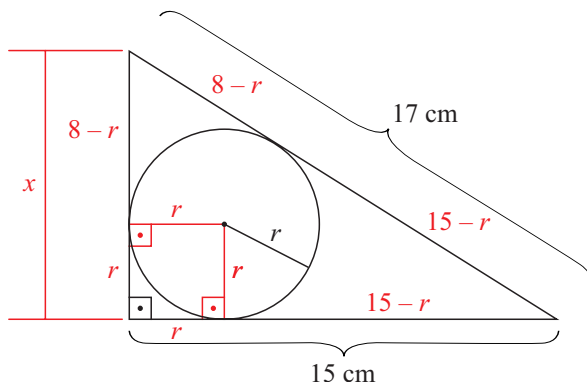


Questões

1. Determine as incógnitas nos itens a seguir:

a. (valor: 0,5)

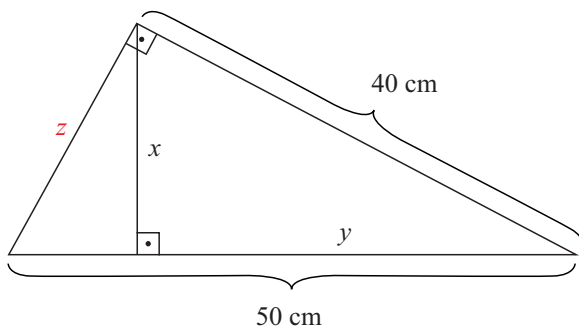


$$(1) x^2 + 15^2 = 17^2 \Rightarrow x = 8$$

$$(2) 8 - r + 15 - r = 17 \Rightarrow r = 3$$

Resposta: $r = 3$ cm

b. (valor: 0,5)



$$(1) z^2 + 40^2 = 50^2 \Rightarrow z = 30 \text{ cm}$$

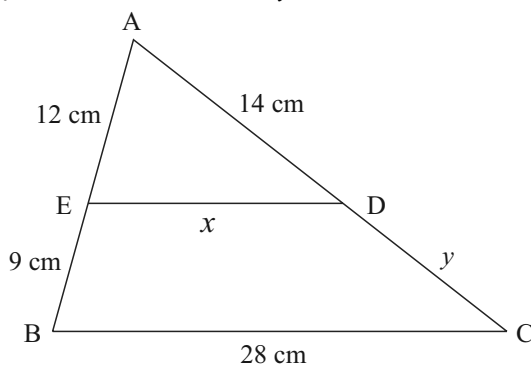
$$(2) z \cdot 40 = 50 \cdot x \Rightarrow 30 \cdot 40 = 50 \cdot x \Rightarrow x = 24 \text{ cm}$$

$$(3) 40^2 = y \cdot 50 \Rightarrow y = 32$$

Resposta: $x = 24$ cm, $y = 32$ cm

2.

a. (valor: 0,5) Sabe-se que, na figura abaixo \overline{DE} e \overline{BC} são segmentos contidos em retas paralelas. Calcule x e y .



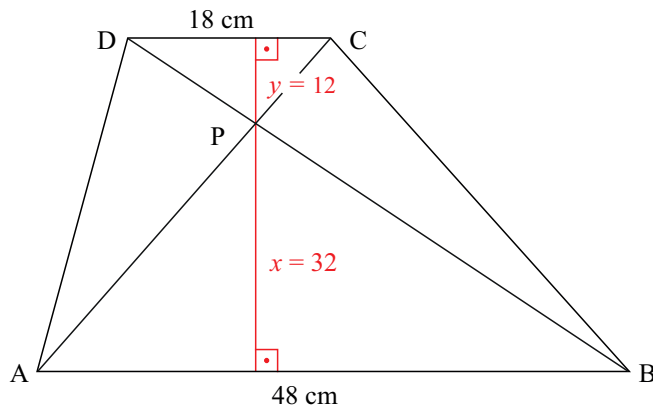
Por semelhança:

$$\frac{x}{28} = \frac{12}{21} = \frac{14}{14 + y}$$

$$x = 16 \quad y = 10,5$$

Resposta: $x = 16$ cm, $y = 10,5$ cm

- b. (valor: 0,5) ABCD é um trapézio. Calcule a área desse trapézio, sabendo que a área do triângulo PAB vale 768 cm^2 .



