

Caderno de Questões

Bimestre 3.o	Disciplina Matemática Geometria	Turmas 1.o Ano	Período M	Data da prova 21/09/2016	P 163006
Questões 10	Testes	Páginas 9	Professor(es) Fábio Cáceres/Gilson/Oliveira		

Verifique cuidadosamente se sua prova atende aos dados acima e, em caso negativo, solicite, imediatamente, outro exemplar. Não serão aceitas reclamações posteriores.

Aluno(a)	Turma	N.o
Nota	Professor	Assinatura do Professor

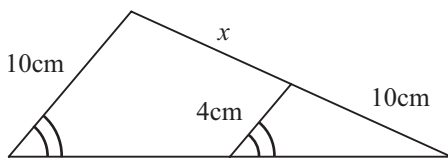
Instruções

1. A prova pode ser resolvida a lápis. Respostas só com tinta azul ou preta.
2. Resposta sem resolução não será considerada.
3. **Únicos** materiais permitidos: caneta, lápis (ou lapiseira), régua e borracha.

Questões

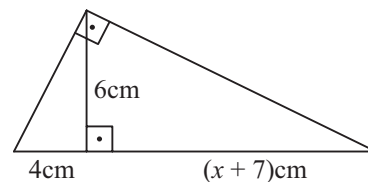
01. (valor: 1,0) Calcule x nos itens:

a.



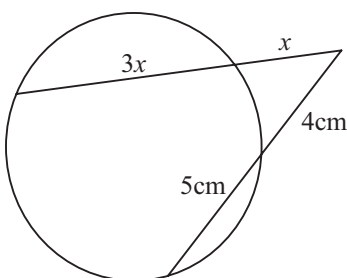
Resposta: _____

b.



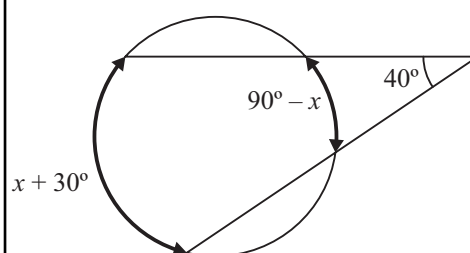
Resposta: _____

c.



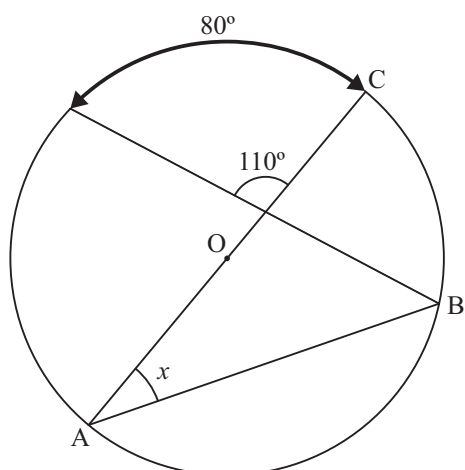
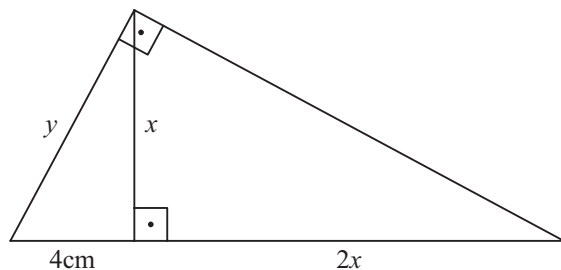
Resposta: _____

d.



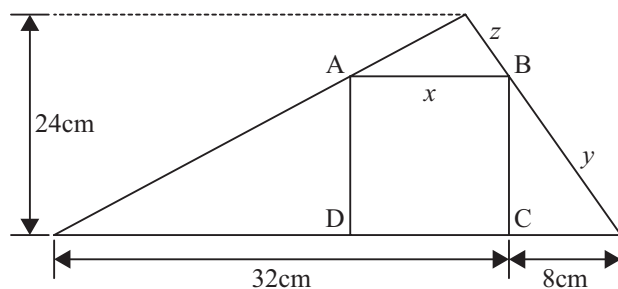
Resposta: _____

02.

a. (valor: 0,5) Sendo O centro da circunferência, calcule a medida do ângulo \hat{CAB} Resposta: $\hat{CAB} =$ _____b. (valor: 0,5) Calcule x e y Resposta: $x =$ _____, $y =$ _____

