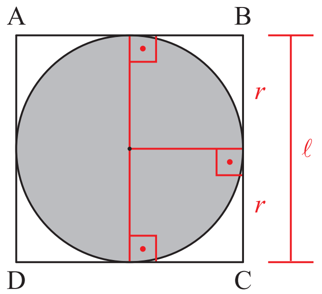
Prova Bimestral

G184010
1.a Série
Matemática – Geometria
Denis/Fábio Cáceres/Oliveira/Ricardo Sabo
8/11/2018

1. (valor: 1,0) Os polígonos mostrados a seguir são regulares. Calcule a área da região sombreada.

a. $AC = 6\sqrt{2}$ cm



$\ell\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

$\ell = 6$

$r = 3$

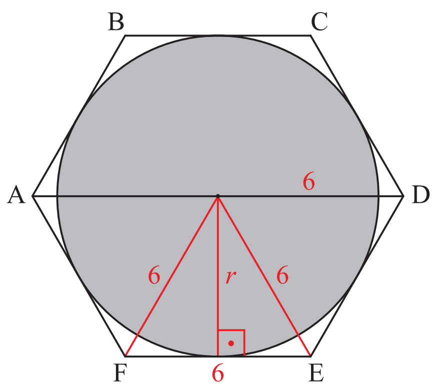
$A_{\text{área}} = \pi \cdot 3^2$

$A_{\text{área}} = 9\pi$

Resposta: 9π cm^2

---

b. $AD = 12$ cm



$r = \dfrac{6\sqrt{3}}{2}$

$r = 3\sqrt{3}$

$A = \pi\, r^2$

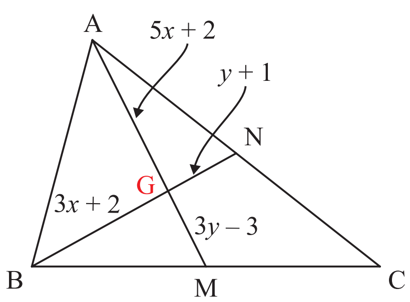
$A = \pi\, (3\sqrt{3})^2$

$A = 27\pi$

Resposta: 27π cm^2

2.

a. (valor: 0,5) Na figura, AM e BN são medianas. Calcule x e y. (Medidas em centímetros).



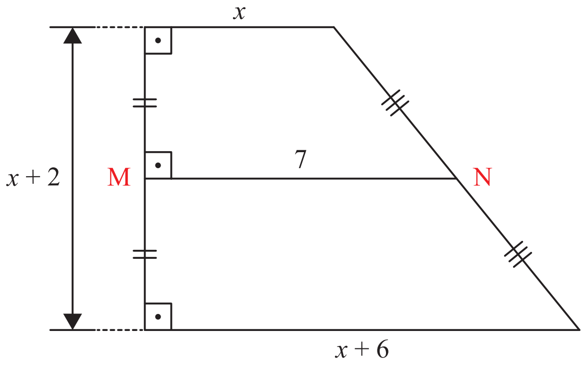
G é baricentro $\Rightarrow \begin{cases} 3x + 2 = 2\,(y + 1) \\ 5x + 2 = 2\,(3y - 3) \end{cases}$

Portanto: $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 5x - 6y = -8 \end{cases}$

Resolvendo o sistema obtemos: $x = 2$ e $y = 3$

Resposta: $x = 2$ cm, $y = 3$ cm

b. (valor: 0,5) O perfil da lateral de uma arquibancada tem o formato de um trapézio, como mostra a figura. Calcule a área dessa lateral. (Medidas em metros).



