Colégio Bandeirantes

Caderno de Questões

Bimestre	Disciplina		Turmas	Período	Data da prova	**P 161006**
1.o	Matemática - Geometria		1.a Série	M	15/04/2016	
Questões	Testes	Páginas	Professor(es)			
10		7	Fábio Cáceres/Oliveira/Rosana Alves			

Verifique cuidadosamente se sua prova atende aos dados acima e, em caso negativo, solicite, imediatamente, outro exemplar. Não serão aceitas reclamações posteriores.

Aluno(a)	Turma	N.o

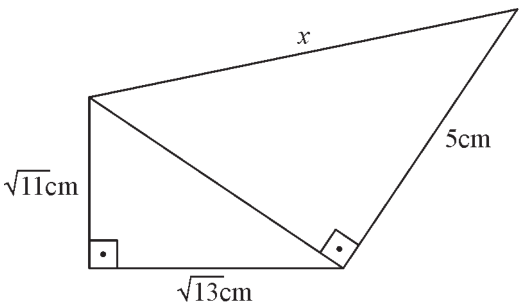
Nota	Professor	Assinatura do Professor

Instruções:

1. A prova pode ser resolvida a lápis. Respostas finais somente com tinta azul ou preta.
2. É **proibido** o uso de qualquer aparelho eletrônico e qualquer tipo de relógio.
3. Únicos materiais permitidos: lápis (ou lapiseira), caneta, régua e borracha.
4. Resposta sem resolução não será considerada.

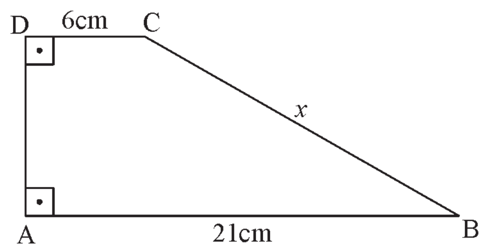
01.

a. (valor: 0,5) Calcule x.



Resposta: ________________

b. (valor: 0,5) Calcule x, sabendo que a área do trapézio ABCD é 108 cm^2.



Resposta: ________________

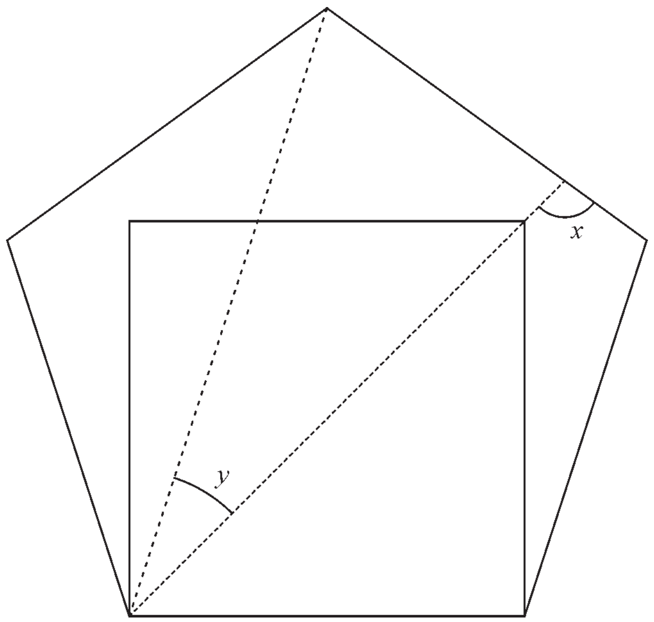
02.

Rascunho

a. (valor: 0,5) Quantas diagonais **não** passam pelo centro de um polígono regular cuja soma dos ângulos internos é igual a 5040º?