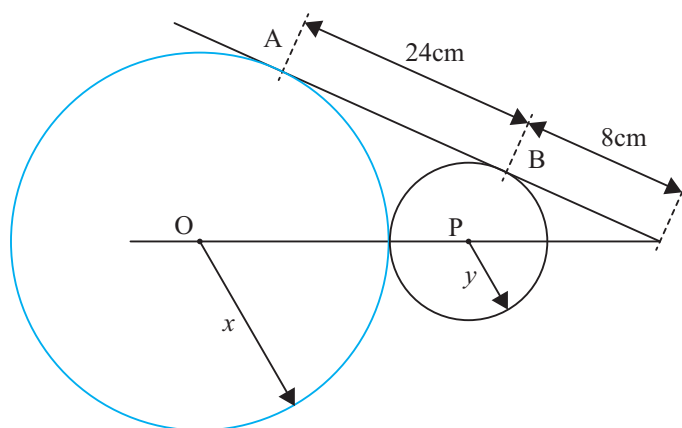
Rascunho

03. (valor: 1,0) Calcule x , y e z , sabendo que ABCD é quadrado.



Resposta: $x =$ _____, $y =$ _____, $z =$ _____

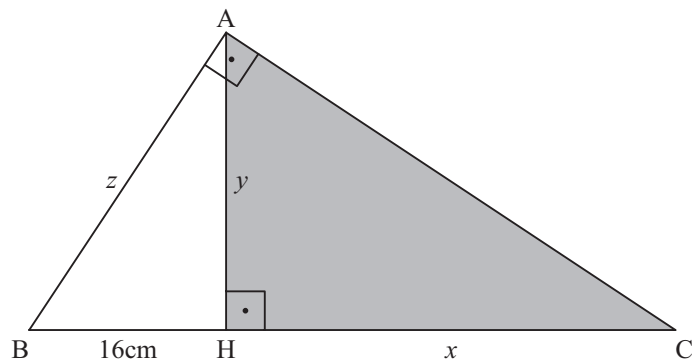
04. (valor: 1,0) Calcule os raios das circunferências com centros nos pontos O e P, sabendo que A e B são pontos de tangência.



Resposta: $x =$ _____, $y =$ _____

Rascunho

05. Considere o triângulo ABC, retângulo em A.



Pede-se:

- a. (valor: 0,25) Escrever uma relação entre x e y , sabendo que a área do triângulo ACH é 54 cm^2 .

Resposta: _____

- b. (valor: 0,25) Escrever outra relação entre x e y , que não seja equivalente a relação do item anterior.

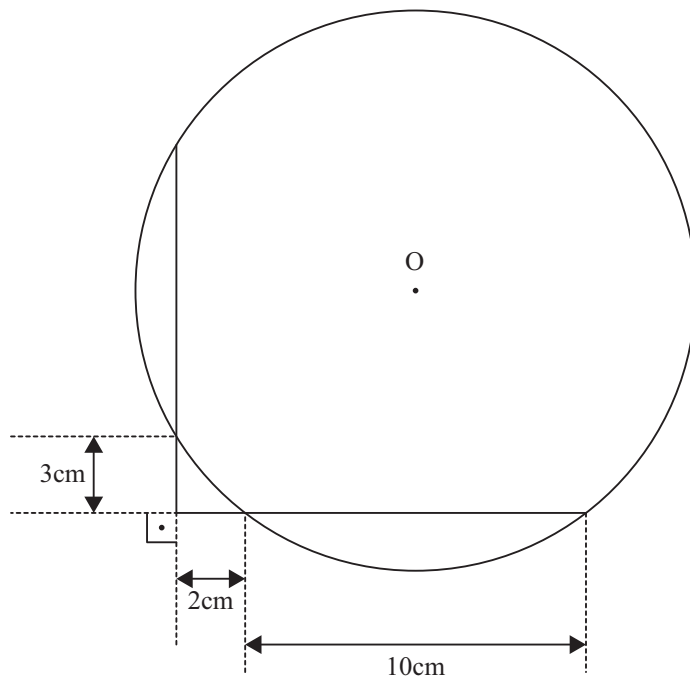
Resposta: _____

- c. (valor: 0,5) Calcule o valor de z .

