

Caderno de Questões

Bimestre 2.o	Disciplina Matemática - Geometria	Turmas 1.a Série	Período M	Data da prova 23/06/2016	P 162006
Questões 10	Testes	Páginas 9	Professor(es) Fábio Cáceres/Oliveira/Rosana Alves		

Verifique cuidadosamente se sua prova atende aos dados acima e, em caso negativo, solicite, imediatamente, outro exemplar. Não serão aceitas reclamações posteriores.

Aluno(a)		Turma	N.o
Nota	Professor	Assinatura do Professor	

Instruções

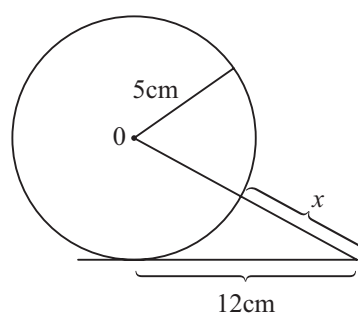
1. A prova pode ser resolvida a lápis. Respostas finais somente com tinta azul ou preta.
2. Resposta sem resolução não será considerada.
3. Únicos materiais permitidos: caneta, lapiseira, régua, borracha e compasso.

	30°	45°	60°	120°	135°	150°
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
coseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

01. (valor: 1,0) Calcule x em cada item.

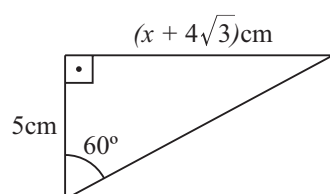
Rascunho

a.



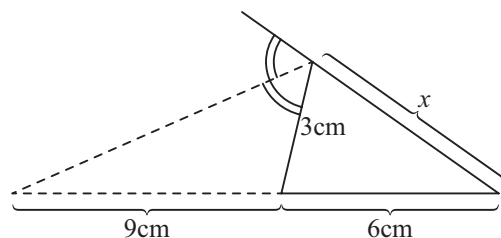
Resposta: _____

b.



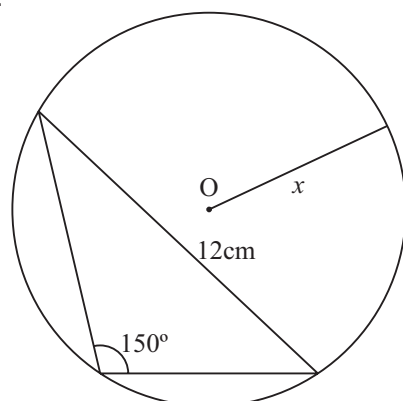
Resposta: _____

c.



Resposta: _____

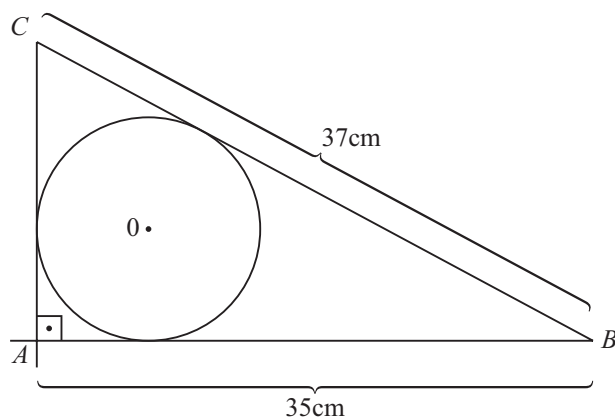
d.



Resposta: _____

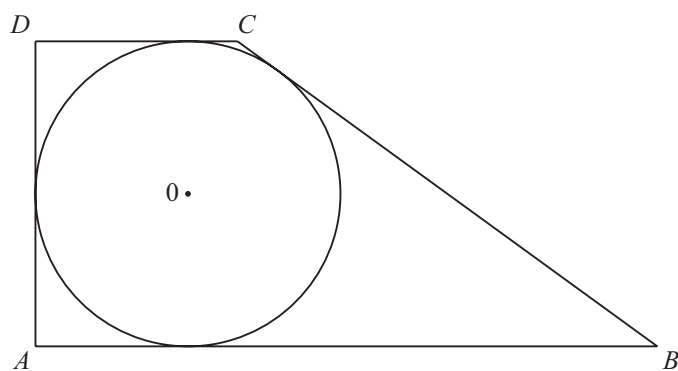
02. (valor: 1,0) Calcule, em cada item, o raio da circunferência mostrada.

a.



Resposta: _____

b. ABCD é um trapézio retângulo de bases 20 cm e 5 cm.

