: 0,6) Determine, em cada caso, o domínio e o conjunto-imagem das relações R abaixo:

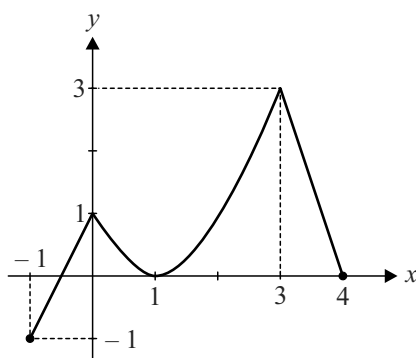
a.



$$\text{Dom}_R = \{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x < 2\} = [-3, 2[$$

$$\text{Im}_R = \{y \in \mathbb{R} / -1 < y \leq 4\} =]-1, 4]$$

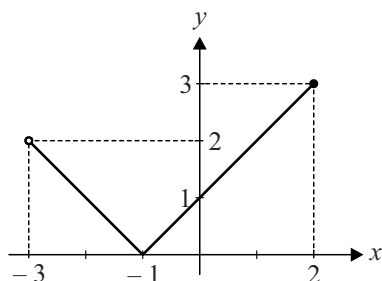
b.



$$\text{Dom}_R = \{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x \leq 4\} = [-1, 4]$$

$$\text{Im}_R = \{y \in \mathbb{R} / -1 \leq y \leq 3\} = [-1, 3]$$

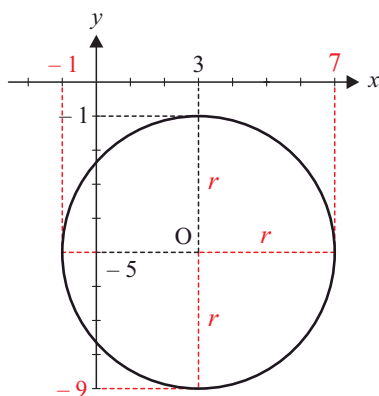
c.



$$\text{Dom}_R = \{x \in \mathbb{R} / -3 < x \leq 2\} =]-3, 2]$$

$$\text{Im}_R = \{y \in \mathbb{R} / 0 \leq y \leq 3\} = [0, 3]$$

d. O é o centro da circunferência.



Sendo r o raio da circunferência, segue que $r = -1 - (-5) \Rightarrow r = 4$

$$\text{Dom}_R = \{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x \leq 7\} = [-1, 7]$$

$$\text{Im}_R = \{y \in \mathbb{R} / -9 \leq y \leq -1\} = [-9, -1]$$

05. (valor: 0,4) Classifique as relações $R:A \rightarrow B$ do exercício anterior em R se for uma relação que não é função, F se for apenas função, FI se for função injetora, FS se for função sobrejetora e FB se for função bijetora.

a. $A = [-3, 2[$ e $B =]-1, 4]$

(1) $\text{Dom}_R = A$

(2) $\forall x \in A$ existe um único $y \in B$ tal que $(x, y) \in R$.

De (1) e (2), segue que R é uma função $f: A \rightarrow B$

(3) Note que $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$, logo f é injetora.

(4) Note que $CD = \text{Im}$, logo f é sobrejetora.

De (3) e (4), segue que f é bijetora.

Resposta: FB

b. $A = [-1, 4]$ e $B = [-1, 5]$

(1) $\text{Dom}_R = A$

(2) $\forall x \in A$ existe um único $y \in B$ tal que $(x, y) \in R$.

De (1) e (2), segue que R é uma função $f: A \rightarrow B$

(3) Note que $f(1) = f(4)$, logo f **não** é injetora.

(4) Note que $CD \neq \text{Im}$, logo f **não** é sobrejetora.

Portanto, f é apenas função.

Resposta: F

c. $A = [-3, 3]$ e $B = [0, 3]$

Note que $\text{Dom}_R \neq A$, isto é existe pelo menos um $x \in A$ que não está relacionado com um $y \in B$ tal que $(x, y) \in R$. Portanto, R é uma relação que **não** é função.