Resposta: $z =$ _____

Rascunho

06. (valor: 1,0) Calcule o raio da circunferência de centro O.

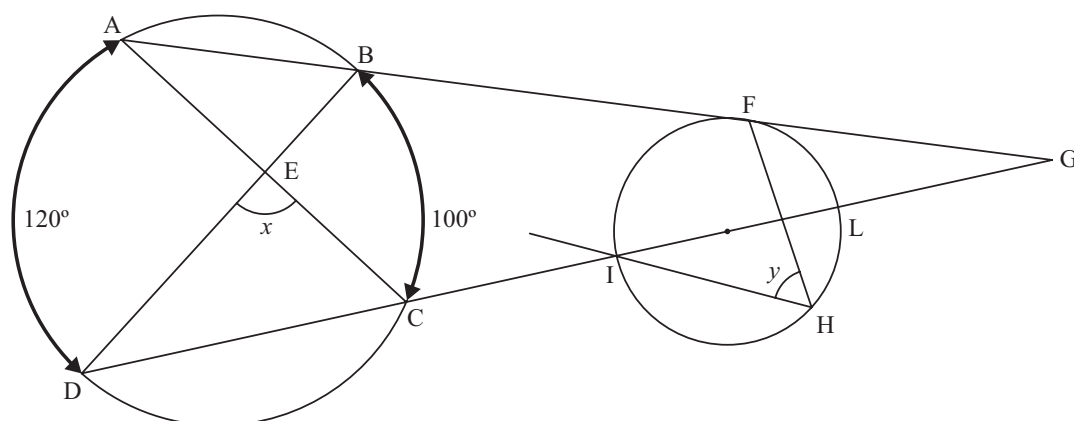


Rascunho

Resposta: _____

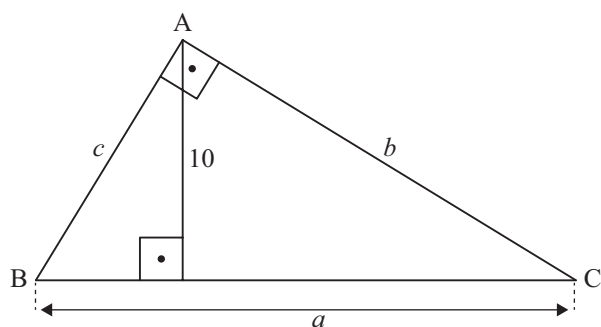
07. (valor: 1,0) Determine as medidas dos ângulos indicadas por incógnitas, sabendo que **F** é ponto de tangência.

Rascunho



Resposta: $x =$ _____, $y =$ _____

08. (valor: 1,0) Calcule a área do triângulo ABC, sabendo que seu perímetro vale 40 cm e que a altura relativa a hipotenusa mede 10 cm.



Sugestão:

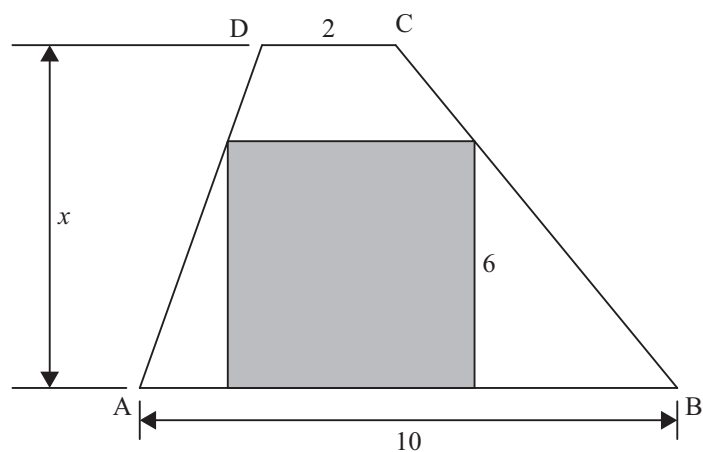
$$a + b + c = 40 \Rightarrow (a + b + c)^2 = 1600 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = 1600$$

(continue, a partir dessa última equação, com o uso de relações métricas).

