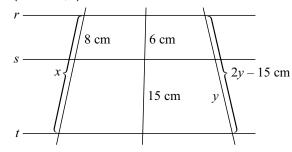
Questões:

1. Calcule as incógnitas indicadas

a. (valor: 0,5) r // s // t

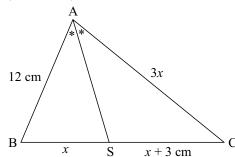


Teorema de Tales:

$$\frac{x}{8} = \frac{21}{6} \Rightarrow x = 28 \text{ cm}$$
$$\frac{2y - 15}{y} = \frac{21}{15} \Rightarrow y = 25 \text{ cm}$$

Resposta: x = 28 cm; y = 25 cm

b. (valor: 0,5) $B\hat{A}S = C\hat{A}S$



Pelo teorema da bissetriz interna:

$$\frac{12}{x} = \frac{3x}{x+3}$$

$$3x^2 - 12x - 36 = 0$$

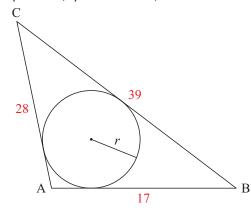
$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-6)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 6 \text{ cm}$$

Resposta: x = 6 cm

2. Calcule os raios das circunferências mostradas nas figuras dos itens abaixo.

a. (valor: 0,5) AB = 17 cm, AC = 28 cm e BC = 39 cm



(1) Cálculo da área do $\triangle ABC$.

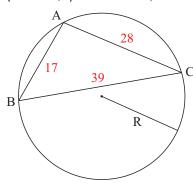
$$s = \frac{17 + 28 + 39}{2} \Rightarrow s = 42$$
 área (ABC) = $\sqrt{42(42 - 17)(42 - 28)(42 - 39)}$ área (ABC) = $\sqrt{42 \cdot 25 \cdot 14 \cdot 3}$ área (ABC) = $42 \cdot 5 \Rightarrow$ área (ABC) = 210 cm^2

(2) Cálculo do raio: área (ABC) = $r \cdot s$

$$210 = r \cdot 42$$
$$r = 5 \text{ cm}$$

Resposta: r = 5 cm

b. (valor: 0,5) AB = 17 cm, AC = 28 cm e BC = 39 cm.



(1) Cálculo da área do ΔABC .

$$s = \frac{17 + 28 + 39}{2} \implies s = 42$$

área (ABC) =
$$\sqrt{42(42-17)(42-28)(42-39)}$$

área (ABC) =
$$\sqrt{42 \cdot 25 \cdot 14 \cdot 3}$$

área (ABC) =
$$42 \cdot 5 \Rightarrow$$
 área (ABC) = 210 cm^2

(2) Cálculo do raio:

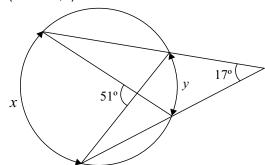
$$A = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R} \Rightarrow 210 = \frac{17 \cdot 28 \cdot 39}{4R}$$

$$R = \frac{221}{10} \Rightarrow R = 22,1 \text{ cm}$$

Resposta: R = 22,1 cm

3. Calcule os valores das incógnitas nos itens:

a. (valor: 0,5)



$$\int \frac{x+y}{2} = 51^{\circ}$$

$$\frac{x-y}{2} = 17^{\circ}$$

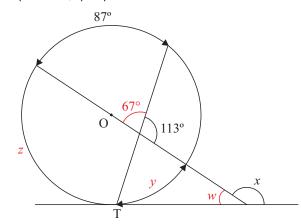
$$\int x + y = 102^{\circ}$$

$$\int x - y = 34^{\circ}$$

∴
$$x = 68^{\circ}, y = 34^{\circ}$$

Resposta: x = 68; $y = 34^{\circ}$

b. (valor: 0,5) O ponto O é centro da circunferência e o ponto T é ponto de tangência.



(1)
$$\frac{y + 87^{\circ}}{2} = 67^{\circ} \Rightarrow y = 47^{\circ}$$

(2)
$$z + y = 180^{\circ} \Rightarrow z = 133^{\circ}$$

(3)
$$w = \frac{z - y}{2}$$

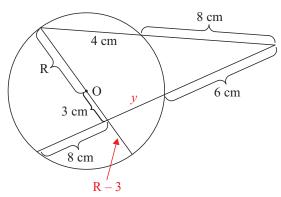
$$w = \frac{133^{\circ} - 47^{\circ}}{2} \Rightarrow w = 43^{\circ}$$

(4)
$$x + w = 180^{\circ} \Rightarrow x + 43^{\circ} = 180^{\circ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 137^{\circ}$$

Resposta: $x = 137^{\circ}$

4. (valor: 1,0) De acordo com as medidas indicadas calcule o raio da circunferência de centro O.