Resposta: ________________

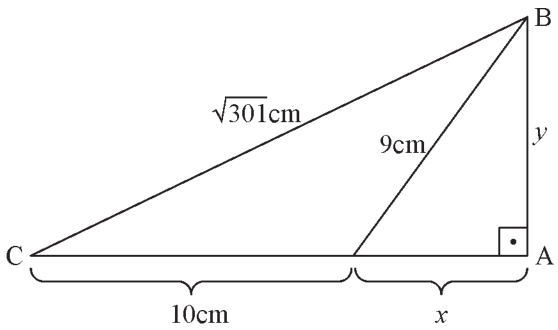
b. (valor: 0,5) A figura mostra um quadrado e um pentágono regular. Calcule as medidas dos ângulos indicados.



Resposta: $x =$ ____________ ; $y =$ ____________

03. (valor: 1,0) Calcule a área do triângulo ABC.

Rascunho



Resposta: ________________

04. (valor: 1,0) Calcule a área de um trapézio de bases 5 cm e 26 cm, cujos lados oblíquos medem 13 cm e 20 cm. Esboce uma figura, usando régua, mas não necessariamente em escala.

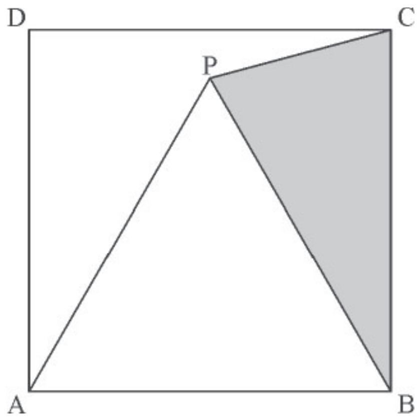
Resposta: ________________

05. (valor: 1,0) Se aumentarmos a diagonal de um quadrado em $5\sqrt{2}\,\text{cm}$ (de modo que ele continue quadrado), sua área aumenta $85\ \text{cm}^2$. Quanto mede a diagonal do quadrado original?

Rascunho

Resposta: ________________

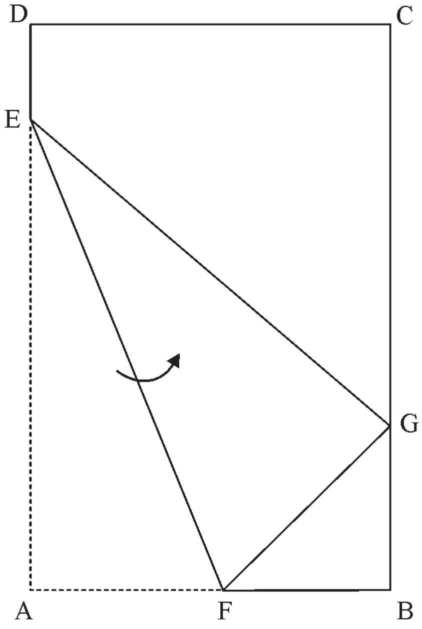
06. (valor: 1,0) A figura mostra um quadrado ABCD e um triângulo equilátero PAB. Calcule a área da região sombreada, sabendo que a área do triângulo PAB vale $81\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.



Resposta: ________________

Rascunho

07. (valor: 1,0) (FUVEST) Uma folha de papel $ABCD$ de formato retangular é dobrada em torno do segmento $\overline{EF}$, de maneira que o ponto A ocupe a posição G, como mostra a figura. Se $AE = 3$ e $BG = 1$, então a medida do segmento $\overline{AF}$ é igual a



a. $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

b. $\dfrac{7\sqrt{5}}{2}$

c. $\dfrac{3\sqrt{5}}{4}$

d. $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

e. $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

(**Obs**: essa questão só será considerada se vier com resolução).

Resposta: ______________

08. (valor: 1,0) Em um triângulo isósceles de área $120\ \mathrm{cm}^2$ a base excede a correspondente altura em $1\ \mathrm{cm}$. Quanto mede o perímetro desse triângulo? Faça uma figura.

