12.21 周末作业（三角比第一阶段综合练习）

1. 平面直角坐标系中，角 α、β 终边关于 y 轴对称，若 $\sin\alpha=\frac{1}{3}$，则 $\sin\beta=$ $\frac{1}{3}$.

2. 若 α 是第三象限角，且 $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\sin\alpha=$ $-\frac{\sqrt{6}}{3}$.

3. 设 $\cos 100°=k$，则 $\tan 100°=$ $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$.

4. 若 $\sin\alpha=-\frac{4}{5}$，$\tan\alpha>0$，则 $\cos\alpha=$ $-\frac{3}{5}$.

5. 已知 $\sin\alpha\tan\alpha=1$, 则 $\cos\alpha=$ $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

10

6. 若 $\cos\alpha+2\sin\alpha=-\sqrt{5}$，则 $\tan\alpha=$ 2.

7. 函数 $f(x)=\log_a(x-2)+4(a>0,a\neq 0)$ 的图像过定点 P, 角 α 的终边过 P, 则 $\frac{\sin\alpha+2\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=$ 10.

8. 平面直角坐标系中，动点 P、Q 均从单位圆上的点 $A(1,0)$ 出发，P 按逆时针方向每秒钟转 $\frac{\pi}{6}$ 弧度，Q 按顺时针方向每秒钟转 $\frac{11\pi}{6}$ 弧度，则 P、Q 两点在第 2019 次相遇时，点 P 的坐标为 $(0,1)$.

9. 化简 $\frac{\tan\alpha\sin\alpha}{\tan\alpha-\sin\alpha}-\frac{\tan\alpha+\sin\alpha}{\tan\alpha\sin\alpha}$ 的结果是 0.

10. 若 $f(n)=\sin\frac{n\pi}{4}, n\in\mathrm{N}, n\geq 1$，则 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2022)=$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

11. ΔABC 为锐角三角形，若角 θ 终边上异于原点的点 P 坐标为 $(\sin A-\sin B,\cos A-\sin C)$, 则 $\frac{\sin\theta}{|\sin\theta|}+\frac{\cos\theta}{|\cos\theta|}+\frac{\tan\theta}{|\tan\theta|}=$ -1.

12. $\sin\alpha=\cos\frac{2\pi}{5}, \alpha\in(0,\pi)$, 则 $\alpha=$ $\frac{\pi}{10}$.

13. 设函数 $f(x)$ 满足 $f(x+\pi)=f(x)+\sin x$, 当 $0\leq x\leq\pi$ 时，$f(x)=0$, 则 $f(\frac{32\pi}{6})=$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

14. 若 $\lg(\tan x)=\lg(\cot x)$，则满足条件的 x 构成的集合为 $\{x|x=\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in Z\}$.

15. 若 $\sin\alpha$ 是 $5x^2-7x-6=0$ 的根，α 在第三象限，

$$\frac{\sin(-\alpha-\frac{3\pi}{2})\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})}\cdot\tan^2\alpha= -\frac{9}{16}.$$

16. 在ΔABC中，若$\sin(2\pi-A)=-\sqrt{2}\sin(\pi-B),\sqrt{3}\cos A=-\sqrt{2}\cos(\pi-B)$，则$\angle C=$ $\frac{\pi}{2}$． $\frac{7}{12}\pi$

17. 关于x的方程$ax^2+x-\frac{1}{2}=0$的解集为$\{\sin\theta\}$，$\theta\in[0,2\pi]$，则$\theta=$ $\frac{1}{6}\pi,\frac{5}{6}\pi,\frac{1}{2}\pi$．

18. 已知扇形的圆心角所对的弦长为2，圆心角为$\frac{2\pi}{3}$弧度．求:

(1) 这个圆心角所对的弧长；

(2) 这个扇形的面积.

(2) $S=\frac{l\cdot r}{2}=\boxed{\frac{4}{9}\pi}$

解：(1) $2=2\cdot r\cdot\sin\frac{\pi}{3}$

$\therefore r=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\therefore l=\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{2\pi}{3}=\boxed{\frac{4\sqrt{3}}{9}\pi}$

19. 已知$f(x)=\dfrac{\cos^2(n\pi+x)\cdot\sin^2(n\pi-x)}{\cos^2[(2n+1)\pi-x]}(n\in Z)$.

(1)化简$f(x)$的表达式.

(2)求$f(\frac{\pi}{2010})+f(\frac{502\pi}{1005})$的值.

解 (1) $f(x)=\frac{\cos^2x\sin^2x}{\cos^2x}=\boxed{\sin^2x}$

(2) 原式$=\sin^2\frac{\pi}{2010}+\sin^2\frac{502\pi}{1005}$

$=\sin^2\frac{\pi}{2010}+\cos^2\frac{\pi}{2010}$

$=\boxed{1}$

11. $\sin A-\sin B$ 可正可负；又 $A+C>\frac{\pi}{2}$，$\frac{\pi}{2}>C>\frac{\pi}{2}-A>0$

又 $y=\sin x$，$x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 上↑；$\sin C>\sin(\frac{\pi}{2}-A)=\cos A$.

$\cos A-\sin C<0$，

∴ θ 在第二或第四象限 . $YS=1-1-1=-1$ 或 $-1+1-1=-1$；

12. $\sin\alpha=\cos\frac{2}{5}\pi=\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{5}\pi)=\sin\frac{\pi}{10}$，$\alpha\in(0,\pi)$

$\alpha=\frac{\pi}{10}$ or $\frac{9}{10}\pi$.

16. $-\sin A=-\sqrt{2}\sin B$ ① $\sqrt{3}\cos A=\sqrt{2}\cos B$ ②

①^2+②^2. $\begin{cases}\sin^2A+3\cos^2A=2\\ \sin^2A+\cos^2A=1\end{cases}$ $\cos^2A=\frac{1}{2}$

$\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$-\frac{\sqrt{2}}{2}$(舍)；$\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$A=\frac{\pi}{4}$，$B=\frac{\pi}{6}$. ∴ $\angle C=\frac{7}{12}\pi$；

17. $a=0$ 时，$x=\frac{1}{2}=\sin\theta \Rightarrow \theta=\frac{\pi}{6}$，$\frac{5}{6}\pi$；

$a\neq0$ 时，$\Delta=1+2a=0$，$a=-\frac{1}{2}$；$\sin\theta=1$，$\theta=\frac{\pi}{2}$

20.已知函数$y=\left|\sin x+\cos x+\tan x+\cot x+\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}\right|$,

(1)求$|\sin x+\cos x|$的最小值.

(2)求函数$y=\left|\sin x+\cos x+\tan x+\cot x+\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}\right|$的最小值.

解 (1) 显然 YS $\geq \boxed{0}$，可取 $\sin x=-\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(2) 令 $\sin x+\cos x=p$，$\sin x\cos x=q$，$p^2-2q=1$

$\therefore y=\left|p+\frac{1}{q}+\frac{p}{q}\right|$

$=\left|(p-1+\frac{2}{p-1})+1\right|$

$\geq \boxed{2\sqrt{2}-1}$，此时 $\sin x+\cos x=\sin x\cos x=1-\sqrt{2}$