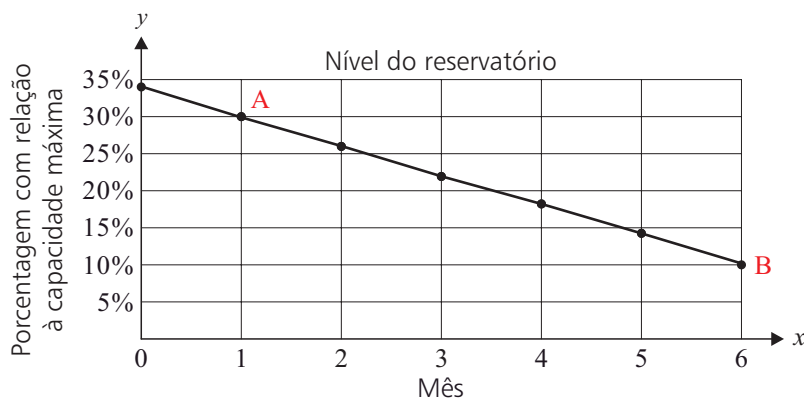
Resposta: R

d. $A = [-1, 7]$ e $B = \mathbb{R}$

Note que para $x = 3$, temos $y = -1$ e $y = -9$, isto é, existe pelo menos um $x \in A$ com duas imagens $y \in B$. Portanto, R é uma relação que **não** é função.

Resposta: R

06. (ENEM-2016/ADAPTADO) Um dos grandes desafios do Brasil é o gerenciamento dos recursos naturais sobretudo os recursos hídricos. Existe uma crescente demanda por água e o risco de racionamento não pode ser descartado. O nível de água em reservatório foi monitorado por um período, sendo o resultado mostrado no gráfico. Suponha que essa tendência **linear** observada se prolongue pelos próximos meses. Nas condições dadas, determine:



- a. (valor: 0,5) a expressão algébrica que permite calcular a porcentagem (y) da capacidade do reservatório em função do mês (x) de observação.

Sendo os pontos A (1; 30) e B (6; 10) pertencentes ao gráfico da função afim

$y = ax + b$, segue que:

$$\begin{cases} a + b = 30 \\ 6a + b = 10 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema acima, obteremos:

$$a = -4 \text{ e } b = 34$$

$$\text{Portanto, } y = -4x + 34$$

- b. (valor: 0,25) o intervalo de tempo mínimo, em dias, após o início do monitoramento, para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade. (adote: 1 mês = 30 dias)

Do item anterior $y = -4x + 34$, quando o reservatório atingir o nível zero, teremos

$$y = 0 \Rightarrow 0 = -4x + 34 \Rightarrow x = \frac{17}{2} \text{ meses} \Rightarrow x = 255 \text{ dias.}$$

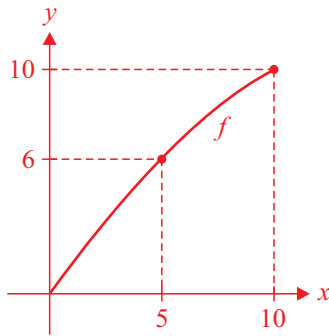
Resposta: 255 dias.

07. (ENEM-2014/Adaptada) Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam difíceis. Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial f , de grau menor que 3, para alterar as notas x da prova para as notas $y = f(x)$, da seguinte maneira:

- a nota zero permanece zero.
- a nota 10 permanece 10.
- a nota 5 passa a ser 6.

Nessas condições:

a. (valor: 0,5) determine a expressão da função $y = f(x)$ a ser utilizada pelo professor.



Note que os pontos do gráfico ao lado não estão alinhados, isto é, a função polinomial f não é do 1.º grau. Portanto, de acordo com o enunciado f só pode ser do 2.º grau.

Sendo $f(x) = ax^2 + bx + c$ a função que transforma as notas x para as notas $y = f(x)$, temos:

$$f(0) = a(0)^2 + b(0) + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$$

$$f(10) = a(10)^2 + b(10) + c = 10 \Leftrightarrow 100a + 10b = 10 \quad (I)$$

$$f(5) = a(5)^2 + b(5) + c = 6 \Leftrightarrow 25a + 5b = 6 \quad (II)$$

Resolvendo o sistema formado por (I) e (II), obteremos:

$$a = -\frac{1}{25} \text{ e } b = \frac{7}{5}$$

Portanto, a expressão utilizada pelo professor é $f(x) = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$

b. (valor: 0,25) calcule a nova nota de um aluno que antes da alteração do professor havia tirado 2,5.

