Colégio Bandeirantes

Caderno de Questões

Bimestre	Disciplina		Turmas	Período	Data da prova	**P 171010**
1.o	Matemática-Geometria		1.a Série	M	05/04/2017	
Questões	Testes	Páginas	Professor(es)			
10		9	Fábio Cáceres / Oliveira / Rogério			

Verifique cuidadosamente se sua prova atende aos dados acima e, em caso negativo, solicite, imediatamente, outro exemplar. Não serão aceitas reclamações posteriores.

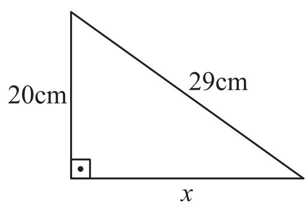
Aluno(a)		Turma	N.o
Nota	Professor	Assinatura do Professor	

Instruções:

1. A prova pode ser resolvida a lápis. Respostas finais somente com tinta azul ou preta.
2. Respostas que não vierem acompanhadas de resolução não serão consideradas.
3. **Únicos materiais permitidos:** caneta,lápis ou lapiseira, régua e borracha.

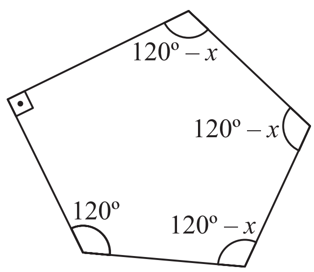
01. (valor: 1,0) Calcule as incógnitas indicadas nos itens.

a.



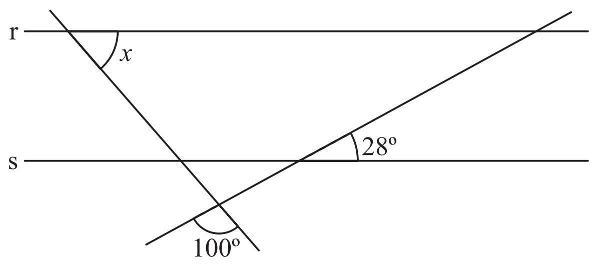
Resposta: ______________

b.



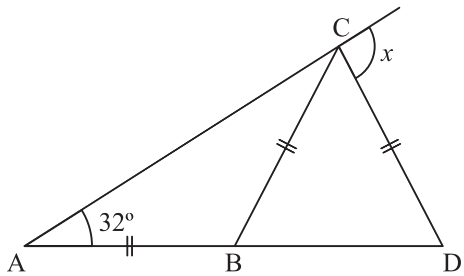
Resposta: ______________

c. r e s são retas paralelas



Resposta: ______________

d. AB = BC = CD



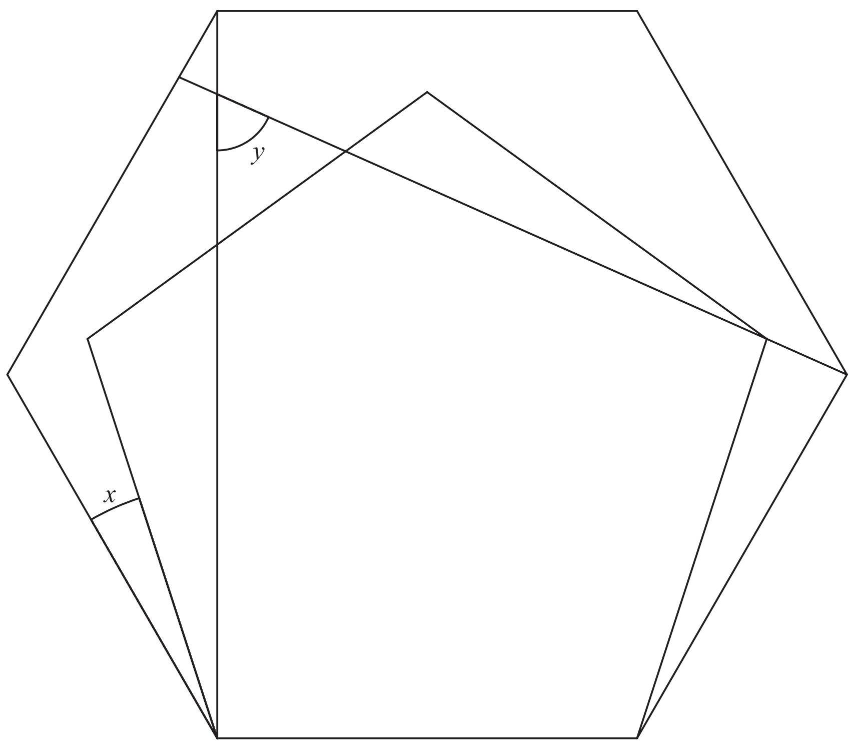
Resposta: ______________

02.

a. (valor: 0,5) Um polígono regular tem 11 diagonais que passam pelo seu centro. Calcule quantas são as diagonais desse polígono.

Resposta: _______________

b. (valor: 0,5) A figura mostra um hexágono e um pentágono, ambos regulares. Calcule as medidas dos ângulos, indicadas por incógnitas.

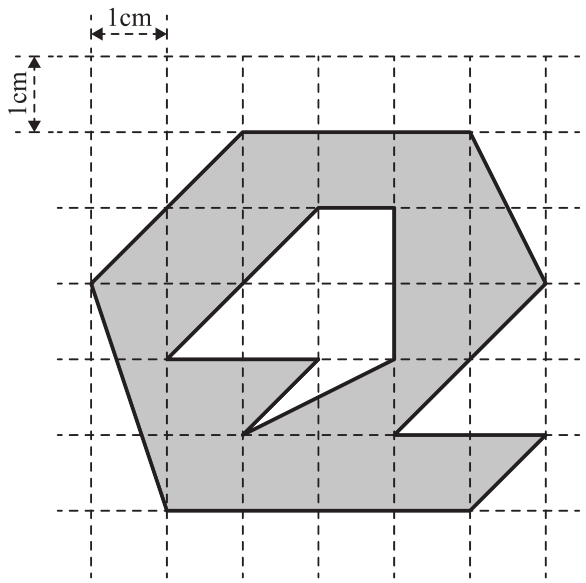


Resposta: $x =$ _______, $y =$ _______

Rascunho

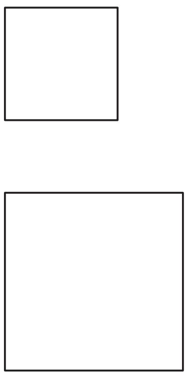
03.

a. (valor: 0,5) Cada quadradinho da malha abaixo tem 1 cm de lado. Calcule a área da região sombreada.