$$(1) \frac{48 \cdot x}{2} = 768 \Rightarrow x = 32$$

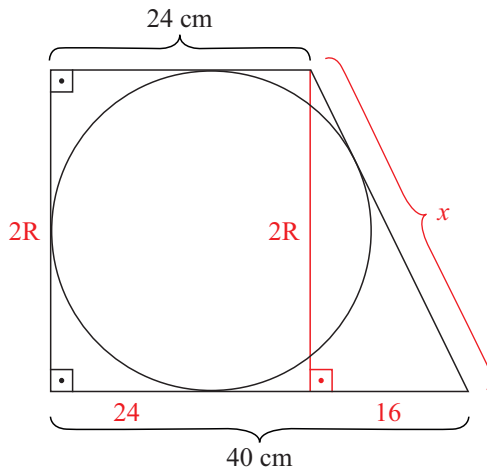
$$(2) \text{ Semelhança: } \frac{48}{18} = \frac{x}{y} \Rightarrow \Rightarrow \frac{8}{3} = \frac{32}{y} \Rightarrow y = 12$$

$$(3) A_{\text{trap.}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} \Rightarrow \Rightarrow \frac{(48 + 18) \cdot (32 + 12)}{2} \Rightarrow \Rightarrow A_{\text{trap.}} = 1452$$

Resposta: 1452 cm^2

3. Calcule os raios das circunferências nos casos:

- a. (valor: 0,5) ABCD é um trapézio.



$$(1) x + 2R = 64 \Rightarrow x = 64 - 2R$$

$$(2) x^2 = (2R)^2 + 16^2$$

$$(64 - 2R)^2 = (2R)^2 + 16^2$$

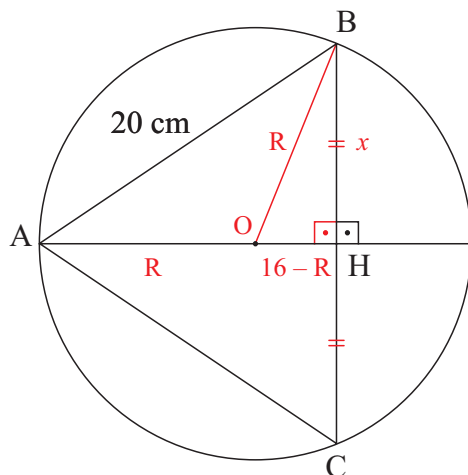
$$64^2 - 2 \cdot 64 \cdot 2R = 16^2$$

$$\frac{64 \cdot 64}{4 \cdot 64} - \frac{2 \cdot 64 \cdot 2R}{4 \cdot 64} = \frac{16 \cdot 16}{4 \cdot 8 \cdot 8}$$

$$16 - R = 1 \Rightarrow R = 15$$

Resposta: 15 cm

- b. (valor: 0,5) $AB = AC$; $AB = 20 \text{ cm}$ e $AH = 16 \text{ cm}$



1.o modo:

$$(1) AB = AC \Rightarrow HB = HC$$

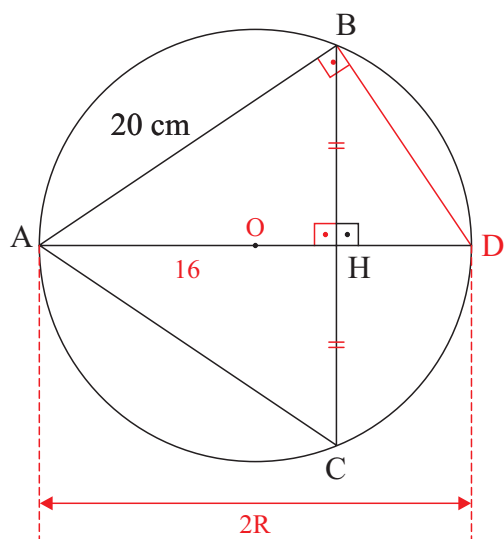
$$(2) (HB = HC; AH \perp BC) \Rightarrow O \text{ pertence a } \overline{AH}.$$

