

C5_C

“这是一道凸
包模板题”



老说常说：“世上无难题，只要有模板”（bushi）

一看标题，就知道如果出题人没有恶意，这
就是一道标准的模板题（ctrl C-V题）

悄悄瞥了一眼数据大小：

$(1 \leq t \leq 50)$ $(3 \leq n \leq 10^3)$ $(0 \leq x_i, y_i \leq 10^9)$

关于时间： $MAX = 50 * 3 * 10^3 \approx 10^5 < < 1000ms$

关于大小： 10^9 过大，使用int可能出问题（且确实出了），
考虑多使用double或者long long

让我们来愉快的
找模板（答案）吧！



第一步：翻PPT

GRAHAM-SCAN(Q)

- 1 设 p_0 是 Q 中 y 坐标最小的点，或者是最左边的点
- 2 设 $\langle p_1, p_2, \dots, p_m \rangle$ 是 Q 中剩下的点，围绕 p_0 按极角逆时针顺序排序(如果有多个点具有相同的角度，留下离 p_0 最远的那个点)
- 3 PUSH(p_0, S)
- 4 PUSH(p_1, S)
- 5 PUSH(p_2, S)
- 6 for $i \leftarrow 3$ to m
- 7 while (由NEXT-TO-TOP(S)、TOP(S)和 p_i 组成的连续线段不向左转弯) // 直线，栈顶点在凸包边上；右转，点在凸包内
- 8 POP(S)
- 9 PUSH(p_i, S) // p_i 可能为凸包顶点，入栈
- 10 return S



米游社@MZ夏希

无敌巨佬：这还用看？

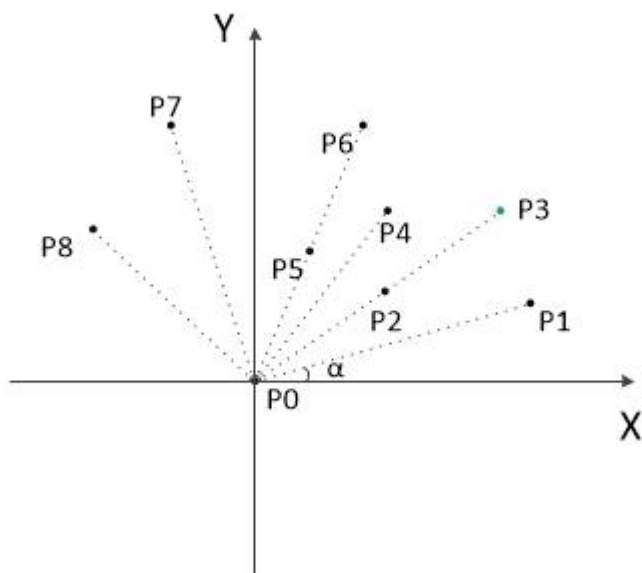
我的大佬同学：考虑如何将伪代码转化成为代码

菜狗且不上课听讲的我：这啥呀！！



第二步：了解Graham's scan算法

Graham扫描的思想是先找到凸包上的一个点，然后从那个点开始按逆时针方向逐个找凸包上的点，实际上就是进行极角排序，然后对其查询使用。



（可莉明白了！就是
PPT里的1，2步）

秉持着学一步有进一步的收获，先实现极角排序的代码

1.输入并寻找左下角的点

```
for(int i=0;i<n;i++){
    scanf("%lf %lf",&points[i].x,&points[i].y);
    if(points[the_point].y>points[i].y){
        the_point=i;
    }
    else if(points[the_point].y==points[i].y){
        if(points[the_point].x>points[i].x){
            the_point=i;
        }
    }
}
//输入并寻找the_point(坐标原点);
```

