

E5D 直直的多边形面积

题目描述

直直的多边形是所有边均平行于两条坐标轴之一的简单多边形。

现按照顺时针方向给出一个直直的多边形的各顶点坐标，求出它的面积。

输入格式

第一行一个正整数 t ($1 \leq t \leq 5$)，表示数据组数。

对于每组数据，第一行一个正整数 n ($4 \leq n \leq 4 \times 10^5$)，表示直直的多边形的顶点数。

接下来 n 行，每行两个整数 x_i, y_i ($-5 \times 10^4 \leq x_i, y_i \leq 5 \times 10^4$)，表示直直的多边形一个顶点的坐标。保证顶点坐标按顺时针方向给出，且所有边均平行于两条坐标轴之一。

输出格式

对于每组数据，输出一行一个非负整数，表示直直的多边形的面积。

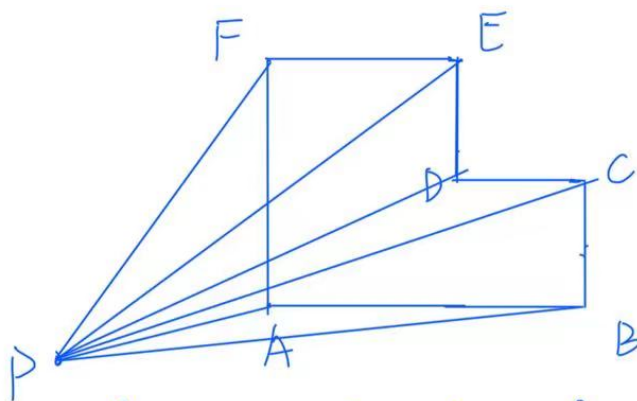
输入样例

```
1
4
-200 200
200 200
200 -200
-200 -200
```

输出样例

```
160000
```

题解思路



$$S_{AB C D E F} = -S_{\triangle PAB} + S_{\triangle PBC} + S_{\triangle PCD} + S_{\triangle PDE} + S_{\triangle PEF} - S_{\triangle PFA}$$

$$S_{\triangle PAB} = -\vec{PA} \times \vec{PB} \times \frac{1}{2}$$

$$S_{\triangle PEF} = \vec{PE} \times \vec{PF} \times \frac{1}{2}$$

$$S_{\triangle PBC} = \vec{PB} \times \vec{PC} \times \frac{1}{2}$$

$$S_{\triangle PFA} = -\vec{PF} \times \vec{PA} \times \frac{1}{2}$$

$$S_{\triangle PCD} = \vec{PC} \times \vec{PD} \times \frac{1}{2}$$

$$S_{\triangle PDE} = \vec{PD} \times \vec{PE} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{则 } S_{AB C D E F} = \frac{1}{2} (\vec{PA} \times \vec{PB} + \dots + \vec{PF} \times \vec{PA})$$

上面的推导中，点的顺序是逆时针，计算结果是正数，顺时针得到的结果是它的相反数。把原点当做p点，那么各点坐标即为向量坐标，要求这个直直的多边形的面积，只需按照顺时针的顺序求出每对向量的叉乘并累加后，取绝对值再除以二，即可得到结果。

代码

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
long long x[400005],y[400005];
long long ans=0;
long long n;
long long times;
int main(){
    scanf("%lld",&times);
    while(times--){
        scanf("%lld",&n);
        for(long long i=1;i<=n;i++){
            scanf("%lld%lld",&x[i],&y[i]);
        }
        //最后一组与第一组相连，封口
        x[n+1]=x[1];
        y[n+1]=y[1];
        ans=0;
        //叉乘 累加
        for(long long i=1;i<=n;i++){
            ans+=(x[i]*y[i+1]-x[i+1]*y[i]);
        }
        printf("%lld\n",abs((ans)/2));
    }
    return 0;
}
```