$$(3) \text{ No } \triangle ABH: x^2 + 16^2 = 20^2 \Rightarrow x = 12$$

$$(4) \text{ No } \triangle OBH: (16 - R)^2 + x^2 = R^2 \Rightarrow$$

$$(16 - R)^2 + 12^2 = R^2 \Rightarrow$$

$$16^2 - 2 \cdot 16 \cdot R + R^2 + 12^2 = R^2 \Rightarrow R = 12,5$$

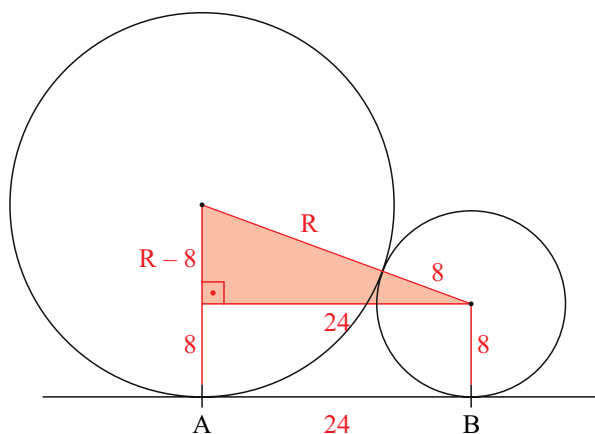
**2.o modo:**

- (1) $AB = AC \Rightarrow HB = HC$
 (2) $(HB = HC; AH \perp BC) \Rightarrow O \text{ pertence a } \overline{AH}$.
 (3) No $\triangle ABD$: $20^2 = (16) \cdot (2R) \Rightarrow$
 $\Rightarrow 400 = 32 \cdot R \Rightarrow R = 12,5$

Resposta: $R = 12,5 \text{ cm}$

4.

- a. (valor: 0,5) Observe na figura a tangente comum às circunferências. Se $AB = 24 \text{ cm}$ e o raio da circunferência menor mede 8 cm , quanto mede o raio da maior?



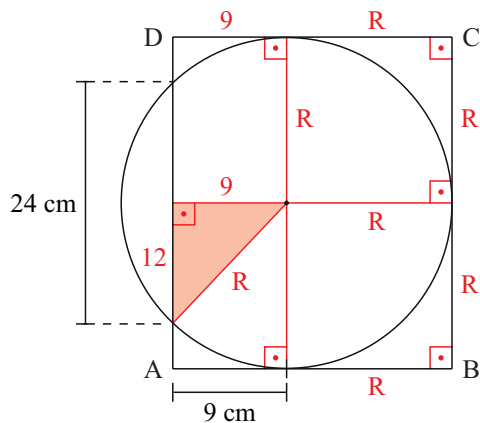
De acordo com as medidas indicadas, temos:

$$(R + 8)^2 = (R - 8)^2 + 24^2$$

$$R = 18$$

Resposta: $R = 18 \text{ cm}$

- b. (valor: 0,5) Observe na figura que três lados do retângulo ABCD são tangentes à circunferência de centro O. Calcule a área desse retângulo.



