是有界函数！ $x\in[1,2]$

1. $F(x)=x|x-2a|+3$ ， M 即 $F(x)_{max}-F(x)_{min}$

① 当 $2a\le 1$ 即 $a\le\frac{1}{2}$ 时 $|x-2a|=x-2a$.

$\therefore F(x)=x^2-2ax+3$ ，对称轴 $x=a\le\frac{1}{2}$ $\therefore F(x)$ 在 $[1,2]$ 上单调递增

$\therefore M=F(2)-F(1)=3-2a$ ， $(a\le\frac{1}{2})$

② 当 $2a\ge 2$ 即 $a\ge 1$ 时 $|x-2a|=2a-x$

$\therefore F(x)=-x^2+2ax+3$ ，对称轴 $x=a$

当 $a\in[1,\frac{3}{2}]$ 时 $F(x)_{min}=F(2)=4a-1$

当 $a\in[\frac{3}{2},+\infty)$ 时 $F(x)_{min}=F(1)=2a+2$

或利用 $F(x)_{min}=\min\{F(1),F(2)\}=\frac{F(1)+F(2)}{2}-\frac{|F(1)-F(2)|}{2}=\frac{6a+1}{2}-\frac{|2a-3|}{2}$.

当 $a\in[1,2]$ 时 $F(x)_{max}=F(a)=a^2+3$

当 $a\in(2,+\infty)$ 时 $F(x)_{max}=F(2)=4a-1$

$$\therefore M=\begin{cases}a^2-4a+4, & a\in[1,\frac{3}{2}]\\ a^2-2a+1, & a\in[\frac{3}{2},2]\\ 2a-3, & a\in(2,+\infty)\end{cases}$$

③ 当 $1<2a<2$ 时，即 $\frac{1}{2}<a<1$

$$F(x)=\begin{cases}-x^2+2ax+3, & x\in[1,2a]\\ x^2-2ax+3, & x\in(2a,2]\end{cases}$$ 对称轴均为 $x=a<1$

$\therefore F(x)$ 在 $[1,2a]\downarrow$ ， $[2a,2]\uparrow$ ， $f(1)=2a+2$ ， $f(2)=7-4a$

当 $x=2a$ 时 $F(x)_{min}=0\cdot 2a+3=3$

$$F(x)_{max}=\max_{x\in[1,2]}\{f(1),f(2)\}=\begin{cases}7-4a, & \frac{1}{2}<a\le\frac{5}{6}\\ 2a+2, & 1>a>\frac{5}{6}\end{cases}$$

或利用 $\max\{f(1),f(2)\}=\frac{f(1)+f(2)}{2}+\frac{|f(1)-f(2)|}{2}=\frac{9-2a}{2}+\frac{|6a-5|}{2}$

$$\therefore M=\begin{cases}4-4a, & \frac{1}{2}<a\le\frac{5}{6}\\ 2a-1, & \frac{5}{6}<a<1\end{cases}$$

综上 $$M=\begin{cases}3-2a, & a\le\frac{1}{2}\\ 4-4a, & \frac{1}{2}<a\le\frac{5}{6}\\ 2a-1, & \frac{5}{6}<a<1\\ a^2-4a+4, & 1\le a\le\frac{3}{2}\\ a^2-2a+1, & \frac{3}{2}<a\le 2\end{cases}$$ ， $M=2a-3$ ， $a>2$