Colégio Bandeirantes

Caderno de Questões

Bimestre	Disciplina	Turmas	Período	Data da prova	**P 174010**
4.o	Matemática-Geometria	1.a Série	M	22/11/2017	

Questões	Testes	Páginas	Professor(es)
10		9	Fábio Cáceres/Oliveira/Rosana Alves

Verifique cuidadosamente se sua prova atende aos dados acima e, em caso negativo, solicite, imediatamente, outro exemplar. Não serão aceitas reclamações posteriores.

Aluno(a) / N.o / Turma

Nota	Professor	Assinatura do Professor

Instruções

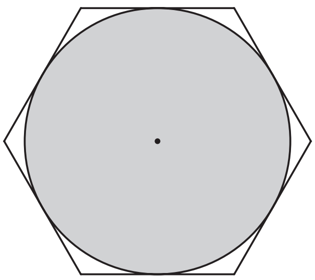
1. A prova pode ser resolvida a lápis. Respostas finais somente com tinta azul ou preta.
2. Resposta que não vier acompanhada de resolução não será considerada.
3. Únicos materiais permitidos: caneta, lapiseira, borracha, régua e compasso.

Dados:

	30°	45°	60°	120°	135°	150°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

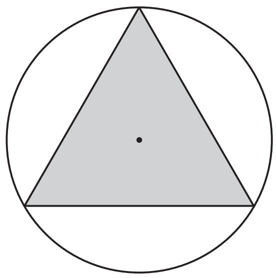
01. (valor: 1,0)

a. O hexágono regular abaixo tem lado de 8 cm. Calcule a área do círculo.



Resposta:____________

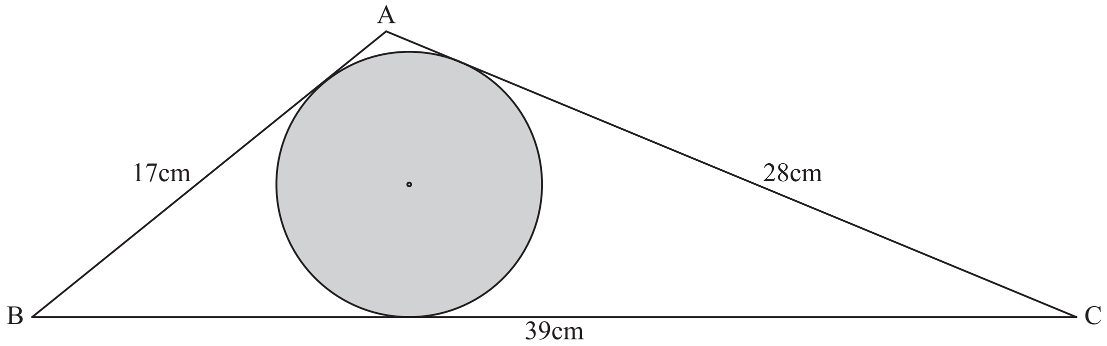
b. Calcule a área do triângulo equilátero, sabendo que o raio do círculo mede $2\sqrt{3}\text{ cm}$.



Resposta:____________

Rascunho

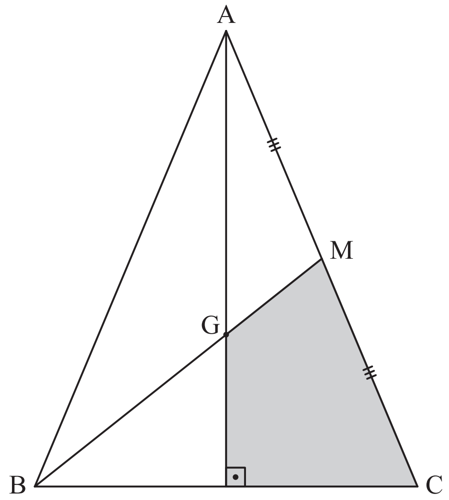
02. (valor: 1,0) Um triângulo é chamado de heroniano quando seus lados e a sua área são expressos por números inteiros. O triângulos abaixo é heroniano. Calcule a área do círculo inscrito no triângulo, dados $AB = 17cm$, $AC = 28cm$ e $BC = 39$ cm.



Resposta: ____________________

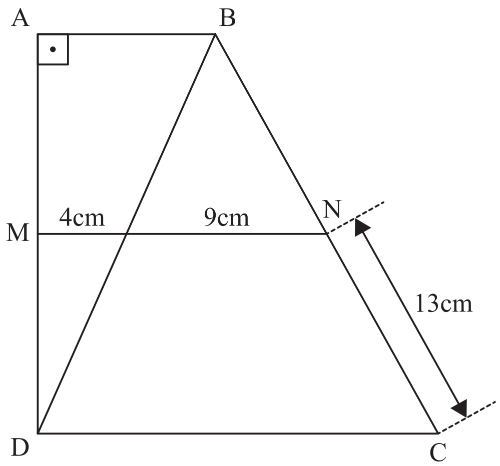
03. (valor: 0,5) Na figura, o triângulo ABC é isósceles de base $\overline{BC}$ e M é ponto médio de $\overline{AC}$. Calcule a área da região sombreada, sabendo que $AG = 16$ cm e $BC = 20$ cm.