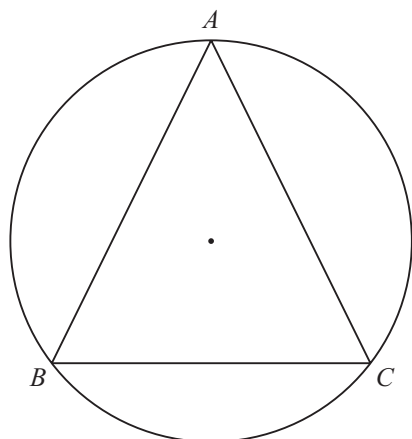


Resposta: _____

Rascunho

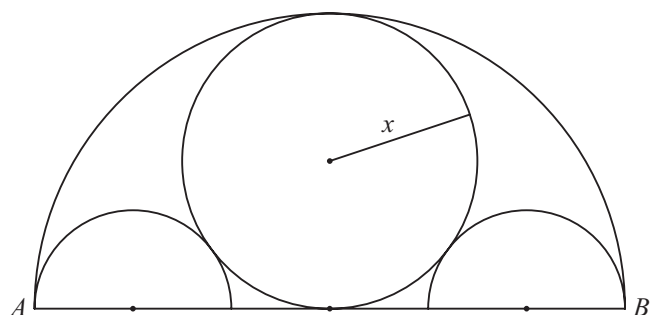
03.

(valor: 1,0) Calcule o raio da circunferência abaixo, dado que $AB = AC = 12\sqrt{5}$ cm e $BC = 24$ cm



Resposta: _____

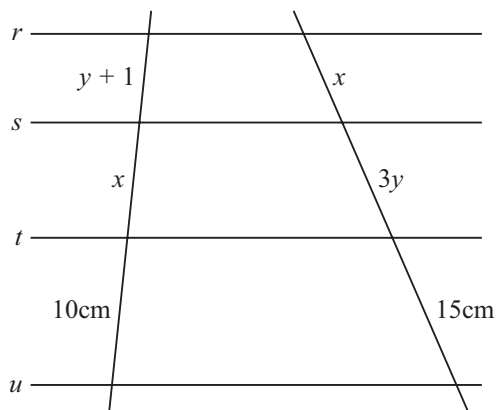
04. (valor: 1,0) A figura mostra duas semicircunferências de raios iguais a 5 cm e uma semicircunferência de diâmetro \overline{AB} . Calcule a medida do raio da **circunferência** mostrada.



Rascunho

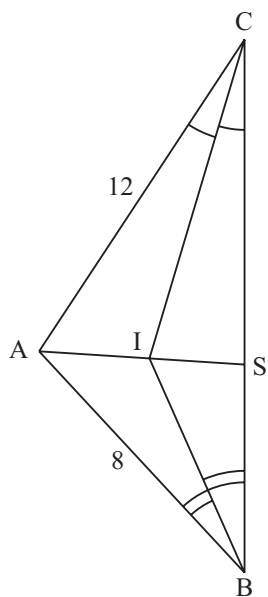
05.

a. (valor: 0,5) As retas r , s , t e u são paralelas. Calcule x e y .



Resposta: _____

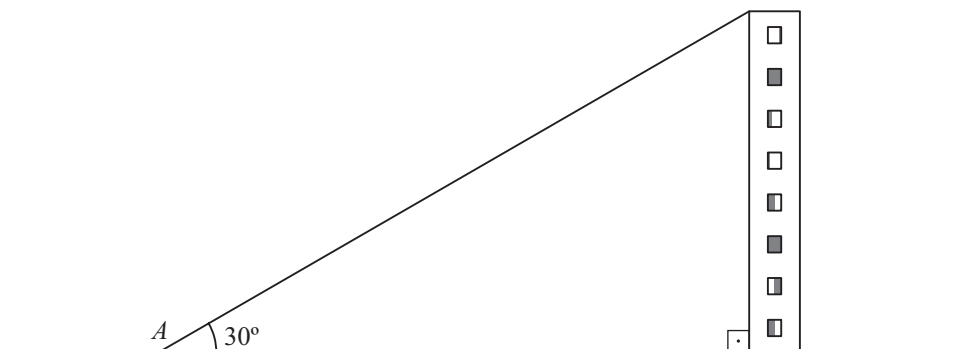
b. (valor: 0,5) No triângulo ABC mostrado abaixo, \overline{BI} e \overline{CI} são bissetrizes. Determine a razão $\frac{AI}{IS}$, sabendo que $AB = 8$ cm, $AC = 12$ cm e $BC = 16$ cm.



Resposta: _____

Rascunho

06. Um observador vê, do ponto A, o topo de um edifício, sob um ângulo de 30° em relação à horizontal. Após percorrer 36 m em direção ao edifício, passa visualizar, do ponto B, o mesmo topo, sob um ângulo de 60° .



Desprezando-se a altura do observador, pede-se:

- a. (valor: 0,5) completar a figura e calcular a distância do ponto B até o edifício.

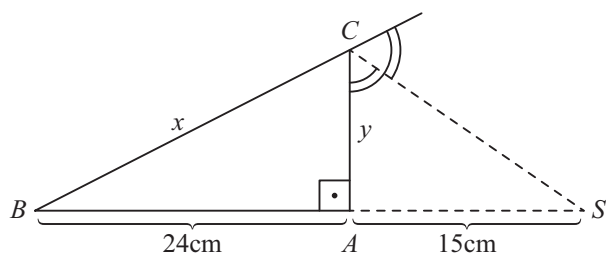
Resposta: _____

- b. (valor: 0,5) calcular a altura do edifício.

