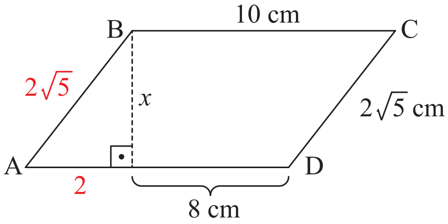
Band

Prova Bimestral

G181010
1.a Série
Matemática – Geometria
Denis/Fábio Cáceres/Oliveira/Ricardo Sabo
19/4/2018

1. **(valor: 1,0) Calcule em cada item a medida do comprimento indicado por x.**

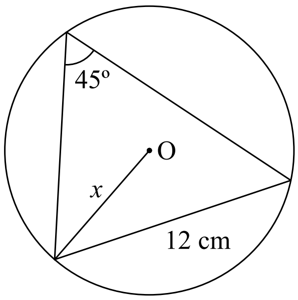
a. ABCD é paralelogramo.



$x^2 + 2^2 = (2\sqrt{5})^2$
$x^2 = 20 - 4$
$x^2 = 16$
$x = \pm 4$

Resposta: 4 cm

b. O é centro da circunferência.



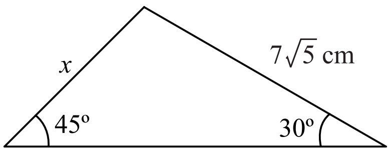
Lei dos senos:

$$\frac{12}{\text{sen}45°} = 2x$$

$$\frac{12}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2x \Rightarrow x = 6\sqrt{2}$$

Resposta: $6\sqrt{2}$ cm

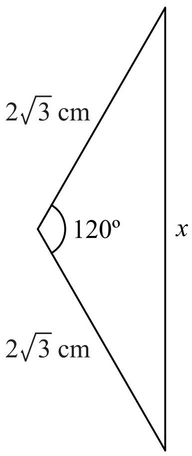
c.



Lei dos senos: $\dfrac{x}{\text{sen}30°} = \dfrac{7\sqrt{2}}{\text{sen}45°} \Rightarrow \dfrac{x}{\frac{1}{2}} = \dfrac{7\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow x = 7$

Resposta: 7 cm

d.



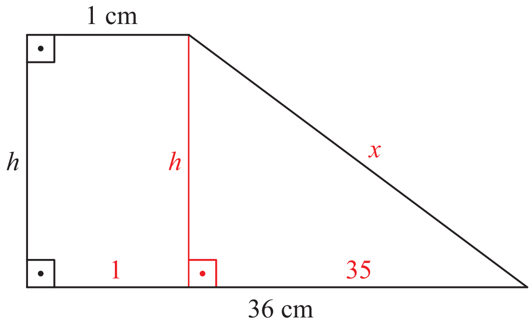
Lei dos cossenos:

$x^2 = (2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot (2\sqrt{3})^2 \cos 120°$
$x^2 = 12 + 12 - 2 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$
$x^2 = 24 + 12$
$x^2 = 36$
$x = \pm 6$

Resposta: 6 cm

2. Resolver:

a. (valor: 0,5) Calcule a altura de um trapézio retângulo, sabendo que suas bases medem 1 cm e 36 cm e seu perímetro vale 86 cm.



De acordo com as medidas indicadas:

(1) $x + h + 36 + 1 = 86 \Rightarrow x = 49 - h$

(2) $x^2 = h^2 + 35^2$

Por substituição

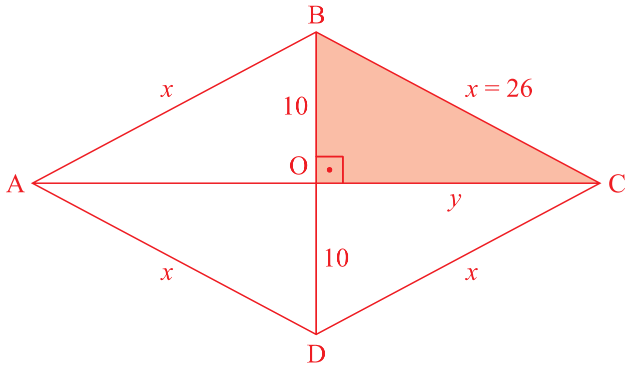
$(49 - h)^2 = h^2 + 35^2$

$\frac{49 \cdot 49}{49} - \frac{2 \cdot 49h}{49} = \frac{35 \cdot 35}{7 \cdot 7}$

$49 - 2h = 25 \Rightarrow h = 12$

Resposta: 12 cm

b. (valor: 0,5) Um losango tem perímetro igual a 104 cm e suas diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ se cruzam em um ponto O de modo que OD = 10 cm. Calcule a área desse losango.



