

## E5-I 题

题目：



北航幼儿园也出现了疫情！

北航幼儿园可以被抽象为一个  $m$  维欧氏空间，其中有  $n$  个实验室，第  $i$  个实验室的坐标为  $(x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,m})$ 。

北航幼儿园即将执行静默管理，为计算财政支出，他们请小水獭帮忙计算一下北航幼儿园的直径，即任意两所实验室之间曼哈顿距离的最大值。

在  $m$  维欧氏空间中，两点  $(x_1, x_2, \dots, x_m)$  和  $(y_1, y_2, \dots, y_m)$  的曼哈顿距离为：

$$\sum_{i=1}^m |x_i - y_i|$$

小水獭的健康宝弹窗了，无法前往实地计算，你能帮帮它嘛？

简单来说就是给出  $m$  维空间中的  $n$  个点的坐标，求出任意两点之间的最大曼哈顿距离。

不妨从  $m=2$  开始讨论。

设点  $A(x_1, x_2)$ ,  $B(y_1, y_2)$ ，易知这两点的曼哈顿距离为  $\text{man}(A, B) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$ 。但是有绝对值的式子不好处理，于是可以将其变形为  $\text{man}(A, B) = (k_1 * x_1 + k_2 * x_2) - (k_1 * y_1 + k_2 * y_2)$ 。可以这样变形是因为，无论  $|x_1 - y_1|$  是正是负（无论拆绝对值之后要给  $x_1 - y_1$  添加正号还是负号）， $x_1$  和  $y_1$  的符号都是相反的。同理  $x_2$  和  $y_2$ 。

同时可以知道， $k_1$  和  $k_2$  只可能有两个取值：-1 和 1。即一共有  $2^2 = 2 * 2 = 4$  种情况。具体要取哪种情况则与  $A$ 、 $B$  两点的位置有关，而计算两个点的曼哈顿距离时，这两个点的算式的  $k_1$ 、 $k_2$  的值应该相同（取同一种情况）。

为了得到最大曼哈顿距离，需要将所有点的这 4 种情况都记录下来，并对这 4 种情况的每个点排序。易知当  $k_1 * x_1 + k_2 * x_2$  尽量大，而  $k_1 * y_1 + k_2 * y_2$  尽量小时，曼哈顿距离最大。故需要将每种情况的最大值减去最小值记录下来，并找到这 4 个值的最大值，即为最大曼哈顿距离。

而  $m > 2$  时的情况也和  $m=2$  时的差不多。

设点  $A(x_1, x_2, \dots, x_m)$ ,  $B(y_1, y_2, \dots, y_m)$ ，易知这两点的曼哈顿距离为  $\text{man}(A, B) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| + \dots + |x_m - y_m|$ 。而类似  $m=2$  的情况，也可以将这个式子变形为  $\text{man}(A, B) = (k_1 * x_1 + k_2 * x_2 + \dots + k_m * x_m) - (k_1 * y_1 + k_2 * y_2 + \dots + k_m * y_m)$ 。同样， $k_1, k_2, \dots, k_m$  都只可能取 -1 或 1，一共有  $2^m$  种情况。同样需要将所有点的这  $2^m$  种情况都记录下来，并对每种情况的每个点排序，记录每种情况的最大值减去最小值，并找出这  $2^m$  个值中的最大值，即为曼哈顿距离。

关键代码：

```
for(int i=1; i<=n; i++)//第i个点
{
    for(int j = 0; j<m; j++)//读入
        scanf("%d", &x[j][i]);
    for(int j = 0; j<1<<m; j++)//记录2^m种情况
    {
        p[j][i] = 0;
        for(int k = 0; k<m; k++)
        {
            int a = (j&(1<<k))>0?-1:1;
            p[j][i] += a*x[k][i];
        }
    }
}
```