

# C3-J题-XIAO7和喵币

张逸君    2022-10-18

先看看题意

有 $n$ 枚硬币，面值分别为 $a[1] \sim a[n]$ ，把这些硬币中的某些丢掉，某些给A，某些给B，使得最后A、B手上的面值相同，问最少要丢掉多少面值？？(问题一定有解)

用 $d[i][j][k]$ 表示只考虑第1~ $i$ 枚硬币，使得A面值为 $j$ ，B面值为 $k$ ，新硬币的丢得面值入差妨把它丢掉的 $k$ 个状态(??,  $k$ )是否存在，因为知道 $j$ 、 $k$ ，可以立刻根据前缀和算出扔掉的硬币。  
查看 $d[n][0][0]$ 、 $d[n][1][1]$ 、 $\dots$  $d[n][maxs-1][maxs-1]$ 哪个为1

$$n \leq 1000,$$
$$a[1] + \dots + a[n] \leq 4000$$

$n$ 枚硬币，是一个明显的阶段，因此先将它写进状态里面，因此会存在最多1000个阶段

这样肯定是不行的，没法转移，在某个阶段 $i$ ，我们更需要知道此时A有多少面值，B有多少面值，但是

状态数太多了！

$$1000 * 4000 * 4000$$

有个模糊的概念就是，当考虑1~i硬币，A手里有j面值，B手里有k面值，是状态。

A、B有差别吗？----本题目考虑的是两个人的面值差，在状态(i, j, k)下，总是有大的那个比小的那个大 $\max(j-k, k-j)$

用 $d[i][j]$ 表示只考虑1~i枚硬币，使得大的那个人比小的那个人多j面值，所要丢掉的面值的最小值

不选：用 $d[i][j]+a[i+1]$  更新  $d[i+1][j]$

现在有合法的状态 $d[i][j]$ 了(不合法的 $d[i][j]$ 置INF)，去更新其它状态(刷表)，考虑第i+1枚硬币(做决策)

选，那么这枚硬币既可以给大的也可以给小的

给大的，拉大差距，用 $d[i][j]$  更新  $d[i+1][j+a[i+1]]$

给小的，缩小差距，甚至可能反超：  
用  $d[i][j]$  更新  $d[i+1][\text{abs}(j-a[i+1])]$

最后的答案就是输出d[n][0]

程序实现，先将d数组全部置为INF(0x3f3f3f3f)，表明所有的状态都“不合法”，初始时只有d[0][0]=0，不考虑所有硬币，自然两个人的差距为0

```
memset(d, 0x3f, sizeof(d));
d[0][0] = 0;
for(int i=0; i<=n-1; i++)
    for(int j=0; j<maxs; j++)
        if(d[i][j] != INF) {
            d[i+1][j] = min(d[i+1][j], d[i][j]+a[i+1]);
            d[i+1][j+a[i+1]] = min(d[i+1][j+a[i+1]], d[i][j]);
            d[i+1][abs(j-a[i+1])] = min(d[i+1][abs(j-a[i+1])], d[i][j]);
        }
```

打印方案？现在我们都已经得到了所有合法的  $d[i][j]$ ，顺着  $d[n][0]$  往回走，看“恰好取等的地方”，说明是从那里走到这里的

```
vector<int> path;
for(int i=n, j=0; i>=1; i--) {
    if(d[i][j] == d[i-1][j] + a[i]) path.push_back(i);
    else if(j >= a[i] && d[i][j] == d[i-1][j-a[i]]) j -= a[i];
    else if(j + a[i] < maxs && d[i][j] == d[i-1][j+a[i]]) j += a[i];
    else j += a[i] - 2 * j;
}
```

## 一些优化?

```
memset(d, 0x3f, sizeof(d));
d[0][0] = 0;
for(int i=0; i<=n-1; i++)
    for(int j=0; j<maxs; j++)
        if(d[i][j] != INF) {
            d[i+1][j] = min(d[i+1][j], d[i][j]+a[i+1]);
            d[i+1][j+a[i+1]] = min(d[i+1][j+a[i+1]], d[i][j]);
            d[i+1][abs(j-a[i+1])] = min(d[i+1][abs(j-a[i+1])], d[i][j]);
        }
```

1、对于 $d[i][j]$ ，哪些状态一定是不合法的---当 $j$ 大于了前缀和 $S[i]$ 的时候，所以只需要考虑 $0 \leq j \leq S[i]$

2、对于哪些合法的状态，它一定是没有用的？试想我们一直给一个人钱，使得他的面值到了2001块，那剩下的钱就算一直给另一个人，也没法让他们面值相等（一共才4000块钱），换句话说，这个 $j$ 应该满足 $j \leq a[i+1] + \dots + a[n] = S[n] - S[i]$

总的来说， $j \leq \min(S[i], S[n] - S[i])$ ，在 $i$ 比较小和比较大的时候不用遍历那么多的 $j$

? 绝对值?  $d[i][j]$ 的时候把 $a[i+1]$ 给  
小的那个, 他超过了大的那个,  
这造成了我们倒着找的时候的一  
点麻烦

能否大的永远比小的  
大?

事先给A 4001面值, 这样, 不管怎么给, 总  
是A比B大, 换句话说, 合法的状态 $d[i][j]$ , 给  
小的 (这里就是B), 得到状态 $d[i][j-a[i+1]]$ ,  
没有绝对值

-----

此时合法状态初始为 $d[0][4001]=0$ , 最终答案  
是 $d[n][4001]$

谢谢大家