Resposta: _____

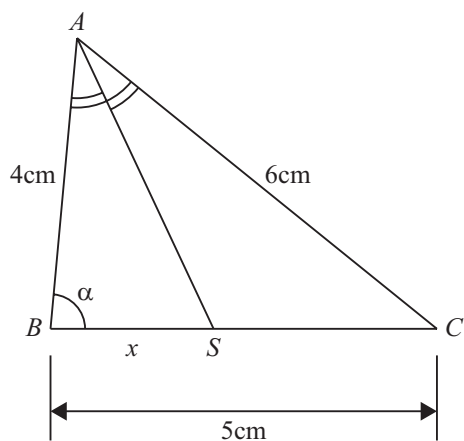
Rascunho

07. (valor: 1,0) O triângulo ABC é retângulo em A e \overline{CS} é bissetriz do ângulo externo do vértice C. Calcule as medidas \overline{AC} e \overline{BC} .



Resposta: _____

08. Na figura, \overline{AS} é bissetriz do ângulo \widehat{BAC} . Calcule:



a. (valor: 0,25) a medida BS.

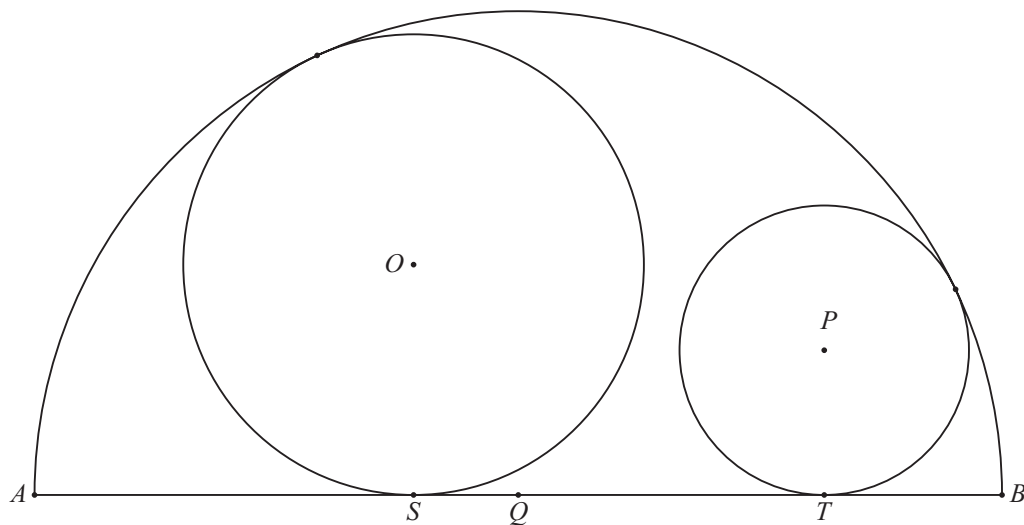
b. (valor: 0,25) $\cos \alpha$

c. (valor: 0,5) a medida AS.

Resposta: a. _____, b. _____, c. _____,

Rascunho

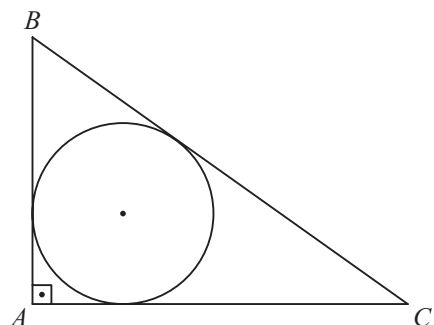
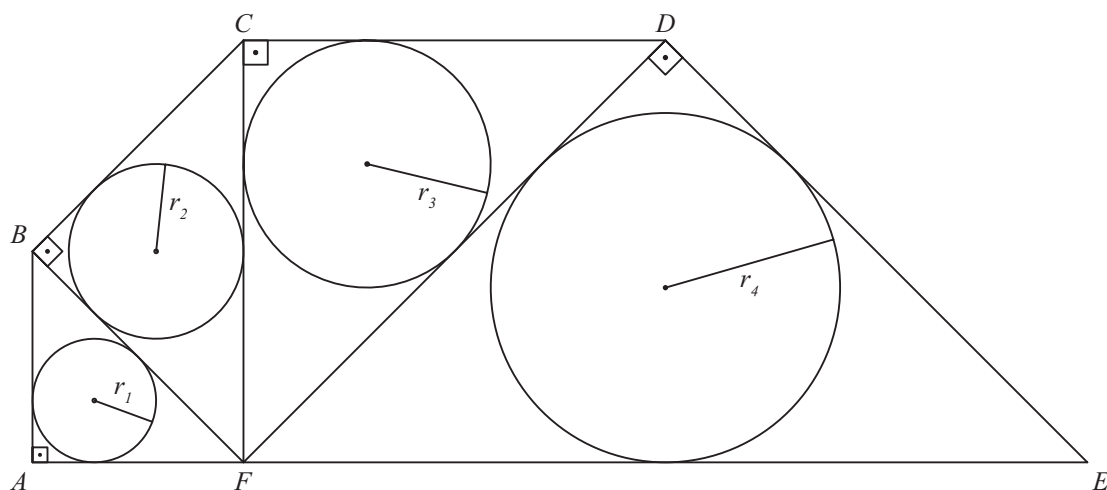
09. (valor: 1,0) A figura mostra duas circunferências de centros O e P tangenciando uma semicircunferência de centro Q . Sabe-se, além disso, que AB é diâmetro, S e T são pontos de tangência, $QS = 5$ cm, $QT = 15$ cm e $OP = 4\sqrt{26}$ cm. Calcule o raio da semicircunferência.