Resposta: ________________

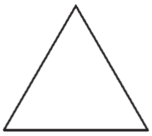
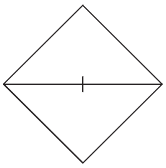
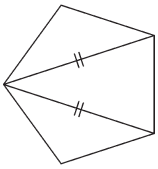
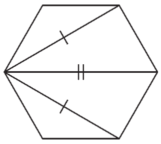
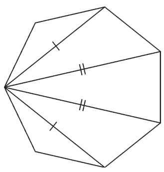
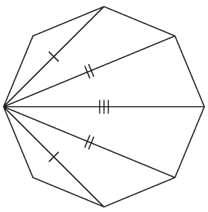
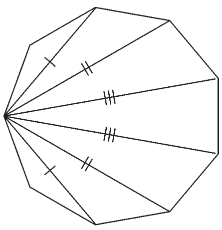
Rascunho

09. (valor: 1,0) Em um losango de perímetro $116\ \mathrm{cm}$ uma diagonal excede a outra em $2\ \mathrm{cm}$. Quanto vale a área desse losango?

Resposta: ________________

10. Leia com atenção.

A tabela mostra os sete primeiros polígonos regulares. Em cada um deles estão desenhadas as diagonais com os tamanhos possíveis para elas, ou seja: se você traçar qualquer outra diagonal em um dos polígonos, ela terá tamanho igual ao de uma diagonal que já está traçada nesse polígono.

	$n = 3$	0 diagonais
	$n = 4$	1 tamanho possível de diagonal.
	$n = 5$	1 tamanho possível de diagonal.
	$n = 6$	2 tamanhos possíveis de diagonais.
	$n = 7$	2 tamanhos possíveis de diagonais.
	$n = 8$	3 tamanhos possíveis de diagonais.
	$n = 9$	3 tamanhos possíveis de diagonais.

a. (valor: 0,25) Quantos tamanhos diferentes de diagonais é possível obter em um polígono regular com n lados, sendo n um número par?

Resposta: ________________

b. (valor: 0,25) Quantos tamanhos diferentes de diagonais é possível obter em um polígono regular com n lados, sendo n um número ímpar?

Resposta: ________________

c. (valor: 0,5) Quantos tamanhos diferentes de diagonais tem um polígono regular com 30 lados?

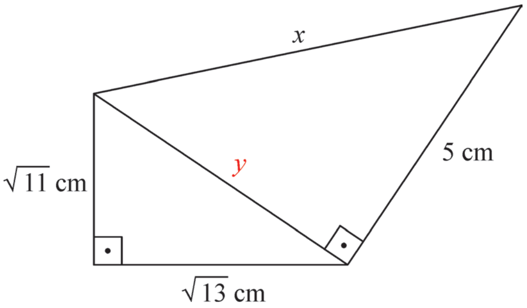
Resposta: ________________

Rascunho

Colégio Bandeirantes

01.

a. (valor: 0,5) Calcule x.



(1) $y^2 = (\sqrt{11})^2 + (\sqrt{13})^2 \Rightarrow y^2 = 24$

(2) $x^2 = y^2 + 5^2$

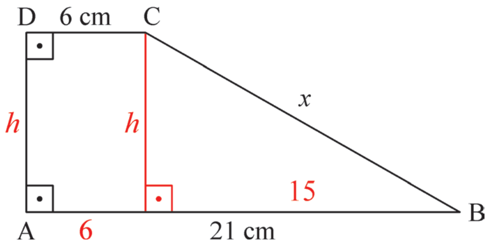
$x^2 = 24 + 25$

$x = 7$

Resposta: 7 cm

---

b. (valor: 0,5) Calcule x, sabendo que a área do trapézio ABCD é $108\ \text{cm}^2$.



(1) $\dfrac{(21 + 6)\, h}{2} = 108 \Rightarrow h = 8$

(2) $x^2 = h^2 + 15^2$

$x^2 = 8^2 + 15^2$

$x = 17$

Resposta: 17 cm

02.

a. (valor: 0,5) Quantas diagonais **não** passam pelo centro de um polígono regular cuja soma dos ângulos internos é igual a 5040º?