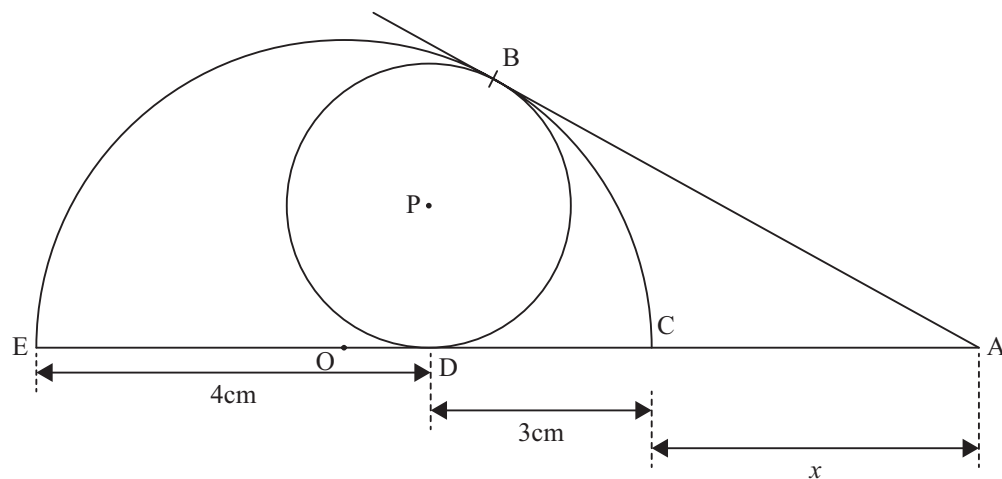
Rascunho

Resposta: _____

09. (valor: 1,0) O trapézio ABCD tem bases $AB = 10$ cm e $CD = 2$ cm. Quanto deve medir a altura desse trapézio para que o lado do quadrado sombreado tenha 6 cm de lado?

RascunhoResposta: $x =$ _____

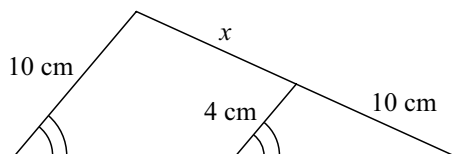
10. (valor: 1,0) Na figura abaixo a semicircunferência tem centro em O, a circunferência tem centro em P; além disso B e D são pontos de tangência. Calcule a medida AC, sabendo que $ED = 4\text{ cm}$ e $DC = 3\text{ cm}$.

RascunhoResposta: $x =$ _____

Questões

01. (valor: 1,0) Calcule x nos itens:

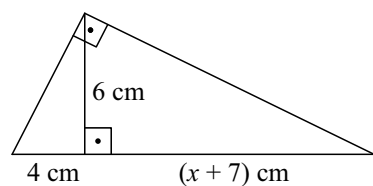
a.



$$\text{Semelhança: } \frac{10}{4} = \frac{x+10}{10} \Rightarrow x = 15$$

Resposta: 15 cm

b.

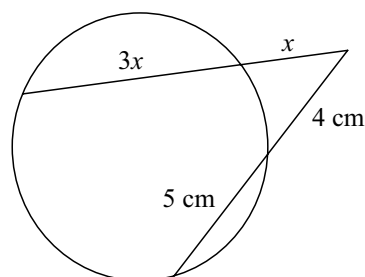


Relação métrica:

$$6^2 = 4 \cdot (x + 7) \Rightarrow x = 2$$

Resposta: 2 cm

c.



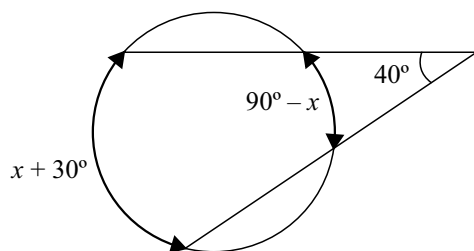
Relação métrica: $x \cdot (x + 3x) = 4 \cdot (4 + 5)$

$$4x^2 = 36$$

$$x = 3$$

Resposta: 3 cm

d.

