1. {（1,2）}

2. ∅

3. {-1,0,1，2}

4. (3,4]

5. (1)（2）（3）

6. (-∞，-2]

7. 0

8. 充要

9. 7

10.0

11. $[0,\frac{1+\sqrt{5}}{2}]$

12. $\frac{7}{4}$

13. (0,e)]∪[b,d)

【答案】$(-3,\frac{3}{2})$

【分析】

直接计算，需分多种情况讨论，故先求题干的否定，即对于区间$[-1,1]$上任意一个x，都有$f(x)\le 0$，只需满足$\begin{cases} f(1)\le 0 \\ f(-1)\le 0 \end{cases}$，列出不等式组，求解即可得答案.

【详解】

函数$f(x)$在区间$[-1,1]$上至少存在一个实数c，使$f(c)>0$的否定为:

对于区间$[-1,1]$上任意一个x，都有$f(x)\le 0$，

则$\begin{cases} f(1)\le 0 \\ f(-1)\le 0 \end{cases}$，即$\begin{cases} 4-2(p-2)-2p^2-p+1\le 0 \\ 4+2(p-2)-2p^2-p+1\le 0 \end{cases}$，

14.【解答】解：$a>0$，令$ax-a^2-6=0$，得$x=a+\frac{6}{a}$，

其中$a+\frac{6}{a}$ $2\sqrt{a\cdot\frac{6}{a}}=2\sqrt{6}$，

当且仅当 $a=\frac{6}{a}$，即 $a=\sqrt{6}$ 时，等号成立，

其中 $2\sqrt{6}>2$，

则 $(ax-a^2-6)(x-2)<0$ 的解集为 $2<x<a+\frac{6}{a}$，

要想集合 N 中的元素个数最少，则 $a+\frac{6}{a}$ 取最小值 $2\sqrt{6}$，

此时解集为 $2<x<2\sqrt{6}$，

此时 $N=M\bigcap Z=\{3，4\}$.

故答案为：$\{3，4\}$.

15. 定义 $\min\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 为 n 个实数 a_1，a_2，…，a_n 中的最小数，$\max\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 为 n 个实数 a_1，a_2，…，a_n 中的最大数.

(1)设 a，b 都是正实数，且 $a+b=1$，求 $\max\left\{ab,\frac{1}{4}\right\}$；

(2)解不等式：$\min\left\{x+1,x^2+3,|x-1|\right\}>2x-3$；

(3)设 a，b 都是正实数，求 $\max\left\{a+\frac{1}{b},\frac{2}{a}+b\right\}$ 的最小值.

【答案】(1) $\frac{1}{4}$

(2) $(-\infty,2)$

(3) $\sqrt{2}+1$

【分析】（1）由基本不等式即可求解；

（2）分段讨论得出 $\min\left\{x+1,x^2+3,|x-1|\right\}=\begin{cases}x+1,x\le 0\\1-x,0<x<1,\\x-1,x\ge 1\end{cases}$ 然后解不等式即可；

（3）设出 $\max\left\{a+\frac{1}{b},\frac{2}{a}+b\right\}$ 后由基本不等式进行求解.

【详解】(1) 由题意得 $a+b\geq 2\sqrt{ab}$，即 $ab\leq\frac{1}{4}$，当且仅当 $a=b=\frac{1}{2}$ 时等号成立,

故 $\max\left\{ab,\frac{1}{4}\right\}=\frac{1}{4}$；

(2) 令 $x+1=|x-1|$，得 $x=0$，

当 $x<0$ 时 $x+1<|x-1|$，当 $x>0$ 时 $x+1>|x-1|$，

而 $x^2+3>x+1$ 即 $x^2-x+2>0$ 恒成立,

故 $\min\left\{x+1,x^2+3,|x-1|\right\}=\begin{cases}x+1,x\leq 0\\1-x,0<x<1\\x-1,x\geq 1\end{cases}$,

$\min\left\{x+1,x^2+3,|x-1|\right\}>2x-3$ 可化为 $\begin{cases}x\leq 0\\x+1>2x-3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}0<x<1\\1-x>2x-3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x\geq 1\\x-1>2x-3\end{cases}$，

解得 $x<2$，故原不等式的解集为 $(-\infty,2)$；

(3) 设 $t=\max\left\{a+\frac{1}{b},\frac{2}{a}+b\right\}$，由题意得 $t\geq a+\frac{1}{b}>0,t\geq\frac{2}{a}+b>0$，

则 $t^2\geq(a+\frac{1}{b})(\frac{2}{a}+b)=3+ab+\frac{2}{ab}\geq 3+2\sqrt{2}$，

当且仅当 $\begin{cases}a+\frac{1}{b}=\frac{2}{a}+b\\ab=\sqrt{2}\end{cases}$ 即 $\begin{cases}a=\sqrt{2}\\b=1\end{cases}$ 时等号同时成立,

故 $\max\left\{a+\frac{1}{b},\frac{2}{a}+b\right\}$ 的最小值为 $\sqrt{2}+1$.