Sejam S, n e d, respectivamente, a soma dos ângulos internos, o número de lados e o número de diagonais do polígono tem-se:

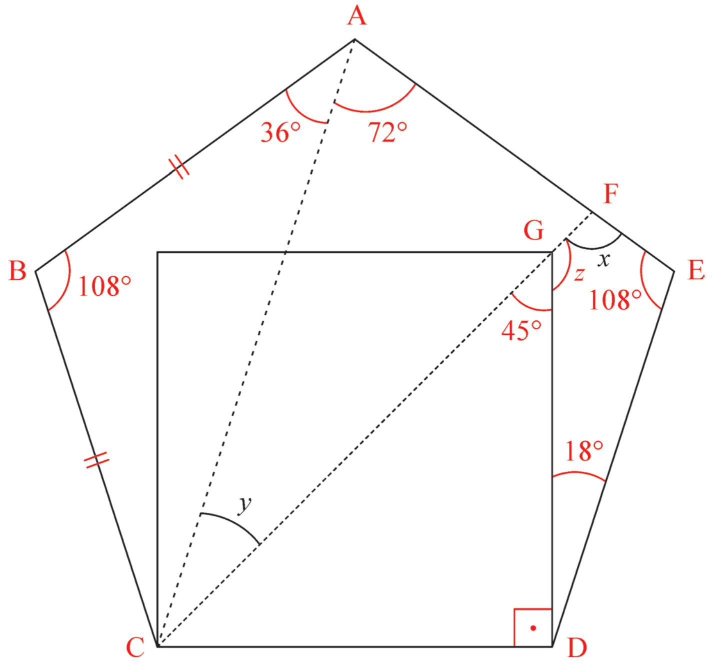
(1) $S = 5040° \Rightarrow (n - 2) \cdot 180° = 5040° \Rightarrow n = 30$

(2) $d = \dfrac{n\,(n - 3)}{2} \Rightarrow d = \dfrac{30 \cdot (30 - 3)}{2} \Rightarrow d = 405$

(3) Como o número de diagonais que passam pelo centro do polígono é $\dfrac{30}{2} = 15$, não passsam pelo centro $405 - 15 = 390$ diagonais.

Resposta: 390

b. (valor: 0,5) A figura mostra um quadrado e um pentágono regular. Calcule as medidas dos ângulos indicados.



De acordo com as medidas indicadas na figura ao lado, temos:

(1) $z + 45 = 180° \Rightarrow z = 135°$

(2) No quadrilátero DEFG:

$x + z + 108° + 18° = 360°$

$x + 135° + 108° + 18° = 360°$

$x = 99°$

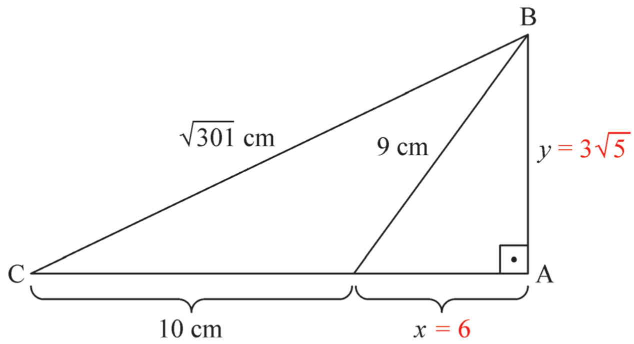
(3) $\Delta ACF: y + 72° = x \Rightarrow$

$y + 72° = 99° \Rightarrow y = 27°$

Resposta: $x = 99°$; $y = 27°$

---

03. (valor: 1,0) Calcule a área do triângulo ABC.