Rascunho



Resposta: ______________________

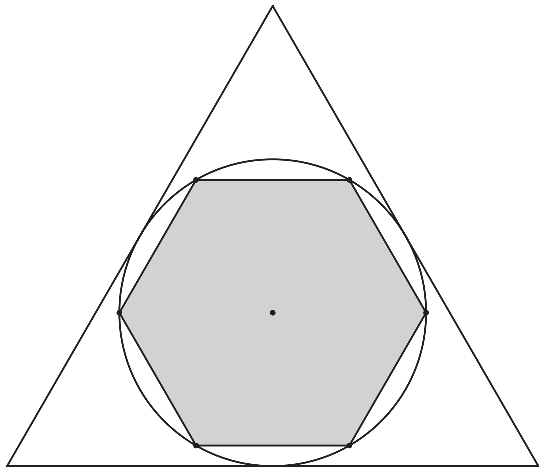
b. (valor: 0,5) $ABCD$ é trapézio retângulo, M é ponto médio de $\overline{AD}$ e N é ponto médio de $\overline{BC}$. Determine a área desse trapézio.



Resposta: ______________________

04. (valor: 1,0) A figura mostra um triângulo equilátero e um hexágono regular. O lado do triângulo mede $8\sqrt{3}\,\text{cm}$. Calcule:

Rascunho



a. (valor: 0,25) A altura do triângulo.

Resposta: ______________________

b. (valor: 0, 25) O raio da circunferência inscrita no triângulo.

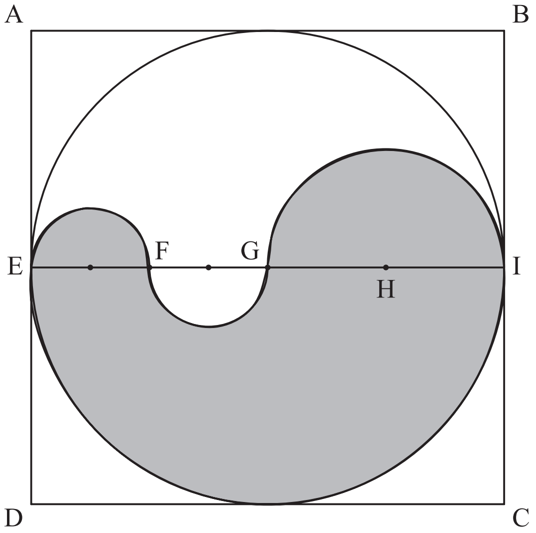
Resposta: ______________________

c. (valor: 0,5) A área do hexágono sombreado.

Resposta: ______________________

Rascunho

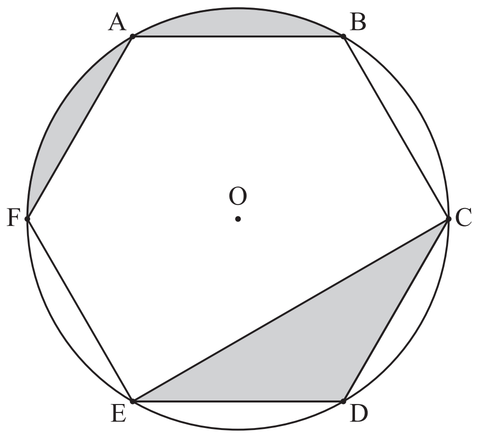
05. (valor: 1,0) Na figura, ABCD é um quadrado, as semicircunferências têm centros no segmento $\overline{EI}$ e a área da região sombreada é igual a $40\pi\ cm^2$. Sendo $EF = FG = GH = HI$, quanto vale a área do quadrado?



Resposta: ______________________

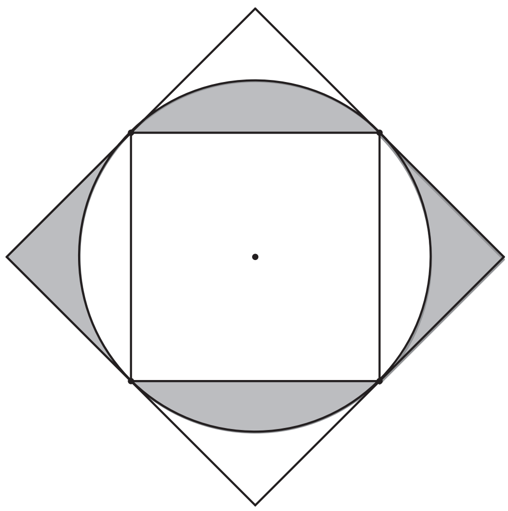
06. (valor: 1,0). Calcule a área sombreada na figura abaixo, sabendo que ABCDEF é um hexágono regular cujo lado mede 6 cm.