Resposta: _______________

b. (valor: 0,5) Se aumentarmos a diagonal de um quadrado em 14 cm, de modo que ele mantenha sua forma quadrada, a sua área aumentará 210 cm^2. Quanto mede o lado do quadrado original?



Resposta: _______________

Rascunho

04.

a. (valor: 0,5) Calcule a área de um retângulo cujo perímetro é 20 cm e cuja diagonal mede $2\sqrt{13}$ cm.

Resposta: _______________

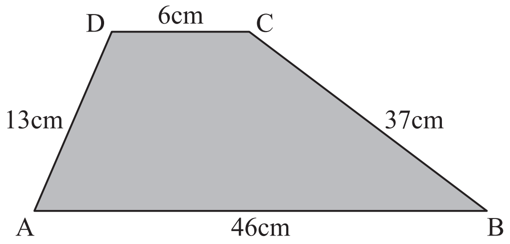
Rascunho

b. (valor: 0,5) Um triângulo isósceles tem perímetro igual a 72 cm e altura relativa à base igual a 24 cm. Calcule a área desse triângulo.

Resposta: _______________

Rascunho

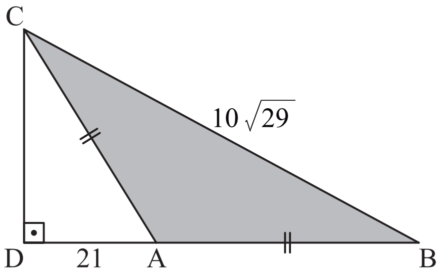
05. (valor: 1,0) Calcule a área do trapézio ABCD mostrado abaixo:



Resposta: _______________

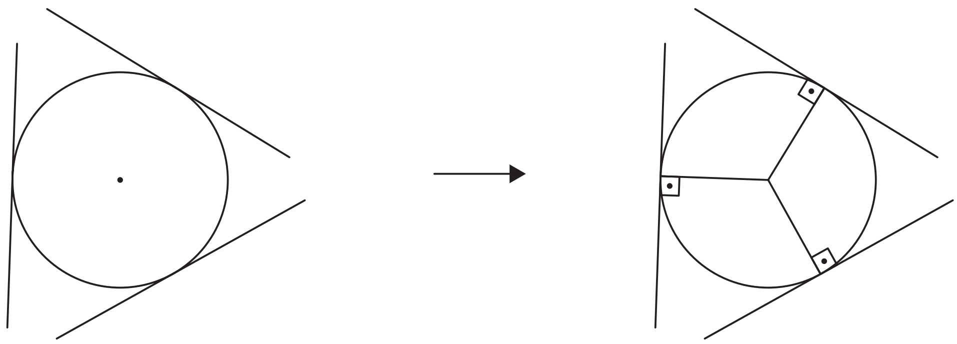
06. (valor: 1,0) Calcule a área do triângulo ABC, dados:

BC = $10\sqrt{29}$ cm, AD = 21 cm e AB = AC.



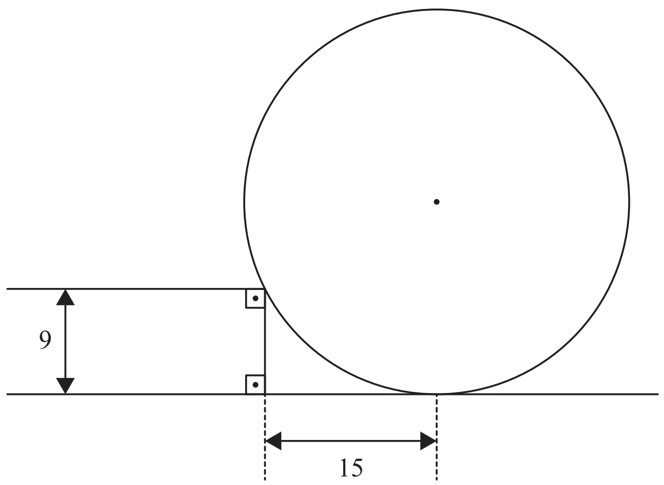
Resposta: _______________

07. (valor: 1,0) **Teorema:** a reta tangente a uma circunferência é perpendicular à reta suporte do raio, no ponto de tangência.



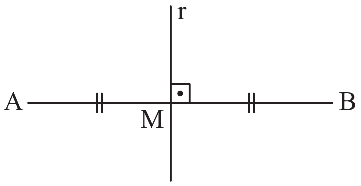
Rascunho

Agora resolva:
A circunferência representa a roda de um veículo, que encostou na guia (o "meio-fio") de uma calçada de 9 cm de altura. Quanto mede o raio dessa circunferência?



Resposta: ________________

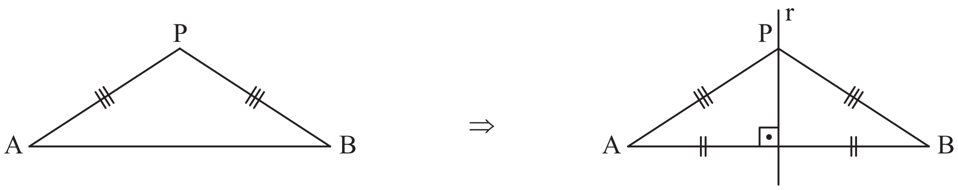
08. (valor: 1,0) **Definição:** mediatriz de um segmento é a reta perpendicular ao segmento, conduzida pelo ponto médio do segmento.



r é mediatriz de $\overline{AB}$

Teorema: todos os pontos que pertencem a mediatriz de um segmento são equidistantes das extremidades do segmento e reciprocamente.