Por Pitágoras:

$$\begin{cases} (1) & x^2 + y^2 = 81 \\ (2) & (10 + x)^2 + y^2 = 301 \end{cases}$$

(2) $\Rightarrow 100 + 20x + x^2 + y^2 = 301$ (3)

(1) em (3): $100 + 20x + 81 = 301 \Rightarrow x = 6$

Mas, $x^2 + y^2 = 81 \Rightarrow 36 + y^2 = 81 \Rightarrow$

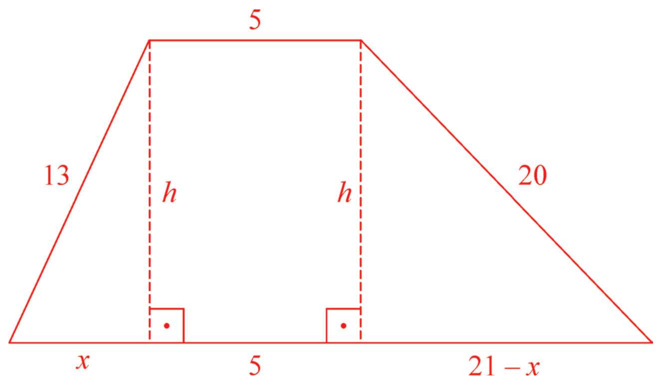
$y^2 = 45 \Rightarrow y = 3\sqrt{5}$

Portanto, área (ABC) $= \dfrac{16 \cdot 3\sqrt{5}}{2} = 24\sqrt{5}$

Resposta: $24\sqrt{5}$ cm^2

---

04. (valor: 1,0) Calcule a área de um trapézio de bases 5 cm e 26 cm, cujos lados oblíquos medem 13 cm e 20 cm. Esboce uma figura, usando régua, mas não necessariamente em escala.



De acordo com as medidas indicadas, tem-se:

$$\begin{cases} (1) & x^2 + h^2 = 169 \\ (2) & (21 - x)^2 + h^2 = 400 \end{cases}$$

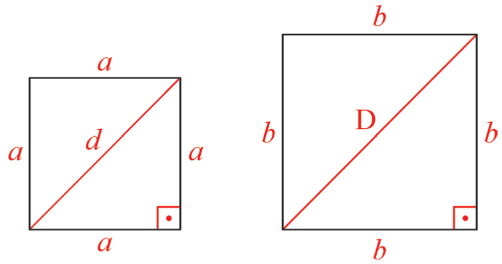
Resolvendo o sistema formado por essas equações obtém-se $x = 5$ e $h = 12$

Logo, sendo A a área do trapézio, tem-se:

$$A = \frac{(26 + 5) \cdot h}{2} = \frac{31 \cdot 12}{2} \Rightarrow A = 186 \text{ cm}^2$$

Resposta: 186 cm^2

05. (valor: 1,0) Se aumentarmos a diagonal de um quadrado em $5\sqrt{2}$ cm (de modo que ele continue quadrado), sua área aumenta 85 cm^2. Quanto mede a diagonal do quadrado original?



De acordo com o enunciado:

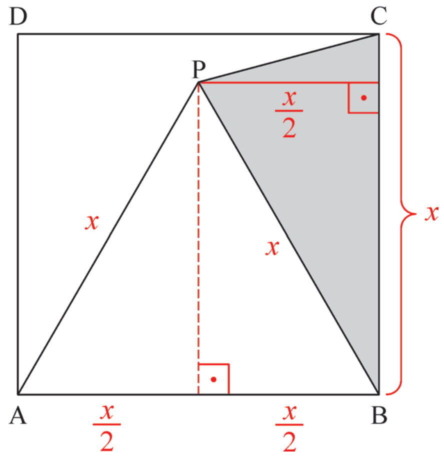
$$\begin{cases} D = d + 5\sqrt{2} \\ A' = A + 85 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b\sqrt{2} = a\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \\ b^2 = a^2 + 85 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = a + 5 \\ b^2 + a^2 = 85 \end{cases}$$

$$\therefore\ (a+5)^2 = a^2 + 85 \Rightarrow 10a + 25 = 85 \Rightarrow a = 6$$

Resposta: $6\sqrt{2}$ cm

---

06. (valor: 1,0) A figura mostra um quadrado ABCD e um triângulo equilátero PAB. Calcule a área da região sombreada, sabendo que a área do triângulo PAB vale $81\sqrt{3}\ \text{cm}^2$.



