

# C1-B problem

## 题目描述

Zhoues 对《算法导论》这本书简直是爱不释手，当他翻到这本书的第 23 页准备暗中观察时，立马被 Horner 规则给吸引到了，于是他打算做一个基于 Horner 规则的一元多项式计算器，帮助他进行一类特殊的二元多项式。

具体来说，给定如下两个一元多项式：

$$\sum_{i=0}^n a_i x^i = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$$
$$\sum_{i=0}^m b_i y^i = b_0 + b_1 y + b_2 y^2 + \dots + b_m y^m$$

定义如下的二元多项式：

$$f(x, y) = \left( \sum_{i=0}^n a_i x^i \right) \left( \sum_{i=0}^m b_i y^i \right)$$

你需要处理  $q$  次计算，第  $i$  次计算给定两个变量值  $X_i$  和  $Y_i$ ，你需要求解  $f(X_i, Y_i) \bmod 10007$ 。

## 输入格式及数据规模

第一行一个正整数  $n$  ( $1 \leq n \leq 3 \times 10^4$ )，表示第一个一元多项式的次数。

第二行  $n+1$  个非负整数  $a_0, a_1, \dots, a_n$  ( $0 \leq a_i \leq 10^3$ )，表示第一个一元多项式的系数。

第三行一个正整数  $m$  ( $1 \leq m \leq 3 \times 10^4$ )，表示第二个一元多项式的次数。

第四行  $m+1$  个非负整数  $b_0, b_1, \dots, b_m$  ( $0 \leq b_i \leq 10^3$ )，表示第二个一元多项式的系数。

第五行一个正整数  $q$  ( $1 \leq q \leq 2.5 \times 10^3$ )，表示计算的次数。

接下来  $q$  行，第  $i$  行两个非负整数  $X_i, Y_i$  ( $0 \leq X_i, Y_i \leq 10^4$ )，表示第  $i$  次计算给定的两个变量值。

## 题解思路

- 为了避免计算过程中数值过大越界，利用提示： $ab \bmod c = (a \bmod c)(b \bmod c) \bmod c$ ，在每次计算两数乘法时先将两数分别取模相乘后再取模。
- 由提示，可以分别计算两个一元多项式对 10007 取模后相乘

- 对于每个一元多项式，计算每项模值之和，由于次数最大可取到 $3 \times 10^4$ ，若每项相乘再相加计算，算法的时间复杂度将为 $O(n^2)$ ，实测会超时。
- 对算法进行优化：发现一元多项式次数一次递增，因此一元多项式每项的 $x^i$ 可以使用前一项的模值计算。可以将算法复杂度降为 $O(n)$ 。

## 代码

```
#include <iostream>
#include <math.h>
#include <vector>

using namespace std;

const int MOD = pow(10,4) + 7;

int main() {
    int n1, n2;
    vector<int> v1, v2;
    cin >> n1;
    for (int i = 0; i <= n1; i++) {
        int tmp;
        cin >> tmp;
        v1.push_back(tmp);
    }
    cin >> n2;
    for (int i = 0; i <= n2; i++) {
        int tmp;
        cin >> tmp;
        v2.push_back(tmp);
    }
    int n;
    cin >> n;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int x, y;
        cin >> x;
        cin >> y;

        int ans_x = v1[0], ans_y = v2[0];
        int ans = 0;
        int x_p = 1, y_p = 1;
        for (int j = 1; j < v1.size(); j++) {
            x_p = (x_p * x) % MOD;
            ans_x += ((v1[j] * x_p) % MOD);
            ans_x %= MOD;
        }
        for (int j = 1; j < v2.size(); j++) {
            y_p = (y_p * y) % MOD;
            ans_y += ((v2[j] * y_p) % MOD);
            ans_y %= MOD;
        }
        ans = (ans_y * ans_x) % MOD;
        cout << ans << endl;
    }
    return 0;
}
```