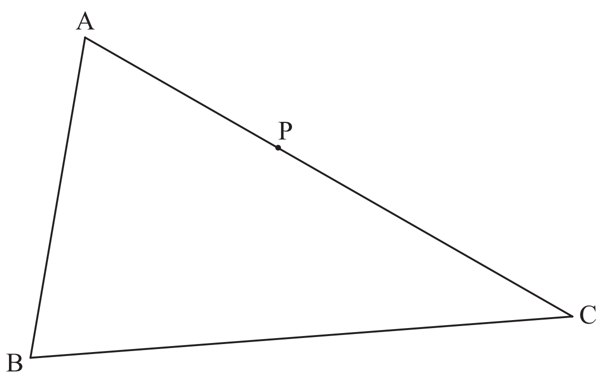
$P \in r$ $\qquad$ $PA = PB$



$PA = PB$

r é mediatriz de $\overline{AB}$.
$P \in r$

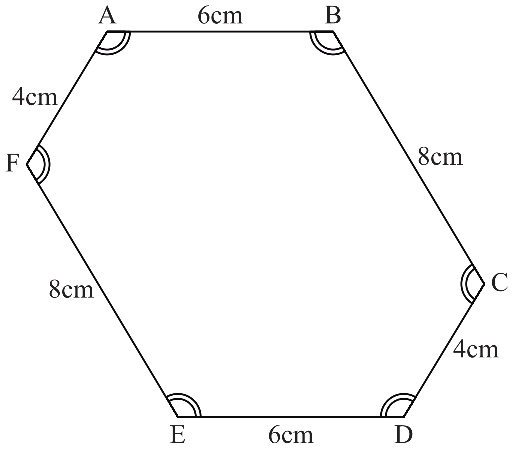
Agora resolva:
Dado que P pertence à mediatriz de $\overline{BC}$, B pertence à mediatriz de $\overline{AP}$, $AP = 14$ cm e $PC = 25$ cm, calcule a área do triângulo ABC.



Resposta: ______________

Rascunho

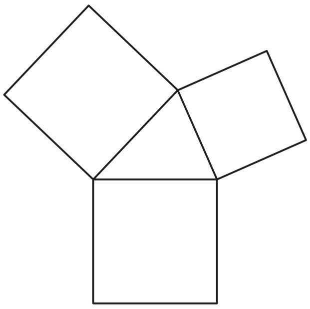
09. (calcule: 1,0) O hexágono abaixo é equiângulo, isto é, seus ângulos internos são congruentes. Calcule a área desse hexágono. Sugestão: prolongue os lados $\overline{BC}$, $\overline{AF}$ e $\overline{DE}$.



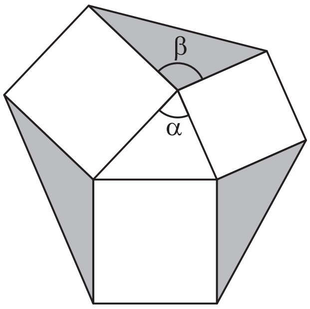
Rascunho

10.

I. Sobre os lados de um triângulo são construídos quadrados.



II. Unindo-se os vértices dos quadrados obtém-se outros três triângulos.

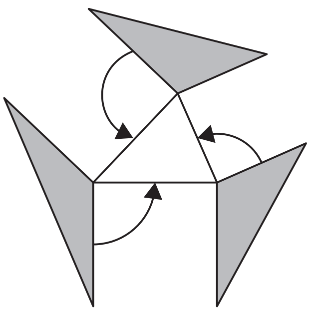


a. (valor: 0,25) Qual a relação entre os ângulos α e β?

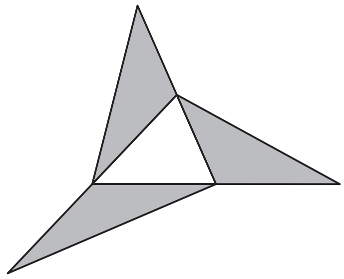
Resposta: ________________________________

____

III. Se rotacionarmos esses triângulos, 90º no sentido anti-horário, como indicado a seguir...



IV. ... obteremos a figura abaixo:



b. (valor: 0,25) O que se pode afirmar sobre as áreas dos triângulos sombreados e a área do triângulo branco (central)?

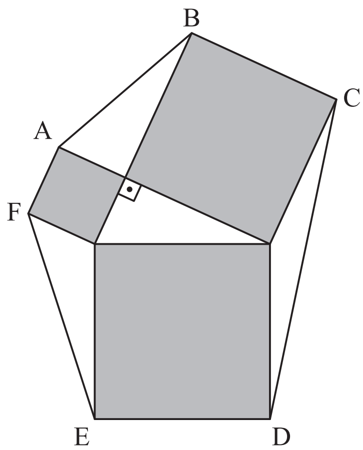
Resposta: ________________________________

____

____

____

c. (valor: 0,5) Os quadriláteros sombreados são quadrados. Calcule a área do hexágono ABCDEF, dados AF = 6 cm e BC = 10 cm.



Folha de Respostas

Bimestre	Disciplina	Data da prova	**P 171028**
1.o	História	05/04/2017	p 1

Aluno(a) / N.o / Turma

Assinatura do Aluno	Assinatura do Professor	Nota

Parte I: Testes (valor: 5,0; 0,16 cada)

Quadro de Respostas

Obs.: 1. Faça marcas sólidas nas bolhas sem exceder os limites.
2. Rasura = Anulação.

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a.	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
b.	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
c.	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
d.	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
e.	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Parte II: Questões Dissertativas (valor: 4,0)

01.

a. (1,0)

b. (1,0)

02.

a. (1,0)

b. (1,0)

Parte III: Atividade em Grupo realizada em sala de aula (valor: 1,0)

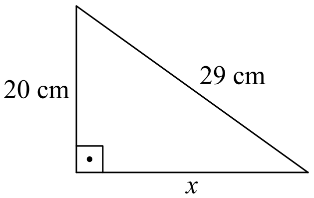
Nota: ____________

P 171010G
1.a Série
Matemática – Geometria
Fábio Cáceres/Oliveira/Rogério
05/04/2017

Colégio Bandeirantes

01. (valor: 1,0) Calcule as incógnitas indicadas nos itens.

a.