Rascunho



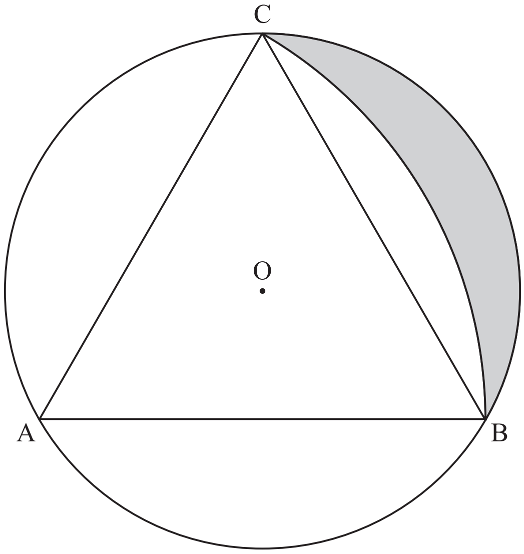
Resposta: ____________________

07. (valor:1,0) A figura mostra um quadrado inscrito e outro circunscrito à mesma circunferência. Se o menor tem 6 cm de lado, calcule a área da região sombreada.



Resposta: ____________________

08. (valor: 1,0) Os arcos que delimitam a "lua" sombreada têm como centros o centro da circunferência e o vértice A do triângulo equilátero ABC, cujo lado mede $6\ \text{cm}$. Calcule a área da "lua".



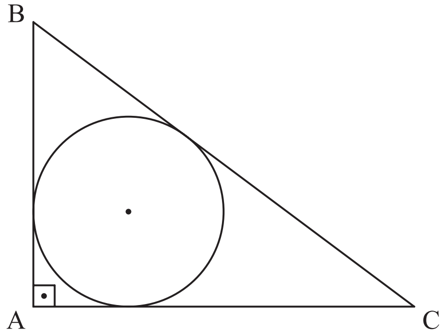
Rascunho

Resposta: ____________________

Rascunho

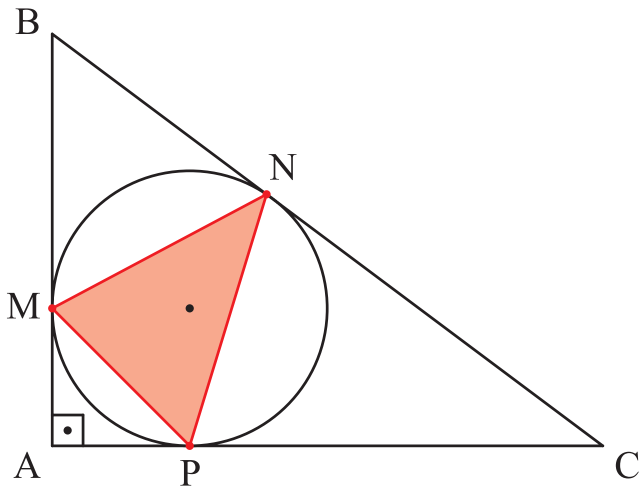
09. A figura mostra um triângulo retângulo cujo cateto $\overline{AB}$ e hipotenusa $\overline{BC}$ medem, respectivamente, 6cm e 10 cm. Pede-se:

a. (valor: 0,5) calcular o raio da circunferência inscrita nesse triângulo.

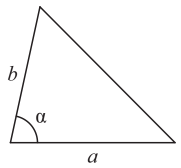


Resposta: ____________________

b. (valor: 0,5) Calcular a área do triângulo MNP em que M, N e P são os pontos de tangência (use os mesmos dados do item a)



Note e adote: área A de um triângulo, quando são conhecidos dois lados e o ângulo formado por esses lados:



$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \text{sen}\ \alpha$$

Resposta: ____________________

Aluno(a)	Turma	N.o	**P 174010**
			p 9

10. (valor: 1,0) Um brinquedo que se tornou muito popular neste ano foi o *hand spinner*, cujo modelo mais comum apresenta simetria em relação ao centro de um triângulo equilátero (veja imagens abaixo)