(1) $4x = 104 \Rightarrow x = 26$

(2) $OB = OD = 10$

(3) Por Pitágosras: $y^2 + 10^2 = 26^2$

$y^2 = 576 \Rightarrow y = 24$

(4) área (ABCD) $= 4 \cdot \frac{10 \cdot y}{2}$

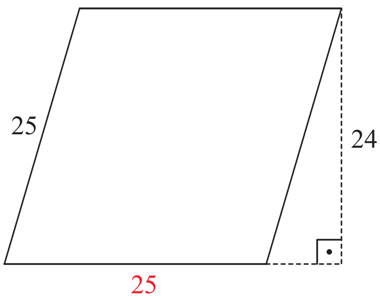
área (ABCD) $= 4 \cdot \frac{10 \cdot 24}{2}$

área (ABCD) $= 480$ cm^2

Resposta: 480 cm^2

3. Um losango tem lado de 25 cm **e altura igual a** 24 cm. **Calcule:**

a. (valor: 0,25) a área desse losango.



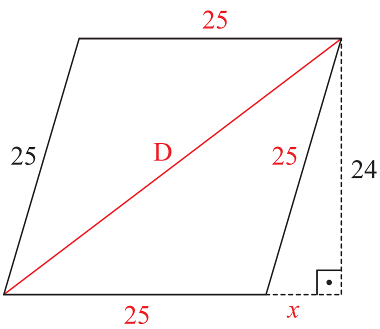
Área = (base) · (altura)

Área = 25 · 24

Área = 600

Resposta: 600 cm^2

b. (valor: 0,5) a diagonal maior desse losango.



(1) Os quatro lados do losango são congruentes.

Por Pitágoras:

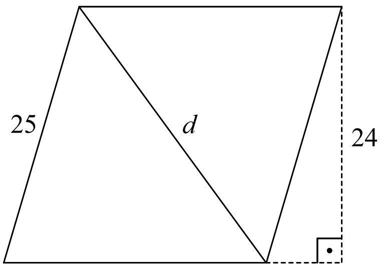
(2) $x^2 + 24^2 = 25^2 \Rightarrow x = 7$

(3) $D^2 = (x + 25)^2 + 24^2$

$D^2 = (7 + 25)^2 + 24^2 \Rightarrow D^2 = 1600 \Rightarrow D = \pm 40$

Resposta: 40 cm

c. (valor: 0,25) a diagonal menor desse losango.

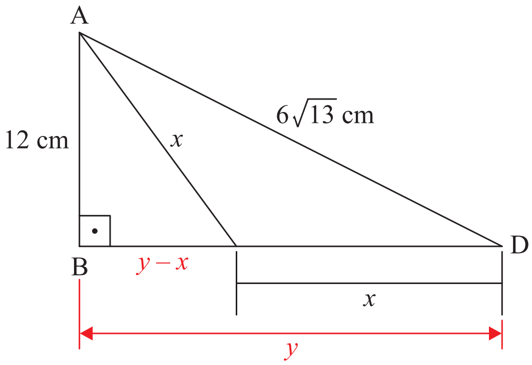


Área = 600 $\Rightarrow \dfrac{D \cdot d}{2} = 600 \Rightarrow \dfrac{40 \cdot d}{2} = 600 \Rightarrow d = 30$

Resposta: 30 cm

4. Resolver:

a. (valor: 0,5) Calcule x na figura abaixo.