Por Pitágoras:

$x^2 + 20^2 = 29^2$

$x^2 = 29^2 - 20^2$

$x^2 = 49 \cdot 9$

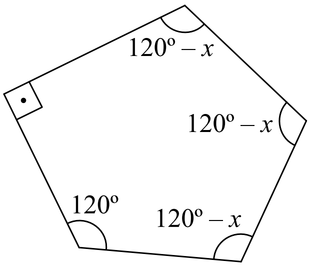
$x = \pm\, 7 \cdot 3$

$x = 21$

Resposta: 21 cm

---

b.



$S_i = 540°$

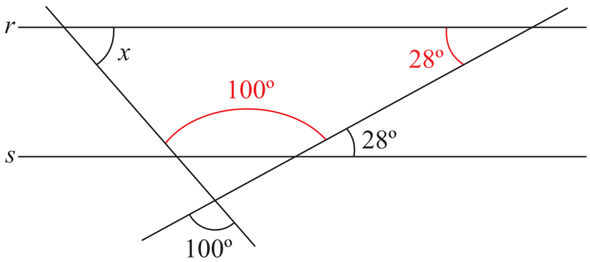
$3 \cdot (120° - x) + 210° = 540°$

$x = 10°$

Resposta: 10°

---

c. r e s são retas paralelas.



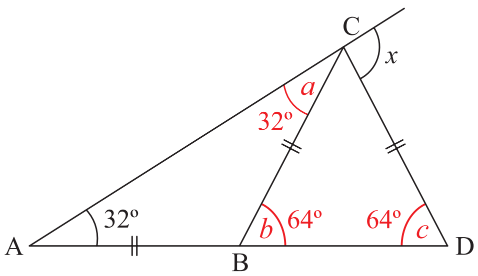
$x + 100° + 28° = 180°$

$x = 52°$

Resposta: 52°

---

d. AB = BC = CD



x é externo ao ΔACD

Portanto, $x = 32° + 64°$

$x = 96°$

Resposta: 96°

02.

a. (valor: 0,5) Um polígono regular tem 11 diagonais que passam pelo seu centro. Calcule quantas são as diagonais desse polígono.

Se o polígono tem 11 diagonais passando pelo centro então ele tem 22 lados.

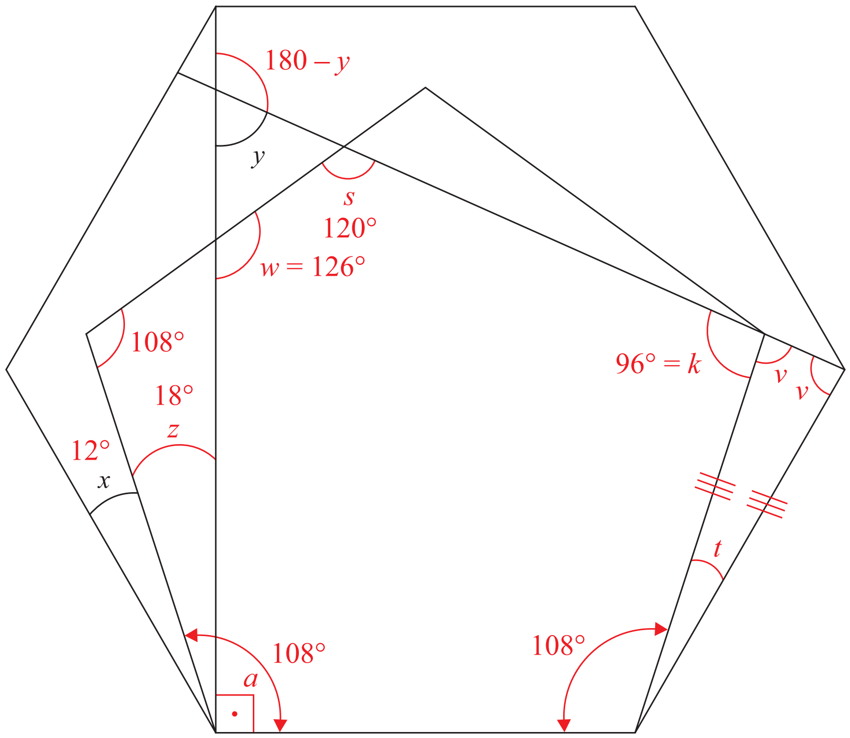
Sendo d o total de diagonais, temos:

$$d = \frac{22 \cdot (22 - 3)}{2} \Rightarrow d = 11 \cdot 19 \Rightarrow d = 209$$

Resposta: 209

---

b. (valor: 0,5) A figura mostra um hexágono e um pentágono, ambos regulares. Calcule as medidas dos ângulos, indicadas por incógnitas.



1.o modo:

(1) a é ângulo interno do pentágono regular.
Logo, $a = 108°$

(2) $x + a = 120°$
$x + 108 = 120°$
$\boldsymbol{x = 12°}$

(3) $z + x = 30°$
$z + 12° = 30°$
$z = 18°$

(4) $w = 108° + 18°$
$w = 126°$

(5) $t = x = 12°$

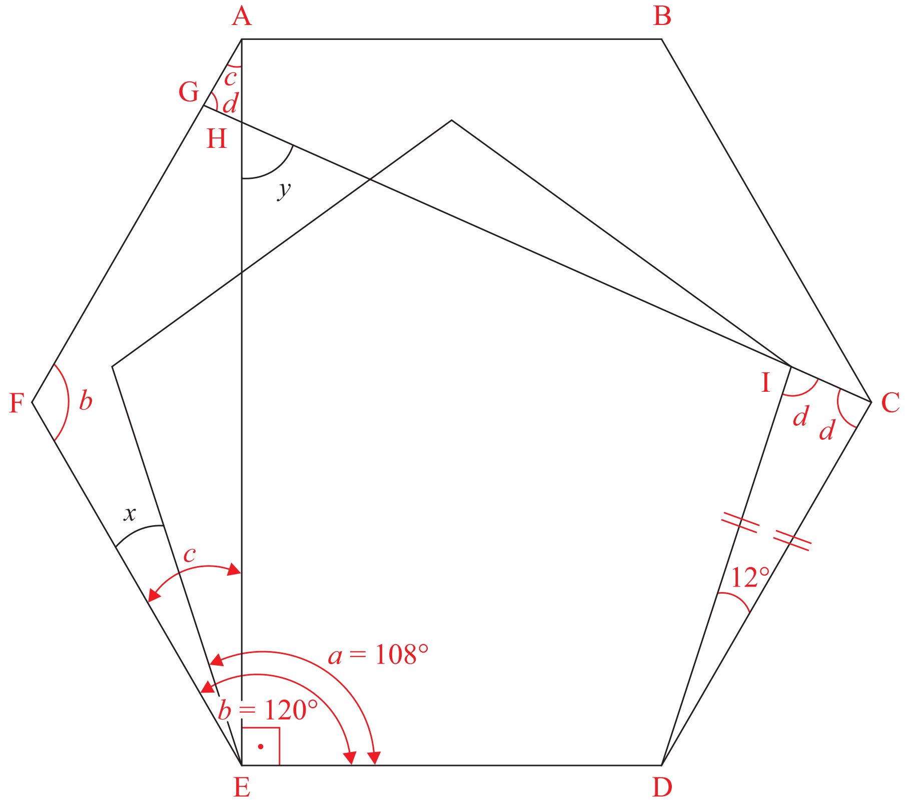
(6) $2v + 12° = 180°$
$v = 84°$

(7) $k + v = 180° \Rightarrow$
$k + 84° = 180° \Rightarrow k = 96°$

(8) $s + w + 90° + 108° + 96° = 540° \Rightarrow s = 120°$

(9) $180 - y + 126° + 120° = 360° \Rightarrow \boldsymbol{y = 66°}$

2.o modo:



(1) a é ângulo interno do pentágono regular; Logo, $a = 108°$

(2) b é ângulo interno do hexágono regular; Logo, $b = 120°$

(3) Portanto, $x + a = b \Leftrightarrow x + 108° = 120° \Leftrightarrow \boldsymbol{x = 12°}$

(4) Note que ΔAEF é isósceles de base $\overline{AE}$, segue que $2c + b = 180° \Leftrightarrow c = 30°$

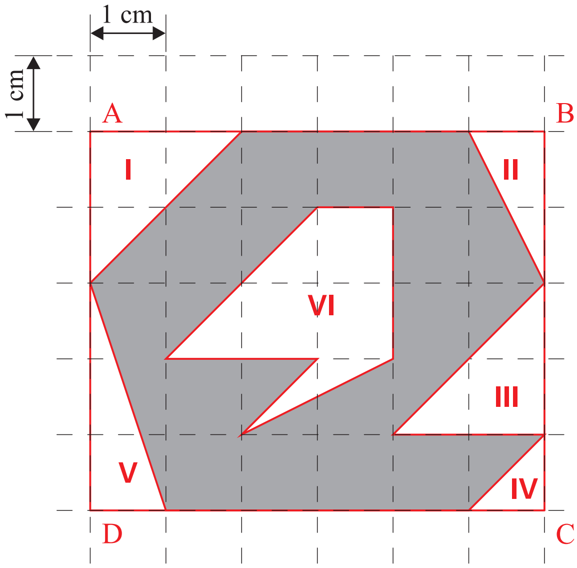
(5) Note que ΔCDI é isósceles de base $\overline{CI}$, segue que $2d + 12° = 180° \Leftrightarrow 2d = 168° \Leftrightarrow d = 84°$

(6) Sendo $\overline{AF} // \overline{CD} \Rightarrow D\hat{C}I = A\hat{G}H$, temos no ΔAGH: $c + d + y = 180° \Leftrightarrow 30° + 84° + y = 180° \Leftrightarrow \boldsymbol{y = 66°}$

Resposta: $x = 12°$, $y = 66°$

03.

a. (valor: 0,5) Cada quadradinho da malha abaixo tem $1\ \text{cm}$ de lado. Calcule a área da região sombreada.



A área sombreada (A_F) equivale a área do retângulo ABCD menos as áreas das regiões **I** até **VI**.

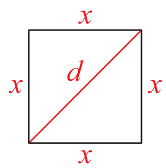
$$A_F = 6 \cdot 5 - \frac{2 \cdot 2}{2} - \frac{1 \cdot 2}{2} - \frac{2 \cdot 2}{2} - \frac{1 \cdot 1}{2} - \frac{1 \cdot 3}{2} - \frac{(3+1) \cdot 2}{2} - \frac{1 \cdot 1}{2}$$

$$A_F = 30 - 2 - 1 - 2 - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} - 4 - \frac{1}{2} \Rightarrow A_F = 30 - 11{,}5 = 18{,}5$$

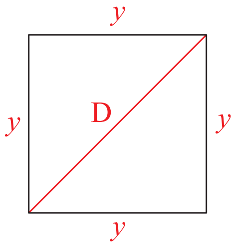
Resposta: $18{,}5\ \text{cm}^2$

---

b. (valor: 0,5) Se aumentarmos a diagonal de um quadrado em $14\ \text{cm}$, de modo que ele mantenha sua forma quadrada, a sua área aumentará $210\ \text{cm}^2$. Quanto mede o lado do quadrado original?



A: área original.