1. MN é base média. Portanto:

$$\frac{x + x + 6}{2} = 7 \Rightarrow x = 4$$

2. Sendo A a área do trapézio, temos:

$$A = \frac{(x + 6 + x)\,(x + 2)}{2}$$

$$A = \frac{(4 + 6 + 4) \cdot (4 + 2)}{2}$$

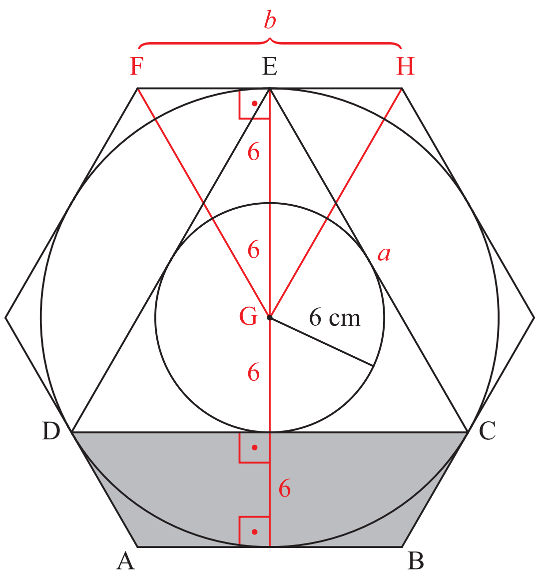
$$A = 42$$

Resposta: 42 cm^2

---

3. Um logotipo é formado por um hexágono regular e um triângulo equilátero com suas respectivas circunferências inscritas, sendo 6 cm **o raio da menor, conforme mostra a figura abaixo. Pede-se:**

a. (valor: 0,25) A medida do raio da circunferência maior.



G é baricentro do triângulo.

$R = 2r \Rightarrow R = 2 \cdot 6 = 12$

Resposta: 12 cm

---

b. (valor: 0,25) A medida do lado do triângulo.

Sendo a a medida do lado do triângulo, temos:

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 18 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = 12\sqrt{3}$$

Resposta: $12\sqrt{3}$ cm

c. (valor: 0,5) A área do trapézio ABCD, sabendo que os vértices C e D são pontos de tangência.

Sendo b a medida do lado do hexágono, temos:

(1) O triângulo FGH é equilátero $\Rightarrow \dfrac{b\sqrt{3}}{2} = 12 \Rightarrow b = 8\sqrt{3}$

(2) Note que $CD = a = 12\sqrt{3}$ e $AB = b = 8\sqrt{3}$

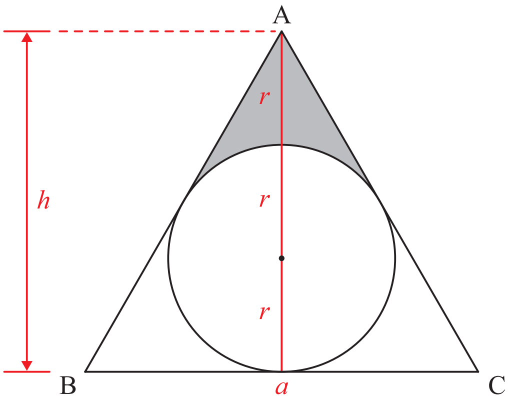
A altura do trapézio ABCD é igual a 6 cm. Então:

$$A = \frac{(12\sqrt{3} + 8\sqrt{3}) \cdot 6}{2} \Rightarrow A = 60\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

Resposta: $60\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

---

4. (valor: 1,0) A área do círculo abaixo é $3\pi\ \text{cm}^2$. Calcule a área da região sombreada, dado $AB = AC = BC$.



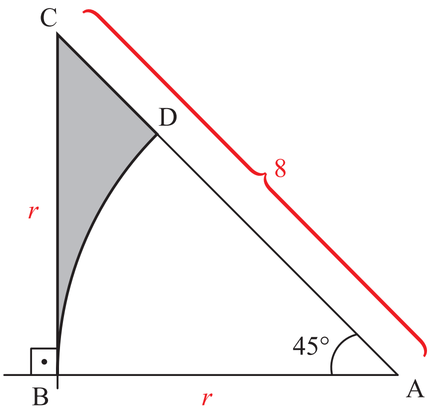
1. $\pi r^2 = 3\pi \Rightarrow r = \sqrt{3}$
2. $h = 3r \Rightarrow \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \Rightarrow a = 6$
3. $\text{área (ABC)} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{6^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$
4. A_F: área sombreada.

$$A_F = \frac{\text{área (ABC)} - \text{área (círculo)}}{3} = $$
$$= \frac{9\sqrt{3} - 3\pi}{3} = (3\sqrt{3} - \pi)\ \text{cm}^2$$

Resposta: $(3\sqrt{3} - \pi)\ \text{cm}^2$

---

5. (valor: 1,0) Na figura, o arco $\overset{\frown}{BD}$ tem centro em A. Calcule a área da região sombreada, dado $AC = 8$ cm.



