Colégio Bandeirantes

Caderno de Questões

Bimestre	Disciplina	Turmas	Período	Data da prova	**P 172010**
2.o	Matemática-Geometria	1.a Série	M	27/06/2017	

Questões	Testes	Páginas	Professor(es)
10		8	Fábio Cáceres / Oliveira / Rosana Alves

Verifique cuidadosamente se sua prova atende aos dados acima e, em caso negativo, solicite, imediatamente, outro exemplar. Não serão aceitas reclamações posteriores.

Aluno(a)	Turma	N.o

Nota	Professor	Assinatura do Professor

Instruções:

1. A prova pode ser resolvida a lápis. Respostas devem ser escritas com esferográfica azul ou preta.
2. Respostas sem a devida resolução não serão consideradas.
3. Únicos materiais permitidos: caneta, lapiseira, régua, borracha e compasso.

Informações úteis

1. Tabela de valores notáveis.

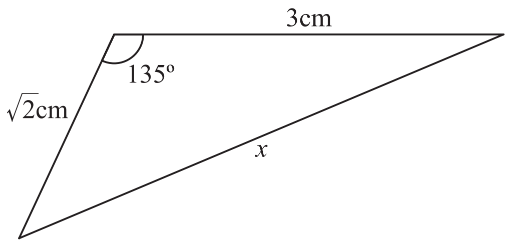
	30º	45º	60º	120º	135º	150º
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. Nas figuras em que aparecem, os pontos O e P são centros de circunferências.

Boa prova!
Boas férias!

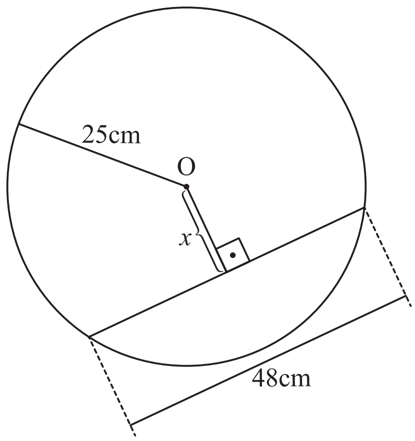
01. (valor: 1,0) Calcule o valor de x nos itens abaixo

a.



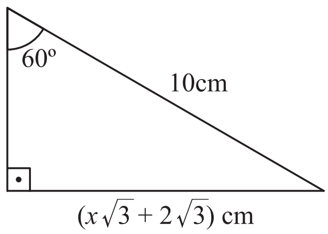
Resposta: $x =$ ____________

b.



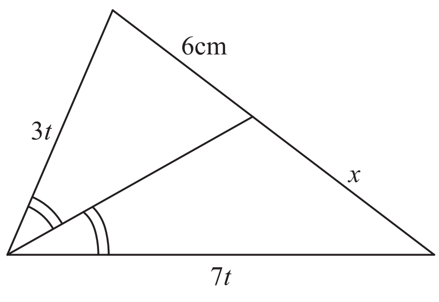
Resposta: $x =$ ____________

c.



Resposta: $x =$ ____________

d.



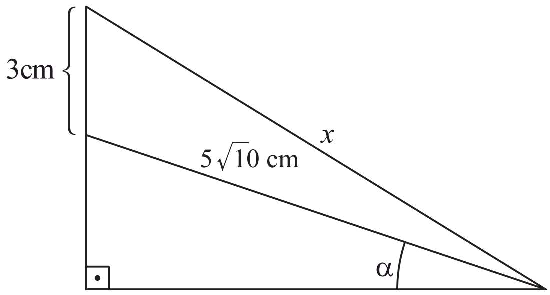
Resposta: $x =$ ____________

Rascunho

Rascunho

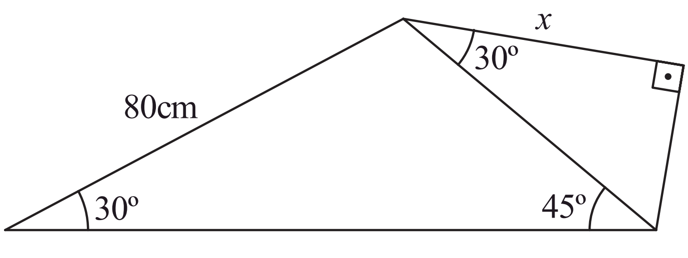
02.

a. (valor: 0,5) Sabendo que $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{3}$, calcule a medida da hipotenusa do triângulo maior.



Resposta: $x =$ ____________

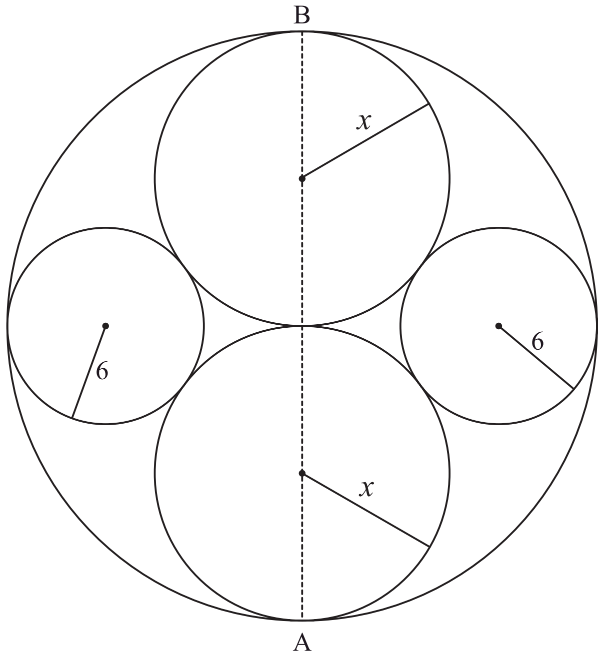
b. (valor: 0,5) Calcule x:



Resposta: $x =$ ____________

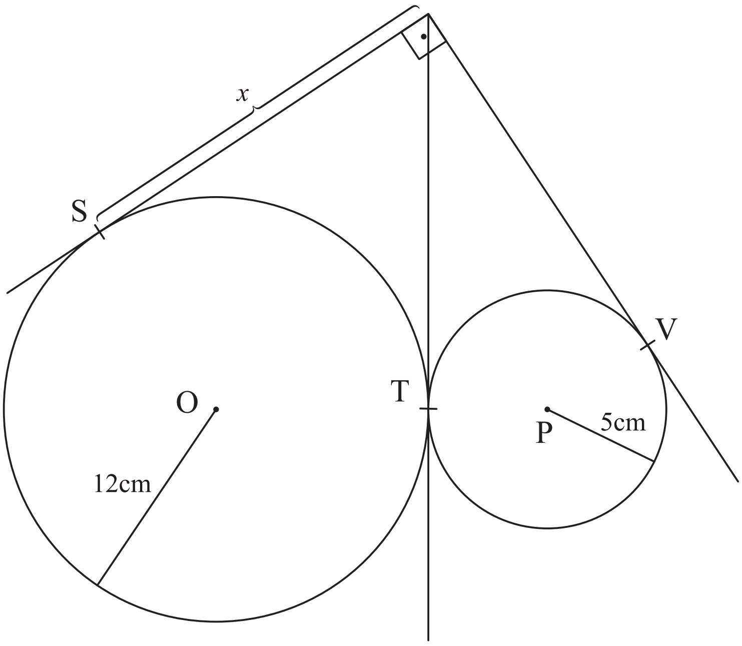
Rascunho

03. (valor: 1,0) Na figura abaixo, a circunferência maior tem diâmetro AB e as duas menores têm raio de $6\ \text{cm}$. Calcule x.



Resposta: $x =$ ____________

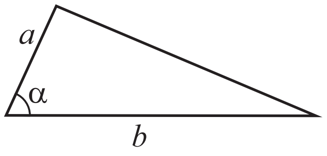
04. (valor: 1,0) Sendo S, T e V pontos de tangência, calcule x.



Resposta: $x =$ ____________

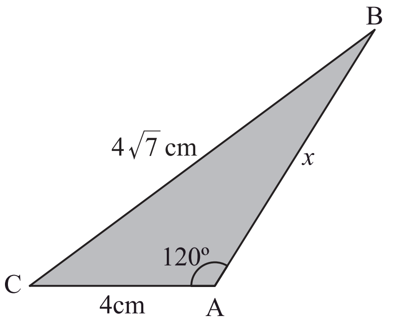
Rascunho

A área (A) de um triângulo pode ser determinada pela metade do produto de dois lados pelo seno do ângulo formado por eles. Observe:



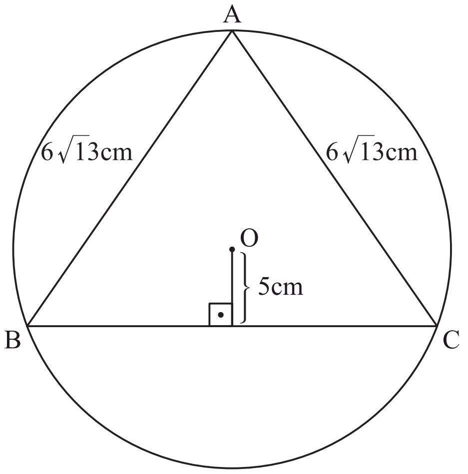
$$A = \frac{1}{2} \cdot ab \cdot \text{sen}\alpha$$

05. (valor: 1,0) Calcule x e a área do ΔABC.



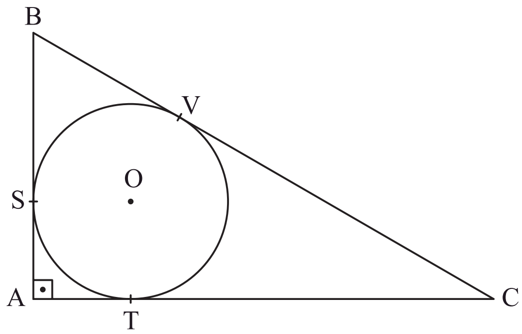
Resposta: $x =$ ____________ ; área (ABC) = ____________

06. (valor: 1,0) Calcule o raio da circunferência mostrada abaixo.



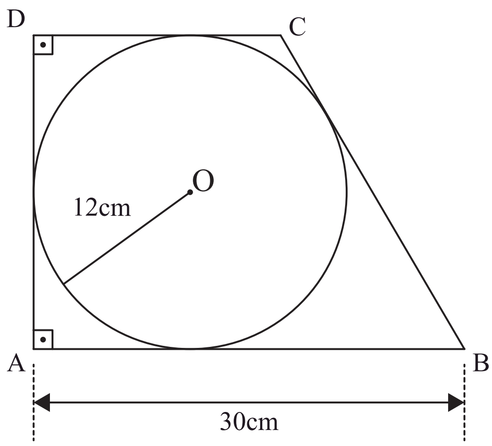
Resposta: ____________

07. (valor: 1,0) Na figura, a circunferência é tangente aos lados do triângulo nos pontos S, T e V. Calcule o raio da circunferência, dados $BV = 5$ cm e $CV = 36$ cm.



