10.11 周末作业

1．给出下列条件：

①$p:x=1$或$x=2$，$q:x^2-3x+2=0$；

②$p:x^2-1=0$，$q:x-1=0$；

③$p:x>4$且$y>3$，$q:x+y>7$.

其中p是q的必要不充分条件的序号为__________.

②.

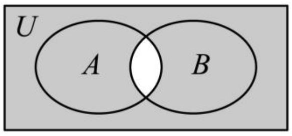
2．不等式$-x^2+2x-3>0$的解集是__________.

【答案】$\emptyset$

3．已知集合$A=\{x||x-\frac{5}{2}|\le\frac{3}{2}\}$，$B=\{x|m+1\le x\le 3m,m\in R\}$，若$A\cup B=A$，则$m$的取值范围是______.

【答案】$m\le\frac{4}{3}$

4．设集合$U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,3,5\}$，$B=\{2,3,5\}$，则图中阴影部分表示的集合是__________.



【答案】$\{1,2,4\}$.

5．集合$A=\{x\in N^*|x^2-3x-4\le 0\}$，$B=\{0,2,4,6\}$，则$A\cap B$中元素的个数为__________.

【答案】2

6．已知全集$U=R$，集合$A=\{x|x^2-4x\le 0\}$，$B=\{x|m\le x\le m+2\}$，若$A\cap B\ne\emptyset$，则实数m的取值范围为__________.

【答案】$[-2,4]$

6．不等式$|\frac{2x+3}{3x-2}|\ge 1$的解集为________.

【答案】$[-\frac{1}{5},\frac{2}{3})\cup(\frac{2}{3},5]$

7.若命题"对任意的$x\in R$，都有$ax^2+x-1<0$"为假命题，则实数a的取值范围为_______.

【答案】$a\ge-\frac{1}{4}$

8.若不等式$x^2+x-a>ax+2$对$\forall a\in(0,1]$恒成立，则实数x的取值范围是________.

【答案】$(-\infty,-2]\cup(\sqrt{3},+\infty)$

【分析】根据主元法得$(x+1)a-x^2-x+2<0$对$\forall a\in(0,1]$恒成立，再利用一次函数性质即可得到答案.

【详解】由不等式$x^2+x-a>ax+2$对$\forall a\in(0,1]$恒成立，

得$(x+1)a-x^2-x+2<0$对$\forall a\in(0,1]$恒成立，

令$g(a)=(x+1)a-x^2-x+2$，得$\begin{cases} g(0)=-x^2-x+2\le 0 \\ g(1)=x+1-x^2-x+2<0 \end{cases}$，

解得$x\in(-\infty,-2]\cup(\sqrt{3},+\infty)$，

$\therefore$实数 x 的取值范围是$(-\sqrt{3},1]$.

故答案为：$(-\infty,-2]\cup(\sqrt{3},+\infty)$.

9.若$\exists x\in[\frac{1}{2},2]$，使 $2x^2-\lambda x+1<0$成立是假命题，则实数λ的取值范围是__________.

【答案】$\lambda\le 2\sqrt{2}$

【详解】若$\exists x\in[\frac{1}{2},2]$，使 $2x^2-\lambda x+1<0$成立是假命题，

则“$\forall x\in[\frac{1}{2},2]$，使得 $2x^2-\lambda x+1\ge 0$成立”是真命题，

即$\forall x\in[\frac{1}{2},2]$，$\lambda\le\frac{2x^2+1}{x}=2x+\frac{1}{x}$恒成立，

因为 $2x+\frac{1}{x}\ge 2\sqrt{2x\times\frac{1}{x}}=2\sqrt{2}$，$x=\frac{\sqrt{2}}{2}$时等号成立，

所以$(2x+\frac{1}{x})_{\min}=2\sqrt{2}$，

所以$\lambda\le 2\sqrt{2}$，

故答案为：$\lambda\le 2\sqrt{2}$.

10. 已知集合A满足若$n\in A$且$n\in Z$，则$\frac{1}{n}\in A$，小张同学迅速得出 3 个结论：(1) $0\notin A$；(2) 集合A不可能是单元素集；(3) 当n取遍可以取的所有数时，集合元素的个数一定是偶数，其中正确结论的序号为_________.

【答案】(1) (3)

【分析】由集合的定义逐个判断即可.

【详解】若 $0\in A$ ，则 0 不能作为分母，故 $0\notin A$，故 (1) 正确；

当时$n=1$时，$\frac{1}{n}=1\in A$，所以$A=\{1\}$为单元素集，故 (2) 错误；

当时$n=-1$时，$\frac{1}{n}=-1\in A$，所以集合A一定包含± 1，

当n取其他整数时，则其倒数必在集合A中，

所以当n取遍可以取的所有数时，集合A的元素一定为偶数，故（3）正确.