1. ΔABC é isósceles $\Rightarrow r\sqrt{2} = 8 \Rightarrow r = 4\sqrt{2}$
2. $\text{área (setor)} = \dfrac{45°}{360°} \cdot \pi \cdot (4\sqrt{2})^2 = 4\pi$
3. $\text{área (ABC)} = \dfrac{r \cdot r}{2} = \dfrac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 16$
4. $A_F = \text{área (ABC)} - \text{área (setor)} \Rightarrow AF = 16 - 4\pi \Rightarrow$

$\Rightarrow A_F = 4\,(4 - \pi)\ \text{cm}^2$

Resposta: $4\,(4 - \pi)\ \text{cm}^2$

6. (valor: 1,0) Cada ângulo interno de um polígono regular mede $160°$**. Quantas diagonais ele tem?**

1. $a_i = 160° \Rightarrow a_e = 20°$

2. $n = \dfrac{360°}{a_e} = \dfrac{360°}{20°} \Rightarrow n = 18$

3. $d = \dfrac{n(n-3)}{2} = \dfrac{18(18-3)}{2} \therefore d = 135$

Resposta: 135 diagonais.

---

7. (valor: 1,0) O número de diagonais de um polígono excede oito vezes o número de lados do polígono em 10 unidades**. Quanto mede cada ângulo externo desse polígono?**

1. Seja n o número de lados do polígono. Então:

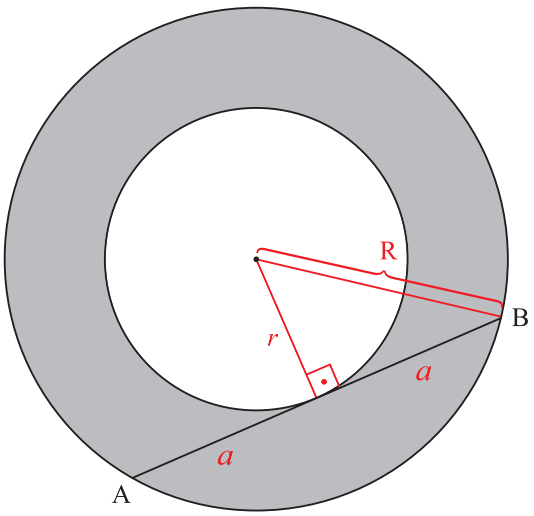
$\dfrac{n(n-3)}{2} = 8n + 10 \Rightarrow n^2 - 19n - 20 = 0 \Rightarrow (n - 20)(n + 1) = 0 \Rightarrow (n = 20)$ ou $(n = -1)$

2. $a_e = \dfrac{360°}{20} \Rightarrow a_e = 18°$

Resposta: $18°$

---

8. (valor: 1,0) A área da coroa mostrada abaixo é igual a $48\pi\ cm^2$**. Calcule o comprimento da corda** AB**.**



(1) $A_{coroa} = 48\pi \Rightarrow \pi(R^2 - r^2) = 48\pi \Rightarrow R^2 - r^2 = 48$

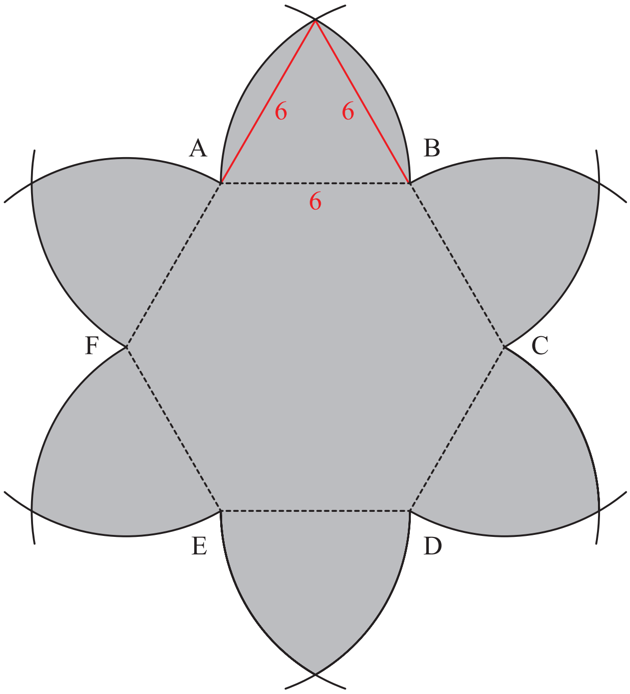
(2) Por Pitágoras: $a^2 + r^2 = R^2 \Rightarrow a^2 = R^2 - r^2$