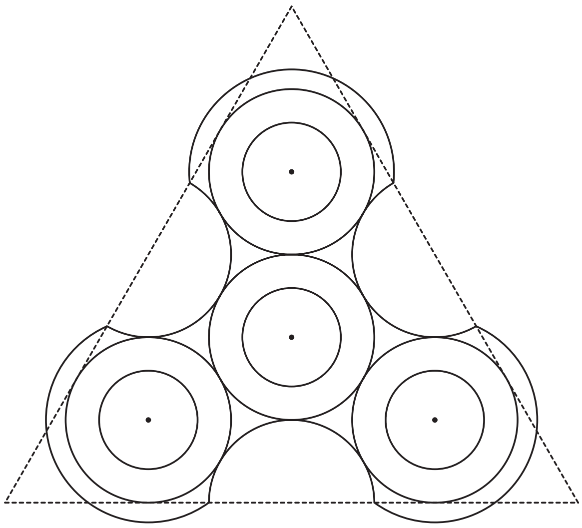


Figura 1: desenho do projeto de um *hand spinner*

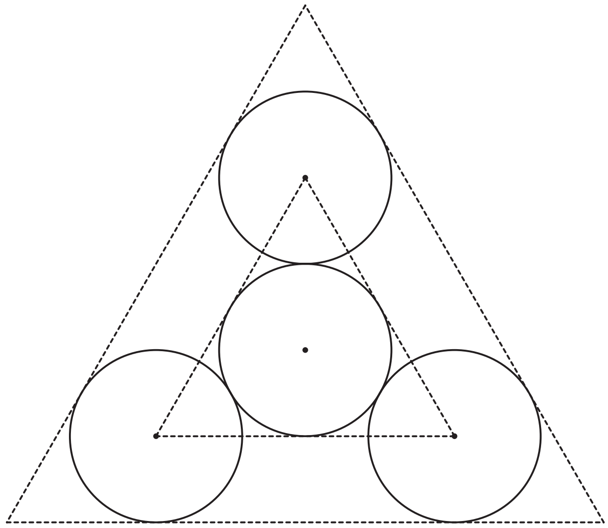


Figura 2: quatro círculos congruentes. Os triângulos tracejados são equiláteros.

Se o lado do triângulo maior mede $12\ \text{cm}$, quanto mede a área de um dos círculos mostrado na figura 2?

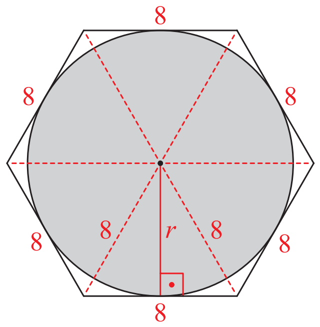
Resposta: ____________________

P 174010G
1.a Série
Matemática – Geometria
Fábio Cáceres/Oliveira/Rosana Alves
22/11/2017

Colégio Bandeirantes

01. (valor: 1,0)

a. O hexágono regular abaixo tem lado de $8\ \text{cm}$. Calcule a área do círculo.



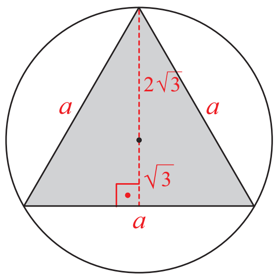
(1) $r = \dfrac{8\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = 4\sqrt{3}$

(2) $A = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A = \pi\left(4\sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow A = 48\pi\ \text{cm}^2$

Resposta: $48\pi\ \text{cm}^2$

---

b. Calcule a área do triângulo equilátero, sabendo que o raio do círculo mede $2\sqrt{3}\ \text{cm}$.



(1) $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$3\sqrt{3} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$a = 6$

(2) $A = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

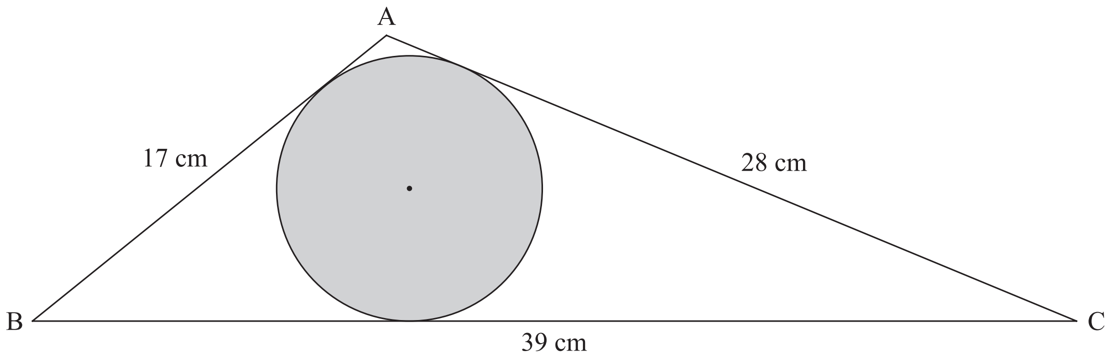
$A = \dfrac{6^2\sqrt{3}}{4}$

$A = 9\sqrt{3}$

Resposta: $9\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

---

02. (valor: 1,0) Um triângulo é chamado de heroniano quando seus lados e a sua área são expressos por números inteiros. O triângulos abaixo é heroniano. Calcule a área do círculo inscrito no triângulo, dados $AB = 17\ \text{cm}$, $AC = 28\ \text{cm}$ e $BC = 39\ \text{cm}$.



