Colégio Bandeirantes

Caderno de Questões

Bimestre	Disciplina	Turmas	Período	Data da prova	**P 164005**
4.o	Matemática - Álgebra	1.a Série	M	16/11/2016	

Questões	Testes	Páginas	Professor(es)
12		8	Fábio Cáceres/Fátima Regina/Sílvia Guitti

Verifique cuidadosamente se sua prova atende aos dados acima e, em caso negativo, solicite, imediatamente, outro exemplar. Não serão aceitas reclamações posteriores.

Aluno(a)	Turma	N.o

Nota	Professor	Assinatura do Professor

Instruções

1. A prova pode ser feita a lápis com respostas a tinta.
2. Coloque nome, número e turma em todas as folhas da prova.
3. Não é permitido o uso de calculadoras.
4. Comece pelo que julgar mais fácil e tente não deixar nenhuma questão em branco.
5. A compreensão da prova é parte integrante dela, portanto não faça perguntas ao professor aplicador.
6. Questões rasuradas ou desorganizadas serão anuladas.
7. Não escreva no tampo da mesa. Existem espaços reservados para rascunho na própria prova.

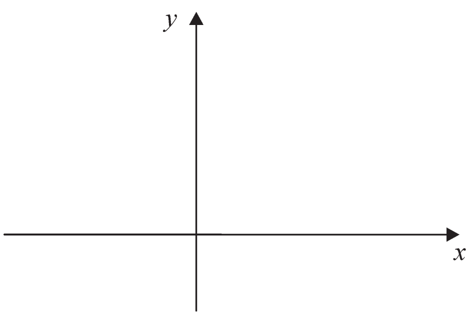
Boa prova! Boa sorte!

Ótimas Festas!! Ótimas Férias!!

Questões

01. (valor: 0,8) Faça o esboço dos gráficos a seguir e responda o que é pedido:

a. $f(x) = a^x$ com $a \in \mathbb{R}$; $a > 1$

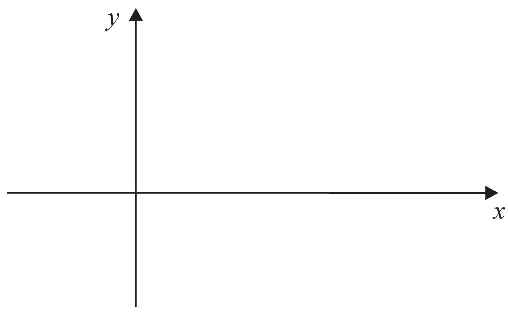


Domínio =

Imagem =

Ponto de intersecção com eixo y =

b. $f(x) = \log_a x$ com $a \in \mathbb{R}$; $0 < a < 1$



Domínio =

Imagem =

Ponto de intersecção com eixo y =

02. (valor: 1,0) Determine o conjunto solução das inequações abaixo, sendo $U = \mathbb{R}$:

Rascunho

a. $a^{2x(1-x)} < a^{x-1}$ para $0 < a < 1$

b. $\log_{\frac{3}{5}}\left(\sqrt[3]{\frac{25}{9}}\right) > x$

Rascunho

03. (valor: 0,8) (UCMG-adaptada) Determine o conjunto solução da dupla desigualdade:

$\frac{1}{32} < 4^{x-1} < 16$

04. (valor: 0,8) (FATEC-adaptada) No conjunto $\mathbb{R}$, determine o conjunto solução da inequação:

$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x + 2) > -3$

05. (valor: 0,8) Determine os valores de x que satisfaçam a desigualdade:

$(\log x)^2 - \log x^3 > 0$

Rascunho

06. (valor: 0,8) Determine o número de termos da P.G. $\left(-\frac{729}{640}, \cdots, \frac{2048}{135}\right)$ sendo $q = -\frac{4}{3}$.

Rascunho

07. (valor: 0,8) (UFRS-adaptada) Determine o número de múltiplos de 7 entre 50 e 1206.

08. (valor: 0,8) Três números estão em P.A. crescente. A soma destes números é 51 e o produto deles é 4080. Determine a razão da P.A.

09. (valor: 0,8) Resolva a equação:

$$10x + 20x + 40x + \cdots + 1280x = 7650$$

10. (valor: 0,8) Uma indústria produziu 100 unidades de um produto no mês de janeiro. Em julho do mesmo ano, ela produziu 6400 unidades desse produto. Determine quantas unidades foram produzidas nos meses de fevereiro a junho, sabendo que as quantidades produzidas de janeiro a julho estão em progressão geométrica (P.G.).