- (1) De acordo com as medidas indicadas, temos:

$$R^2 = 9^2 + 12^2 \Rightarrow R = 15$$

- (2) Seja A a área do retângulo ABCD. Então:

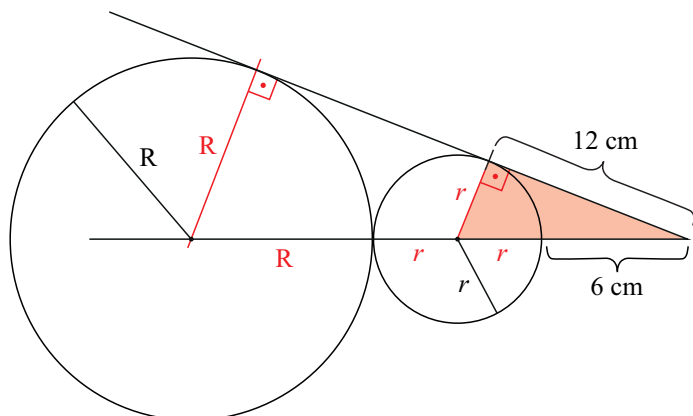
$$A = (9 + R) \cdot 2R$$

$$A = (9 + 15) \cdot 30$$

$$A = 720$$

Resposta: 720 cm^2

5. (valor: 1,0) Calcule os raios das circunferências mostradas abaixo.



(1) Por Pitágoras:

$$(r + 6)^2 = r^2 + 12^2 \Rightarrow r = 9$$

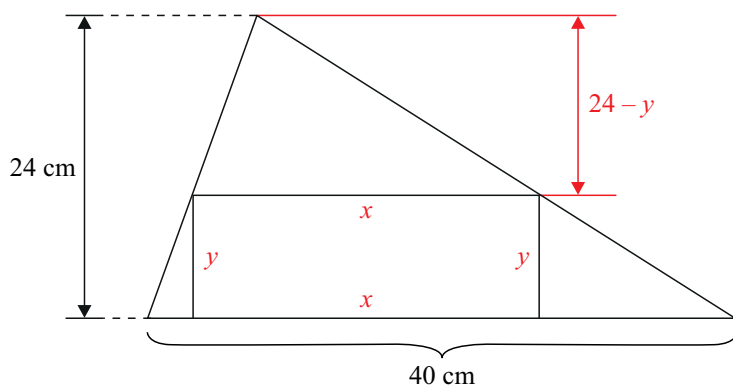
(2) Por semelhança:

$$\frac{R}{r} = \frac{R + 2r + 6}{r + 6} \Rightarrow$$

$$\frac{R}{9} = \frac{R + 18 + 6}{9 + 6} \Rightarrow R = 36$$

Resposta: $R = 36$ cm, $r = 9$ cm

6. (valor: 1,0) A figura mostra um retângulo, cuja área é igual a 180 cm^2 , inscrito em um triângulo de base 40 cm e altura correspondente de 24 cm. Calcule o perímetro desse retângulo. (Há duas respostas possíveis. Considere apenas o retângulo com maior perímetro).



$$(1) x \cdot y = 180 \Rightarrow y = \frac{180}{x}$$

$$(2) \frac{x}{40} = \frac{24 - y}{24} \Rightarrow 3x = 120 - 5y$$

Substituição:

$$3x = 120 - \frac{900}{x}$$

$$3x^2 - 120x + 900 = 0$$

$$x^2 - 40x + 300 = 0$$

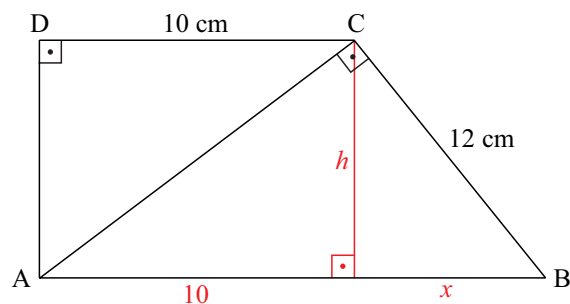
$$(x - 30)(x - 10) = 0$$

$$x = 30 \Rightarrow y = 6 \rightarrow \text{perímetro} = 72$$

$$x = 10 \Rightarrow y = 18 \rightarrow \text{perímetro} = 56$$

Resposta: 72 cm

7. (valor: 1,0) Calcule a área do trapézio ABCD.