故答案为：（1）（3）.

11．若函数$f(x)=|x+1|+|2x+a|$的最小值3，则实数a的值为______.

【答案】-4或8

【分析】利用含绝对值三角不等式，即可求解.

【详解】$f(x)=|x+1|+|2x+a|=|x+1|+|x+\frac{a}{2}|+|x+\frac{a}{2}|$，

则$|x+1|+|x+\frac{a}{2}|+|x+\frac{a}{2}|\geq|(x+1)-(x+\frac{a}{2})|+|x+\frac{a}{2}|=|1-\frac{a}{2}|+|x+\frac{a}{2}|$，

即$f(x)\geq|1-\frac{a}{2}|+|x+\frac{a}{2}|$，

当$(x+1)(x+\frac{a}{2})\leq 0$时，等号成立，

$|1-\frac{a}{2}|+|x+\frac{a}{2}|\geq|1-\frac{a}{2}|$，当$x+\frac{a}{2}$为0时等号成立，

所以$f(x)\geq|1-\frac{a}{2}|$，当且仅当$x+\frac{a}{2}=0$即$x=-\frac{a}{2}$时，等号成立，

所以$f(x)$的最小值为$|1-\frac{a}{2}|$，即$|1-\frac{a}{2}|=3$，

所以$a=-4$或$a=8$.

故答案为：-4或8

12. 已知p: $-x^2+16x-60>0$; q: $\frac{x-1}{\sqrt{x+1}}>0$; r: 关于x的不等式$x^2-3ax+2a^2<0(a\in R)$，若r是p的必要不充分条件，且r是q的充分不必要条件，则a的取值范围为__________.

【答案】$[5,6]$

【解析】首先求出命题p,q为真时的x的范围，再分类讨论解不等式$x^2-3ax+2a^2<0$，同时根据充分必要条件确定关于a的不等关系，得出a的范围.

【详解】由$-x^2+16x-60>0$解得：$6<x<10$，由$\frac{x-1}{\sqrt{x+1}}>0$解得：$x>1$，

（1）当$a>0$，由$x^2-3ax+2a^2<0$解得：$0<a<x<2a$，

若r是p的必要不充分条件，则$(6,10)\subseteq(a,2a)$，则$5\leq a\leq 6$①，

且r是q的充分不必要条件，则$(a,2a)\subseteq(1,+\infty)$，则$a\geq 1$②，

由①②得：$5 \le a \le 6$;

（2）当$a < 0$时，由$x^2 - 3ax + 2a^2 < 0$解得：$2a < x < a < 0$，若r是p的必要不充分条件，

$(6,10) \subseteq (2a,a)$不成立，$(2a,a) \subseteq (1,+\infty)$也不成立，不存在$a$值，

（3）当$a = 0$时，由$x^2 - 3ax + 2a^2 < 0$解得：r为$\emptyset$，$(6,10) \subseteq \emptyset$不成立，不存在$a$值，

综上，$5 \le a \le 6$为所求.

【点睛】本题考查由充分必要条件求参数取值范围，解题方法是：利用充分必要条件确定集合的包含关系，然后得出结论.

13．若$x \in R$，则“$x = -1$”是“$x^2 - 5x - 6 = 0$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分又不必要条件

【答案】A

【详解】$x^2 - 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1$或$x = 6$,

所以$x = -1 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$

但$x^2 - 5x - 6 = 0 \nRightarrow x = -1$.

所以“$x = -1$”是“$x^2 - 5x - 6 = 0$”的充分不必要条件.

故选：A.

14．若X是一个非空集合，M是一个以X的某些子集为元素的集合，且满足：①$X \in M$，$\emptyset \in M$；②对于X的任意子集A，B，当$A \in M$且$B \in M$时，有$(A \cup B) \in M$；③对于X的任意子集A，B，当$A \in M$且$B \in M$时，有$(A \cap B) \in M$，则称M是集合X的一个“M-集合类”.例如：$M = \{\emptyset, \{a\}, \{a,b\}\}$是集合$X = \{a,b\}$得一个“$M$—集合类”.若$X = \{a,b,c\}$，则所有含$\{b,c\}$的“$M$—集合类”的个数为（　）

A．9　　B．10　　C．11　　D．12

【答案】D

【详解】$X = \{a,b,c\}$的子集有$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}$,

由题意知M中一定含有$\emptyset, \{b,c\}, \{a,b,c\}$,

则M中可以含有的其他元素从剩余的$\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}$5个集合中选取；

当剩余的5个集合都不选时，$M = \{\emptyset, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$，共1个；

当只取1个时，$M = \{\emptyset, \{a\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$或$M = \{\emptyset, \{b\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$,