2.鉴于所有点都在the_point的上方，选择用余弦值排序

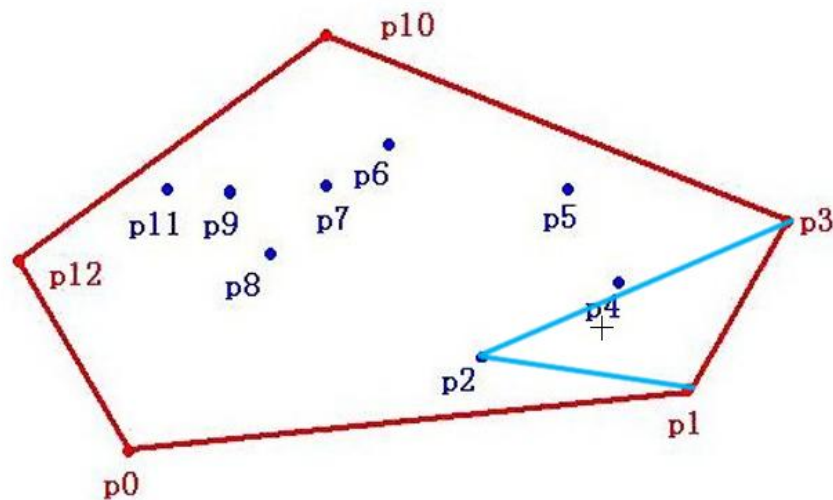
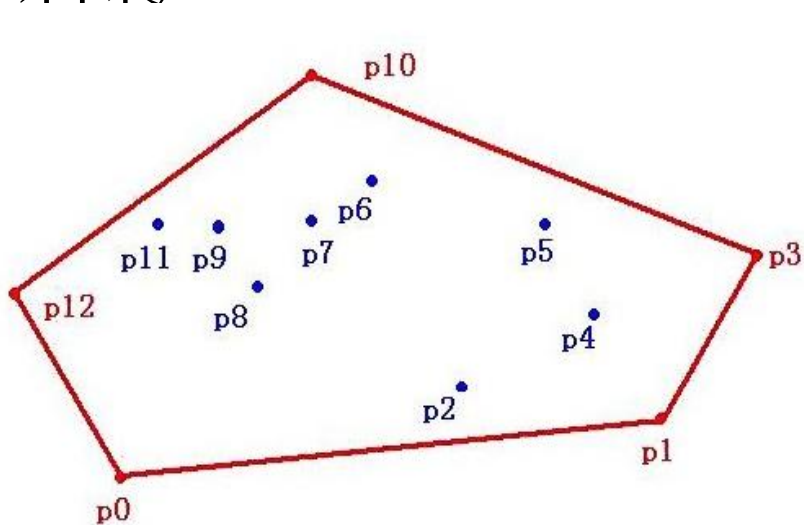
```
for(int i=0;i<n;i++){
    if(points[i].y==points[the_point].y){
        if(points[i].x>points[the_point].x){
            points[i].cos=1;
        }
        else{
            points[i].cos=2;
        }
    }
    else{
        points[i].dist=dist(points[i],points[the_point]);
        points[i].cos=(points[i].x-points[the_point].x)/(points[i].dist);
    }
}
// 求出每一个点相对于the_point的距离与余弦值;
sort(points,points+n,compare); //根据余弦值排序
```

```
double dist(point a,point b){  
    return sqrt((a.x-b.x)*(a.x-b.x)+(a.y-b.y)*(a.y-b.y));  
}
```

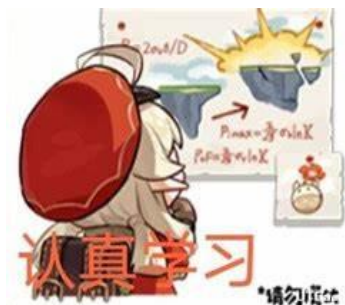
```
bool compare(const point& a,const point& b){  
    if(a.cos>b.cos){  
        return true;  
    }  
    else{  
        if(a.cos==b.cos){  
            if(a.dist<b.dist){  
                return true;  
            }  
        }  
        else{  
            return false;  
        }  
    }  
}  
//sort中的结构体排序
```

第三步：如何“查询使用”？

通过保持候选点的栈S，令连续线段向左或向右转



（显然P1, P2, P3转折是线段向右）



看了一眼闭包图，思考了一下如果把P2加进去后
.....！明白了什么叫“连续线段向左”

代码实现:

```
3  PUSH( $p_0$ , S)
4  PUSH( $p_1$ , S)
5  PUSH( $p_2$ , S)
6  for  $i \leftarrow 3$  to  $m$ 
7      while ( 由NEXT-TO-TOP(S)、TOP(S)和 $p_i$ 组成
              的连续线段不向左转弯 ) // 直线, 栈顶点在
              凸包边上; 右转, 点在凸包内
8      POP(S)
9      PUSH( $p_i$ , S) //  $p_i$  可能为凸包顶点, 入栈
10 return S
```

显然, S是栈类型, 可以用C++中的stack, 但是伪代码中的NEXT-TO-TOP(S)用stack却不便于实现, 鉴于数据中n不大, 可以直接采用数组:ans[]+int数:ans_num充当栈

```
int ans[1005], ans_num=0, lines=0;
    ans[ans_num++] = 0;
    ans[ans_num++] = 1;
    ans[ans_num] = 2;
    for(int i=3; i<n; i++){
        while(F_judge(points[ans_num-1], points[ans_num], points[i]) <= 0){
            ans[ans_num--] = 0;
        }
        ans_num++;
        ans[ans_num] = i;
    } //求得闭包上的点组ans;
```



第四步：如何实现F_judge?