Sendo x o lado do quadrado (que é igual ao lado do triângulo), temos:

(1) $\dfrac{x^2\sqrt{3}}{4} = 81\sqrt{3} \Rightarrow x = 18$

(2) área (PBC) $= \dfrac{x \cdot \frac{x}{2}}{2}$

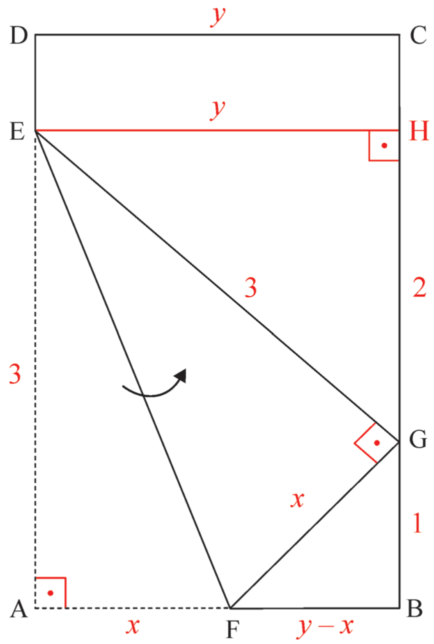
área (PBC) $= \dfrac{x^2}{4} = \dfrac{18^2}{4}$

$\therefore$ área (PBC) $= 81\ \text{cm}^2$

Resposta: $81\ \text{cm}^2$

---

07. (valor: 1,0) (FUVEST) Uma folha de papel ABCD de formato retangular é dobrada em torno do segmento $\overline{EF}$, de maneira que o ponto A ocupe a posição G, como mostra a figura. Se AE = 3 e BG = 1, então a medida do segmento $\overline{AF}$ é igual a



a. $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

b. $\dfrac{7\sqrt{5}}{2}$

c. $\dfrac{3\sqrt{5}}{4}$

d. $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

e. $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

De acordo com as medidas indicadas, por Pitágoras:

(1) no ΔEGH: $y^2 + 2^2 = 3^2 \Rightarrow y = \sqrt{5}$

(2) no ΔBFG: $x^2 = (y - x)^2 + 1^2$

Logo, $x^2 = (\sqrt{5} - x)^2 + 1 \Rightarrow$

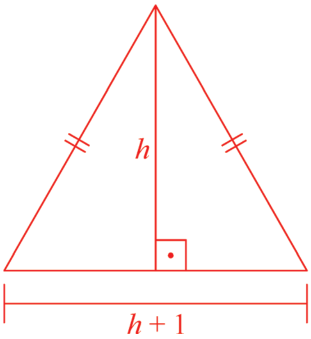
$\Rightarrow x^2 = 5 - 2\sqrt{5}\,x + x^2 + 1 \Rightarrow$

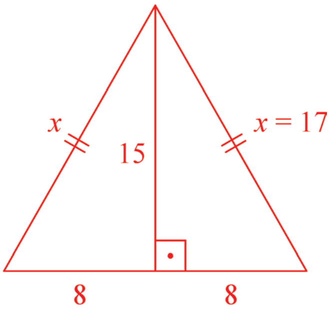
$\Rightarrow 2\sqrt{5}\,x = 6 \Rightarrow x = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

Resposta: Alternativa **d**.

(**Obs**: essa questão só será considerada se vier com resolução).

08. (valor: 1,0) Em um triângulo isósceles de área 120 cm^2 a base excede a correspondente altura em 1 cm. Quanto mede o perímetro desse triângulo? Faça uma figura.





(1) $\dfrac{(h+1)h}{2} = 120 \Rightarrow h^2 + h - 240 = 0 \Rightarrow (h + 16)\,(h - 15) = 0 \Rightarrow h = 15$

$\therefore$ a base do triângulo mede 16.