Resposta: R = 5 cm

Por relações métricas:

(1)
$$8 \cdot (8+4) = 6 \cdot (6+y+8)$$

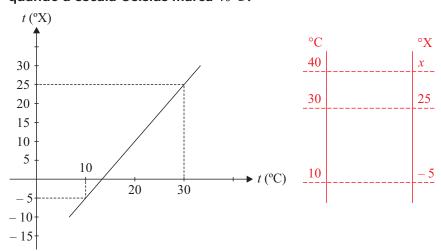
 $8 \cdot 2 = (14+y)$
 $y = 2 \text{ cm}$

(2)
$$(R+3) \cdot (R-3) = 8 \cdot 2$$

$$R^2 - 9 = 16$$

$$R = 5 \text{ cm}$$

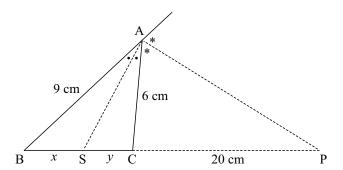
5. (valor: 1,0) O gráfico representa a relação entre a temperatura medida numa escala X e a mesma temperatura medida na escala Celsius. Qual será a temperatura na escala X quando a escala Celsius marca $40^{\circ}\mathrm{C}$?



Pelo teorema de Tales:
$$\frac{40-10}{30-10} = \frac{x-(-5)}{25-(-5)} \Rightarrow \frac{30}{20} = \frac{x+5}{30} \Rightarrow 15 = \frac{x+5}{3} \Rightarrow x = 40 \text{ °X}$$

Resposta: $t = 40 \text{ °X}$

6. (valor: 1,0) Na figura, \overline{AS} é bissetriz interna e \overline{AP} é bissetriz externa do triângulo ABC. Calcule as medidas de \overline{BS} e \overline{CS} , sendo CP = 20 cm, AB = 9 cm e AC = 6 cm.



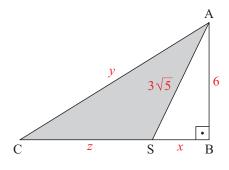
T.B.I.:
$$\frac{9}{x} = \frac{6}{v}$$

T.B.E.:
$$\frac{9}{x+y+20} = \frac{6}{20}$$

Resolvendo o sistema formado por essas equações teremos x = 6 cm e y = 4 cm.

Resposta: BS = 6 cm; CS = 4 cm

7. (valor: 1,0) Dado que \overline{AS} é bissetriz interna do triângulo ABC, calcule a área da região sombreada, sabendo que AB=6~cm e $AS=3\sqrt{5}~cm$.



Resposta: área (ACS) = 15 cm^2

(1) Pitágoras: $x^2 + 6^2 = (3\sqrt{5})^2 \implies x = 3 \text{ cm}$

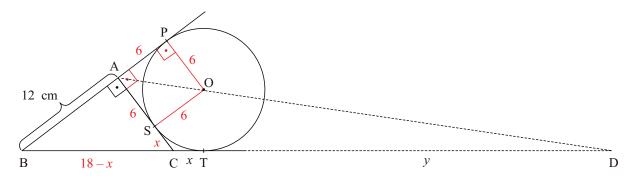
(2) T.B.I.
$$\Rightarrow \frac{y}{z} = \frac{6}{3} \Rightarrow y = 2z$$

(3) Pitágoras:
$$y^2 = 6^2 + (3+z)^2 \Rightarrow 4z^2 = 36 + 9 + 6z + z^2 \Rightarrow 3z^2 - 6z - 45 = 0 \Rightarrow z^2 - 2z - 15 = 0 \Rightarrow (z-5)(z+3) = 0 \Rightarrow ($$

$$\Rightarrow z = 5 \text{ cm}$$

(4) Área (ACS) =
$$\frac{z \cdot 6}{2} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ cm}^2$$

8. Considere circunferência de centro O e raio $6~\mathrm{cm}$, com os pontos de tangência P, S e T.



a. (valor: 0,5) Calcule CT.

Note que CT = CS = x e que BP = 18 = BT

Logo, BC = 18 - x.

Por Pitágoras: $(18 - x)^2 = (6 + x)^2 + 12^2$

Daí, x = 3 cm

Resposta: x = 3 cm

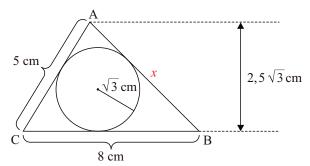
b. (valor: 0,5) Calcule TD.

OPAS é quadrado. Logo, AO é bissetriz. Então:

T.B.E.:
$$\frac{12}{18+y} = \frac{6+x}{x+y} \Rightarrow \frac{12}{18+y} = \frac{9}{3+y} \Rightarrow y = 42 \text{ cm}$$

Resposta: y = 42 cm

9. (valor: 1,0) Calcule AB



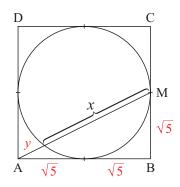
(1) Área (ABC) =
$$\frac{8 \cdot (2,5\sqrt{3})}{2}$$
 = $10\sqrt{3}$ cm²

(2) Área (ABC) =
$$s \cdot r$$

$$10\sqrt{3} = \left(\frac{8+5+x}{2}\right) \cdot \sqrt{3}$$
$$x = 7 \text{ cm}$$

Resposta: AB = 7 cm

10. (valor: 1,0) Calcule x, sabendo que ABCD é quadrado cujo lado mede $2\sqrt{5}$ cm.



(1) Por Pitágoras no $\triangle ABM$:

$$(AM)^2 = (\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 \implies AM = 5 \text{ cm}$$

(2)
$$y + x = AM \Rightarrow y + x = 5 \Rightarrow y = 5 - x$$

(3) Relação métrica:

$$y \cdot (y+x) = (\sqrt{5})^2 \Rightarrow (5-x) \cdot 5 = 5 \Rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

Resposta: x = 4 cm