向量积

设点 $a(x_1, y_1)$

设点 $b(x_2, y_2)$

$$axb = |a| * |b| * \sin\theta = x_1 * y_2 - x_2 * y_1$$

根据向量积的公式，我们可以得出：

$$axb = 5 \times 3 - 3 \times 0 = 15 > 0$$

$$bxa = 3 \times 0 - 5 \times 3 = -15 < 0$$

在这里我们直接给出结论：

如果 axb 为正数，

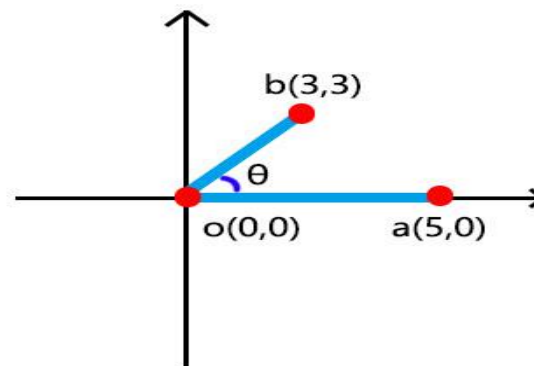
则 b 线在 a 线的逆时针方向(围绕圆心)；

如果 axb 为负数，

则 b 线在 a 线的顺时针方向；

如果 axb 为0，

则 a 线和 b 线是重合的。



<https://blog.csdn.net/KnightHONG>

代码实现：

```
double F_judge(point a, point b, point c){  
    return (b.x-a.x)*(c.y-b.y)-(c.x-b.x)*(b.y-a.y);  
}  
//根据向量机判断边是否“右转”;
```

第五步：已知凸包上的点求周长

```
for(int i=0;i<ans_num;i++){
    point_1=points[ans[i]];
    point_2=points[ans[i+1]];
    C_part[lines++]=disT(point_1,point_2);
}
//根据ans求各个边长
C_part[lines]=disT(points[ans[ans_num]],points[0]); //最后一条边
for(int i=0;i<=lines;i++){
    C_all=C_all+C_part[i];
}
//求和
printf("%.10f\n",C_all);
```



米游社@樱满通行

（总算是有我会的了）

AC代码（封装版）：

```
#include<iostream>
#include<algorithm>
#include<cmath>
#include<cstdlib>
using namespace std;
struct point{
    double x;
    double y;
    double cos;
    double dist;
}points[1005],point_1,point_2;
int the_point,lines,n,ans[1005],ans_num;
double C_part[1005],C_all;
```

```
bool compare(const point& a,const point& b){
    if(a.cos>b.cos){
        return true;
    }
    else{
        if(a.cos==b.cos){
            if(a.dist<b.dist){
                return true;
            }
        }
        else{
            return false;
        }
    }
} //sort中的结构体排序
double F_judge(point a,point b,point c){
    return (b.x-a.x)*(c.y-b.y)-(c.x-b.x)*(b.y-a.y);
} //根据向量机判断边是否“右转”；
double dist(point a,point b){
    return sqrt((a.x-b.x)*(a.x-b.x)+(a.y-b.y)*(a.y-b.y));
}
```

```

void input(){
    for(int i=0;i<n;i++){
        scanf(" %lf %lf",&points[i].x,&points[i].y);
        if(points[the_point].y>points[i].y){
            the_point=i;
        }
        else if(points[the_point].y==points[i].y){
            if(points[the_point].x>points[i].x){
                the_point=i;
            }
        }
    }
    //输入并寻找the_point(坐标原点);
}

```

```

void refine_point(){
    for(int i=0;i<n;i++){
        if(points[i].y==points[the_point].y){
            if(points[i].x>points[the_point].x){
                points[i].cos=1;
            }
            else{
                points[i].cos=2;
            }
        }
        else{
            points[i].dist=dist(points[i],points[the_point]);
            points[i].cos=(points[i].x-points[the_point].x)/(points[i].dist);
        }
    }
    // 求出每一个点相对于the_point的距离与余弦值;
}

```

```

void get_ans(){
    ans_num=0;
    lines=0;
    ans[ans_num++]=0;
    ans[ans_num++]=1;
    ans[ans_num]=2;
    for(int i=3;i<n;i++){
        while(F_judge(points[ans_num-1],points[ans_num],points[i])<=0){
            ans[ans_num--]=0;
        }
        ans_num++;
        ans[ans_num]=i;
    }
    //求得闭包上的点组ans;
}

```

```

void ans_to_C(){
    for(int i=0;i<ans_num;i++){
        point_1=points[ans[i]];
        point_2=points[ans[i+1]];
        C_part[lines++]=disT(point_1,point_2);
    }
    //根据ans求各个边长
    C_part[lines]=disT(points[ans[ans_num]],points[0]); //最后一条边
    for(int i=0;i<=lines;i++){
        C_all=C_all+C_part[i];
    }
    //求和
}

```



```
int main(){
    int t;
    cin >> t;
    for(int k=0;k<t;k++){
        scanf("%d",&n);
        input();
        refine_point();
        sort(points,points+n,compare); //根据余弦值排序
        get_ans();
        ans_to_C();
        printf("%.10f\n",c_all);
    }
    return 0;
}
```



开开心心AC啦！

OS:（希望助教下一次还出板子）

谢谢大家观看!祝大家
次次及格AK!