**Rascunho**

Resposta: _____

10.

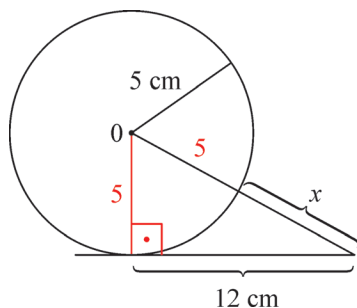
a. (valor: 0,25) A circunferência, inscrita no triângulo ABC, mostrada abaixo tem raio r.

Mostre que: $r = \frac{AB + AC - BC}{2}$ **Rascunho**b. (valor: 0,75) Calcule o valor da soma $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$, sabendo que o perímetro do pentágono ABCDE é 50 cm e $EF = 15$ cm.

Resposta: _____

01. (valor: 1,0) Calcule x em cada item.

a.



Por Pitágoras:

$$(x + 5)^2 = 5^2 + 12^2$$

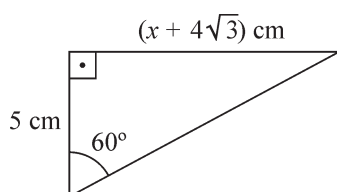
$$(x + 5)^2 = 169$$

$$x + 5 = 13 \text{ ou } x + 5 = -13 \text{ (não convém)}$$

$$x = 8$$

Resposta: 8 cm

b.

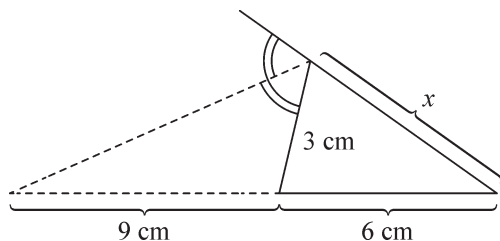


$$\text{tangente de } 60^\circ = \frac{\text{cateto oposto a } 60^\circ}{\text{cateto adjacente a } 60^\circ}$$

$$\sqrt{3} = \frac{x + 4\sqrt{3}}{5} \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

Resposta: $\sqrt{3}$ cm

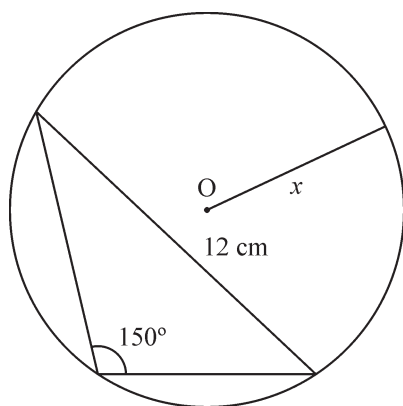
c.



$$\text{Pelo teorema da bissetriz externa: } \frac{x}{15} = \frac{3}{9} \Rightarrow x = 5$$

Resposta: 5 cm

d.



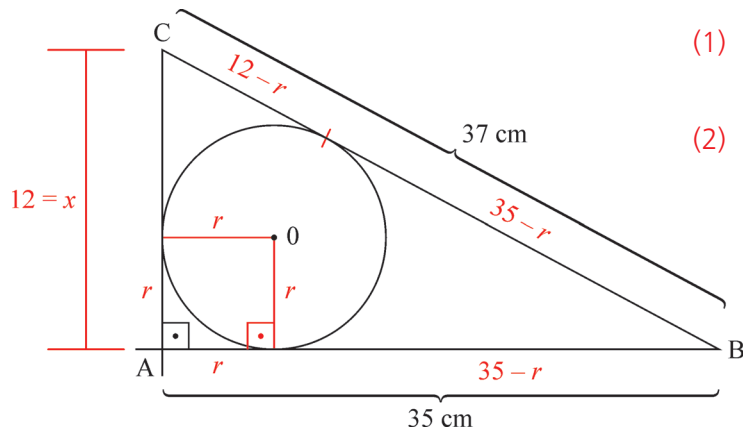
Pela lei dos senos:

$$\frac{12}{\sin 150^\circ} = 2x \Rightarrow 12 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x \Rightarrow x = 12$$

Resposta: 12 cm

02. (valor: 1,0) Calcule, em cada item, o raio da circunferência mostrada.

a.