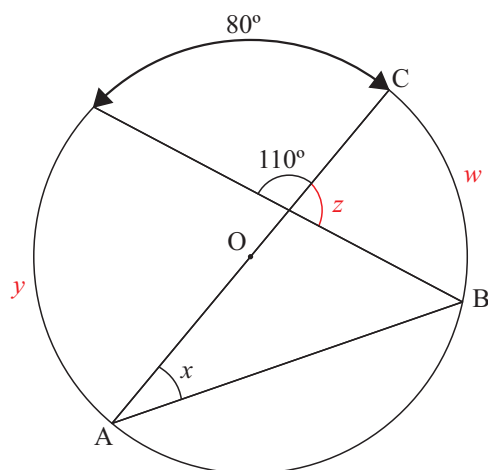


$$\frac{x + 30^\circ - (90^\circ - x)}{2} = 40^\circ \Rightarrow x = 70^\circ$$

Resposta: 70°

02.

a. (valor: 0,5) Sendo O o centro da circunferência, calcule a medida do ângulo $\hat{C}AB$.



$$(1) \quad y + 80^\circ = 180^\circ \Rightarrow y = 100^\circ$$

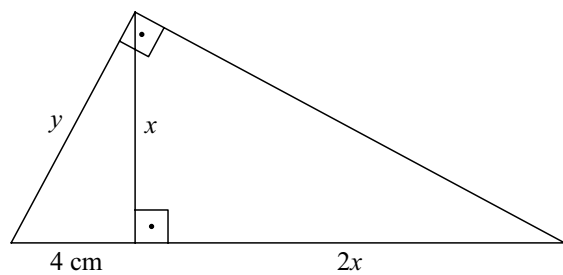
$$(2) \quad z = 180 - 110^\circ \Rightarrow z = 70^\circ$$

$$(3) \quad \frac{w + 100^\circ}{2} = z \Rightarrow \frac{w + 100^\circ}{2} = 70^\circ \Rightarrow w = 40^\circ$$

$$(4) \quad x = \frac{w}{2} \Rightarrow x = \frac{40^\circ}{2} \Rightarrow x = 20^\circ$$

Resposta: $\hat{C}AB = 20^\circ$

b. (valor: 0,5) Calcule x e y .

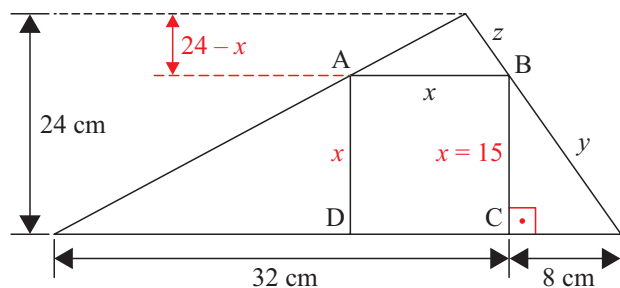


$$(1) \quad \text{Relação métrica: } x^2 = 4 \cdot 2x \Rightarrow x = 0 \text{ (não convém) ou } x = 8$$

$$(2) \quad \text{Relação métrica: } y^2 = 4 \cdot (4 + 2x) \Rightarrow y^2 = 4 \cdot (4 + 16) \Rightarrow y = 4\sqrt{5}$$

Resposta: $x = 8 \text{ cm}$, $y = 4\sqrt{5} \text{ cm}$

03. (valor: 1,0) Calcule x , y e z , sabendo que ABCD é quadrado.



(1) Por semelhança:

$$\frac{24 - x}{24} = \frac{x}{40} \Rightarrow x = 15$$

(2) Por pitágoras:

$$y^2 = 8^2 + 15^2 \Rightarrow y = 17$$

(3) Por semelhança:

$$\frac{z}{z + y} = \frac{x}{40} \Rightarrow \frac{z}{z + 17} = \frac{15}{40} \Rightarrow \frac{z}{z + 17} = \frac{3}{8} \Rightarrow z = \frac{51}{5}$$

Resposta: $x = 15 \text{ cm}$, $y = 17 \text{ cm}$, $z = \frac{51}{5} \text{ cm}$

c. (valor: 0,5) Calcule o valor de z .

