270834

10.19 周末作业

1.已知集合$A=\left\{x\left|\frac{2}{1-x}\in\mathbf{N},x\in\mathbf{Z}\right.\right\}$,用列举法表示$A=$ {0, -1}

2.已知集合$A=\{y|\ y=x^2-1\}$,集合$B=\{(x,y)\ |\ y=2-|x|\}$,则$A\cap B=$ ϕ.

3. 若集合$A=\{x\ |\ ax^2+x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$，且A中只有一个元素，则$a=$ $\frac{1}{4}$或0.

4. 用反证法证明“自然数a，b，c中至多有一个偶数”时，假设应为 自然数a.b.c至少有2个偶数

5. 若集合$A=\left\{(x,y)\left|\frac{y-1}{x-2}=1\right.\right\}$，$B=\left\{(x,y)\left|y=x^2-2x+1\right.\right\}$，则$A\cap B=$ {(1,0)}

6. 设$a\in R$，若$x>0$时均有$[(a-1)x-1](x^2-ax-1)\geq 0$，则$a=$ $\frac{3}{2}$.

7. 已知$-1\leq a+b\leq 4,2\leq a-b\leq 3$,则$3a-2b$的取值范围为 $[\frac{9}{2},\frac{19}{2}]$.

8. 设集合$M=\left\{x\left|x=\frac{k\pi}{2}\pm\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$N=\left\{x\left|x=\frac{k\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，则$M$、$N$之间的关系为 $M\subsetneq N$.

9. 若集合$A=\{x\ |\ |x^2+ax+b|=2,a,b\in R\}$中有且只有3个元素，且这3个元素恰为直角三角形的三边，则$4a+b=$ -2

10. 已知关于x的不等式组$\begin{cases}\frac{x-a}{x-1+a}<0\\ x+3a>1\end{cases}$的整数解恰好有两个，则实数$a$的取值范围是 (1, 2]

11. 已知正实数x，y，z满足$x^2+xy+yz+xz+x+z=6$，则$3x+2y+z$的最小值是 $4\sqrt{3}-2$.

12. 对于数集$X=\{-1,x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n\}$，其中$0<x_1<x_2<x_3<\cdots<x_n,n\geq 2$，定义点集$Y=\{(s,t)\ |\ s\in X,t\in X\}$，若对于任意$(s_1,t_1)\in Y$，存在$(s_2,t_2)\in Y$，使得$s_1s_2+t_1t_2=0$，则称集合$X$具有性质$P$.则下列命题中为真命题的是 ①②③.

①$X=\{-1,1,2\}$具有性质P；

②若集合X具有性质P，则$1\in X$；

③集合X具有性质P，若$x_1=\frac{1}{2}$，则$x_n=1$.

13. 数集 $A=\{x\mid x=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$，$C=\{x\mid x=4k-1,k\in\mathbf{Z}\}$，若 $a\in A$，$b\in B$，则 $a+b\in$（ A ）

A. A　　B. B　　C. C　　D. A，B，C都有可能

14. 若 A、B 是全集 I 的真子集，则下列四个命题：① $A\cap B=A$；② $A\cup B=A$；③ $A\cap(\overline{B})=\varnothing$；④ $A\cap B=I$；⑤ $x\in B$ 是 $x\in A$ 的必要不充分条件．其中与命题 $A\subseteq B$ 等价的有（ B ）

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

15. 已知 a_1，a_2，b_1，b_2，c_1，c_2 均为非零实数，不等式 $a_1x^2+b_1x+c_1>0$ 和 $a_2x^2+b_2x+c_2>0$ 的解集分别为集合 M 和 N，且 $\varnothing\subset M\subset\mathrm{R}$，$\varnothing\subset N\subset\mathrm{R}$．那么"$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$"是"$M=N$"的（ ~~A~~. B ）

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

16. 下面命题错误的是（ C ）

A. "$a>1$"是"$\frac{1}{a}<1$"的充分不必要条件

B. "$m<0$"是"二次方程 $x^2+(m-3)x+m=0$ 有一正根一负根"的充要条件

C. "$x\le1$ 且 $y\le1$"是"$x+y\le2$"的充要条件

D. 设 $a,b\in\mathbf{R}$，则"$a\ne0$"是"$ab\ne0$"的必要不充分条件

17. 某游泳馆出售冬季学生游泳卡，每张 240 元，使用规定：不记名，每卡每次只限 1 人，每天只限 1 次，某班有 48 名同学，老师打算组织同学们集体去游泳，除需要购买游泳卡外，每次还要包 1 辆车，无论乘坐多少名乘客，包车费均为 40 元，若使每位同学游泳 8 次，每人需至少交多少钱？

设买 x 张卡．

∴总开支 $y=240x+\frac{384}{x}\times40$

$=240\left(x+\frac{64}{x}\right)\geq 240\times2\sqrt{64}=3840$

当 $x=\frac{64}{x}$，$x=8$ 时取等

$\frac{3840}{48}=80$（元）

∴至少交80元

18.设集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$, $B=\{x|x^2+2(a+1)x+(a^2-5)=0\}$;

(1) 若 $A\cap B=\{2\}$，求实数 a 的值;

(2) 若 B 集合中有两个元素 x_1,x_2，求 $|x_1-x_2|$;

(3) 若 $U=\mathbf{R}$, $B\cap\overline{A}=\varnothing$，求实数 a 的取值范围;