(1) $A = \dfrac{17 + 28 + 39}{2} \Rightarrow s = 42$

(2) $A = \sqrt{42 \cdot (42 - 17)\,(42 - 28)\,(42 - 39)}$

$A = \sqrt{6 \cdot 7 \cdot 25 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3}$

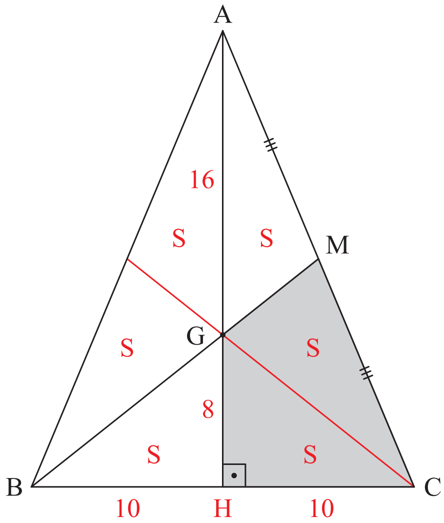
$A = 6 \cdot 7 \cdot 5 \Rightarrow A = 210$

(3) $A = r \cdot s \Rightarrow 210 = r \cdot 42 \Rightarrow r = 5$

(4) $A_{\text{círc.}} = \pi r^2 \Rightarrow A_{\text{círc.}} = \pi \cdot 5^2 \Rightarrow A_{\text{círc.}} = 25\pi$

Resposta: $25\ \text{cm}^2$

03. (valor: 0,5) Na figura, o triângulo ABC é isósceles de base $\overline{BC}$ e M é ponto médio de $\overline{AC}$. Calcule a área da região sombreada, sabendo que AG = 16 cm e BC = 20 cm.



(1) Note que ABC é isósceles e AH é altura relativa à base. Portanto, H é ponto médio de $\overline{BC}$. Assim, BH = HC = 10 cm.

(2) G é baricentro $\Rightarrow$ GH = 8

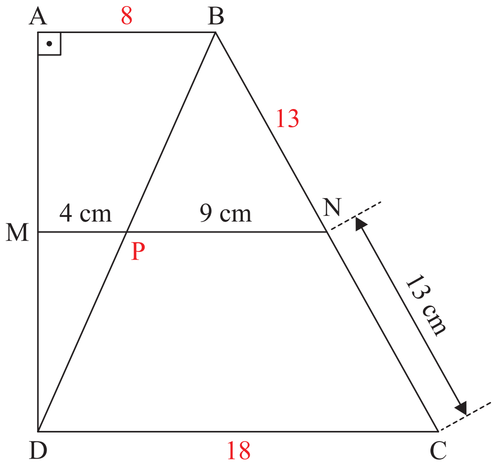
(3) $S = \dfrac{8 \cdot 10}{2} \Rightarrow S = 40$

(4) $A_F = 2S \Rightarrow A_F = 80$

Resposta: 80 cm^2

---

b. (valor: 0,5) ABCD é trapézio retângulo, M é ponto médio de $\overline{AD}$ e N é ponto médio de $\overline{BC}$. Determine a área desse trapézio.



(1) $\overline{MN}$ é base média de ABCD $\Rightarrow \overline{MN} \,//\, \overline{AB} \,//\, \overline{CD}$

(2) $\overline{MP}$ é base média de ABD $\Rightarrow$ AB = 8 cm

(3) $\overline{PN}$ é base média de BCD $\Rightarrow$ CD = 18 cm

(4) Por Pitágoras:

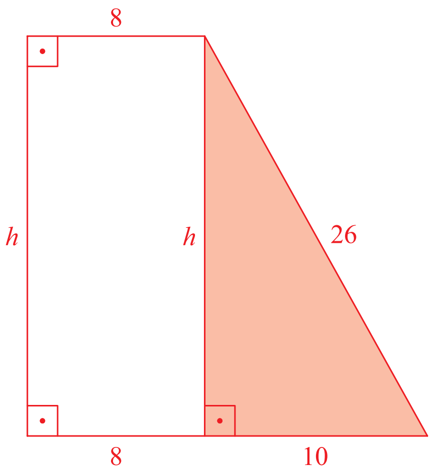
$h^2 + 10^2 = 26^2 \Rightarrow h = 24$

(5) área (ABCD) $= \dfrac{(18 + 8) \cdot h}{2}$

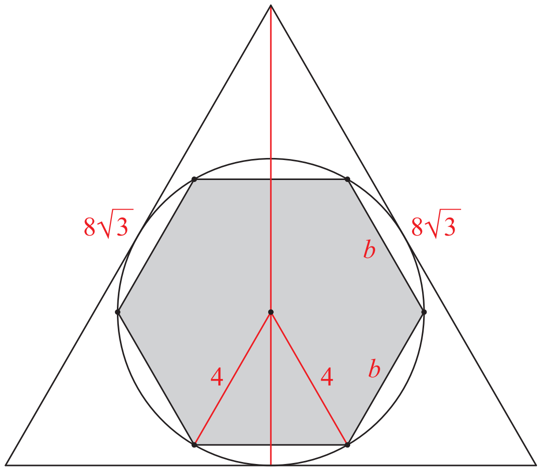
área (ABCD) $= \dfrac{26 \cdot 24}{2}$

área (ABCD) = 312 cm^2

Resposta: 312 cm^2



04. (valor: 1,0) A figura mostra um triângulo equilátero e um hexágono regular. O lado do triângulo mede $8\sqrt{3}$ cm. Calcule:



a. (valor: 0,25) A altura do triângulo.