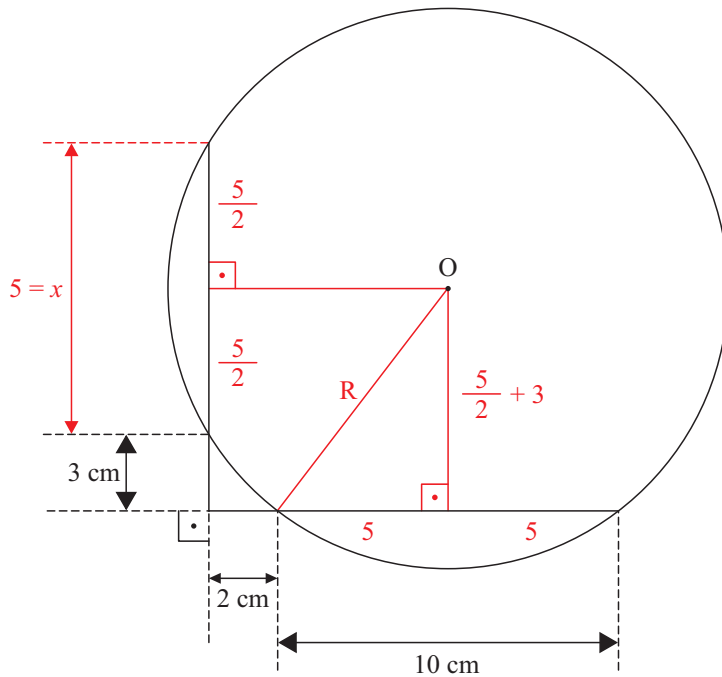
$$(1) \quad xy = 108 \Rightarrow x = \frac{108}{y}$$

$$(2) \quad y^2 = 16 \cdot x \Rightarrow y^2 = \frac{16 \cdot 108}{y} \Rightarrow y^3 = 4^3 \cdot 3^3 \Rightarrow y = 12$$

$$(3) \quad \text{Por Pitágoras: } z^2 = y^2 + 16^2 \Rightarrow z^2 = 12^2 + 16^2 \Rightarrow z = 20$$

Resposta: $z = 20$ cm

06. (valor: 1,0) Calcule o raio da circunferência de centro O.



(1) Relação métrica no círculo:

$$3 \cdot (3 + x) = 2(2 + 10) \Rightarrow x = 5$$

(2) A reta perpendicular a uma corda da circunferência, e que passa pelo centro da circunferência, é mediatriz dessa corda.

(3) Aplicando (2) a ambas as cordas da circunferência, temos as medidas indicadas.

(4) Por Pitágoras:

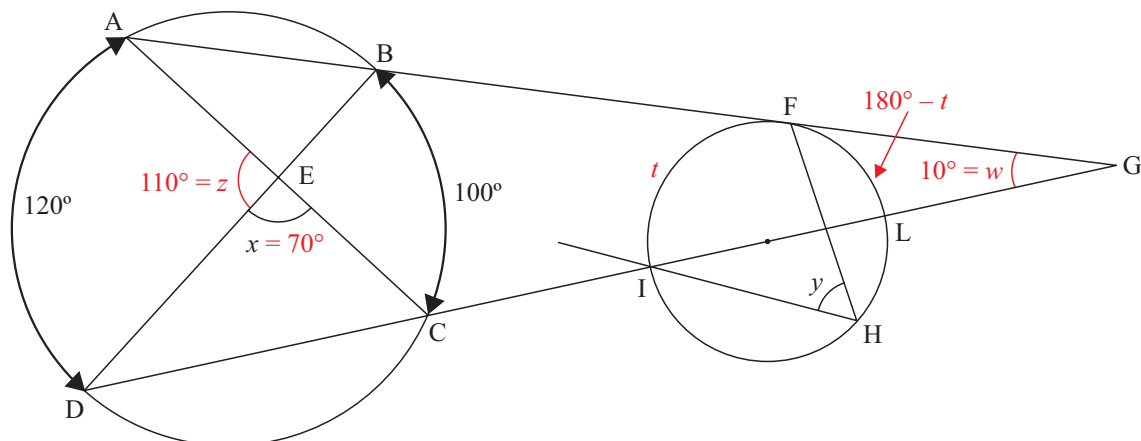
$$R^2 = \left(\frac{5}{2} + 3\right)^2 + 5^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R^2 = \left(\frac{11}{2}\right)^2 + 5^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{121}{4} + 25 \Rightarrow R = \frac{\sqrt{221}}{2} \text{ cm}$$

$$\text{Resposta: } \frac{\sqrt{221}}{2} \text{ cm}$$

07. (valor: 1,0) Determine as medidas dos ângulos indicadas por incógnitas, sabendo que F é ponto de tangência.



$$(1) \quad \widehat{AED} \text{ é excêntrico interior} \Rightarrow z = \frac{120^\circ + 100^\circ}{2} \Rightarrow z = 110^\circ$$

$$(2) \quad x + z = 180^\circ \Rightarrow x + 110^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 70^\circ$$

$$(3) \quad \widehat{FGI} \text{ é excêntrico exterior} \Rightarrow w = \frac{120^\circ - 100^\circ}{2} \Rightarrow w = 10^\circ$$

