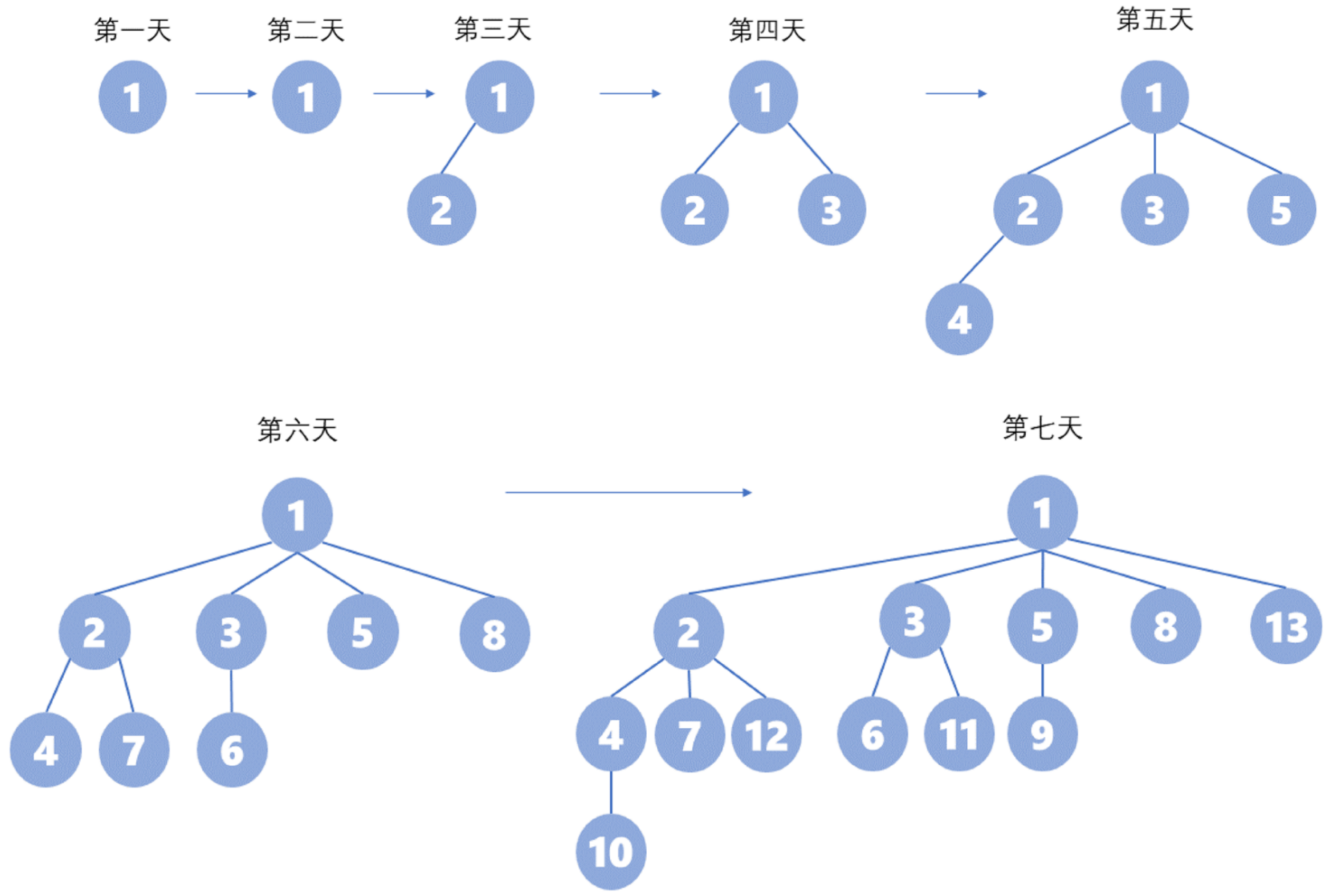
Problem-E

Description

若一对兔子在第x天出生，那么它们会从第$x+2$天开始，每天生育1对兔子。

我们在第一天有一对刚生的兔子，由此开始无限繁殖。我们将每对兔子按出生日期的先后从1开始编号。对于同一天出生的兔子，父母编号越小的兔子编号越大。

前七天的兔子编号如图：



现在给定t个询问，每次询问两对兔子a,b的最近公共祖先的编号。

$t \le 10^5, a, b \le 2^{61}$

Solution

我们设f_i为斐波那契数列的第i项，$f_1=1, f_2=1, f_3=2$。

我们观察每天的繁殖信息：

Day-i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
当日新增-d_i	1	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34
总数-sum_i	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

我们发现$sum_i=f_i$，$d_i=f_{i-2}$（由于兔子出生两天后才能生殖，故两天前有多少兔子，当天就会出生多少兔子）

对于第i天，现存有f_i对兔子，有f_{i-2}对兔子是新增的，这新增的f_{i-2}对兔子编号为$f_{i-1}+1, f_{i-1}+2, \dots, f_i$，它们分别接在编号$1, 2, \dots, f_{i-2}$的兔子上。而题目规定父母编号越小的兔子编号越大，故编号$f_{i-1}+1, f_{i-1}+2, \dots, f_i$对应的父亲编号是$f_{i-2}, f_{i-2}-1, \dots, 2, 1$。

举个例子：第七天过后一共有13对兔子，有5对（编号9,10,11,12,13）是当日新增，它们对应的父亲编号是5,4,3,2,1。

由此我们可以知道如何找到一个点x的父亲节点：在斐波那契数列中找到不小于该编号的最小的数f_i，则其父亲节点为f_i-x+1。

我们将a,b的祖先序列求出来，直接找到最近公共祖先即可。

Code

```
LL fa(LL x) {
    if (x == 2) return 1;
    int i = lower_bound(f + 1, f + 1 + 90, x) - f;
    return f[i] - x + 1;
}
vector<LL> getAnc(LL x) {
    vector<LL> ls;
    ls.PB(x);
    while (x > 1) x = fa(x), ls.PB(x);
    return ls;
}
LL LCA(LL a, LL b) {
    vector<LL> A = getAnc(a);
    vector<LL> B = getAnc(b);
    reverse(ALL(A)), reverse(ALL(B));
    for (int i = min(SZ(A), SZ(B)) - 1; i >= 0; -- i) {
        if (A[i] == B[i]) {
            return A[i];
            break;
        }
    }
}
```