Resposta: raio = ____________

08. (valor: 1,0) Calcule a área do trapézio ABCD.

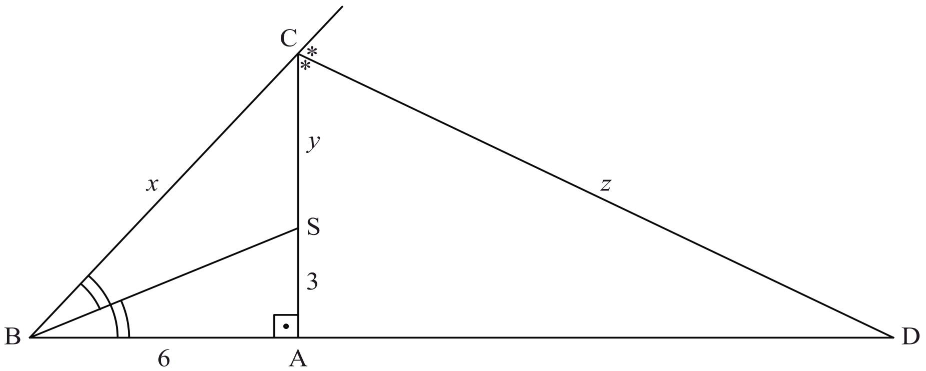


Resposta: área (ABCD) = ____________

Rascunho

Rascunho

09. Na figura abaixo, $\overline{BS}$ e $\overline{CD}$ são, respectivamente, bissetrizes interna e externa do triângulo ABC.



Sabendo que $AS = 3\text{ cm}$ e $AB = 6\text{ cm}$, calcule:

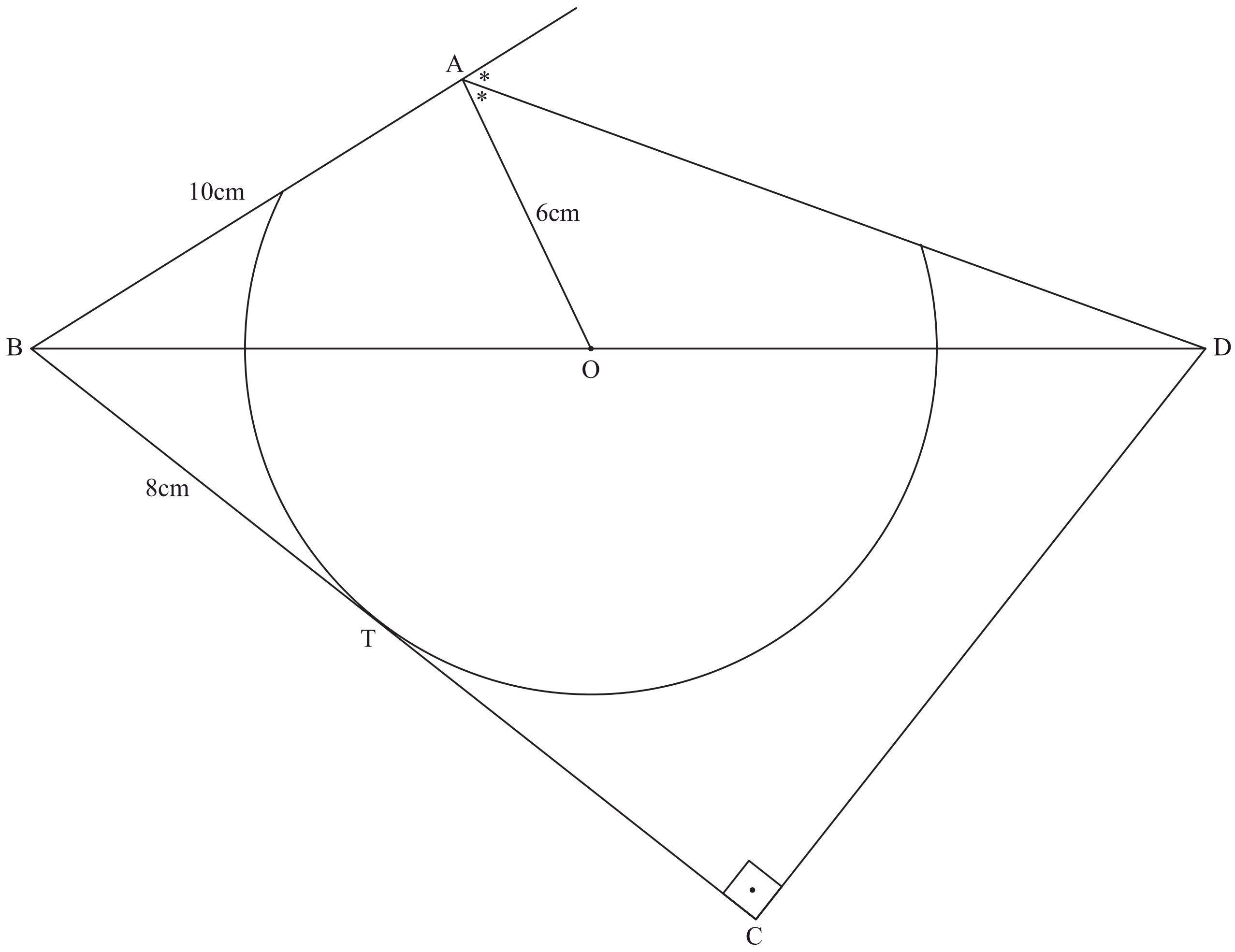
a. (valor: 0,5) as medidas de $\overline{BC}$ e $\overline{CS}$.