(1) Por Pitágoras:

$$x^2 + 35^2 = 37^2 \Rightarrow x = 12$$

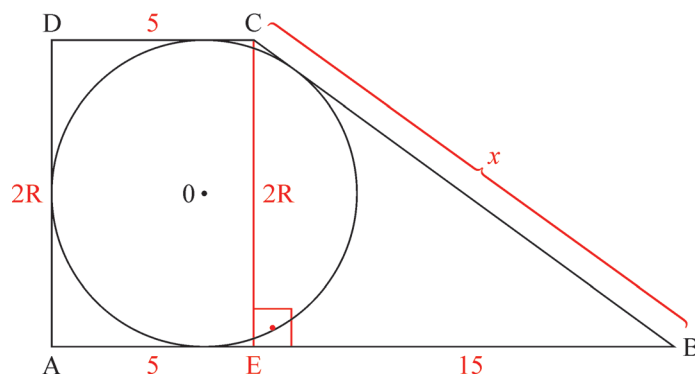
(2) De acordo com as medidas indicadas:

$$12 - r + 35 - r = 37$$

$$r = 5$$

Resposta: 5 cm

b. ABCD é um trapézio retângulo de bases 20 cm e 5 cm.



$$\begin{cases} (1) BC + AD = AB + CD \\ (2) (BC)^2 = (CE)^2 + (BE)^2 \end{cases}$$

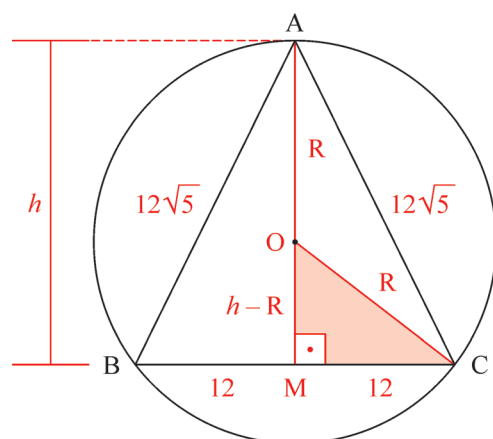
$$\begin{cases} x + 2R = 20 + 5 \\ x^2 = (2R)^2 + 15^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 25 - 2R \\ x^2 = 4R^2 + 15^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Por substituição: } (25 - 2R)^2 &= 4R^2 + 15^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 25^2 - 100R + 4R^2 &= 4R^2 + 15^2 \Rightarrow R = 4 \end{aligned}$$

Resposta: 4 cm

03. (valor: 1,0) Calcule o raio da circunferência abaixo, dado que $AB = AC = 12\sqrt{5}$ cm e $BC = 24$ cm



(1) Por Pitágoras no $\triangle AMC$:

$$h^2 + 12^2 = (12\sqrt{5})^2 \Rightarrow h = 24$$

(2) Por Pitágoras no $\triangle OMC$:

$$(h - R)^2 + 12^2 = R^2$$

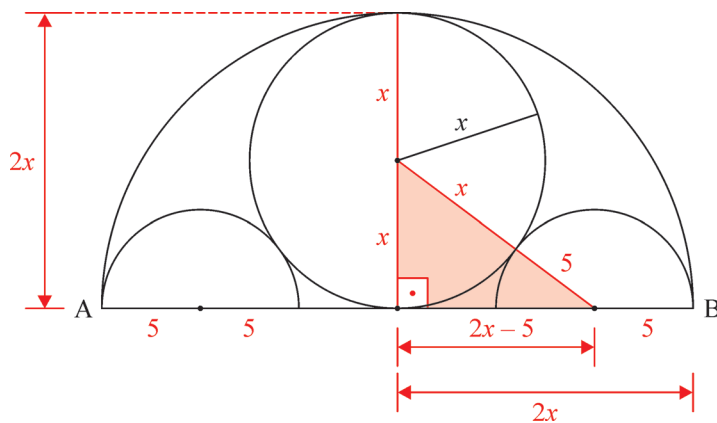
$$(24 - R)^2 + 12^2 = R^2$$

$$24^2 - 48R + R^2 + 12^2 = R^2$$

$$\frac{24 \cdot 24}{48} - \frac{48R}{48} + \frac{12 \cdot 12}{48} = \frac{0}{48} \Rightarrow R = 15$$

Resposta: 15 cm

04. (valor: 1,0) A figura mostra duas semicircunferências de raios iguais a 5 cm e uma semicircunferência de diâmetro \overline{AB} . Calcule a medida do raio da **circunferência** mostrada.