Por Pitágoras:

(1) $y^2 + 12^2 = (6\sqrt{13})^2$

$y = 18$

(2) $(y - x)^2 + 12^2 = x^2$

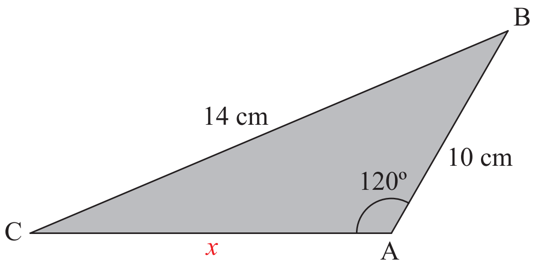
$(18 - x)^2 + 144 = x^2$

$324 - 36x + 144 = 0$

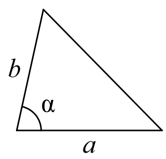
$x = 13$

Resposta: 13 cm

b. (valor: 0,5) Calcule a área do triângulo ABC.



Note e adote: área *A* de um triângulo, quando são conhecidos dois lados e o ângulo formado por esses lados:



$A = \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \text{sen}\alpha$

(1) Lei dos cossenos

$x^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot x \cdot \cos 120° = 14^2$

$x^2 + 100 - 2 \cdot 10 \cdot x \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) = 196$

$x^2 + 10x - 96 = 0$

$(x + 16)\,(x - 6) = 0 \Rightarrow x = 6$

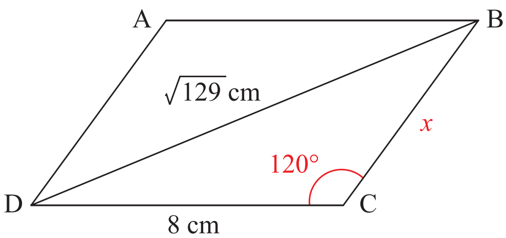
(2) área (ABC) $= \dfrac{1}{2} \cdot x \cdot 10 \cdot \text{sen}120°$

área (ABC) $= \dfrac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ área (ABC) $= 15\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

Resposta: $15\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

5. Na figura a seguir ABCD **é paralelogramo com ângulo interno de** 60º**, lado** CD = 8 cm **e diagonal** BD = $\sqrt{129}$ cm

a. (valor: 0,5) Calcule o perímetro de ABCD.



Pela lei dos cossenos:

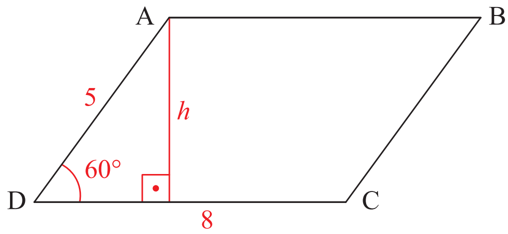
$x^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot x \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) = 129$

$x^2 + 8x - 65 = 0 \Rightarrow (x + 13)\,(x - 5) = 0 \Rightarrow x = 5$

Perímetro $= 2 \cdot (x + 8) = 2 \cdot (5 + 8) = 26$

Resposta: 26 cm

b. (valor: 0,5) Calcule a área desse paralelogramo ABCD. (Use os dados do item anterior)



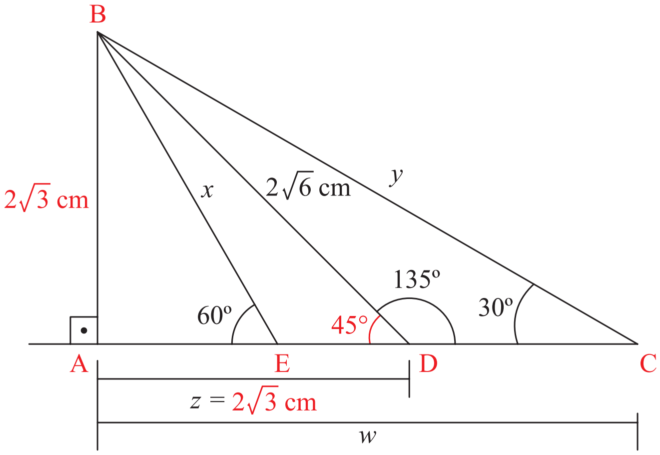
(1) $\frac{h}{5} = \text{sen}60° \Rightarrow \frac{h}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

(2) área (ABCD) $= 8 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

área (ABCD) $= 20\sqrt{3}$

Resposta: $20\sqrt{3}$ cm^2

6. (valor: 1,0) Determine as medidas dos lados x, y, z e w.



