

人口发展的参数预测模型

何朗,赵韫,管坤,杜芳花

(武汉理工大学理学院,湖北武汉430070)

摘要:对我国人口预测问题进行了研究。引入了重要的人口预测指标,建立了预测人口所需的各项参数(出生率、死亡率、迁移率等)的预测模型,采用曲线拟合得到相关预测函数的参数,再对参数进行灰色预测的方法。通过建立人口发展方程的模型,实现对于人口总量和相关人口指标的预测。根据历史数据,利用模型对中国人口的状况进行了预测和分析。预测结果表明,到2041年,我国人口的峰值为14.9亿左右,同时我国的老龄化率和城镇化率将不断上升。

关键词:人口指标;灰色预测;人口发展方程

中图分类号:F252

文献标志码:A

我国是一个人口大国,人口问题是制约我国发展的关键因素之一。对人口进行准确的预测是制定合理的社会经济发展规划的重要依据。因此,运用合理的建模方法,对我国人口做出预测是非常有意义的。

对于人口预测问题,由于其在社会经济发展中的重要性,诸多专家学者对其进行了研究,采用了不同的预测方法。200多年前,英国人口学家MALTHUS提出了预测人口的指数增长模型^[1](MALTHUS模型)。19世纪中叶,荷兰生物数学家VERHULST提出了阻滞增长模型,即Logistic模型。在20世纪,人口预测问题受到越来越多的关注,出现了大量的预测方法。常见的有一元线性回归法^[2]、多元线性回归法^[3]、灰色预测法^[4-7]、时间序列法^[8]和神经网络法^[9]等。在诸多方法之中,宋健、于景元等学者建立的人口发展方程模型^[10]的应用是最为广泛和成功的。

笔者在离散人口发展方程模型的基础上,引入了影响人口增长的一些重要指标,如城镇化率^[11]、老龄化率^[12]等,结合曲线拟合和灰色预测的方法对方程所需的参数进行预测,对人口发展方程做出了改进,并利用改进的模型对我国人口总量进行了预测。

1 参数预测模型

1.1 离散人口发展方程模型

1.1.1 相关人口指标的确定和解释说明

在建立人口发展模型和进行人口预测之前,首先要确定所关注的主要人口指标。通常用来反映人口状况的指标很多,如总人口数、出生率、死亡率和总和生育率等。除去这些指标,根据预测的需要,还给出了一些重要的人口指标,对其进行简单的解释和说明如下:

(1)老龄化比率。老龄化比率表示60岁以上人口占总人口数的比例。这与另一个经常用来反映老龄化的指标——老龄化指数不同,老龄化指数等于平均年龄与平均寿命的比值。

(2)城镇化率。它是城镇人口占全国总人口的比重,是反映人口分布的重要指标。

(3)出生人口性别比。它以女婴数量为100时所对应的男婴数来表示。

以上这些指标作为人口预测模型里的重要考虑因素,它们的增减变化及发展趋势共同反映我国未来人口的增减变化特征和趋势。

1.1.2 人口发展方程模型的建立

假定妇女的生育年龄为15~49岁,而90岁以上的人归为90岁处理; $\mu_r^{(1)}(t)$ 和 $\mu_r^{(2)}(t)$ 分别为男性和女性第 t 年的死亡率; $\delta_r^{(1)}(t)$ 和 $\delta_r^{(2)}(t)$ 分

收稿日期:2008-01-10.

作者简介:何朗(1974-),男,湖北武汉人,武汉理工大学理学院讲师.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(30570611).