De acordo com o item anterior, temos:

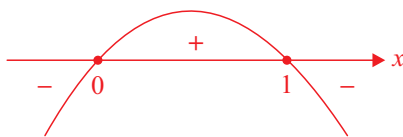
$$\text{para } x = 2,5 \Rightarrow f(2,5) = -\frac{1}{25}(2,5)^2 + \frac{7}{5}(2,5) \Rightarrow f(2,5) = -\frac{1}{4} + \frac{7}{2} \Rightarrow f(2,5) = 3,25$$

Portanto, a nota do aluno após a alteração do professor é 3,25.

08. (valor: 2,0) Determine o conjunto solução das inequações mostradas abaixo.

a. $\frac{\overbrace{x-x^2}^{y_1}}{\underbrace{x^2+2x-3}_{y_2}} \geq 0$

(I) $y_1 = x - x^2$
 $y_1 = x(1-x)$
 se $y_1 = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 1$



(II) $y_2 = x^2 + 2x - 3$
 $y_2 = (x+3)(x-1)$
 se $y_2 = 0 \Rightarrow x = -3$ ou $x = 1$



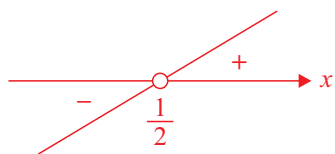
(III) Quadro de sinais

	-3	0	1	
	○	●	○	
y_1	-	-	+	-
	+	-	-	+
y_2	-	+	-	-
$\frac{y_1}{y_2}$	○	●	-	-

$$S = \{x \in \mathbb{R} / -3 < x \leq 0\} =]-3, 0]$$

b. $\underbrace{(2x-1)}_{y_1} \cdot \underbrace{(x^2-9)}_{y_2} \cdot \underbrace{(x^2+2)}_{y_3} < 0$

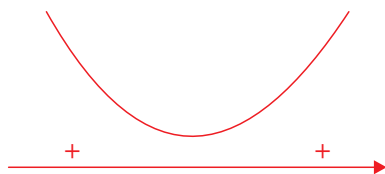
(I) $y_1 = 2x - 1$
se $y_1 = 0 \Rightarrow 0 = 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$



(II) $y_2 = x^2 - 9$
se $y_2 = 0 \Rightarrow 0 = x^2 - 9$
 $x = -3$ ou $x = 3$



(III) $y_3 = x^2 + 2$
 $\forall x \in \mathbb{R} / y_3 = 0 \ (\Delta < 0)$



(IV) Quadro de sinais

	-3	$\frac{1}{2}$	3	
y_1	-	-	+	+
y_2	+	-	-	+
y_3	+	+	+	+
$y_1 \cdot y_2 \cdot y_3$	-	+	-	+

$S = \left\{ x \in \mathbb{R} / x < -3 \text{ ou } \frac{1}{2} < x < 3 \right\} =]-\infty, -3[\cup]\frac{1}{2}, 3[$

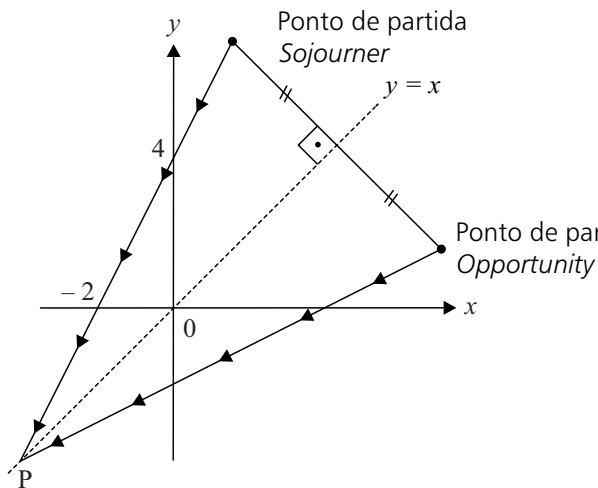
09. (valor: 0,75) Sabendo que $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = f(x+1) - f(x)$, expresse em função de x :

a. $f(x+1) = (x+1)^2 + 1 \Rightarrow f(x+1) = (x^2 + 2x + 1) + 1 \Rightarrow f(x+1) = x^2 + 2x + 2$

b. $g(x) = f(x+1) - f(x) \Rightarrow g(x) = (x^2 + 2x + 2) - (x^2 + 1) \Rightarrow g(x) = 2x + 1$

c. $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = 2 \cdot f(x) + 1 = 2(x^2 + 1) + 1 \Rightarrow (g \circ f)(x) = 2x^2 + 3$

10.