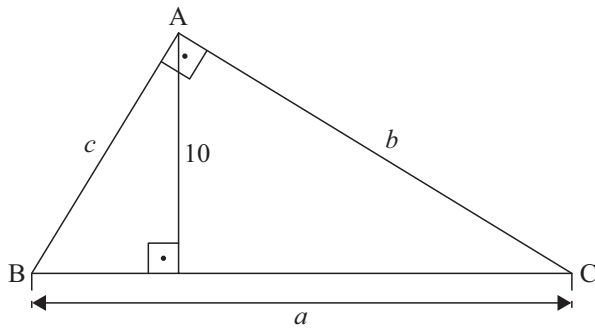
$$(4) \quad \widehat{FHI} \text{ é inscrito} \Rightarrow t = 2y$$

$$(5) \quad w = \frac{t - (180^\circ - t)}{2} \Rightarrow 10^\circ = \frac{2t - 180^\circ}{2} \Rightarrow 10^\circ = t - 90^\circ \Rightarrow t = 100^\circ$$

$$\text{Logo, } 2y = 100^\circ \Rightarrow y = 50^\circ$$

Resposta: $x = 70^\circ, y = 50^\circ$

08. (valor: 1,0) Calcule a área do triângulo ABC, sabendo que seu perímetro vale 40 cm e que a altura relativa a hipotenusa mede 10 cm.



Sugestão:

$$a + b + c = 40 \Rightarrow (a + b + c)^2 = 1600 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = 1600$$

(continue, a partir dessa última equação, com o uso de relações métricas).

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = 1600$$

$$a^2 + a^2 + 2ab + 2ac + 2 \cdot a \cdot 10 = 1600$$

$$2a^2 + 2a(b + c + 10) = 1600 \Rightarrow 2a^2 + 2a(40 - a + 10) = 1600 \Rightarrow 2a^2 + 2a(50 - a) = 1600 \Rightarrow$$

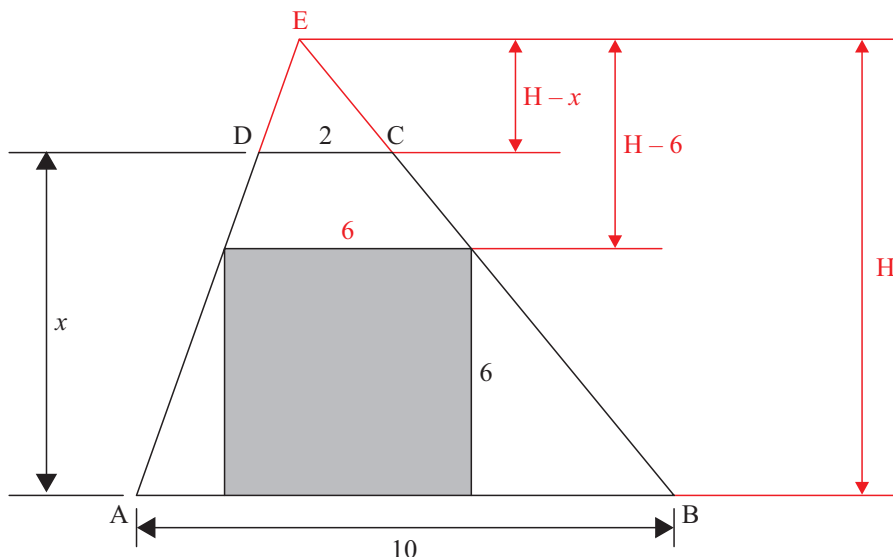
$$\Rightarrow 2a^2 + 100a - 2a^2 = 1600 \Rightarrow 100a = 1600 \Rightarrow a = 16$$

$$\text{Logo, área (ABC)} = \frac{a \cdot 10}{2} \Rightarrow \text{área (ABC)} = 5 \cdot a \Rightarrow \text{área (ABC)} = 5 \cdot 16 \Rightarrow \text{área (ABC)} = 80 \text{ cm}^2$$

Resposta: 80 cm^2

09. (valor: 1,0) O trapézio ABCD tem bases AB = 10 cm e CD = 2 cm. Quanto deve medir a altura desse trapézio para que o quadrado sombreado tenha 6 cm de lado?