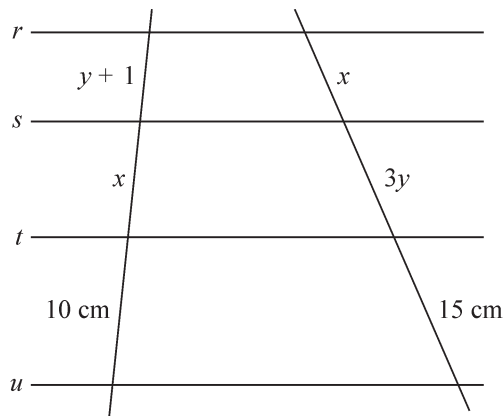


Por Pitágoras no triângulo destacado:
 $(2x - 5)^2 + x^2 = (x + 5)^2 \Rightarrow 4x^2 - 30x = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2x(2x - 15) = 0 \Rightarrow x = 0$ (não convém)
 ou $x = 7,5$

Resposta: $x = 7,5$ cm

05.

- a. (valor: 0,5) As retas r, s, t e u são paralelas. Calcule x e y .



Aplicando o teorema de Tales:

$$(1) \quad \frac{x}{10} = \frac{3y}{15} \Rightarrow x = 2y$$

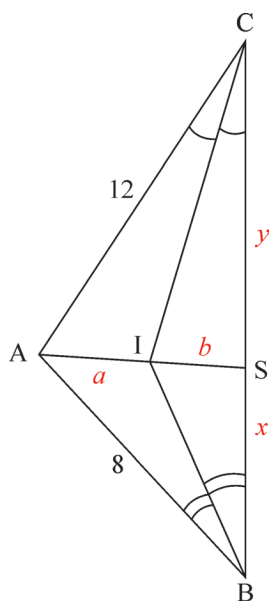
$$(2) \quad \frac{y+1}{10} = \frac{x}{15}$$

$$\frac{y+1}{10} = \frac{2y}{15} \Rightarrow y = 3$$

Logo, $x = 6$

Resposta: $x = 6$ cm, $y = 3$ cm

- b. (valor: 0,5) No triângulo ABC mostrado abaixo, \overline{BI} e \overline{CI} são bissetrizes. Determine a razão $\frac{AI}{IS}$, sabendo que $AB = 8$ cm, $AC = 12$ cm e $BC = 16$ cm.



Aplicando o teorema da bissetriz nos triângulos ABS e ACS, temos:

$$\frac{8}{x} = \frac{a}{b} \text{ e } \frac{12}{y} = \frac{a}{b}$$

$$\text{Portanto: } \frac{8}{x} = \frac{12}{y} \Rightarrow 3x - 2y = 0$$

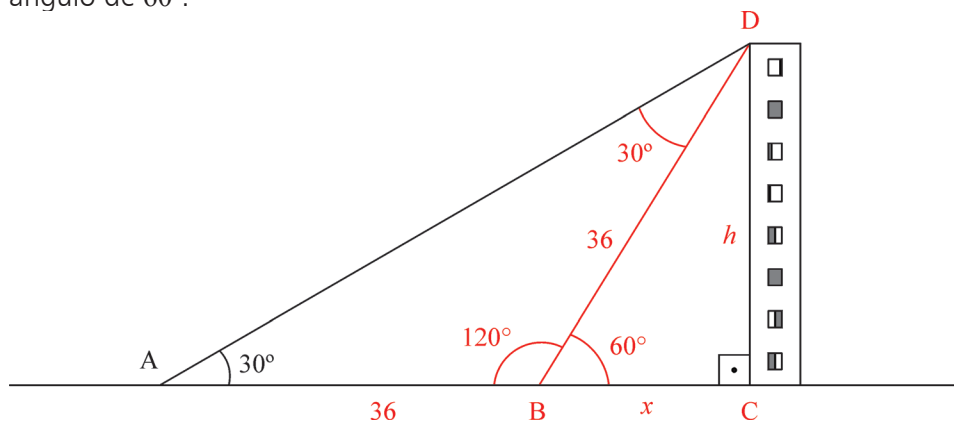
$$\text{Mas } x + y = AB \Rightarrow x + y = 16$$

$$\text{Resolvendo este sistema temos } x = \frac{32}{5}$$

$$\text{Logo, } \frac{AI}{IS} = \frac{a}{b} = \frac{8}{x} = \frac{8}{\frac{32}{5}} = \frac{40}{32} = \frac{5}{4}$$

Resposta: $\frac{5}{4}$

06. Um observador vê, do ponto A, o topo de um edifício, sob um ângulo de 30° em relação à horizontal. Após percorrer 36 m em direção ao edifício, passa a visualizar, do ponto B, o mesmo topo, sob um ângulo de 60° .



Desprezando-se a altura do observador, pede-se:

- a. (valor: 0,5) completar a figura e calcular a distância do ponto B até o edifício.

De acordo com as medidas fornecidas, tem-se os ângulos de 120° e 30° no triângulo ABD. Logo, esse triângulo é isósceles e, portanto, $BD = 36$.