A’: área “nova”

$$\begin{cases} D - d = 14 \\ A' - A = 210 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y\sqrt{2} - x\sqrt{2} = 14 \\ y^2 - x^2 = 210 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - x = 7\sqrt{2} \Rightarrow y = x + 7\sqrt{2} \\ y^2 - x^2 = 210 \end{cases}$$

Por substituição:

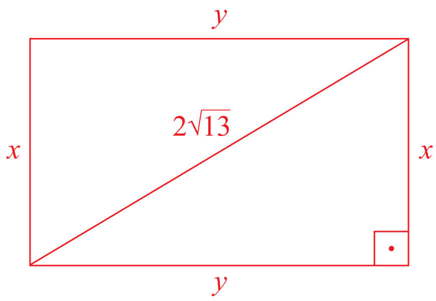
$$(x + 7\sqrt{2})^2 - x^2 = 210 \Leftrightarrow x^2 + 14\sqrt{2}\,x + 98 - x^2 = 210 \Leftrightarrow$$

$$14\sqrt{2}\,x = 112 \Leftrightarrow \sqrt{2}\,x = 8 \Leftrightarrow x = 4\sqrt{2}$$

Resposta: $4\sqrt{2}\ \text{cm}$

04.

a. (valor: 0,5) Calcule a área de um retângulo cujo perímetro é 20 cm e cuja diagonal mede $2\sqrt{13}$ cm.



Perímetro $= 20 \Rightarrow x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x$

Pitágoras $\Rightarrow x^2 + y^2 = (2\sqrt{13})^2$

Por substituição: $x^2 + (10 - x)^2 = 4 \cdot 13 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + 100 - 20x + x^2 = 52 \Leftrightarrow 2x^2 - 20x + 48 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 24 = 0 \Leftrightarrow (x - 6) \cdot (x - 4) = 0 \Leftrightarrow$

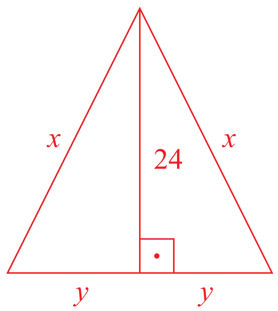
$\Leftrightarrow (x = 6,\ y = 4)$ ou $(x = 4,\ y = 6)$

Área do retângulo $= 6 \cdot 4 = 24$ cm^2

Resposta: 24 cm^2

---

b. (valor: 0,5) Um triângulo isósceles tem perímetro igual a 72 cm e altura relativa à base igual a 24 cm. Calcule a área desse triângulo.



Perímetro $= 72 \Rightarrow x + y = 36 \Rightarrow x = 36 - y$

Pitágoras $\Rightarrow x^2 = y^2 + 24^2$

Por substituição: $(36 - y)^2 = y^2 + 24^2 \Leftrightarrow 36^2 - 2 \cdot 36y + y^2 = y^2 + 24^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 36 \cdot 36 - 2 \cdot 36y = 24 \cdot 24 \Leftrightarrow \dfrac{36 \cdot 36}{2 \cdot 36} - \dfrac{2 \cdot 36y}{2 \cdot 36} = \dfrac{24 \cdot 24}{3 \cdot 24} \Rightarrow$

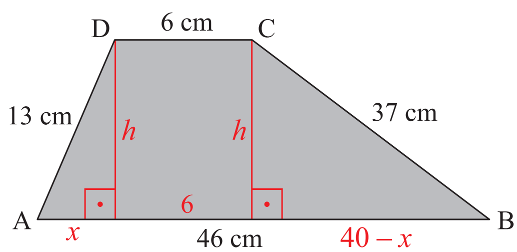
$\Leftrightarrow 18 - y = 8 \Leftrightarrow y = 10$

Área do triângulo $= \dfrac{2y \cdot 24}{2} = y \cdot 24 = 10 \cdot 24 = 240$

Resposta: 240 cm^2

---

05. (valor: 1,0) Calcule a área do trapézio ABCD mostrado abaixo:



De acordo com as medidas indicadas:

$$\begin{cases} x^2 + h^2 = 13^2 \\ (40 - x)^2 + h^2 = 37^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 - h^2 = -169 & \text{(I)} \\ (40 - x)^2 + h^2 = 1369 & \text{(II)} \end{cases}$$

Efetuando (II) + (I):

$(40 - x)^2 - x^2 = 1200 \Leftrightarrow x = 5$

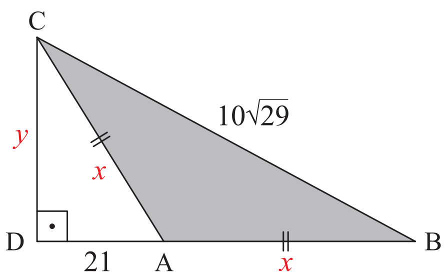
Substituindo em (I): $5^2 + h^2 = 169 \Leftrightarrow h = 12$

Portanto, área (ABCD) $= \dfrac{(46 + 6) \cdot 12}{2} \Leftrightarrow$ área (ABCD) $= 312$

Resposta: 312 cm^2

---

06. (valor: 1,0) Calcule a área do triângulo ABC, dados: $BC = 10\sqrt{29}$ cm, $AD = 21$ cm e $AB = AC$.



Por Pitágoras:

$$\begin{cases} \Delta ACD: x^2 = y^2 + 21^2 & \text{(I)} \\ \Delta BCD: (21 + x)^2 + y^2 = (10\sqrt{29})^2 & \text{(II)} \end{cases}$$

Efetuando (I) + (II): $x^2 + (21 + x)^2 + y^2 = y^2 + 21^2 + 2900 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + x^2 + 21^2 + 42x = 21^2 + 2900 \Leftrightarrow 2x^2 + 42x - 2900 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + 21x - 1450 = 0 \Rightarrow \Delta = 6241,\ \sqrt{\Delta} = 79$

