

国庆作业 (1)

- 1、已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 集合 $M = \{1, 3, 5, 7\}$, $N = \{5, 6, 7\}$, 则 $\bar{M} \cup \bar{N}$ = _____.
- 2、已知 $x^2 + ax + b < 0$ 的解集是 $(-2, 3)$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.
- 3、设 $x \in \mathbf{R}$, 则 “ $x^2 - 5x < 0$ ” 是 “ $\frac{x-3}{x-2} < 0$ ” _____ 的条件. (填写 “充分不必要”, “必要不充分”, “充要”, “既不充分又不必要”)
- 4、若 $A = \{x | a+1 \leq x \leq 2a-1\}$, $B = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是 _____.
- 5、设集合 $M = \{x | 5 - |2x-3| \in \mathbf{N}^*\}$, 则 M 的所有非空真子集的个数是 _____.
- 6、已知 $A = \{(x, y) | y = |x|, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y) | x - 3y + 4 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 用列举法表示 $A \cap B =$ _____.
- 7、不等式 $-1 < \frac{1}{x} \leq 1$ 的解集为 _____.
- 8、设集合 $A = \{(x, y) | y = 1 - 3x\}$, $B = \{(x, y) | y = (1 - 2m^2)x + 5\}$, 其中 $x, y, m \in \mathbf{R}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是 _____.
- 9、如果 2 属于关于 x 的不等式 $x^2 - 3kx + k^2 + k < 0$ 的解集, 则 k 的取值范围为 _____.
- 10、集合 $M = \left\{x \left| \frac{x+a}{x^2-1} = 1 \right.\right\}$ 有且仅有 2 个子集, 则 a 的取值集合为 _____.
- 11、给出下列命题:
 - ① 若 $ab > 0$, $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$;
 - ② 若 $a > b$, $c > d$, 则 $a - c > b - d$;
 - ③ 对于正数 a, b, m , 若 $a < b$, 则 $\frac{b}{a} < \frac{b+m}{a+m}$.其中真命题的序号是 _____.

12、设集合 $A = \left\{ x \mid m \leq x \leq m + \frac{3}{4} \right\}$, $B = \left\{ x \mid n - \frac{1}{3} \leq x \leq n \right\}$, 且 A, B 都是集合 $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$ 的子集, 如果把 $b - a$ 叫做集合 $\{x \mid a < x < b\}$ 的长度, 那么集合 $A \cap B$ 的“长度”的最小值是_____.

13. 求下列不等式组和方程的解集.

$$(1) \begin{cases} |3x - 1| > 5 \\ \frac{x + 3}{x - 1} \geq 2 \end{cases} \quad (2) |x - 2| + |3x - 5| = |4x - 7|$$

14. 已知 $m > 0$, $p: (x + 1)(x - 5) \leq 0$, $q: 1 - m \leq x \leq 1 + m$.

(1) 若 $m = 5$, p, q 有且只有一个为真命题, 求实数 x 的取值范围;

(2) 若 p 是 q 的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围.

15. 设不等式 $|1-2x| < 1$ 的解集为 M .

(1) 求集合 M ;

(2) 若 $a, b \in M$ 且 $a > b$, 试比较 $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}$ 和 $a+b$ 的大小, 并说明理由.

16. 已知关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2(3k-1)x + 9k-1 = 0$.

(1) 若上述方程的两根都是正数, 求实数 k 的取值范围;

(2) 若上述方程的两根恰有一个是正数, 且 k 为整数, 如果有直接写出实数 k 的取值, 如果不存在, 说明理由.

17. 若关于 x 的不等式 $(2x+1)^2 < ax^2$ 的解集中恰有 3 个整数, 求实数 a 的取值范围.

18. 已知数集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ($1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_n, n \geq 2$) 具有性质 P : 对任意的

i, j ($1 \leq i \leq j \leq n$), $a_i a_j$ 与 $\frac{a_j}{a_i}$ 两数中至少有一个属于 A ;

(1) 分别判断数集 $\{1, 3, 4\}$ 与 $\{1, 2, 3, 6\}$ 是否具有性质 P , 并说明理由;

(2) 证明: $a_1 = 1$ 且 $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{a_1^{-1} + a_2^{-1} + \dots + a_n^{-1}} = a_n$;

(3) 当 $n = 5$ 时, 若 $a_2 = 2$, 求集合 A .