$h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \dfrac{8\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = 12$ cm

Resposta: 12 cm

---

b. (valor: 0,25) O raio da circunferência inscrita no triângulo.

$r = \dfrac{1}{3} \cdot h \Rightarrow r = \dfrac{1}{3} \cdot 12 \Rightarrow r = 4$ cm

Resposta: 4 cm

---

c. (valor: 0,5) A área do hexágono sombreado.

b: lado do hexágono.

$b = r \Rightarrow b = 4$

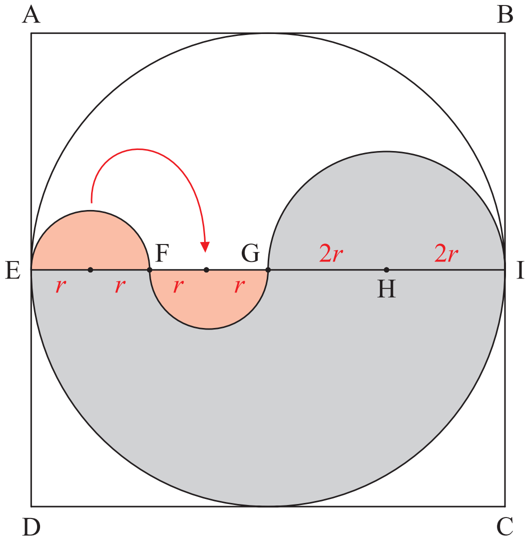
A_F: área do hexágono

$A_F = \dfrac{6 \cdot b^2 \sqrt{3}}{4}$

$A_F = \dfrac{6 \cdot 4^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow A_F = 24\sqrt{3}$

Resposta: $24\sqrt{3}$ cm^2

05. (valor: 1,0) Na figura, ABCD é um quadrado, as semicircunferências têm centros no segmento $\overline{EI}$ e a área da região sombreada é igual a $40\pi\ cm^2$. Sendo $EF = FG = GH = HI$, quanto vale a área do quadrado?



Sejam AF a área da região sombreada e a a medida do lado do quadrado.

(1) $A_F = 40\pi \Rightarrow \dfrac{\pi \cdot (4r)^2}{2} + \dfrac{\pi \cdot (2r)^2}{2} = 40\pi \Rightarrow$
$\Rightarrow r = 2\ cm$

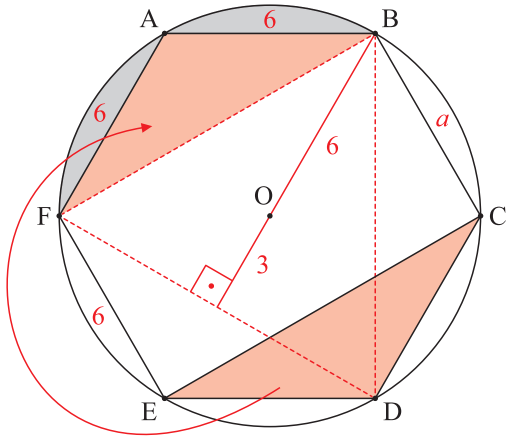
(2) $a = 8r \Rightarrow a = 8 \cdot 2 \Rightarrow a = 16\ cm$

(3) área $(ABCD) = a^2 = 16^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ área $(ABCD) = 256\ cm^2$

Resposta: $256\ cm^2$

---

06. (valor: 1,0) Calcule a área sombreada na figura abaixo, sabendo que ABCDEF é um hexágono regular cujo lado mede $6\ cm$.



(1) $BF = a\sqrt{3} \Rightarrow BF = 6\sqrt{3}$

(2) área $(BDF) = \dfrac{(6\sqrt{3})^2\ \sqrt{3}}{4} \Rightarrow$ área $(BDF) = 27\sqrt{3}$

(3) A_F: área sombreada

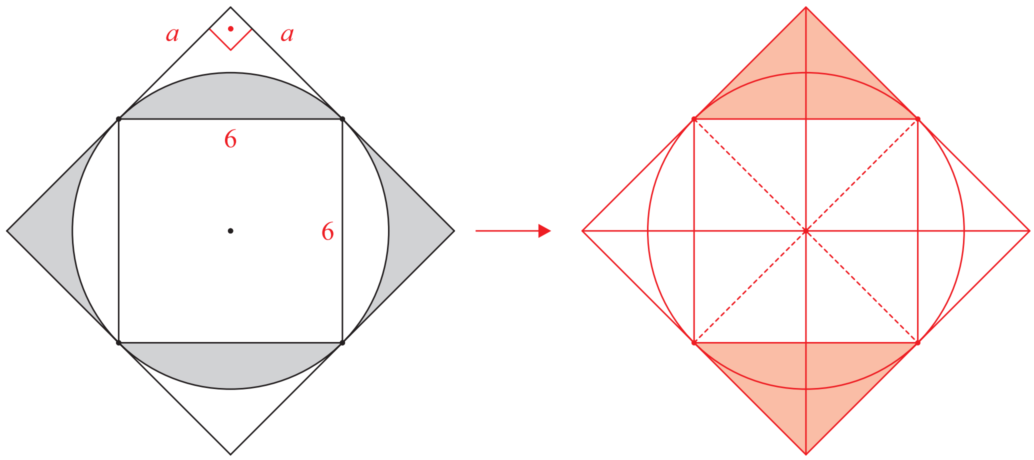
$A_F = \dfrac{\text{área (círculo)} - \text{área (BDF)}}{3}$