或$M=\{\emptyset,\{c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$，满足题意，此时$M$有3个；

当取2个时，$M=\{\emptyset,\{b\},\{a,b\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$或$M=\{\emptyset,\{b\},\{c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$，

或$M=\{\emptyset,\{c\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$，满足题意，此时$M$有3个；

当取3个时，$M=\{\emptyset,\{a\},\{c\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$或$M=$

$\{\emptyset,\{b\},\{c\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$，

或$M=\{\emptyset,\{a\},\{b\},\{a,b\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$或$M=\{\emptyset,\{b\},\{c\},\{a,b\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$，满足题意，此时$M$有4个；

当取4个时，没有符合题意的情况；

当5个全选时，$M=\{\emptyset,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$，共1个，

故所有含$\{b,c\}$的“M—集合类”的个数为$1+3+3+4+1=12$，

故选：D

15．解下列不等式：

(1)$x^2-5x+6<0$；　　　　(2)$\frac{3x+1}{3-x}>-1$.

【答案】(1)$(2,3)$；

(2)$(-2,3)$.

18．已知不等式$ax^2+(1-2a)x-2>0$，$a\in\mathrm{R}$.

(1)若不等式的解集为$\{x|x<-1$或$x>2\}$，求a的值；

(2)对$a\in\mathrm{R}$，讨论该不等式的解集.

【答案】(1)1

(2)答案见解析

【分析】(1）根据题意，得到-1和2是方程$ax^2+(1-2a)x-2=0$的两个根，结合根与系数的关系，即可求解；

（2）结合一元二次不等式的解法，分类讨论，即可求解.

【详解】(1）解：由不等式的解集为$\{x|x<-1$或$x>2\}$，

可得-1和2是方程$ax^2+(1-2a)x-2=0$的两个根，

则$\begin{cases}a>0\\-1+2=-\frac{1-2a}{a}\\-1\times2=-\frac{2}{a}\end{cases}$，解得$a=1$.

（2）解：由不等式$ax^2+(1-2a)x-2=(ax+1)(x-2)>0$，

若$a=0$时，不等式变为$x-2>0$，不等式的解集为$\{x|x>2\}$；

若$a\neq 0$时，$(ax+1)(x-2)=0$有两根 2 与$-\frac{1}{a}$，

当$a>0$时，可得$-\frac{1}{a}<2$，则不等式的解集为$\{x|x<-\frac{1}{a}$或$x>2\}$；

当$-\frac{1}{2}<a<0$，可得$-\frac{1}{a}>2$，则不等式的解集为$\{x|2<x<-\frac{1}{a}\}$；

当$a=-\frac{1}{2}$时，可得$-\frac{1}{a}=2$，则不等式解集为$\emptyset$，

当$a<-\frac{1}{2}$时，可得$-\frac{1}{a}<2$，则不等式的解集为$\{x|-\frac{1}{a}<x<2\}$，

综上可得：当$a>0$时，不等式的解集为$\{x|x<-\frac{1}{a}$或$x>2\}$；

当$a=0$时，不等式的解集为$\{x|x>2\}$；

当$-\frac{1}{2}<a<0$，不等式的解集为$\{x|2<x<-\frac{1}{a}\}$；

当$a=-\frac{1}{2}$时，不等式解集为$\emptyset$，

当$a<-\frac{1}{2}$时，不等式的解集为$\{x|-\frac{1}{a}<x<2\}$.

16．已知函数$f(x)=|x-2|+|x+a|$.

（1）若$a=1$，解不等式$f(x)\leq 2|x-2|$；

（2）若$f(x)\geq 2$恒成立，求实数a的取值范围.

【答案】(1)$\{x|x\leq\frac{1}{2}\}$；(2) $a\geq 0$或$a\leq -4$.

【详解】试题分析：（1）当$a=1$时，不等式即$|x+1|\leq|x-2|$，再根据绝对值的意义，求得不等式的解集；（2）利用绝对值三角不等式求得$|x-2|+|x+a|$的最小值为$|a+2|$可得$|a+2|\geq 2$，由此求得a的范围.

试题解析：（1）当$a=1$时，$f(x)\leq 2|x-2|$，即$|x+1|\leq|x-2|$，解得$x\leq\frac{1}{2}$；

（2）$f(x)=|x-2|+|x+a|\geq|x-2-(x+a)|=|a+2|$，

若$f(x)\geq 2$恒成立，只需$|a+2|\geq 2$，

即$a+2\geq 2$或$a+2\leq -2$，

解得$a\geq 0$或$a\leq -4$.

考点：绝对值不等式的解法.

17．已知命题p：方程$x^2+mx+1=0$有两个不等的负实根；命题q：方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$无实根.

(1)若命题p为假命题，求实数m的取值范围；

(2)若命题p，q中有且仅有一个为真一个为假，求实数m的取值范围.