A figura ao lado mostra a trajetória de dois robôs, *Sojourner* e *Opportunity*, utilizados pela NASA no projeto de exploração do planeta Marte. Considere que os robôs tenham partido no mesmo instante de dois pontos distintos da superfície de Marte, com mesma velocidade e em trajetória retilínea. Nestas condições, determine:

- a. (valor: 0,25) a função f que descreve a trajetória do robô *Sojourner*.

Sendo retilínea a trajetória do robô *Sojourner*, a função f que a descreve é do tipo $f(x) = ax + b$, assim:

$$(0, 4) \in f \Rightarrow 4 = a(0) + b \Rightarrow b = 4 \quad (\text{I})$$

$$(-2, 0) \in f \Rightarrow 0 = a(-2) + b \quad (\text{II})$$

Substituindo (I) em (II), temos:

$$0 = -2a + 4 \Rightarrow a = 2$$

$$\text{Portanto, } f(x) = 2x + 4$$

- b. (valor: 0,25) a função g que descreve a trajetória do robô *Opportunity*, sabendo que $g(x) = f^{-1}(x)$ (g é a função inversa de f).

Para determinarmos g , inversa de f , permutamos as variáveis de f , isto é, trocamos x por y e y por x e em seguida, expressamos y em função de x . Assim,

$$f(x) = 2x + 4 \Rightarrow x = 2y + 4 \Rightarrow 2y = x - 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 2$$

$$\text{Portanto, } g(x) = f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - 2$$

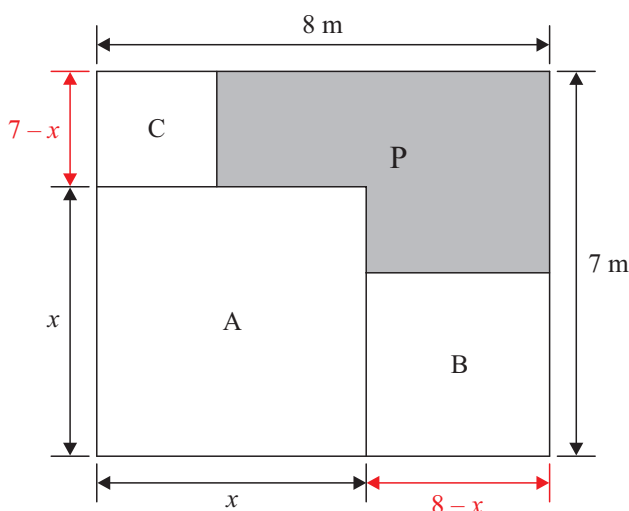
- c. (valor: 0,25) as coordenadas do ponto P, ponto de encontro dos robôs *Sojourner* e *Opportunity*.

Sendo que no ponto P temos $f(x) = g(x)$, segue que:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x + 4 = \frac{1}{2}x - 2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x = -6 \Leftrightarrow x = -4 \Rightarrow y = -4$$

Portanto, as coordenadas do ponto P são $(-4, -4)$

11.



A figura ao lado mostra um retângulo cujos lados medem 7 m e 8 m e no qual estão contidos os quadrados A, B e C. A medida x , lado do quadrado A pode variar entre 3,5 m e 7 m, fazendo com que os lados dos três quadrados se alterem, mas de modo a preservar seus formatos quadrados. Nestas condições, determine:

- a. (valor: 0,5) a expressão algébrica que permite calcular a área $S(x)$ do polígono P, hachurada, em função da medida x .