Rascunho

Rascunho

11. (valor: 0,8) (ENEM-2010/adaptado) Um professor realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.

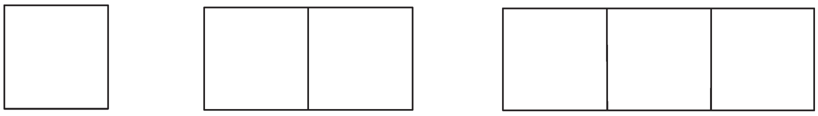


Figura I Figura II Figura III

Determine a expressão que fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura.

12. (valor: 1,0) (ENEM-2013/adaptada) As projeções para a produção de arroz no período de 2012-2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeto da Produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

Determine a quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021.

Rascunho

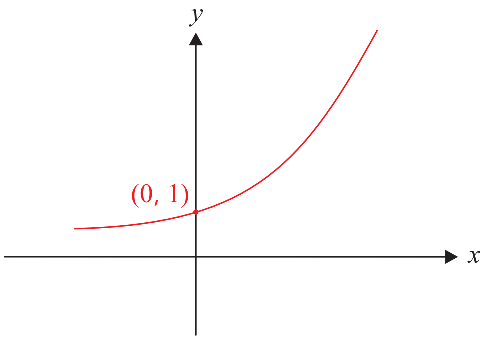
P 164005G
1.a Série
Matemática – Álgebra
Fábio Cáceres/Fátima Regina/Sílvia Guitti
16/11/2016

Colégio Bandeirantes

Questões

01. (valor: 0,8) Faça o esboço dos gráficos a seguir e responda o que é pedido:

a. $f(x) = a^x$ com $a \in \mathbb{R}$; $a > 1$

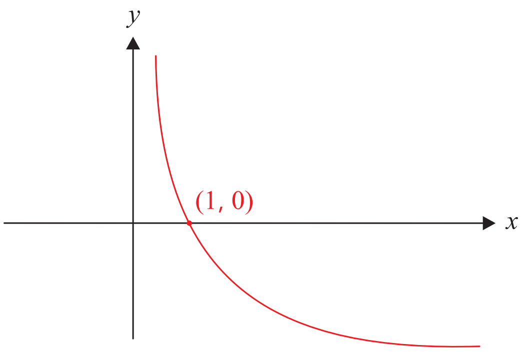


Domínio $=$ $\mathbb{R}$

Imagem $=$ $\mathbb{R}_+^*$

Ponto de intersecção com eixo y $=$ $(0,\ 1)$

b. $f(x) = \log_a x$ com $a \in \mathbb{R}$; $0 < a < 1$



Domínio $=$ $\mathbb{R}_+^*$

Imagem $=$ $\mathbb{R}$

Ponto de intersecção com eixo y $=$ não há.

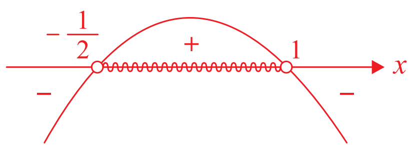
02. (valor: 1,0) Determine o conjunto solução das inequações abaixo, sendo $U = \mathbb{R}$:

a. $a^{2x(1-x)} < a^{x-1}$ para $0 < a < 1$

$2x(1-x) > x - 1$

$2x - 2x^2 - x + 1 > 0$

$-2x^2 + x + 1 > 0$



$S = \left\{x \in \mathbb{R} / -\frac{1}{2} < x < 1\right\}$

Raízes da função

$-2x^2 + x + 1 = 0$

$\Delta = 9$

$x = \dfrac{-1 \pm 3}{-4} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$

b. $\log_{\frac{3}{5}}\left(\sqrt[3]{\frac{25}{9}}\right) > x$

$\sqrt[3]{\frac{25}{9}} < \left(\frac{3}{5}\right)^{x}$

$\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{3}{5}\right)^{x}$

$\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{2}{3}} < \left(\frac{5}{3}\right)^{-x}$

$\frac{2}{3} < -x$

$x < -\frac{2}{3}$

$S = \left\{x \in IR / x < -\frac{2}{3}\right\}$

03. (valor: 0,8) (UCMG-adaptada) Determine o conjunto solução da dupla desigualdade:

$\frac{1}{32} < 4^{x-1} < 16$

I II

I. $\frac{1}{32} < 4^{x-1}$

$2^{-5} < 2^{2x-2}$

$-5 < 2x - 2$

$-2x - 3 < 0$

$x > -\frac{3}{2}$

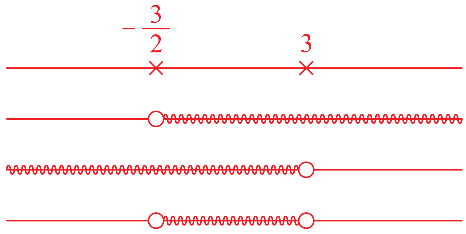
II. $2^{2x-2} < 2^{4}$

$2x - 2 < 4$

$2x - 6 < 0$

$x < 3$

Quadro de intersecção



$S = \left\{x \in IR / -\frac{3}{2} < x < 3\right\}$

04. (valor: 0,8) (FATEC-adaptada) No conjunto IR, determine o conjunto solução da inequação:

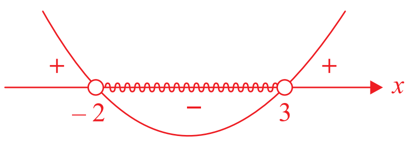
$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x + 2) > -3$

Base: $0 < \frac{1}{2} < 1$

$x^2 - x + 2 < 2^3$

$x^2 - x - 6 < 0$

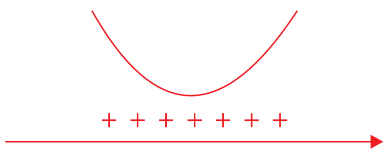
S_1



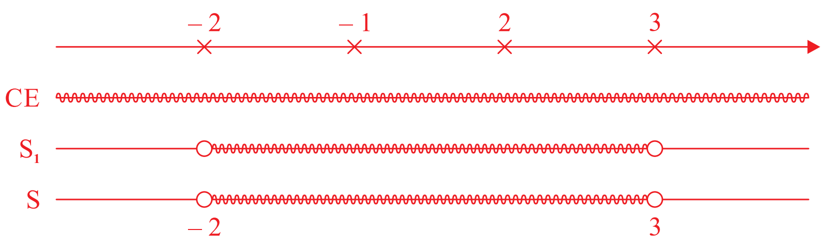
C.E.: $x^2 - x + 2 > 0$

Raízes = ?

$\Delta = 1 - 8 \Rightarrow \Delta = -7$, não há raízes



Quadro de intersecção



$S = \{x \in IR / -2 < x < 3\}$ ou $S =]-2, 3[$

05. (valor: 0,8) Determine os valores de x que satisfaçam a desigualdade:

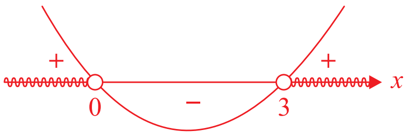
$(\log x)^2 - \log x^3 > 0$ C.E.: $x > 0$

$(\log x)^2 - 3\log x > 0$

$\log x = p$

$p^2 - 3p > 0$

S_1

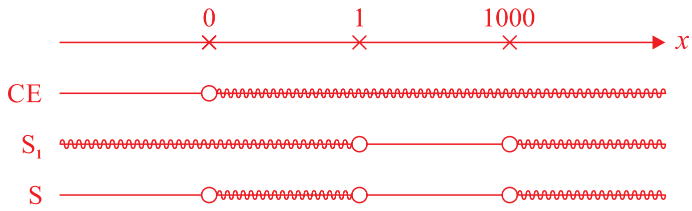


$p < 0$ ou $p > 3$

$\log x < 0$ ou $\log x > 3$

$x < 1$ $x > 1000$

Quadro de intersecção



$S = \{x \in IR / 0 < x < 1 \vee x > 1000\}$ ou

$S =]\,0,\,1[\,\cup\,]\,1000,\,+\infty\,[$

06. (valor: 0,8) Determine o número de termos da P.G. $\left(-\frac{729}{640}, \cdots, \frac{2048}{135}\right)$ sendo $q = -\frac{4}{3}$

$a_1 = -\frac{729}{640}$

$a_n = \frac{2048}{135}$

$q = -\frac{4}{3}$

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$\frac{2048}{135} = \frac{-729}{640} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^{n-1}$

$\frac{2048}{135} \cdot \frac{-640}{729} = \left(-\frac{4}{3}\right)^{n-1}$

$\frac{-2^{11}}{3^3 \cdot \cancel{5}} \cdot \frac{2^7 \cdot \cancel{5}}{3^6} = \left(\frac{-4}{3}\right)^{n-1}$

$\frac{-2^{18}}{3^9} = \left(-\frac{4}{3}\right)^{n-1}$

$\left(-\frac{4}{3}\right)^9 = \left(-\frac{4}{3}\right)^{n-1}$

$n - 1 = 9$

$\boldsymbol{n = 10}$

07. (valor: 0,8) (UFRS-ADAPTADA) Determine o número de múltiplos de 7 entre 50 e 1206.