Resposta: $x =$ ____________ ; $y =$ ____________

b. (valor: 0,5) Calcule a medida de CD.

Resposta: $z =$ ____________

10. (valor: 1,0) Na figura, $\overline{AD}$ é bissetriz externa relativa ao vértice A do triângulo OAB, T é ponto de tangência e o arco tem centro em O. Sendo $AB = 10$ cm, $OA = 6$ cm e $BT = 8$ cm, calcule CT.

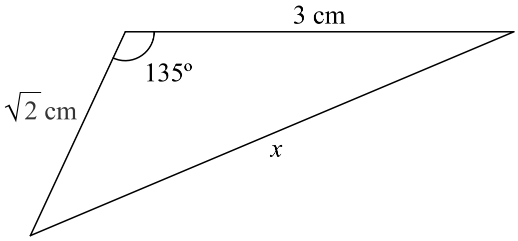


Resposta: ____________

Colégio Bandeirantes

01. (valor: 1,0) Calcule o valor de x nos itens abaixo

a.



Lei dos cossenos:

$x^2 = (\sqrt{2})^2 + 3^2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \cos 135°$

$x^2 = 2 + 9 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

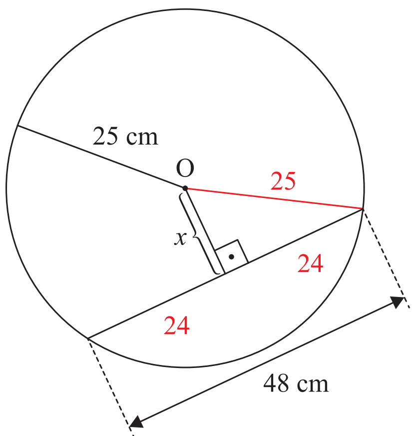
$x^2 = 11 + 6$

$x = \pm\sqrt{17}$

Resposta: $x = \sqrt{17}$ cm

---

b.



Por Pitágoras:

$x^2 + 24^2 = 25^2$

$x^2 = 25^2 - 24^2$

$x^2 = (25 + 24) \cdot (25 - 24)$

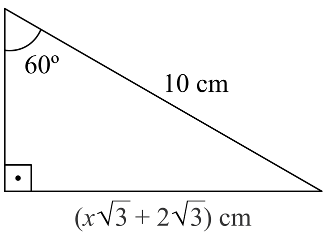
$x^2 = 49$

$x = \pm 7$

Resposta: $x = 7$ cm

---

c.



$\text{sen}60° = \frac{x\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{10}$

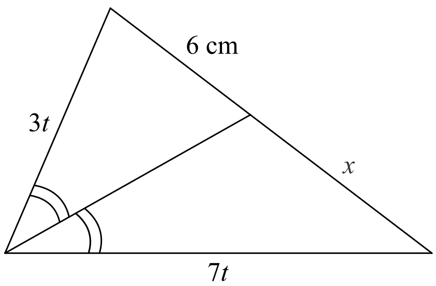
$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot (x + 2)}{10}$

$x = 3$

Resposta: 3 cm

---

d.

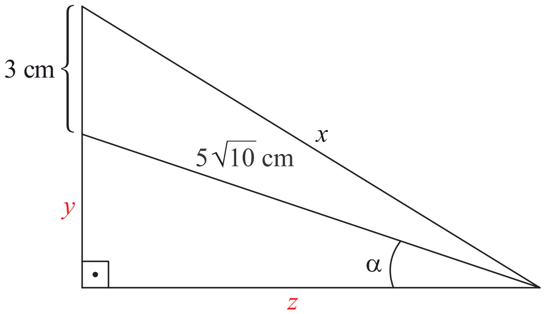


Pelo teorema da bissetriz interna:

$\frac{7t}{x} = \frac{3t}{6} \Rightarrow x = 14$

Resposta: $x = 14$ cm

02. (valor: 0,5) Sabendo que $\text{tg}\alpha = \frac{1}{3}$, calcule a medida da hipotenusa do triângulo maior.