No triângulo BCD: $\frac{x}{36} = \cos 60^\circ \Rightarrow \frac{x}{36} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 18$

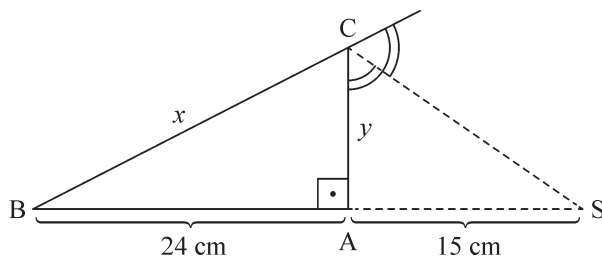
Resposta: 18 m

- b. (valor: 0,5) calcular a altura do edifício.

No triângulo BCD: $\frac{h}{36} = \sin 60^\circ \Rightarrow \frac{h}{36} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = 18\sqrt{3}$

Resposta: $18\sqrt{3}$ m

07. (valor: 1,0) O triângulo ABC é retângulo em A e \overline{CS} é bissetriz do ângulo externo do vértice C. Calcule as medidas \overline{AC} e \overline{BC} .



$$\text{T.B.E.: } \frac{x}{39} = \frac{y}{15} \Rightarrow x = \frac{13y}{5}$$

$$\text{Por Pitágoras: } x^2 = y^2 + 24^2$$

$$\text{Por substituição: } \left(\frac{13y}{5}\right)^2 = y^2 + 24^2 \Rightarrow$$

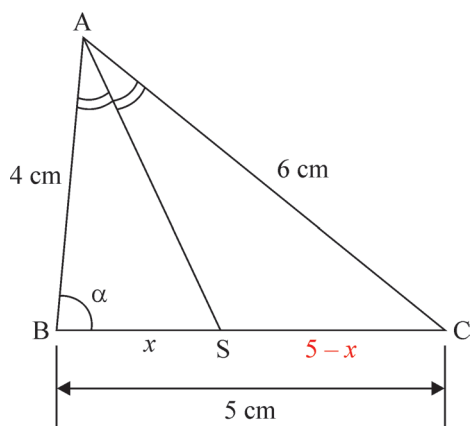
$$\Rightarrow \frac{169y^2}{25} = y^2 + 24^2 \Rightarrow 169y^2 - 25y^2 = 25 \cdot 24^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 144y^2 = 25 \cdot 24^2 \Rightarrow 12y = 5 \cdot 24 \Rightarrow y = 10$$

$$\Rightarrow x = 26$$

Resposta: $x = 26$ cm, $y = 10$ cm

08. Na figura, \overline{AS} é bissetriz do ângulo $B\hat{A}C$. Calcule:



a. (valor: 0,25) a medida BS.

$$\text{T.B.I.: } \frac{4}{x} = \frac{6}{5-x} \Rightarrow x = 2$$

b. (valor: 0,25) $\cos \alpha$

$$6^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$40 \cdot \cos \alpha = 16 + 25 - 36 \Rightarrow 40 \cdot \cos \alpha = 5 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{8}$$

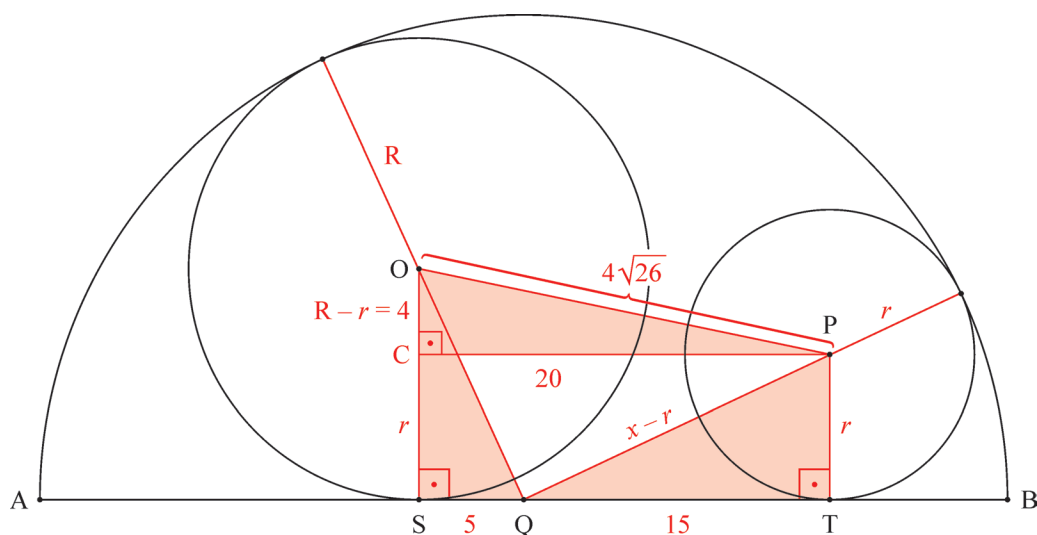
c. (valor: 0,5) a medida AS.

$$(AS)^2 = 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$(AS)^2 = 16 + 4 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{8} \Rightarrow (AS)^2 = 18 \Rightarrow AS = 3\sqrt{2}$$

Resposta: a. 2 cm, b. $\frac{1}{8}$, c. $3\sqrt{2}$ cm

09. (valor: 1,0) A figura mostra duas circunferências de centros O e P tangenciando uma semicircunferência de centro Q . Sabe-se, além disso, que AB é diâmetro, S e T são pontos de tangência, $QS = 5$ cm, $QT = 15$ cm e $OP = 4\sqrt{26}$ cm. Calcule o raio da semicircunferência.