De acordo com as medidas indicadas, temos:

(1) $\frac{z}{2\sqrt{6}} = \cos 45° \Rightarrow \frac{z}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow z = 2\sqrt{3}$

(2) ABD é isósceles $\Rightarrow$ AB $= 2\sqrt{3}$

(3) ΔABC: $\frac{2\sqrt{3}}{y} = \text{sen}30° \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 4\sqrt{3}$

(4) $\frac{2\sqrt{3}}{x} = \text{sen}60° \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 4$

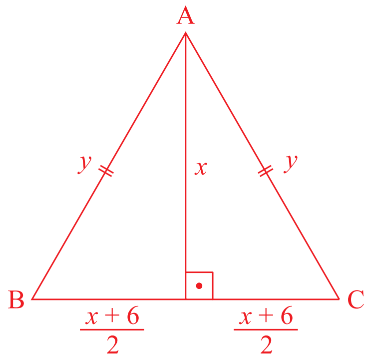
(5) $\frac{2\sqrt{3}}{w} = \text{tg}30° \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{w} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow w = 6$

Resposta: $x = 4$ cm, $y = 4\sqrt{3}$ cm, $z = 2\sqrt{3}$ cm, $w = 6$ cm

7. Um triângulo isósceles tem área igual a 108cm^2 e a base excede a altura (correspondente a essa base) em 6 cm. Pede-se:

a. (valor: 0,25) Esboçar uma figura da situação descrita.



b. (valor: 0,75) Calcular o perímetro desse triângulo.

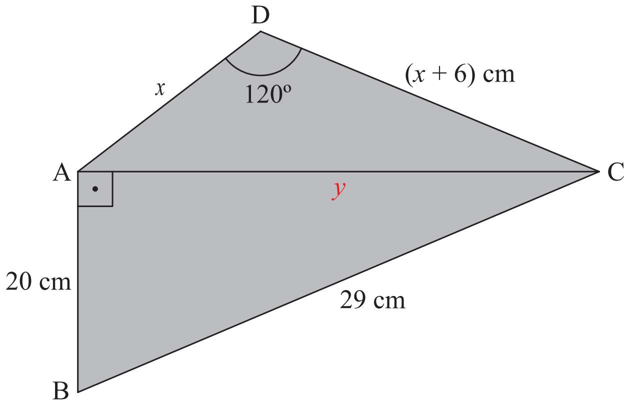
(1) área (ABC) $= 108 \Rightarrow \frac{(x+6)\,x}{2} = 108 \Rightarrow x^2 + 6x - 216 = 0 \Rightarrow (x+18)(x-12) = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow x = 12$

(2) $y^2 = x^2 + \left(\frac{x+6}{2}\right)^2 \Rightarrow y^2 = 12^2 + 9^2 \Rightarrow y = 15$

(3) perímetro (ABC) $= x + 6 + 2y = 12 + 6 + 30 = 48$

Resposta: 48 cm

8. (valor: 1,0) A justaposição de dois triângulos resultou na figura mostrada abaixo. Calcule o perímetro do quadrilátero ABCD.



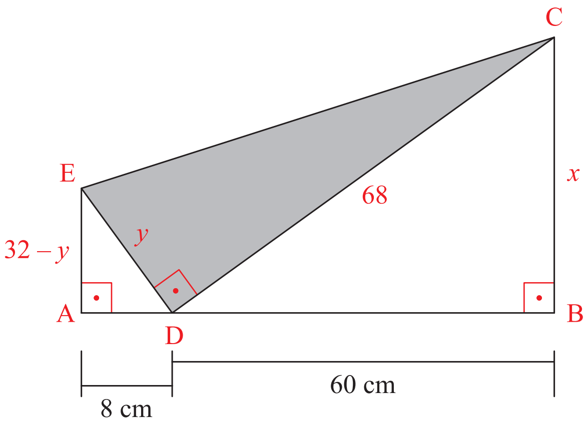
(1) Por Pitágoras: $y^2 + 20^2 = 29^2 \Rightarrow y^2 = 441$

(2) Pela lei dos cossenos:
$x^2 + (x + 6)^2 - 2 \cdot x\,(x + 6) \cdot \cos 120° = y^2$
$2x^2 + 12x + 36 - 2 \cdot x \cdot (x + 6)\left(-\frac{1}{2}\right) = 441$
$3x^2 + 18x - 405 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x - 135 = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow (x + 15)(x - 9) = 0 \Rightarrow x = 9$

(3) Perímetro (ABCD) $= 20 + 29 + 2x + 6 =$
$= 55 + 2 \cdot 9 = 73$

Resposta: 73 cm

9. (valor: 1,0) Uma folha de papel retangular foi dobrada como mostra a figura a seguir. De acordo com as medidas indicadas, calcule a área da região sombreada, que é a parte visível do verso da folha.