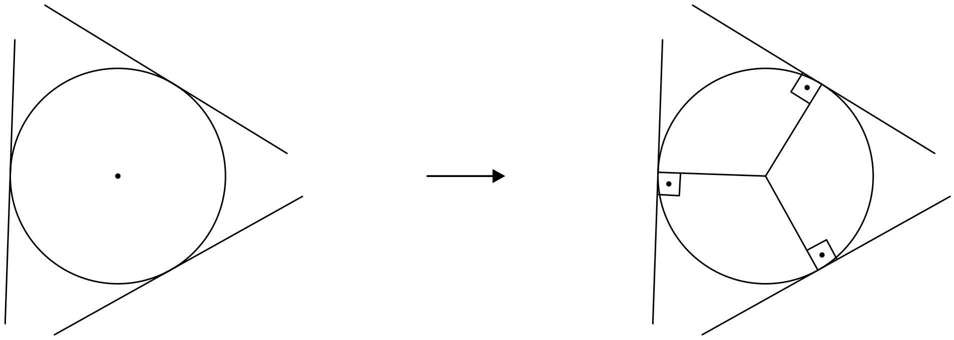
$\therefore\ x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Leftrightarrow x = \dfrac{-21 \pm 79}{2} \Leftrightarrow x = 29$ ou $x = -50$ (não convém)

$x = 29 \Rightarrow 29^2 = y^2 + 21^2 \Rightarrow y = 20$

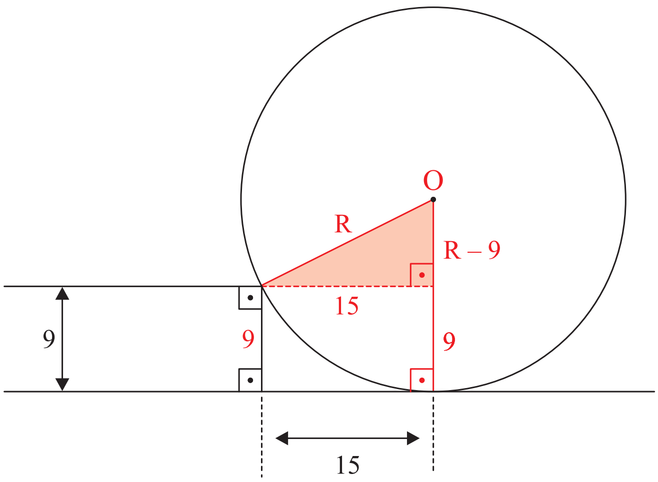
área (ABC) $= \dfrac{x \cdot y}{2} \Rightarrow$ área (ABC) $= \dfrac{29 \cdot 20}{2} \Rightarrow$ área (ABC) $= 290$

Resposta: 290 cm^2

07. (valor: 1,0) **Teorema:** a reta tangente a uma circunferência é perpendicular à reta suporte do raio, no ponto de tangência.



Agora resolva: a circunferência representa a roda de um veículo, que encostou na guia (o "meio-fio") de uma calçada de 9 cm de altura. Quanto mede o raio dessa circunferência?



(1) Seja **O** o centro da circunferência. Unindo o ponto O ao ponto de tangência e ao "bico" da calçada, obtemos as medidas indicadas.

(2) Por Pitágoras no triângulo sombreado:

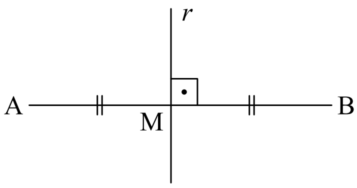
$(R - 9)^2 + 15^2 = R^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -18R + 81 + 225 = 0 \Leftrightarrow R = 17 \text{ cm}$

Resposta: 17 cm

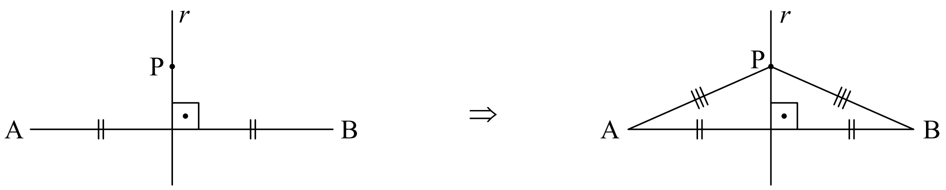
---

08. (valor: 1,0) **Definição:** mediatriz de um segmento é a reta perpendicular ao segmento, conduzida pelo ponto médio do segmento.



r é mediatriz de $\overline{AB}$

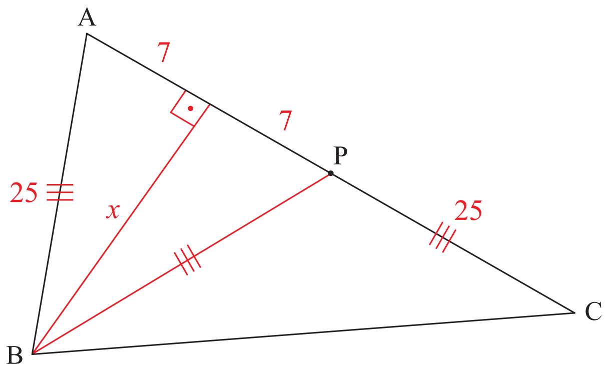
Teorema: todos os pontos que pertencem a mediatriz de um segmento são equidistantes das extremidades do segmento e reciprocamente.



$P \in r$ $\qquad$ $PA = PB$

PA = PB $\qquad$ r é mediatriz de $\overline{AB}$

Agora resolva: dado que P pertence à mediatriz de $\overline{BC}$, B pertence à mediatriz de $\overline{AP}$, AP = 14 cm e PC = 25 cm, calcule a área do triângulo ABC.