Substituindo (1) em (2): $a^2 = 48 \Rightarrow a = 4\sqrt{3}$

(3) $AB = 2a \Rightarrow AB = 8\sqrt{3}$

Resposta: $8\sqrt{3}$ cm

9. (valor: 1,0) Os arcos abaixo têm centros nos vértices do hexágono regular ABCDEF, cujo lado mede 6 cm. Calcule a área da região sombreada.



1. Área de uma "pétala"

$A_{pet} = 2\,A_{\text{setor }60°} - A_{TRI}$

$A_{pet} = 2 \cdot \dfrac{\pi \cdot 6^2}{6} - \dfrac{6^2\sqrt{3}}{4}$

$A_{pet} = 12\pi - 9\sqrt{3}$

2. $A_{HEX} = 6 \cdot \dfrac{6^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A_{HEX} = 54\sqrt{3}$

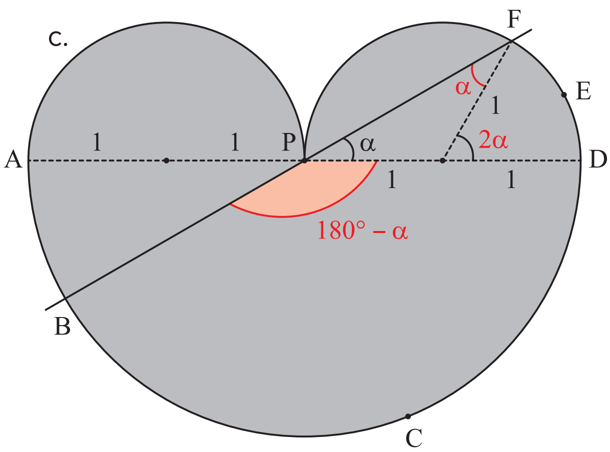
3. $A_F = A_{HEX} + 6 \cdot A_{pet}$

$A_F = 54\sqrt{3} + 72\pi - 54\sqrt{3}$

Resposta: $72\pi\ \text{cm}^2$

---

10. (valor: 1,0) A figura mostrada abaixo chama-se cardióide de Boscovich (Roger Boscovich; 1711 – 1787) e é formada por três semicircunferências: duas de diâmetro AP = PD e outra de diâmetro AD. Calcule (Medidas em centímetros):



a. o perímetro da cardióide.

Seja c o perímetro total da cardióide, temos:

$c = 2\pi r + \dfrac{2\pi(2r)}{2} = 2\pi \cdot 1 + \dfrac{2\pi(2 \cdot 1)}{2}$

$\Rightarrow c = 4\pi$

b. a soma dos comprimentos dos arcos $\overset{\frown}{BCD}$ e $\overset{\frown}{DEF}$.

Sejam (BCD) e (DEF) os comprimentos dos arcos $\overset{\frown}{BCD}$ e $\overset{\frown}{DEF}$. Temos:

1. $(BCD) = \dfrac{180° - \alpha}{360°} \cdot 2\pi(2r) = \dfrac{180°\pi r - \alpha\pi r}{90°} = \dfrac{180°\pi(1) - \alpha\pi(1)}{90°} = \dfrac{180°\pi - \alpha\pi}{90°}$

2. $(DEF) = \dfrac{2\alpha}{360} \cdot 2\pi r = \dfrac{\alpha\pi(1)}{90°} = \dfrac{\alpha\pi}{90°}$

3. $(BCD) + (DEF) = \dfrac{180°\pi - \alpha\pi + \alpha\pi}{90°} = 2\pi$

Resposta: a. 4π cm b. 2π cm