Como a área S do polígono P é a diferença entre a área do retângulo de dimensões 8×7 e a soma das áreas dos quadrados A, B e C, segue que:

$$S(x) = A_{\text{retângulo}} - (A_A + A_B + A_C)$$

$$S(x) = 56 - x^2 - (8 - x)^2 - (7 - x)^2$$

$$\text{Portanto, } S(x) = -3x^2 + 30x - 57$$

- b. (valor: 0,5) o maior valor possível para a área S , em metros quadrados, do polígono P.

O valor máximo da função $S(x) = -3x^2 + 30x - 57$ é dado por:

$$S_{\text{máximo}} = \frac{-\Delta}{4a} \Rightarrow S_{\text{máximo}} = -\frac{[900 - 4(-3)(-57)]}{4(-3)} \Rightarrow S_{\text{máximo}} = \frac{216}{12} \Rightarrow S_{\text{máximo}} = 18 \text{ m}^2$$

Portanto, o maior valor possível para área do polígono P é igual a 18 metros quadrados.

12. Uma das curvas radicais de uma montanha russa tem a forma de uma parábola. É possível alcançar a maior altura, 28 metros do solo, em dois pontos dessa curva, distantes 90 metros um do outro; já a descida atinge o ponto mais baixo da curva a 3 metros do solo, como mostra a figura 1. Nessas condições, determine:

a.

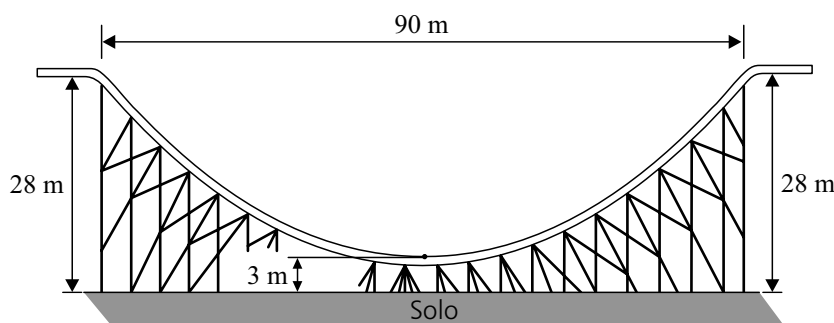
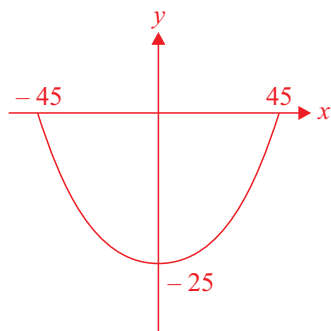


Figura 1

(valor: 0,5) uma função quadrática f que modele a parábola descrita. (deixe indicada na figura ao lado sua escolha para a posição dos eixos coordenados).

Algumas possíveis soluções, dependendo da posição dos eixos coordenados, são:

1.o modo

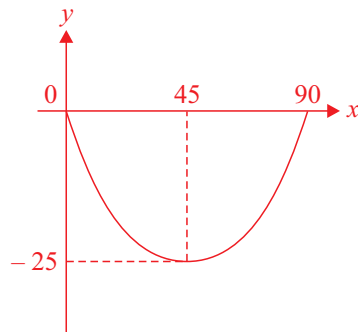


Sendo $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$, onde x_1 e x_2 são as raízes de f , segue que

$$-25 = a(0 + 45)(0 - 45) \Rightarrow a = \frac{1}{81}$$

$$\text{Portanto, } f(x) = \frac{1}{81}(x + 45)(x - 45) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{81}x^2 - 25$$

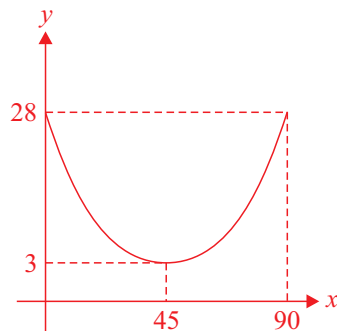
2.o modo



Sendo $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$, onde x_1 e x_2 são as raízes de f , segue que
 $-25 = a(45 - 0)(45 - 90) \Rightarrow a = \frac{1}{81}$

Portanto, $f(x) = \frac{1}{81}(x)(x - 90) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{81}x^2 - \frac{10}{9}x$