【答案】(1)$(-\infty,2]$

(2)$(1,2]\cup[3,+\infty)$

【分析】(1）由二次函数的性质得出命题p为真时，实数m的取值范围，进而由命题$\neg p$为真求解；

（2）由判别式得出q为真时，实数m的取值范围，再讨论p真q假或p假q真，得出实数m的取值范围.

【详解】(1) 若方程$x^2+mx+1=0$有两个不等的负根，则$\begin{cases}\Delta=m^2-4>0\\ -\frac{m}{2}<0\end{cases}$，解得$m>2$；

因为命题$\neg p$为真，所以实数m的取值范围为$(-\infty,2]$.

(2) 若方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$无实根，则$\Delta=16(m-2)^2-16<0$，解得 $1<m<3$.

若p真q假时，$\begin{cases}m>2\\ m\leq 1\text{或}m\geq 3\end{cases}$，解得$m\geq 3$；

若p假q真时，$\begin{cases}m\leq 2\\ 1<m<3\end{cases}$，解得 $1<m\leq 2$.

综上，得$m\in(1,2]\cup[3,+\infty)$.

19．已知集合A为非空数集，定义：

$S=\{x|x=a+b,a,b\in A\}$，$T=\{x|x=|a-b|,a,b\in A\}$

（1）若集合$A=\{1,3\}$，直接写出集合S，T.

(2) 若集合$A=\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$，$x_1<x_2<x_3<x_4$，且$T=A$，求证：$x_1+x_4=x_2+x_3$

（3）若集合$A\subseteq\{x|0\leq x\leq 2020,x\in N\}$，$S$，$S\cap T=\emptyset$，记$|A|$为集合$A$中元素的个数，求$|A|$的最大值.

【答案】(1）$S=\{2,4,6\}$，$T=\{0,2\}$；（2）证明见解析；（3）1347.

【解析】(1）根据题目定义，直接计算集合S及T；

（2）根据两集合相等即可找到x_1，x_2，x_3，x_4的关系；

（3）通过假设A集合$\{m, m+1, m+2, \ldots, 2020\}$，$m \leqslant 2020$，$m \in N$，求出相应的$S$及$T$，通过$S \cap T=\emptyset$建立不等关系求出相应的值.

【详解】(1) 根据题意，由$A=\{1,3\}$，则$S=\{2,4,6\}$，$T=\{0,2\}$;

(2) 由于集合$A=\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$，$x_1<x_2<x_3<x_4$，且$T=A$，

所以T中也只包含四个元素，

即$T=\{0, x_2-x_1, x_3-x_1, x_4-x_1\}$，

剩下的$x_3-x_2=x_4-x_3=x_2-x_1$，

所以$x_1+x_4=x_2+x_3$;

(3) 设$A=\{a_1, a_2, \cdots a_k\}$满足题意，其中$a_1<a_2<\cdots<a_k$，

则 $2a_1<a_1+a_2<a_1+a_3<\cdots<a_2+a_k<a_2+a_k<a_3+a_k<\cdots<a_{k-1}+a_k<2a_k$，

$\therefore |S| \geq 2k-1$，

$a_1-a_1<a_2-a_1<a_3-a_1<\cdots<a_k-a_1$，

$\therefore |T| \geq k$，

$\because S \cap T=\emptyset$，$|S \cup T|=|S|+|T| \geq 3k-1$，

$S \cup T$中最小的元素为 0，最大的元素为 $2a_k$，

$\therefore |S \cup T| \leq 2a_k+1$，

$\therefore 3k-1 \leq 2a_k+1 \leq 4041(k \in N^*)$，

$k \leq 1347$，

实际上当$A=\{674,675,676, \cdots, 2020\}$时满足题意，

证明如下：

设$A=\{m, m+1, m+2, \cdots, 2020\}$，$m \in N$，

则$S=\{2m, 2m+1, 2m+2, \cdots, 4040\}$，$T=\{0,1,2, \cdots, 2020-m\}$，

依题意有 $2020-m<2m$，即$m>673\frac{1}{3}$，

故m的最小值为 674，于是当$m=674$时，A中元素最多，

即$A=\{674,675,676, \cdots, 2020\}$时满足题意，

综上所述，集合A中元素的个数的最大值是 1347.

【点睛】新定义题型的特点是：通过给出一个新概念，或约定一种新运算，或给出几个新模

型来创设全新的问题情景，要求考生在阅读理解的基础上，依据题目提供的信息，联系所学的知识和方法，实现信息的迁移，达到灵活解题的目的.遇到新定义问题，应耐心读题，分析新定义的特点，弄清新定义的性质，按新定义的要求，“照章办事”，逐条分析、验证、运算，使问题得以解决.