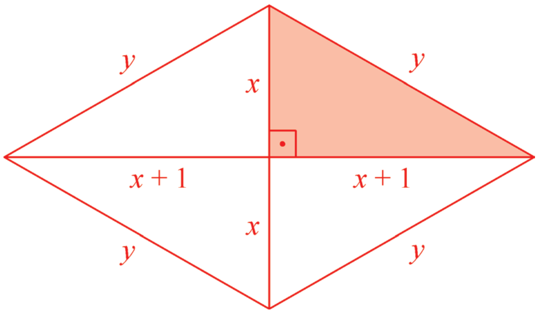
(2) Por Pitágoras: $x^2 = 8^2 + 15^2 \Rightarrow x = 17$

(3) Perímetro do triângulo vale $17 + 17 + 16 = 50 \text{ cm}$

Resposta: 50 cm

---

09. (valor: 1,0) Em um losango de perímetro 116 cm uma diagonal excede a outra em 2 cm. Quanto vale a área desse losango?



(1) Perímetro = 116

$4y = 116 \Rightarrow y = 29$

(2) Por Pitágoras no triângulo destacado, temos:

$x^2 + (x + 1)^2 = 29^2$

$2x^2 + 2x + 1 = 841$

$x^2 + x - 420 = 0 \Rightarrow (x + 21)\,(x - 20) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 20 \text{ cm}$

(3) Sendo A a área do losango, temos:

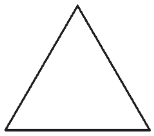
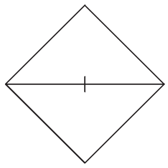
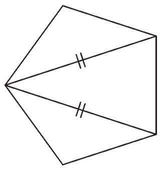
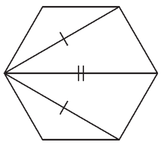
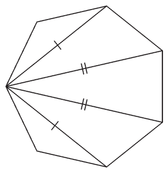
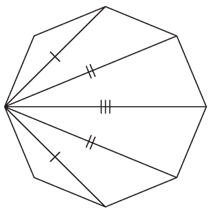
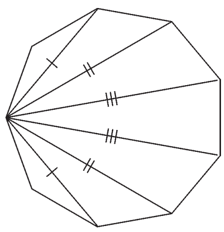
$A = \dfrac{x \cdot (x+1)}{2} \cdot 4 \Rightarrow A = \dfrac{20 \cdot 21}{2} \cdot 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow A = 840 \text{ cm}^2$

Resposta: 840 cm^2

10. Leia com atenção.

A tabela mostra os sete primeiros polígonos regulares. Em cada um deles estão desenhadas as diagonais com os tamanhos possíveis para elas, ou seja: se você traçar qualquer outra diagonal em um dos polígonos, ela terá tamanho igual ao de uma diagonal que já está traçada nesse polígono.

	$n = 3$	0 diagonais
	$n = 4$	1 tamanho possível de diagonal.
	$n = 5$	1 tamanho possível de diagonal.
	$n = 6$	2 tamanhos possíveis de diagonais.
	$n = 7$	2 tamanhos possíveis de diagonais.
	$n = 8$	3 tamanhos possíveis de diagonais.
	$n = 9$	3 tamanhos possíveis de diagonais.

a. (valor: 0,25) Quantos tamanhos diferentes de diagonais é possível obter em um polígono regular com n lados, sendo n um número par?

$\frac{n-2}{2}$

Resposta: $\frac{n-2}{2}$

b. (valor: 0,25) Quantos tamanhos diferentes de diagonais é possível obter em um polígono regular com n lados, sendo n um número ímpar?

$\frac{n-3}{2}$

Resposta: $\frac{n-3}{2}$

c. (valor: 0,5) Quantos tamanhos diferentes de diagonais tem um polígono regular com 30 lados?

$\frac{n-2}{2} = \frac{30-2}{2} = \frac{28}{2} = 14$

Resposta: 14