3.o modo



Sendo $f(x) = ax^2 + bx + c$, segue que

$$f(0) = a(0)^2 + b(0) + c = 28 \Leftrightarrow c = 28$$

$$f(45) = a(45)^2 + b(45) + c = 3 \Leftrightarrow 2025a + 45b = -25$$

$$f(90) = a(90)^2 + b(90) + c = 28 \Leftrightarrow 8100a + 90b = 0$$

Logo,
$$\begin{cases} 2025a + 45b = -25 \\ 8100a + 90b = 0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema acima, obteremos:

$$a = \frac{1}{81} \text{ e } b = -\frac{10}{9}$$

Portanto, $f(x) = \frac{1}{81}x^2 - \frac{10}{9}x + 28$

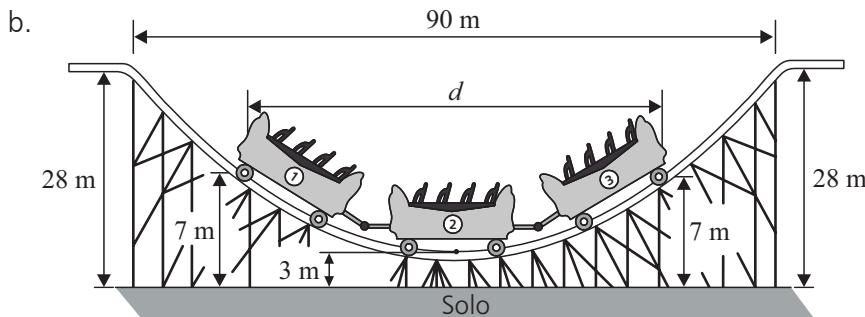
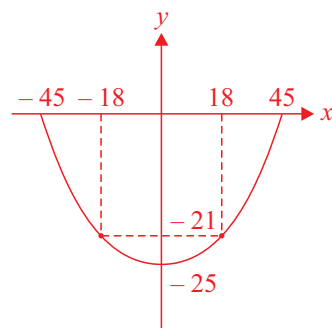


Figura 2

(valor: 0,5) a distância horizontal d entre o centro da roda dianteira do carrinho 1 e o centro da roda traseira do carrinho 3, quando esses centros estiverem a 7 m do solo, como mostra a figura 2.

De acordo com o item anterior, segue que

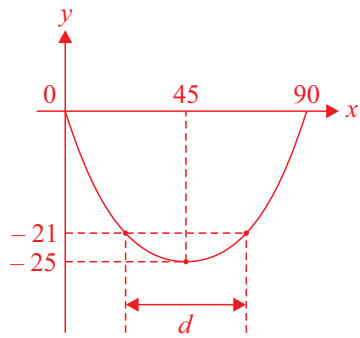
1.o modo



$$f(x) = -21 \Rightarrow \frac{1}{81}x^2 - 25 = -21 \Rightarrow \frac{1}{81}x^2 = 4 \Rightarrow x = 18 \text{ ou } x = -18$$

Portanto, a distância horizontal d é igual a $d = 18 - (-18) \Rightarrow d = 36$ m

2.o modo

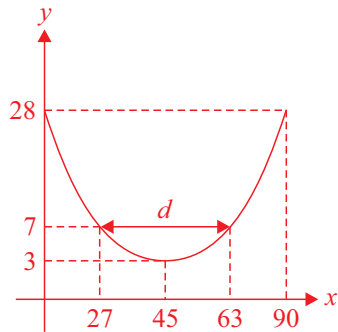


$$f(x) = -21 \Rightarrow \frac{1}{81}x^2 - \frac{10}{9}x = -21 \Rightarrow x^2 - 90x + 1701 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x - 27)(x - 63) = 0 \Rightarrow x = 27 \text{ ou } x = 63$$

Portanto, a distância horizontal d é igual a $d = 63 - 27 \Rightarrow d = 36$ m

3.o modo



$$f(x) = 7 \Rightarrow \frac{1}{81}x^2 - \frac{10}{9}x + 28 = 7 \Rightarrow x^2 - 90x + 1701 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x - 27)(x - 63) = 0 \Rightarrow x = 27 \text{ ou } x = 63$$

Portanto, a distância horizontal d é igual a $d = 63 - 27 \Rightarrow d = 36$ m