(1) $CD = AB \Rightarrow CD = 68$

(2) $x^2 + 60^2 = 68^2 \Rightarrow x = 32$

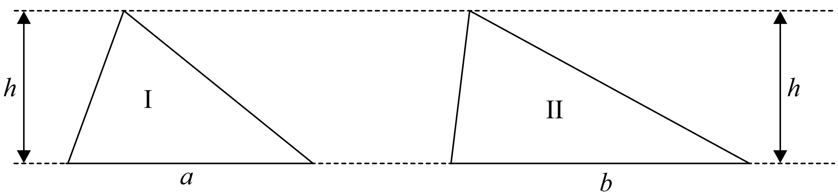
(3) $AE + ED = BC \Rightarrow AE + y = 32 \Rightarrow AE = 32 - y$

(4) $(32 - y)^2 + 8^2 = y^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow \frac{32 \cdot 32}{32} - \frac{2 \cdot 32y}{32} + \frac{8 \cdot 8}{8 \cdot 4} = \frac{0}{32} \Rightarrow$
$\Rightarrow 32 - 2y + 2 = 0 \Rightarrow y = 17$

(5) área pedida: S. Então $S = \frac{17 \cdot 68}{2} = 578$

Resposta: 578 cm^2

10. Leia com atenção.
<u>Teorema</u>. Se uma altura de um triângulo é congruente a uma altura de outro triângulo, então a razão entre as áreas desses triângulos é igual a razão entre as bases relativas a essas alturas.

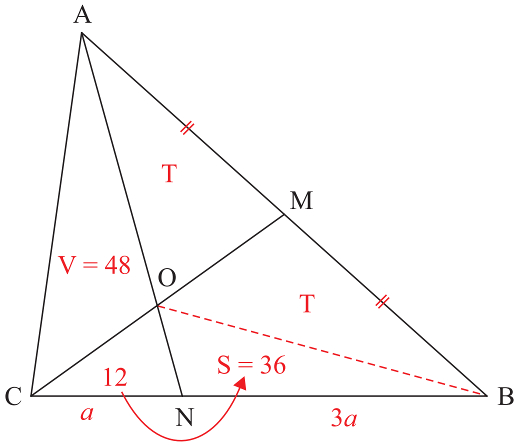


$$\Rightarrow \frac{\text{área I}}{\text{área II}} = \frac{a}{b}$$

Demonstração: $\frac{\text{área I}}{\text{área II}} = \frac{\frac{ah}{2}}{\frac{bh}{2}} = \frac{ah}{2} \cdot \frac{2}{bh} = \frac{a}{b}$

Agora resolva.

(valor: 1,0) Calcule a área do triângulo ABC**, sabendo que** M **é ponto médio do lado** AB,\
o ponto N **é tal que** BN **é o triplo de** CN **e a área do triângulo** OCN **vale** 12 cm².



(1) $\frac{S}{12} = \frac{3a}{a} \Rightarrow S = 36$

(2) $AM = MB \Rightarrow$ área $(OAM) =$ área $(OBM) = T$

(3) $AM = MB \Rightarrow$ área $(CAM) =$ área $(CBM) \Rightarrow$
$\Rightarrow V + T = 12 + 36 + T \Rightarrow V = 48$

(4) $\frac{\text{área (CAN)}}{\text{área (BAN)}} = \frac{a}{3a} \Rightarrow \frac{48 + 12}{\text{área (BAN)}} = \frac{1}{3} \Rightarrow$
$\Rightarrow$ área $(BAN) = 180$

(5) área $(ABC) = 48 + 12 + 180 = 240$

Resposta: 240 cm²