问题：正实数 a，b 满足 $a+b=1$，求 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$ 的最小值.其中一种解法是：

$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\right)(a+b)=1+\frac{b}{a}+\frac{2a}{b}+2\geqslant 3+2\sqrt{2}$，当且仅当 $\frac{b}{a}=\frac{2a}{b}$ 且 $a+b=1$ 时，即 $a=\sqrt{2}-1$ 且 $b=2-\sqrt{2}$ 时取等号.学习上述解法并解决下列问题：

(1)若正实数 x，y 满足 $x+y=1$，求 $\frac{2}{x}+\frac{3}{y}$ 的最小值；

(2)若实数 a，b，x，y 满足 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，求证：$a^2-b^2\leq(x-y)^2$；

(3)求代数式 $M=\sqrt{3m-5}-\sqrt{m-2}$ 的最小值，并求出使得 M 最小的 m 的值.

【答案】(1) $5+2\sqrt{6}$

(2)证明见解析

(3) $m=\frac{13}{6}$ 时，M 取得最小值 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

【分析】(1) 利用“1”的代换凑配出积为定值，从而求得和的最小值；

(2) 利用已知，$a^2-b^2=(a^2-b^2)\times 1=(a^2-b^2)(\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2})=x^2+y^2-(\frac{b^2x^2}{a^2}+\frac{a^2y^2}{b^2})$，然后由基本不等式进行放缩：$\frac{b^2x^2}{a^2}+\frac{a^2y^2}{b^2}\geq 2|xy|$，再利用不等式的性质得出大小．并得出等号成立的条件．

(3) 令 $x=\sqrt{3m-5}$，$y=\sqrt{m-2}$，构造 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，即以 $x^2-3y^2=1$，即 $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{\frac{1}{3}}=1$，然后利用（2）的结论可得．

【详解】(1) 因为 $x>0,y>0$，$x+y=1$，

所以 $\frac{2}{x}+\frac{3}{y}=(x+y)(\frac{2}{x}+\frac{3}{y})=5+\frac{3x}{y}+\frac{2y}{x}\geq 5+2\sqrt{\frac{3x}{y}\times\frac{2y}{x}}=5+2\sqrt{6}$，

当且仅当 $\frac{3x}{y}=\frac{2y}{x}$，即 $x=\sqrt{6}-2,y=3-\sqrt{6}$ 时取等号，

所以 $x+y$ 的最小值是 $5+2\sqrt{6}$．

(2) $a^2-b^2=(a^2-b^2)\times 1=(a^2-b^2)(\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2})=x^2+y^2-(\frac{b^2x^2}{a^2}+\frac{a^2y^2}{b^2})$，

又 $\frac{b^2x^2}{a^2}+\frac{a^2y^2}{b^2}\geq 2\sqrt{\frac{b^2x^2}{a^2}\cdot\frac{a^2y^2}{b^2}}=2|xy|$，当且仅当 $\frac{b^2x^2}{a^2}=\frac{a^2y^2}{b^2}$ 时等号成立，

所以 $x^2+y^2-(\frac{b^2x^2}{a^2}+\frac{a^2y^2}{b^2})\leq x^2+y^2-2|xy|\leq x^2+y^2-2xy=(x-y)^2$，

所以 $a^2-b^2\leq(x-y)^2$，当且仅当 $\frac{b^2x^2}{a^2}=\frac{a^2y^2}{b^2}$ 且 x,y 同号时等号成立．此时 x,y 满足 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$．

(3) 令 $x=\sqrt{3m-5}$，$y=\sqrt{m-2}$，由 $\begin{cases}3m-5\geq 0\\ m-2\geq 0\end{cases}$ 得 $m\geq 2$，

$x^2-y^2=(3m-5)-(m-2)=2m-3>0$，

又 $x>0,y>0$，所以 $x>y$，

构造 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，

由 $x^2-3y^2=1$，可得 $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{\frac{1}{3}}=1$，因此 $a^2=1,b^2=\frac{1}{3}$，

由（2）知 $M=\sqrt{3m-5}-\sqrt{m-2}=x-y\geq\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{1-\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

取等号时，$\frac{1}{3}x^2=3y^2$ 且 x,y 同正，

结合 $x^2-3y^2=1$，解得 $x=\frac{\sqrt{6}}{2},y=\frac{\sqrt{6}}{6}$，即 $\sqrt{3m-5}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$m=\frac{13}{6}$.

所以 $m=\frac{13}{6}$ 时，M 取得最小值 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.