$\left.\begin{array}{l}P \in \text{mediatriz de } \overline{BC} \Rightarrow PB = PC \\ B \in \text{mediatriz de } \overline{AP} \Rightarrow PB = BA\end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ PC = PB = BA = 25 e ΔABP é isósceles de base AP = 14 cm

Por Pitágoras:

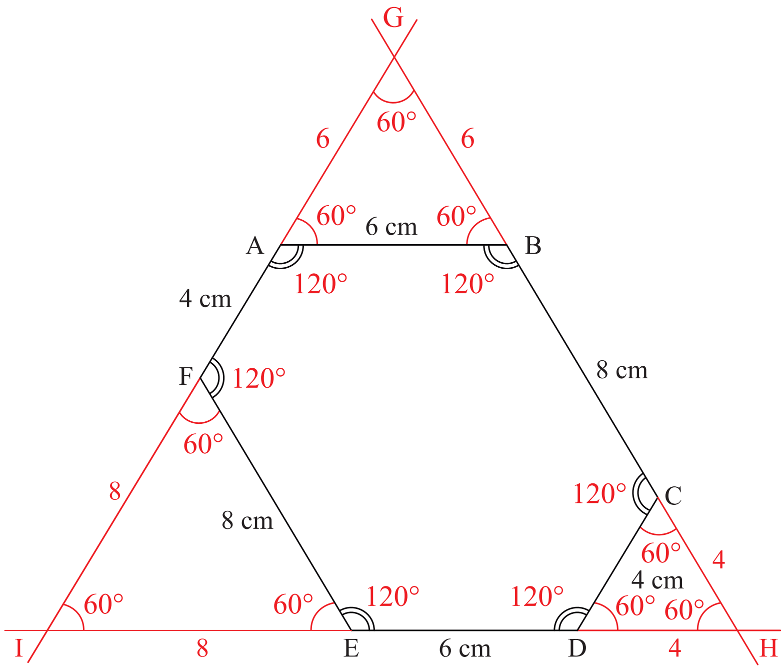
$x^2 + 7^2 = 25^2 \Rightarrow x = 24$ cm

Logo, área (ABC) $= \dfrac{(AC) \cdot x}{2} = \dfrac{39 \cdot 24}{2} = 468$

Resposta: 468 cm^2

---

09. (valor: 1,0) O hexágono abaixo é equiângulo, isto é, seus ângulos internos são congruentes. Calcule a área desse hexágono. Sugestão: prolongue os lados $\overline{BC}$, $\overline{AF}$ e $\overline{DE}$.



(1) A soma dos ângulos internos de um hexágono regular é igual a 720°.

Se todos esses ângulos são congruentes, então cada um mede

$a_i = \dfrac{720°}{6} = 120°$

(2) Note que, de acordo com a construção feita, os 4 triângulos obtidos são equiláteros.

(3) área (ABCDEF) = área (GHI) – área (GAB) – área (HCD) – área (IEF)

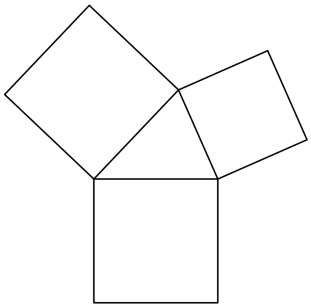
área (ABCDEF) $= \dfrac{18^2\sqrt{3}}{4} - \dfrac{6^2\sqrt{3}}{4} - \dfrac{4^2\sqrt{3}}{4} - \dfrac{8^2\sqrt{3}}{4}$

área (ABCDEF) $= 81\sqrt{3} - 9\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 16\sqrt{3}$

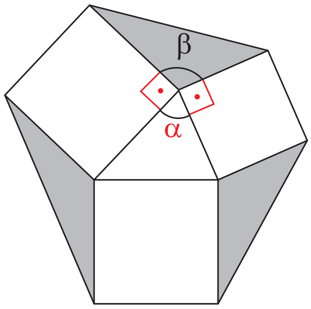
área (ABCDEF) $= 52\sqrt{3}$ cm^2

Resposta: $52\sqrt{3}$ cm^2

10. I. Sobre os lados de um triângulo são construídos quadrados.



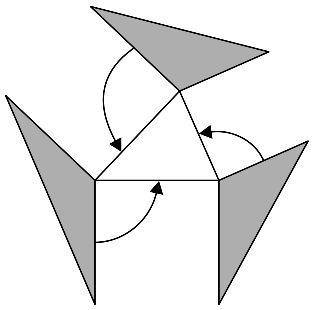
II. Unindo-se os vértices dos quadrados obtém-se outros três triângulos.



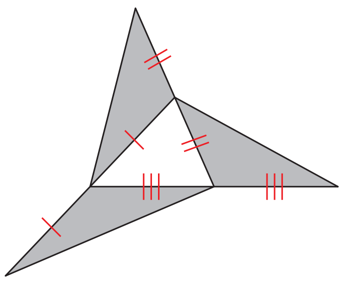
a. (valor: 0,25) Qual a relação entre os ângulos α e β?

$\alpha + \beta + 180° = 360° \Rightarrow \alpha + \beta = 180°$

III. Se rotacionarmos esses triângulos, 90º no sentido anti-horário, como indicado a seguir...



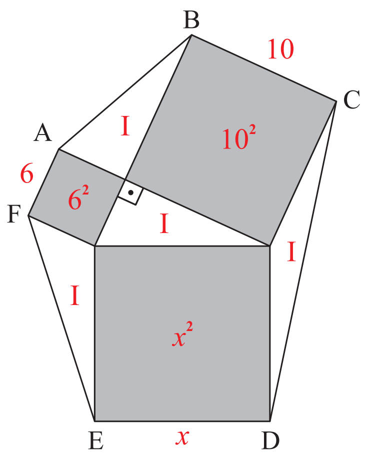
IV. ... obteremos a figura abaixo:



b. (valor: 0,25) O que se pode afirmar sobre as áreas dos triângulos sombreados e a área do triângulo branco (central)?

Essas áreas são iguais pois os triângulos têm mesma base e mesma altura relativa a essa base.

c. (valor: 0,5) Os quadriláteros sombreados são quadrados. Calcule a área do hexágono ABCDEF, dados AF = 6 cm e BC = 10 cm.



(1) $x^2 = 6^2 + 10^2 \Rightarrow x^2 = 136$

(2) área (I) $= \dfrac{6 \cdot 10}{2} \Rightarrow$ área (I) $= 30$

(3) área (ABCDEF) $= A_F$

$A_F = x^2 + \underbrace{6^2 + 10^2}_{x^2} + 4 \cdot$ área (I)

$A_F = 2x^2 + 4 \cdot 30 = 2 \cdot 136 + 120 \therefore A_F = 392$

Resposta: 392 cm^2