别为男性和女性第 t 年的迁移率; $b_r(t)$ 为第 t 年 r 岁妇女的生育率($r=15,16,\dots,49$); $R(t)$ 为第 t 年出生人口性别比,则有如下时段 $t+1$ 年龄为 $r+1$ 的人口数量与时段 t 年龄为 r 的人口数量的关系:

$$n_{r+1}^{(i)}(t+1) = n_r^{(i)}(t)(1 - \mu_r^{(i)} - \delta_r^{(i)})$$

时段 $t+1$ 新生儿数量是时段 t 内育龄期妇女繁殖数量之和,其中男婴所占比例为 $\frac{R(t)}{100+R(t)}$,而女婴所占比例为 $\frac{100}{100+R(t)}$,即有:

$$n_0^{(1)}(t+1) = \sum_{r=15}^{49} n_r^{(2)}(t) \times b_r \times \frac{R(t)}{100+R(t)}$$

$$n_0^{(2)}(t+1) = \sum_{r=15}^{49} n_r^{(2)}(t) \times b_r \times \frac{100}{100+R(t)}$$

某一年的总人口数是当年所有男性和女性数量之和,即有:

$$N(t) = \sum_{r=0}^{90} \sum_{i=1}^2 n_r^{(i)}(t)$$

以上模型的参数 $\mu_r^{(i)}(t)$ 、 $\delta_r^{(i)}(t)$ 、 $b_r(t)$ 和 $R(t)$ 都是通过前面的参数预测模型得到的。至此,就可以通过上述模型对人口总量和各项人口指标进行预测。

1.2 参数预测模型

1.2.1 出生人口性别比的灰色预测 GM(1,1)模型

灰色预测法是一种对含有不确定因素的系统进行预测的方法。它通过鉴别系统因素之间发展趋势的相异程度,即进行关联分析,并对原始数据进行生成处理来寻找系统变动的规律,生成有较强规律性的数据序列,然后建立相应的微分方程模型,从而预测事物未来发展趋势的状况。灰色预测 GM(1,1)建模的基本步骤如下:

(1)确定任一子数据序列:

$$R_r^{(0)} = [R^{(0)}(1), R^{(0)}(2), \dots, R^{(0)}(n)]$$

(2)对子数据序列作一次累加生成记为:

$$R_r^{(1)} = [R^{(1)}(1), R^{(1)}(2), \dots, R^{(1)}(n)]$$

其中, $R^{(1)}(t) = \sum_{k=1}^t R^{(0)}(k)$, $t=1,2,\dots,n$

(3)构造矩阵 B 与向量 y_n :

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(R^{(1)}(2) + R^{(1)}(1)), & 1 \\ -\frac{1}{2}(R^{(1)}(3) + R^{(1)}(2)), & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(R^{(1)}(n) + R^{(1)}(n-1)), & 1 \end{bmatrix}$$

$$y_n = (R^{(0)}(2), R^{(0)}(3), \dots, R^{(0)}(n))^T$$

(4)用最小二乘法求解系数 \hat{a} :

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T y_n$$

(5)建立 GM(1,1)模型:

$$\hat{R}^{(1)}(k+1) = [R^{(0)}(1) - \frac{u}{a}] \cdot e^{-ak} + \frac{u}{a} \quad (1)$$

(6)将 $R^{(1)}$ 还原: $\hat{R}^{(0)}(k) = \hat{R}^{(1)}(k+1) - \hat{R}^{(1)}(k)$

这样,就得到了 $R^{(0)}(k)$ 的预测值。在应用时,可以根据数列的动态规律和变化特征与系统未来发展趋势是否相近,来适当选择不同的子序列进行建模,并从中选择最佳模型进行预报。

1.2.2 生育率的 Lognormal 预测模型

生育率可近似看成是育龄期内妇女年龄的正态分布。由此,可以在概率分布的基础上构造生育率模型。Lognormal(对数正态分布模型)的数学表达如下:

$$f(x) = k_1 \times \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{[\ln(r-r_0) - \mu]^2}{2\sigma^2}} \quad (2)$$

式中, r_0 为起始生育年龄; k_1 为与生育水平相关的尺度变换因子。

基于这个模型,只要根据历史数据,拟合出每年的 k_1, μ, σ 数据,再根据这些历史数据,应用所给出的 GM(1,1)模型对3个参数进行预测,就可以得到未来年份的参数值。只要将这些预测值代入生育率模型,就可得到未来年份的分年龄生育率的数学表达式,代入育龄期妇女的年龄即可算出其生育率。