1.o modo:

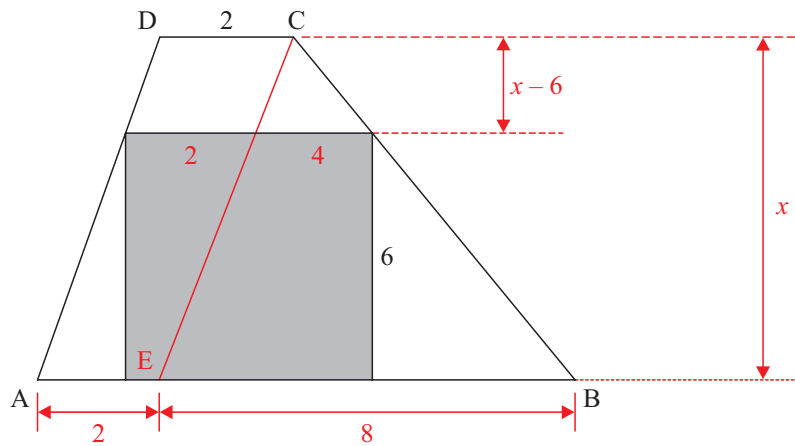


Prolongando os lados \overline{AD} e \overline{BC} do trapézio obtemos três triângulos que têm o vértice E em comum e cujas alturas são H, H - 6 e H - x. Pela semelhança entre esses triângulos, temos:

$$(1) \quad \frac{H - 6}{H} = \frac{6}{10} \Rightarrow 10H - 60 = 6H \Rightarrow H = 15$$

$$(2) \quad \frac{H - x}{H} = \frac{2}{10} \Rightarrow \frac{15 - x}{15} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = 12$$

2.o modo:



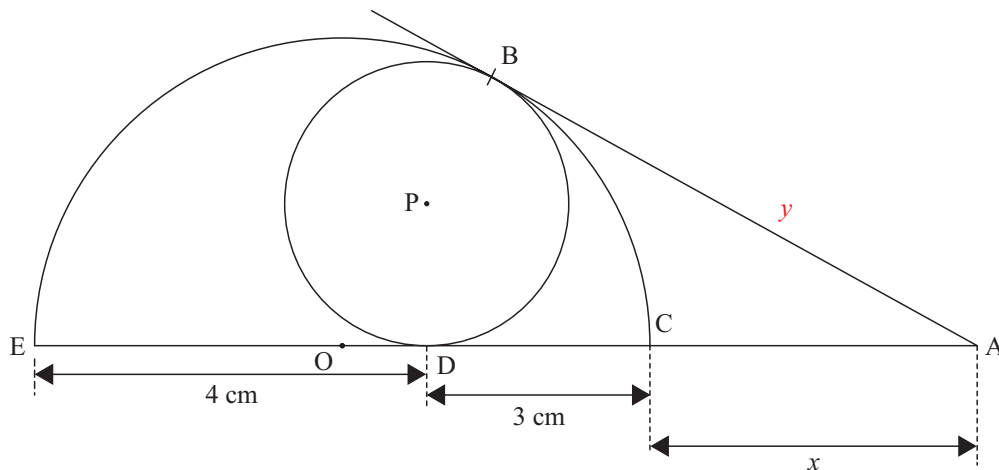
(1) $\overline{CE} \parallel \overline{AD} \Rightarrow ADCE$ é paralelogramo.

(2) Por semelhança:

$$\frac{x-6}{x} = \frac{4}{8} \Rightarrow \frac{x-6}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x - 12 = x \Rightarrow x = 12$$

Resposta: $x = 12$ cm

10. (valor: 1,0) Na figura abaixo a semicircunferência tem centro em O, a circunferência tem centro em P; além disso B e D são pontos de tangência. Calcule a medida AC, sabendo que $ED = 4$ cm e $DC = 3$ cm.



- Seja $AB = y$. Como \overline{AB} e \overline{AD} tangenciam a circunferência em B e D, temos $y = x + 3$ (I)
- Usando relação métrica no semicírculo $y^2 = x \cdot (x + 7)$ (II)
- Substituindo (I) em (II): $(x + 3)^2 = x(x + 7) \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = x^2 + 7x \Rightarrow x = 9$

Resposta: $x = 9$ cm