

已知函数 $f(x) = \frac{1}{a^x + 1} - \frac{1}{2}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 若关于 x 的不等式 $f(ax^2 + bx + c) > 0$ 的

解集为 $(1, 2)$, 其中 $b \in (-6, 1)$, 则实数 a 的取值范围是_____.

已知函数 $y = \sqrt{1 - x^2}$, $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ 的图像绕着原点按逆时针方向旋转 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) 弧度,

若得到的图像仍是函数图像, 则 θ 可取值的集合为_____.

.(1,2)

解析: 若 $f(x) > 0$, 则 $\frac{1}{a^x + 1} - \frac{1}{2} > 0$, $\therefore a^x < 1$,

当 $0 < a < 1$ 时, $x > 0$; 当 $a > 1$ 时, $x < 0$.

\therefore 不等式 $f(ax^2 + bx + c) > 0$ 的解集为 $(1, 2)$,

$\therefore a > 1$, $ax^2 + bx + c < 0$, 且 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集为 $(1, 2)$,

$\therefore 1$ 和 2 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根,

$\therefore -\frac{b}{a} = 1 + 2 = 3$, $\therefore a = -\frac{1}{3}b$, 而 $b \in (-6, 1)$, $\therefore a \in \left(-\frac{1}{3}, 2\right)$,

又 $\therefore a > 1$, $a \in (1, 2)$, 即实数 a 的取值范围是 $(1, 2)$.

若对任意 $x \in [1, 2]$, 均有 $|x^2 - a| + |x + a| = |x^2 + x|$, 则实数 a 的取值范围为_____.

$[-1, 1]$

已知函数 $f(x) = \begin{cases} x - \frac{8}{x} & x < 0 \\ |x - a| & x \geq 0 \end{cases}$, 若对任意的 $x_1 \in [2, +\infty)$, 都存在 $x_2 \in [-2, -1]$, 使得

$f(x_1) \cdot f(x_2) \geq a$, 则实数 a 的取值范围为_____.

【解析】 $\because x_1 \in [2, +\infty)$, $x_2 \in [-2, -1]$, $f(x_2) > 0$,

$\therefore (x_2 - \frac{8}{x_2}) \cdot |x_1 - a| \geq a$, 即对任意的 $x_1 \in [2, +\infty)$, 都存在

$x_2 \in [-2, -1]$, 使 $|x_1 - a| \geq \frac{a}{x_2 - \frac{8}{x_2}}$ 恒成立 ,

\therefore 有 $|x_1 - a|_{\min} \geq (\frac{a}{x_2 - \frac{8}{x_2}})_{\min} = \frac{a}{7}$,

当 $a \leq 0$ 时 , 显然不等式恒成立 ;

当 $0 < a < 2$ 时 , $2 - a \geq \frac{a}{7}$, 解得 $0 < a \leq \frac{7}{4}$;

当 $a \geq 2$ 时 , $|x_1 - a| \in [0, +\infty)$, 此时不成立.

综上 , $a \leq \frac{7}{4}$.

故答案为 : $(-\infty, \frac{7}{4}]$