Sejam r e R os raios das circunferências e x o raio da semicircunferência. Temos:

(1) Pitágoras no ΔPOC : $(R - r)^2 + 20^2 = (4\sqrt{26})^2 \Rightarrow R - r = 4$

(2) Pitágoras no ΔPQT : $(x - r)^2 = r^2 + 15^2 \Rightarrow x^2 - 2xr = 225$

(3) Pitágoras no ΔSOQ : $(x - R)^2 = R^2 + 5^2 \Rightarrow x^2 - 2xR = 25$

Subtraindo membro a membro as duas últimas equações, temos:

$$-2xr + 2xR = 225 - 25 \Rightarrow 2x(R - r) = 200 \quad (4)$$

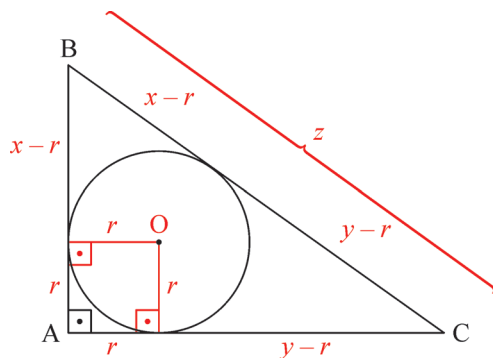
Substituindo (1) em (4): $2x \cdot 4 = 200 \Rightarrow x = 25$

Resposta: 25 cm

10.

a. (valor: 0,25) A circunferência, inscrita no triângulo ABC, mostrada abaixo tem raio r . Mostre que:

$$r = \frac{AB + AC - BC}{2}$$



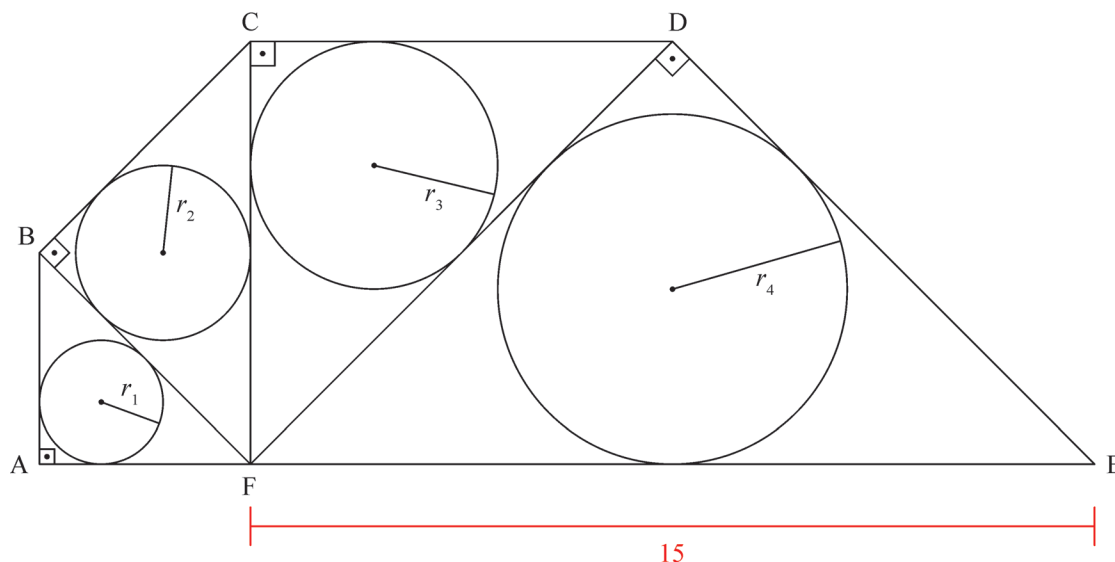
Sejam $AB = x$, $AC = y$ e $BC = z$

De acordo com as medidas indicadas:

$$x - r + y - r = z \Rightarrow 2r = x + y - z$$

$$\text{Logo, } r = \frac{AB + AC - BC}{2}$$

b. (valor: 0,75) Calcule o valor da soma $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$, sabendo que o perímetro do pentágono ABCDE é 50 cm e $EF = 15$ cm.



Usando o resultado do item anterior:

$$2r_1 = AB + AF - BF$$

$$2r_2 = BC + BF - CF$$

$$2r_3 = CD + CF - DF$$

$$2r_4 = DE + DF - 15$$

$$\text{Portanto: } 2(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) = (AB + BC + CD + DE + AF) - 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) = (50 - 15) - 15 \Rightarrow r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 10$$

Resposta: 10 cm