$A_F = \dfrac{\pi \cdot 6^2 - 27\sqrt{3}}{3} = \dfrac{9\,(4\pi - 3\sqrt{3})}{3}$

$\therefore A_F = 3\ (4\pi - 3\sqrt{3})\ cm^2$

Resposta: $3\ (4\pi - 3\sqrt{3})\ cm^2$

07. (valor: 1,0) A figura mostra um quadrado inscrito e outro circunscrito à mesma circunferência. Se o menor tem 6 cm de lado, calcule a área da região sombreada.



(1) Por Pitágoras: $a^2 + a^2 = 36 \Rightarrow a = 3\sqrt{2}$

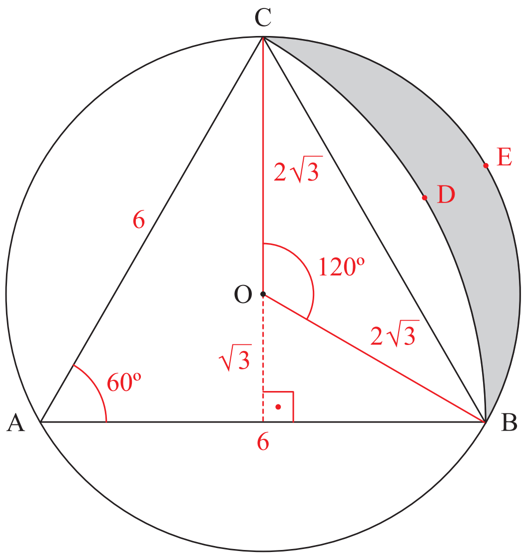
(2) Note que a área sombreada, A_F, equivale a um quarto da área do quadrado maior. Então:

$A_F = \frac{1}{4} \cdot (2a)^2 \Rightarrow A_F = \frac{1}{4} \cdot (6\sqrt{2})^2 \Rightarrow A_F = 18$

Resposta: 18 cm^2

---

08. (valor: 1,0) Os arcos que delimitam a "lua" sombreada têm como centros o centro da circunferência e o vértice A do triângulo equilátero ABC, cujo lado mede 6 cm. Calcule a área da "lua".



A área sombreada é a diferença entre as áreas de dois segmentos circulares: aquele limitado pelo arco $\overset{\frown}{BEC}$ e pela corda $\overline{BC}$ e o que é limitado pelo arco $\overset{\frown}{BDC}$ e pela corda $\overline{BC}$. Então:

(1) área (segmento BEC) =

$= \frac{1}{3} \cdot \pi (2\sqrt{3})^2 - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \text{sen}120^\circ$

área (seg BEC) $= 4\pi - 3\sqrt{3}$

(2) área (seg BDC) $= \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 6^2 - \frac{6^2\sqrt{3}}{4}$

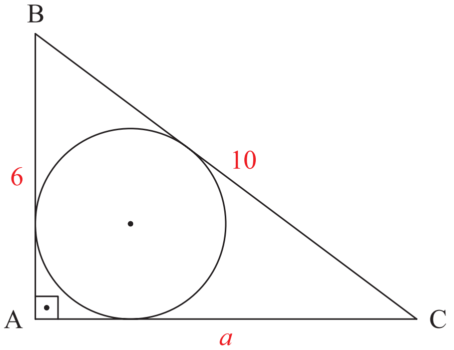
$\Rightarrow$ área (seg BDC) $= 6\pi - 9\sqrt{3}$

(3) $A_F = 4\pi - 3\sqrt{3} - (6\pi - 9\sqrt{3}) \Rightarrow A_F = 6\sqrt{3} - 2\pi$

Resposta: $2\,(3\sqrt{3} - \pi) \text{ cm}^2$

09. A figura mostra um triângulo retângulo cujo cateto $\overline{AB}$ e hipotenusa $\overline{BC}$ medem, respectivamente, 6 cm e 10 cm. Pede-se:

a. (valor: 0,5) calcular o raio da circunferência inscrita nesse triângulo.