(1) $\text{tg}\alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{y}{z} = \frac{1}{3} \Rightarrow z = 3y$

(2) Por Pitágoras: $y^2 + z^2 = (5\sqrt{10})^2$

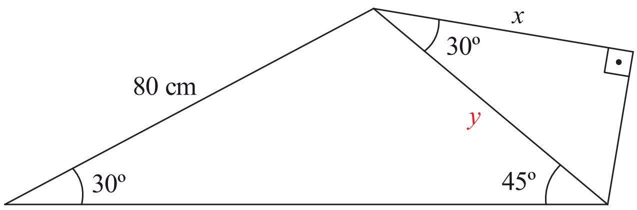
(1) em (2) $\Rightarrow y^2 + (3y)^2 = 25 \cdot 10 \Rightarrow 10y^2 = 25 \cdot 10 \Rightarrow$
$\Rightarrow y = 5 \Rightarrow z = 15$

(3) Por Pitágoras:
$x^2 = (3 + y)^2 + z^2 \Rightarrow x^2 = (3 + 5)^2 + 15^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow x = \sqrt{289} \Rightarrow x = \pm 17$

Resposta: $x = 17$ cm

---

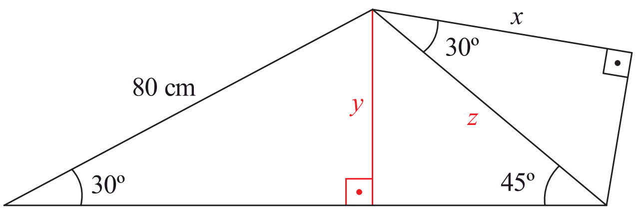
b. (valor: 0,5) Calcule x:



1.o modo:

(1) Pela lei dos senos:
$$\frac{y}{\text{sen}30°} = \frac{80}{\text{sen}45°} \Rightarrow \frac{y}{\frac{1}{2}} = \frac{80}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow y = 40\sqrt{2}$$

(2) $\cos 30° = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{40\sqrt{2}} \Rightarrow x = 20\sqrt{6}$



2.o modo:

(1) $\text{sen}30° = \frac{y}{80} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{y}{80} \Rightarrow y = 40$

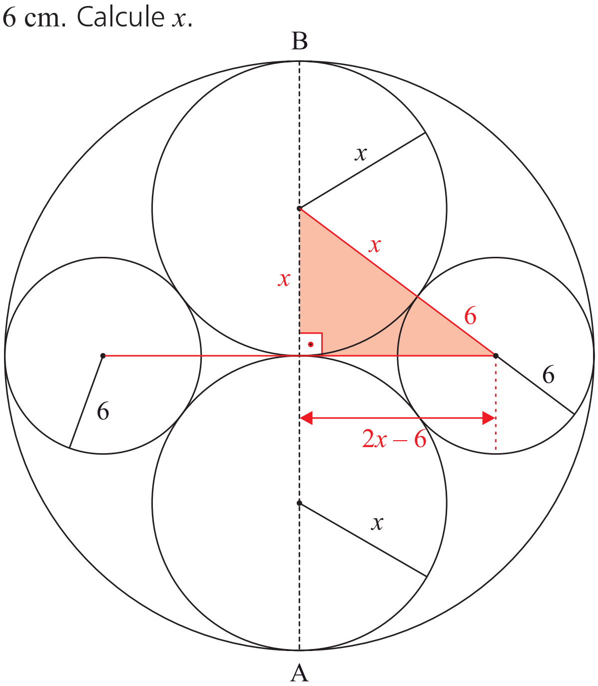
(2) $\text{sen}45° = \frac{y}{z} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{40}{z} \Rightarrow z = 40\sqrt{2}$

(3) $\cos 30° = \frac{x}{z} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{40\sqrt{2}} \Rightarrow x = 20\sqrt{6}$

Resposta: $x = 20\sqrt{6}$ cm

---

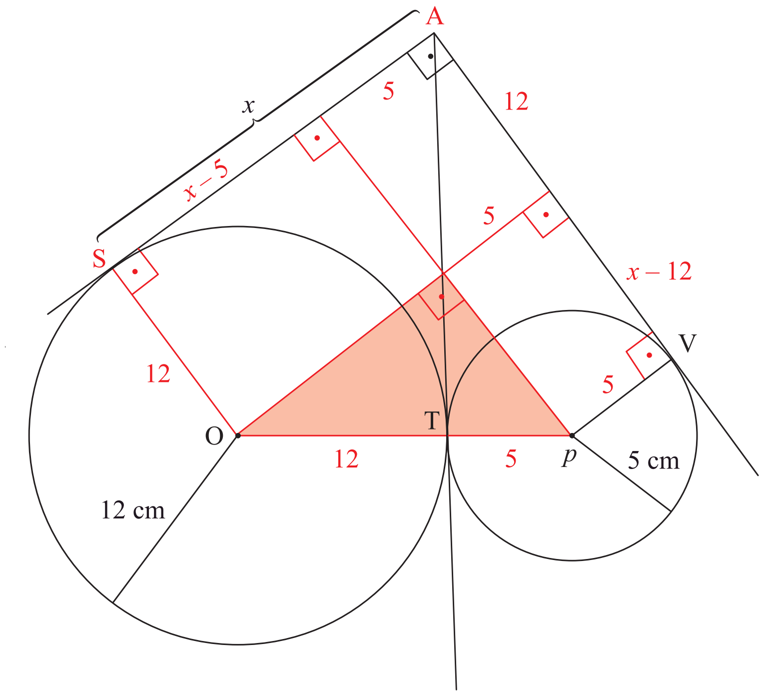
03. (valor: 1,0) Na figura abaixo, a circunferência maior tem diâmetro AB e as duas menores têm raio de 6 cm. Calcule x.