$$(1) 12^2 = x(x + 10)$$

$$x^2 + 10x - 144 = 0$$

$$(x + 18)(x - 8) = 0$$

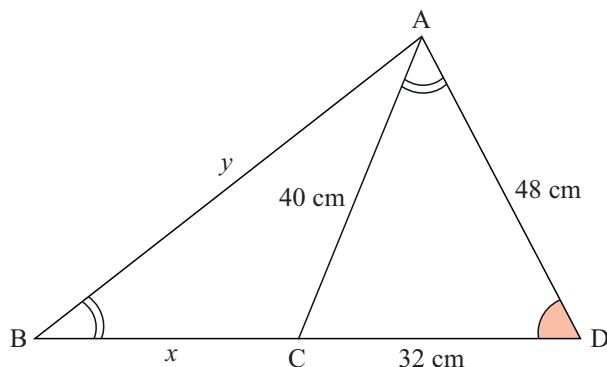
$$x = 8$$

$$(2) h^2 = 10 \cdot 8 \Rightarrow h = 4\sqrt{5}$$

$$(3) A_{\text{trap}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} \Rightarrow A_{\text{trap}} = \frac{(10 + 8 + 10) \cdot 4\sqrt{5}}{2} = 56\sqrt{5}$$

Resposta: $56\sqrt{5} \text{ cm}^2$

8.

a. (valor: 0,5) Calcule x e y .

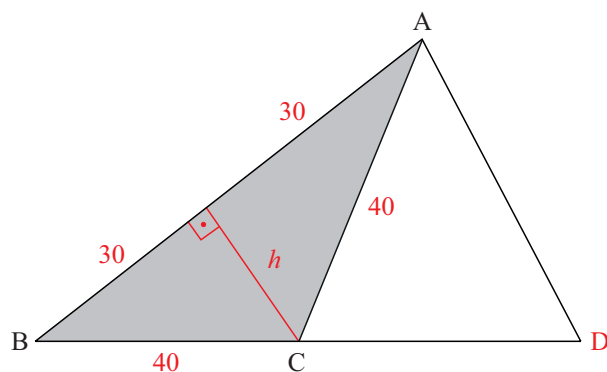
Por semelhança:

$$\frac{48}{x+32} = \frac{32}{48} = \frac{40}{y}$$

$$\therefore x = 40, y = 60$$

Resposta: $x = 40$ cm, $y = 60$ cm

b. (valor: 0,5) Use os dados do item anterior e calcule a área do triângulo ABC.



$$h^2 + 30^2 = 40^2$$

$$h^2 = 700$$

$$h = 10\sqrt{7}$$

$$\text{Área (ABC)} = \frac{60 \cdot h}{2}$$

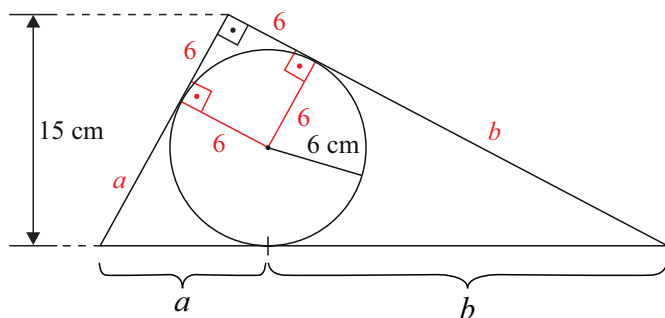
$$\text{Área (ABC)} = 30h$$

$$\text{Área (ABC)} = 30 \cdot 10\sqrt{7}$$

$$\text{Área (ABC)} = 300\sqrt{7}$$

Resposta: $300\sqrt{7}$ cm²

9. (valor: 1,0) Calcule a medida da hipotenusa do triângulo mostrado abaixo.