$m(7) = ?$

$50 + 6 \rightarrow 56 \rightarrow a_1$

$1206 - 2 \rightarrow 1204 \rightarrow a_n$

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

$1204 = 56 + (n-1) \cdot 7$

$n - 1 = \frac{1204 - 56}{7}$

$n - 1 = 164$

$\boldsymbol{n = 165}$

08. (valor: 0,8) Três números estão em P.A. crescente. A soma destes números é 51 e o produto deles é 4080. Determine a razão da P.A.

P.A. $= (x - r, x, x + r)$

$x - r + x + x + r = 51$

$3x = 51 \Rightarrow x = 17$

$x \cdot (x - r)(x + r) = 4080$

$17(x^2 - r^2) = 4080$

$17(289 - r^2) = 4080$

$289 - r^2 = 240$

$r^2 = 49$

$r = \pm 7$

se $x = 17$ e $r = 7$

P.A. $= (10, 17, 24)$

se $x = 17$ e $r = -7$

P.A.: $(24, 17, 10)$

Resposta: P.A. crescente $(10, 17, 24)$

09. (valor: 0,8) Resolva a equação:

$10x + 20x + 40x + \cdots + 1280x = 7650$

$10x(\underbrace{1 + 2 + 4 + \ldots + 128}_{\text{P.G. finita} \rightarrow q = 2}) = 7650$

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$128 = 1 \cdot 2^{n-1}$

$2^7 = 2^{n-1} \Rightarrow n = 8$

$S_n = \dfrac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$

$S_8 = \dfrac{1(1 - 2^8)}{1 - 2}$

$S_8 = \dfrac{-255}{-1}$

$S_8 = 255$

$10x \cdot 255 = 7650$

$2550x = 7650$

$x = \dfrac{765}{255} = 3$

$S = \{3\}$

10. (valor: 0,8) Uma indústria produziu 100 unidades de um produto no mês de janeiro. Em julho do mesmo ano, ela produziu 6400 unidades desse produto. Determine quantas unidades foram produzidas nos meses de fevereiro a junho, sabendo que as quantidades produzidas de janeiro a julho estão em progressão geométrica (P.G.).

Janeiro: 100 Julho: 6400

P.G. $= (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7)$

$n = 7$ $a_1 = 100$ $a_7 = 6400$

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$6400 = 100 \cdot q^6$

$q^6 = 64 \Rightarrow q = 2$ (P.G. crescente)

Janeiro: 100

Fevereiro: 200

Março: 400

Abril: 800

Maio: 1600

Junho: 3200

11. (valor: 0,8) (ENEM-2010/ADAPTADO) Um professor realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo.
A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.

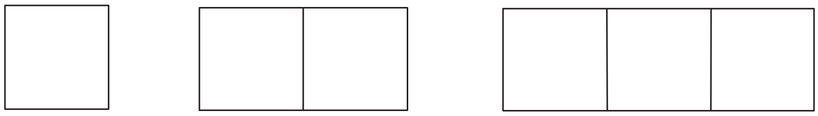


Figura I — Figura II — Figura III

Determine a expressão que fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura.

$$\left.\begin{array}{l} Q = 1 \longrightarrow C = 4 \\ Q = 2 \longrightarrow C = 7 \\ Q = 3 \longrightarrow C = 10 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Q = n \longrightarrow C = ? \end{array}\right| \text{ P.A. de razão 3}$$

Sendo Q a quantidade de quadrados na figura

$C = 4 + (n - 1) \cdot 3$

$C = 3n + 1$

12. (valor: 1,0) (ENEM-2013/adaptada) As projeções para a produção de arroz no período de 2012-2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeto da Produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

Determine a quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021.

$$\begin{array}{r} 51,50 \\ -\ 50,25 \\ \hline 1,25 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 52,75 \\ -\ 51,50 \\ \hline 1,25 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 54,00 \\ -\ 52,75 \\ \hline 1,25 \end{array}$$

A produção de arroz segundo a tabela cresce em P.A. de razão 1,25.

Considerando os anos de 2012 a 2021 $\rightarrow$ serão 10 anos

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \Rightarrow S_{10} = \frac{10(50,25 + a_{10})}{2}$$

$a_{10} = a_1 + (n - 1) \cdot r$

$a_{10} = 50,25 + 9 \cdot 1,25 = 61,50$

$S_{10} = (50,25 + 61,50) \cdot 5$

$S_{10} = 558,75$

A quantidade de arroz que deve ser produzida de 2012 a 2021 é de 558,75 toneladas.