Por Pitágoras:
$(2x - 6)^2 + x^2 = (x + 6)^2$
$5x^2 - 24x + 36 = x^2 + 12x + 36$
$4x^2 - 36x = 0 \Rightarrow 4x\,(x - 9) = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 9$

Resposta: 9 cm

04. (valor: 1,0) Sendo S, T e V pontos de tangência, calcule x:



De acordo com as medidas indicadas e o teorema de Pitágoras, temos:

$(x-5)^2 + (x-12)^2 = 17^2$

$2x^2 - 34x + 169 = 289$

$x^2 - 17x - 60 = 0$

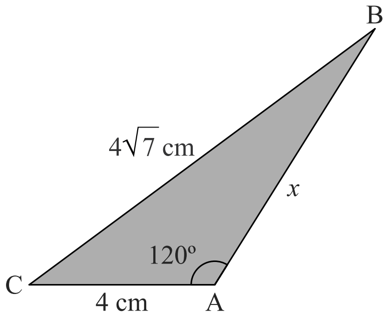
$(x-20)\,(x+3) = 0$

$x = 20$ ou $x = -3$

Resposta: $x = 20$ cm

---

05. (valor: 1,0) Calcule x e a área do ΔABC.



1.o modo:

(1) Pela lei dos cossenos:

$(4\sqrt{7})^2 = x^2 + 4^2 - 2 \cdot x \cdot 4 \cdot \cos 120°$

$16 \cdot 7 = x^2 + 16 - 2 \cdot x \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

$112 = x^2 + 16 + 4x$

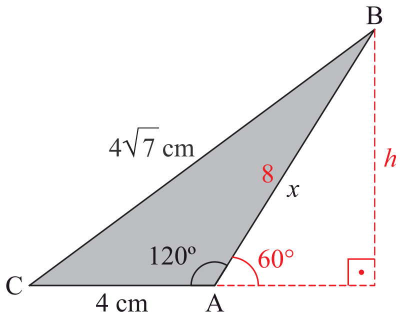
$(x+12)\,(x-8) = 0$

$\therefore x = 8$

(2) área $(ABC) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 \cdot \text{sen}120°$

área $(ABC) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

área $(ABC) = 8\sqrt{3}$



2.o modo:

(1) Pela lei dos cossenos:

$(4\sqrt{7})^2 = x^2 + 4^2 - 2 \cdot x \cdot 4 \cdot \cos 120°$

$16 \cdot 7 = x^2 + 16 + 4x$

$x^2 + 4x - 96 = 0$

$(x+12)\,(x-8) = 0$

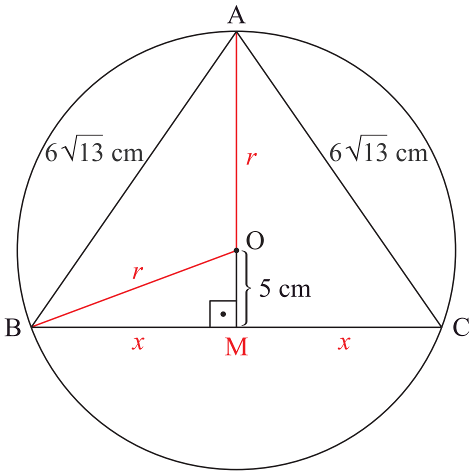
$\therefore x = 8$

(2) $\text{sen}60° = \frac{h}{x} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{8} \Rightarrow h = 4\sqrt{3}$

(3) área $(ABC) = \frac{\text{(base)} \cdot \text{(altura)}}{2} = \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$

Resposta: $x = 8$ cm; área $(ABC) = 8\sqrt{3}$ cm^2

06. (valor: 1,0) Calcule o raio da circunferência mostrada abaixo.



1.o modo (por Pitágoras):

no ΔOBM: $x^2 + 5^2 = r^2 \Rightarrow x^2 = r^2 - 25$ (1)

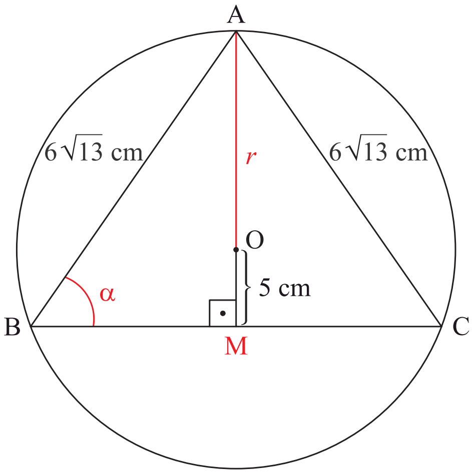
no ΔABM: $x^2 + (r+5)^2 = (6\sqrt{13})^2$ (2)

Substituindo (1) em (2)

$r^2 - 25 + (r+5)^2 = 36 \cdot 13 \Leftrightarrow 2r^2 + 10r - 468 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow r^2 + 5r - 234 = 0 \Leftrightarrow (r+18)(r-13) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow r = -18$ ou $r = 13$



2.o modo (pela Lei dos Senos):

(1) no ΔABM: $\text{sen}\alpha = \dfrac{r+5}{6\sqrt{13}}$

(2) no ΔABC: $\dfrac{6\sqrt{13}}{\text{sen}\alpha} = 2r$

Substituindo (1) em (2)

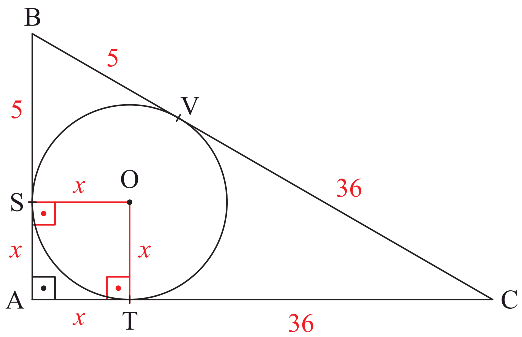
$2r \cdot \text{sen}\alpha = 6\sqrt{13} \Leftrightarrow 2r \cdot \dfrac{(r+5)}{6\sqrt{13}} = 6\sqrt{13} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow r^2 + 5r - 234 = 0 \Leftrightarrow r = -18$ ou $r = 13$

Resposta: 13 cm

---

07. (valor: 1,0) Na figura, a circunferência é tangente aos lados do triângulo nos pontos S, T e V. Calcule o raio da circunferência, dados BV = 5 cm e CV = 36 cm.