1.2.3 预测死亡率的 Kannisto 模型

死亡率随年龄的变化规律可以采用 Kannisto 模型对同一年中不同年龄阶段人的死亡率进行预测。某一年中年龄为 r 的人的死亡率可表达为:

$$\mu(r) = \frac{\alpha e^{\beta r}}{1 + \alpha(e^{\beta r} - 1)} \quad (3)$$

首先利用历史数据拟合出模型的参数值,再利用前面提到的灰色预测方法对未来若干年的死亡率参数进行预测,得到未来各年份的死亡率参数后将其代入函数,可得到未来若干年的死亡率表达式。如果要计算某一年某个年龄的人的死亡率,只需要将这个年龄代入相应年份的死亡率表达式就能将其求出。

1.2.4 预测迁移率的比例迁移模型

此模型的基本假设是,人口按年龄成比例地迁移。模型可以表示为:

$$G(t) = \begin{pmatrix} \delta_1(t) \\ \delta_2(t) \\ \vdots \\ \delta_m(t) \end{pmatrix} \cdot M(t) \quad (4)$$

式中, $G(t)$ 为分年龄段迁移人数; $\delta_i(t)$ 为各年龄段迁移比例; $M(t)$ 为总迁移人口。

假设各年的比例 $\delta_i(t)$ 保持一致, 则只需对总迁移人口 $M(t)$ 进行预测即可。

2 实例分析

利用上述模型, 对我国人口状况(以 2005 年为起点)进行预测, 在此以 2007 年 CUMCM(全国大学生数学建模竞赛)^[13] 的 A 题给出的数据为例。在此例中, 以一岁为一个年龄段进行分析。并且, 由于不同地区人口属性的不同, 将人口划分为城市、城镇和乡村 3 类, 各自作为一个群体进行预测, 群体之间发生迁移。将城市和城镇的人口之和与总人口的比值作为城镇化率^[14]。未来 50 年我国人口总数预测结果如图 1 所示, 未来 50 年我国人口增长率的预测结果如图 2 所示。

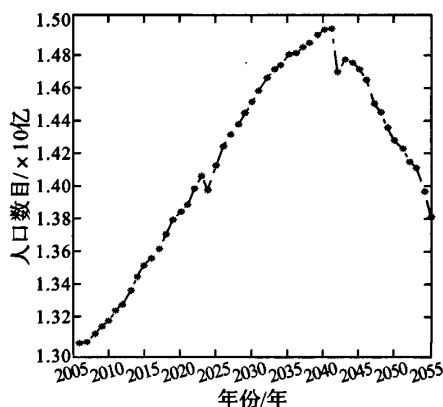


图1 未来50年我国人口总数预测

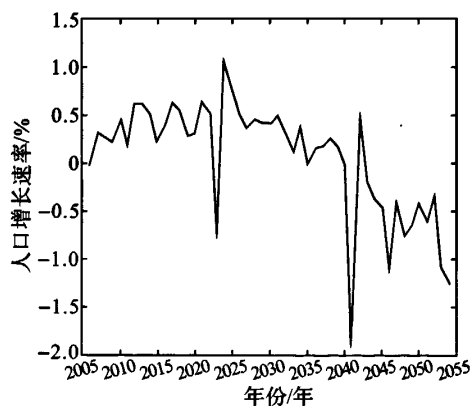


图2 未来50年我国人口增长率预测

从图 2 可知, 我国人口的增长率是在不断下降的, 由开始时的正值逐渐变化为负值, 也正对应了人口由初期的增长转变为了后期的下降。

另外, 重要年份下某些人口指标的预测值, 如表 1 所示。

表1 重要年份人口指标预测值

年份/年	老年人口比例/%	城镇化比例/%	人口总计/亿
2010	14.45	51.71	13.195
2020	19.30	63.01	13.831
2035	28.62	75.64	14.756
2050	30.64	85.03	14.899