(1) $A=\{1,2\}$ $A\cap B=\{2\}$ $\therefore 2\in B$

$\therefore 4+4a+4+a^2-5=0$

$a=-3$ 或 -1

(2) $(x_1-x_2)^2=4(a+1)^2-4(a^2-5)=8a+24$

$\therefore |x_1-x_2|=\sqrt{|8a+24|}$

$\because \Delta=4(a+1)^2-4(a^2-5)=8a+24>0$

$\therefore |x_1-x_2|=\sqrt{8a+24}$

(3) $A=\{1,2\}$

$\because B\cap\overline{A}=\phi$

$\therefore B\subseteq A$

$1°$ $B=\phi$ 时 Δ 成立

$\therefore \Delta=8a+24<0$ $a<-3$

$2°$ 当 $B=\{2\}$ 时 $\begin{cases}\Delta=8a+24=0\\ 2^2+4(a+1)+a^2-5=0\end{cases}$

$\therefore a=-3$

$3°$ 当 $B=\{1,2\}$ 时 a 无解

综上 $a\in(-\infty,-3]$

19.已知 $m\in\mathbf{R}$,一个二次项系数为 1 的一元二次方程的两个不等实根分别为 x_1 和 x_2 $(x_1<x_2)$,且

满足 $\begin{cases}x_1^2+x_2^2=2m^2-4\\ x_1+x_2=m\end{cases}$,

(1) 直接写出该一元二次方程;

(2) 若 $(3x_1-x_2)(3x_2-x_1)\geq -1$，求 m 的取值范围;

(3) 若 m 为正整数，记集合 $A=[x_1,x_2]\cap\mathbf{Z}$，若 $A\neq\varnothing$，且 A 中元素个数不超过 4，求正整数 m 的取值范围.

(1) $x^2-mx+(2-\frac{m^2}{2})=0$

(2) $\Delta=m^2-4(2-\frac{m^2}{2})$

$=3m^2-8>0$

$\therefore m\in(-\infty,-\frac{2}{3}\sqrt{6})\cup(\frac{2}{3}\sqrt{6},+\infty)$

$9x_1x_2+x_1x_2-3x_1^2-3x_2^2$

$=10(2-\frac{m^2}{2})-3(2m^2-4)$

$=32-11m^2\geq -1$

$\therefore m\in[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$

综上 $m\in[-\sqrt{3},-\frac{2}{3}\sqrt{6})\cup(\frac{2}{3}\sqrt{6},\sqrt{3}]$

(3) . ?

20. 已知函数 $f(x)=|2x-1|+|2$

(1) 当 $a=-2$ 时，求不等式 f

(2) 设 $a>-1$，且当 $x\in\left[-\frac{a}{2}\right.$

(1) $a=-2$ $\therefore |2x$

$\therefore x\in$

(2) $a>-1$ 且

$f(x)=1+a$ 不

$\therefore x\geq a-2$ 对

$\therefore -\frac{a}{2}\geq a$

$\therefore a\in($

20. 已知函数 $f(x)=|2x-1|+|2x+a|$， $g(x)=x+3$.

(1) 当 $a=-2$ 时，求不等式 $f(x)<g(x)$ 的解集；

(2) 设 $a>-1$，且当 $x\in\left[-\frac{a}{2},\frac{1}{2}\right)$ 时，$f(x)\le g(x)$，求 a 的取值范围.

(1) $a=-2$ $\therefore |2x-1|+|2x-2|-x-3<0$

$\therefore x\in(0,2)$

(2) $a>-1$ 且当 $x\in[-\frac{a}{2},\frac{1}{2}]$ 时

$f(x)=1+a$ 不等式化为 $1+a\le x+3$

$\therefore x\geq a-2$ 对 $x\in[-\frac{a}{2},\frac{1}{2}]$ 都成立.

$\therefore -\frac{a}{2}\geq a-2$

$\therefore a\in(-1,\frac{4}{3}]$

(2) $(3x_1-x_2)(3x_2-x_1)\geqslant -1 \Rightarrow 10x_1x_2-3(x_1^2+x_2^2)\geqslant -1$ 由 $2x_1x_2=(x_1+x_2)^2-(x_1^2+x_2^2)=m^2-(2m^2-4)=4-m^2$

知 $20-5m^2-6m^2+12\geqslant -1 \Rightarrow 11m^2\leqslant 33$ $m^2\leqslant 3$. $m\in[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$ 但有 $(x_1-x_2)^2=x_1^2+x_2^2-2x_1x_2=2m^2-4-4+m^2=3m^2-8>$

$(x_1\neq x_2)$ 知 $m>\frac{2}{3}\sqrt{6}$ 或 $m<-\frac{2}{3}\sqrt{6}$. 综上 $m\in[-\sqrt{3},-\frac{2}{3}\sqrt{6})\cup(\frac{2}{3}\sqrt{6},\sqrt{3}]$

(3) $[x_1,x_2]\cap Z$ 中且包含不超过4个元素. 由(2)知 $m^2>\frac{8}{3}$. $m\in Z$ 则 $m\geqslant 2$. x_1,x_2 为 $x^2-mx+2-\frac{m^2}{2}=0$ 的两异根.

则 $x_1,x_2=\frac{m\pm\sqrt{3m^2-8}}{2}$. ① $m=2$ 时 $x_1,x_2=\frac{2\pm 2}{2}=0,2$ 则 $|A|=3$ 成立. ② $m=3$ 时. $x_1,x_2=\frac{3\pm\sqrt{19}}{2}$ $-1<x_1<0$ $3<x_2<4$. 则

$A=\{0,1,2,3\}$. 成立 ③ $m\geqslant 4$ 时. $|x_2-x_1|=\sqrt{3m^2-8}\geqslant\sqrt{40}>5$ 则 $|A|\geqslant 5$ 矛盾. 故 $m=2$ 或 3