Por Pitágoras:

$(x+5)^2 + (x+36)^2 = 41^2$

$2x^2 + 82x + 1321 = 1681$

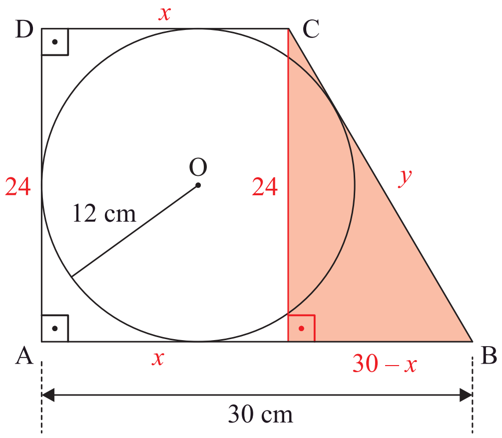
$2x^2 + 82x - 360 = 0$

$x^2 + 41x - 180 = 0 \Rightarrow (x+45)(x-4) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -45$ ou $x = 4$

Resposta: 4 cm

08. (valor: 1,0) Calcule a área do trapézio ABCD.



ABCD é circunscrito $\Rightarrow y + 24 = 30 + x \Rightarrow y = 6 + x$ (1)

Por Pitágoras: $y^2 = (30 - x)^2 + 24^2$ (2)

Substituindo (1) em (2):

$(6 + x)^2 = (30 - x)^2 + 24^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 36 + 12x + x^2 = 30^2 - 60x + x^2 + 24^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 72x = 30^2 + 24^2 - 36 \Rightarrow \dfrac{72x}{36} = \dfrac{30 \cdot 30}{6 \cdot 6} + \dfrac{24 \cdot 24}{6 \cdot 6} - \dfrac{36}{36} \Rightarrow$

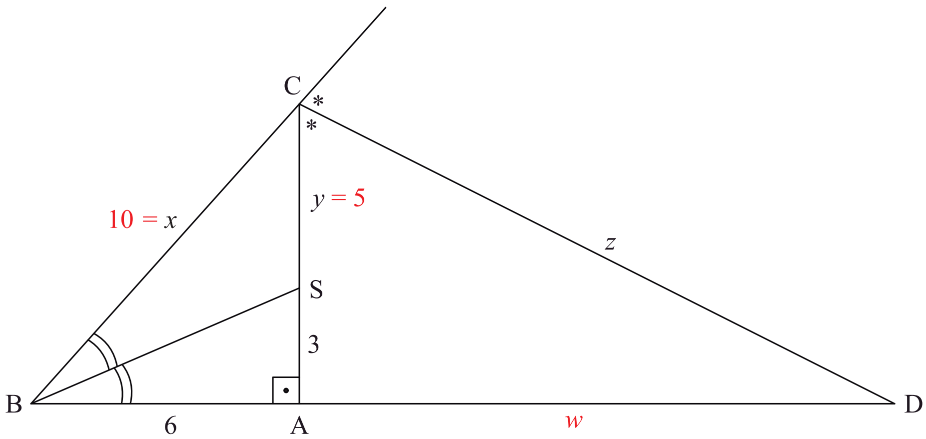
$\Rightarrow 2x = 25 + 16 - 1 \Rightarrow x = 20$

Área do trapézio $= \dfrac{(30 + x) \cdot 24}{2} = (30 + 20) \cdot 12 = 600$

Resposta: $600\ \text{cm}^2$

---

09. (valor: 1,0) Na figura abaixo, $\overline{BS}$ e $\overline{CD}$ são, respectivamente, bissetrizes interna e externa do triângulo ABC.



Sabendo que AS = 3 cm e AB = 6 cm, calcule:

a. (valor: 0,5) as medidas de $\overline{BC}$ e $\overline{CS}$.

(1) Pelo teorema da bissetriz interna: $\dfrac{x}{y} = \dfrac{6}{3} \Rightarrow x = 2y$

(2) Por Pitágoras: $x^2 = (3 + y)^2 + 6^2 \overset{(1)}{\Longrightarrow} (2y)^2 = (3 + y)^2 + 6^2 \Rightarrow 4y^2 = y^2 + 6y + 9 + 36 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3y^2 - 6y - 45 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y - 15 = 0 \Rightarrow (y - 5)\,(y + 3) = 0 \Rightarrow \boldsymbol{y = 5} \Rightarrow \boldsymbol{x = 10}$

Resposta: $x = 10$ cm; $y = 5$ cm

---

b. (valor: 0,5) Calcule a medida de CD.