**1.o modo:**

(A) Relação métrica:

$$(\text{cat}) \cdot (\text{cat}) = (\text{hip}) \cdot (\text{alt})$$

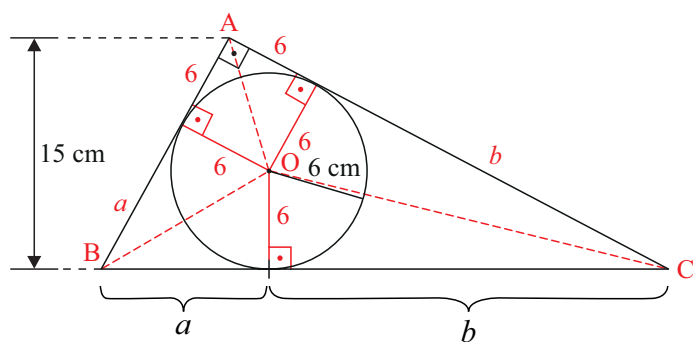
$$(a+6)(b+6) = (a+b) \cdot 15$$

$$ab + 6a + 6b + 36 = 15a + 15b$$

$$ab = 9a + 9b - 36$$

$$(B) \text{ Por Pitágoras: } (a+b)^2 = (a+6)^2 + (b+6)^2 \Rightarrow 2ab = 12a + 12b + 72 \Rightarrow ab = 6a + 6b + 36$$

$$(A) - (B) \Rightarrow 0 = 3a + 3b - 72 \Rightarrow a + b = 24$$



2.o modo:

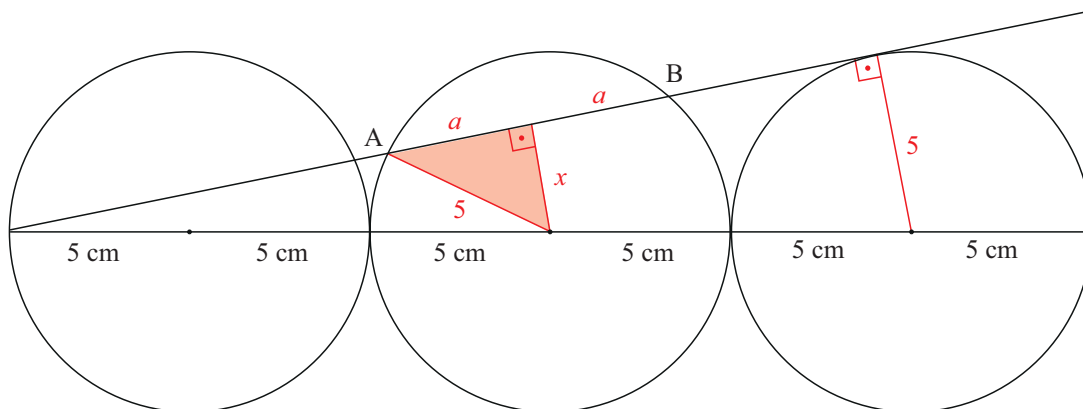
$$\text{Área (ABO)} + \text{Área (ACO)} + \text{Área (BOC)} = \text{Área (ABC)}$$

$$\frac{(a+6)6}{2} + \frac{(b+6)6}{2} + \frac{(a+b)6}{2} = \frac{(a+b)15}{2} \Rightarrow (a+6)2 + (b+6)2 + (a+b)2 = (a+b)5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a + 12 + 2b + 12 + 2a + 2b = 5a + 5b \Rightarrow a + b = 24$$

Resposta: 24 cm

10. (valor: 1,0) Calcule o comprimento da corda \overline{AB} .



(1) Semelhança: $\frac{5}{x} = \frac{25}{15} \Rightarrow x = 3$

(2) $a^2 + x^2 = 5^2 \Rightarrow a^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow a = 4$

(3) $AB = 2a \Rightarrow AB = 2 \cdot 4 \Rightarrow AB = 8$

Resposta: 8 cm