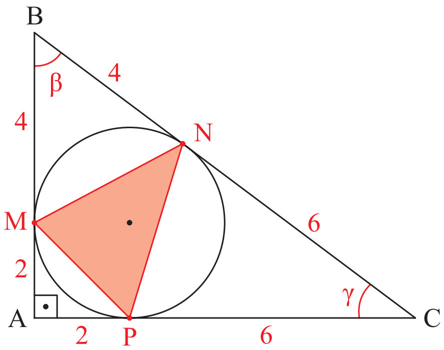
(1) Pitágoras: $a^2 + 6^2 = 10^2 \Rightarrow a = 8$

(2) $A = r \cdot s \Rightarrow \frac{6 \cdot a}{2} = r \cdot \left(\frac{6 + 10 + 8}{2}\right) \Rightarrow 3 \cdot 8 = r \cdot 12 \Rightarrow r = 2$

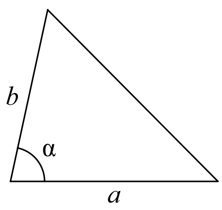
Resposta: 2 cm

---

b. (valor: 0,5) Calcular a área do triângulo MNP em que M, N e P são os pontos de tangência (use os mesmos dados do item a).



Note e adote: área A de um triângulo, quando são conhecidos dois lados e o ângulo formado por esses lados:



$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \text{sen}\alpha$$

A_F: área da região sombreada.

A_F = área (ABC) – área (AMP) – área (BMN) – área (CNP)

$$A_F = \frac{6 \cdot 8}{2} - \frac{2 \cdot 2}{2} - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \text{sen}\beta - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \text{sen}\gamma$$

$$A_F = 24 - 2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{8}{10} - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{6}{10}$$

$$A_F = 22 - \frac{32}{5} - \frac{54}{5}$$

$$A_F = \frac{24}{5}\ \text{cm}^2$$

Resposta: $\frac{24}{5}\ \text{cm}^2$

10. (valor: 1,0) Um brinquedo que se tornou muito popular neste ano foi o *hand spinner*, cujo modelo mais comum apresenta simetria em relação ao centro de um triângulo equilátero (veja imagens abaixo).

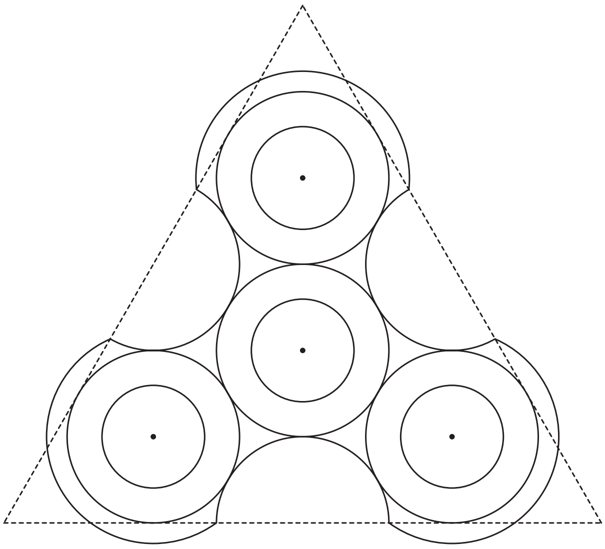


Figura 1: desenho do projeto de um *hand spinner*

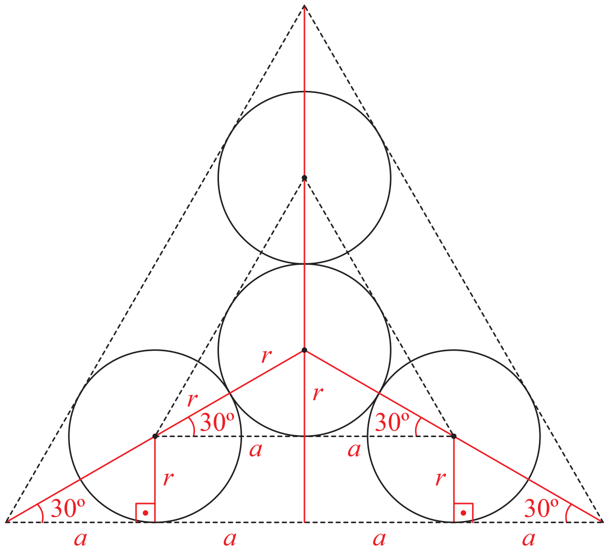


Figura 2: quatro círculos congruentes. Os triângulos tracejados são equiláteros.

Se o lado do triângulo maior mede $12\ \text{cm}$, quanto mede a área de um dos círculos mostrado na figura 2?

De acordo com as medidas indicadas, tem-se:

(1) $\dfrac{r}{a} = \text{tg}30° \Rightarrow \dfrac{r}{a} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow a = r\sqrt{3}$

(2) $4a = 12 \Rightarrow 4r\sqrt{3} = 12 \Rightarrow r = \sqrt{3}$

(3) $A_{\text{círc}} = \pi r^2 \Rightarrow A_{\text{círc}} = \pi\left(\sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow A_{\text{círc}} = 3\pi$

Resposta: $3\pi\ \text{cm}^2$