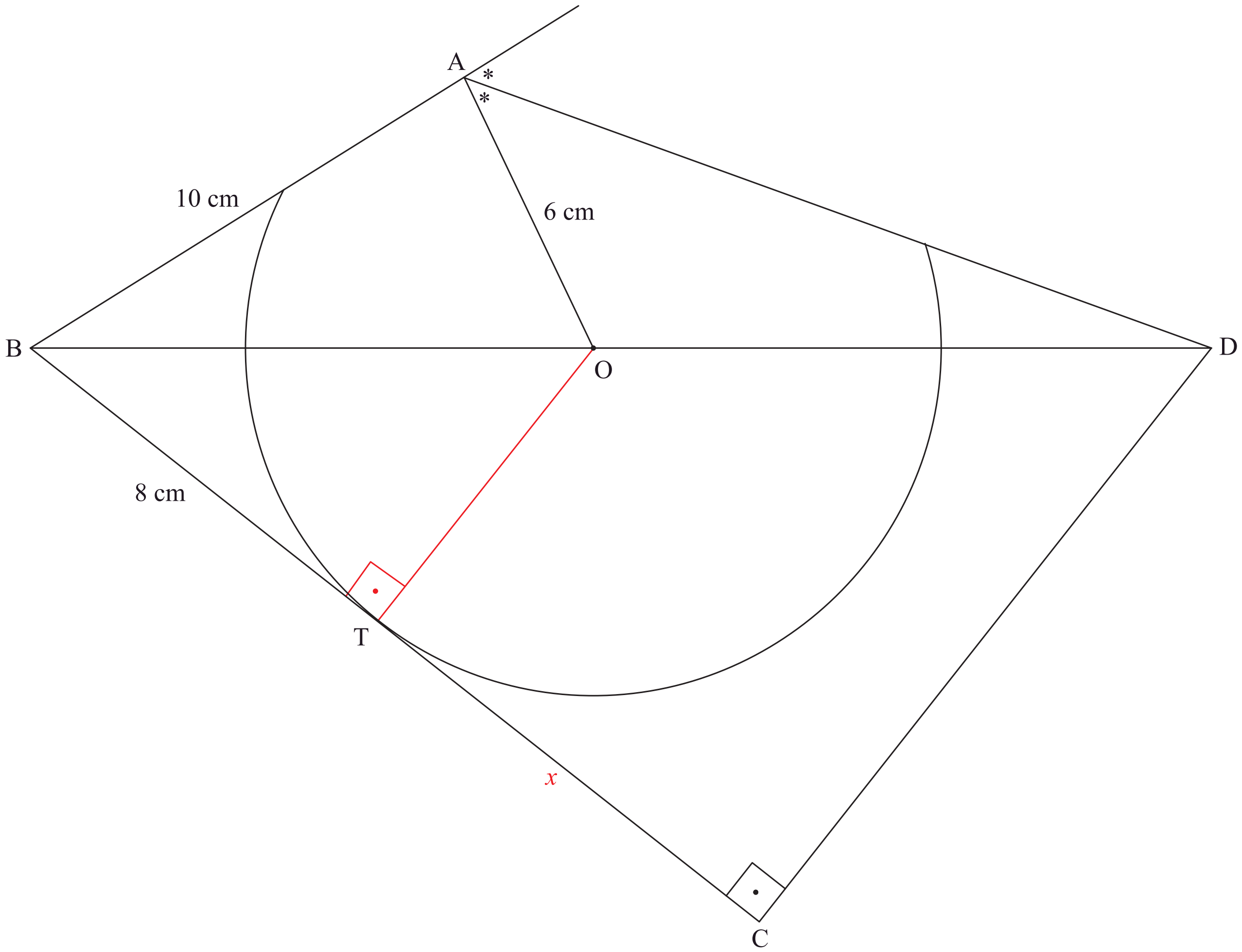
(1) Pelo teorema da bissetriz externa: $\dfrac{10}{6 + w} = \dfrac{8}{w} \Rightarrow \dfrac{5}{6 + w} = \dfrac{4}{w} \Rightarrow 5w = 24 + 4w \Rightarrow w = 24$

(2) Por Pitágoras no ΔACD: $z^2 = w^2 + 8^2 \overset{(1)}{\Longrightarrow} z^2 = 24^2 + 8^2 \Rightarrow z^2 = (3 \cdot 8)^2 + 8^2 \Rightarrow z^2 = 9 \cdot 8^2 + 8^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow z^2 = 10 \cdot 8^2 \Rightarrow z = \pm 8\sqrt{10}$

Resposta: $z = 8\sqrt{10}$ cm

10. (valor: 1,0) Na figura, $\overline{AD}$ é bissetriz externa relativa ao vértice A do triângulo OAB, T é ponto de tangência e o arco desenhado tem centro em O. Sendo AB = 10 cm, OA = 6 cm e BT = 8 cm, calcule CT.



(1) Pelo teorema da bissetriz externa: $\frac{10}{BD} = \frac{6}{OD} \Rightarrow \frac{10}{6} = \frac{BD}{OD}$

(2) Note que OT // CD. Pelo teorema de Tales: $\frac{8+x}{BD} = \frac{x}{OD} \Rightarrow \frac{8+x}{x} = \frac{BD}{OD}$

Portanto: $\frac{8+x}{x} = \frac{10}{6} \Rightarrow \frac{8+x}{x} = \frac{5}{3} \Rightarrow 5x = 24 + 3x \Rightarrow x = 12$

Resposta: 12 cm