从以上结果中, 可以看到:

(1) 到 2010 年, 我国人口总量的预测值为 13.195 亿; 到 2020 年, 人口总量的预测值为 13.831 亿。而截止至 2050 年, 预测的我国人口峰值为 14.9 亿左右, 该峰值出现在 2041 年, 人口峰值可以控制在 15 亿左右。

(2) 我国老龄化率将不断上升, 在 21 世纪中叶比率将达到 30% 以上。

(3) 到 2010 年, 我国城镇化率预计可以达到 51.71%, 2020 年达到 63.01%, 到 21 世纪中叶可以达到 80% 以上。

3 结论

针对我国的人口预测问题建立了人口发展方程, 建立了多个参数模型预测人口发展方程中的参数, 结合历史数据运用理论模型和 Matlab 软件进行了模拟计算分析, 发现其结果能够较好地拟合现实, 获得的分析结论对实际工作具有一定的指导意义。

参考文献:

- [1] 姜启源, 谢金星, 叶俊. 数学模型[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [2] 阿拉腾图雅, 金良. 人口预测模型[J]. 内蒙古科技与经济, 1994(4): 21-22.
- [3] 郝永红, 王学萌. 灰色动态模型及其在人口预测中的应用[J]. 数学的实践与认识, 2002, 32(5): 813-820.
- [4] 祁建广. 人口经济学预测问题研究[D]. 大连: 大连理工大学图书馆, 2006.
- [5] 门可佩, 官琳琳, 尹逊震. 中国人口发展预测研究[J]. 统计与决策, 2007(22): 6-9.
- [6] 郑元世, 张启敏. 银川市人口的灰色预测[J]. 辽宁工学院学报, 2007(5): 346-350.

- [7] 王瑞娜,唐德善. 基于改进的灰色 GM(1,1) 模型的人口预测[J]. 统计与决策, 2007(20): 93-95.
- [8] 常学将. 时间序列分析[M]. 北京: 高等教育出版社, 1993.
- [9] 吴劲军. 基于 BP 神经网络的人口预测模型研究[J]. 统计与信息论坛, 2004, 19(2): 44-46.
- [10] 宋 健, 于景元. 人口控制论[M]. 北京: 科学出版社, 1985.
- [11] 王金营, 原 新. 分城乡人口预测中乡-城人口转移技术处理及人口转移预测[J]. 河北大学学报: 哲学社会科学版, 2007(3): 13-19.
- [12] 赵秋成. 从大连来看中国大城市人口老龄化的特点和趋势[J]. 西北人口, 2007(6): 44-47.
- [13] 中国数学建模网. 全国大学生数学竞赛试题 [EB/OL]. [2008-01-10]. <http://www.shumo.com>.
- [14] 何 朗, 成 浩, 王宗跃, 等. 基于遗传程序设计的单因素人口预测模型[J]. 武汉理工大学学报: 信息与管理工程版, 2003, 25(5): 17-19.

Parameter Forecast Model of Population Development

HE Lang, ZHAO Yun, GUAN Kun, DU Fanghua

Abstract: The population predicting model was discussed. An improved population predicting model was given and the population forecast index was defined. Some models were established to predict those parameters including birthrate, death rate and mobility by using the methods of curve fitting and grey predicting. The population development equation was established and the gross population and related index were predicted. Based on the history data, the current state of the population in China was predicted and analyzed. The result shows that the maximal population of China will be 1.49 billion in 2041, the rate of aging and urbanization will be increasing at the same time.

Keywords: population index; grey forecast; population development equation

HE Lang: Lect.; School of Science, WUT, Wuhan 430070, China.

[编辑:周廷美]

(上接第 493 页)

Probability - based Methodologies for Scheduling and Optimizing Positions

KONG Qingru, LI Xiaoping

Abstract: The randomness of requirements submitting results in the difficulties in allocation of positions; when the positions are set overabundant, the limited requirements lead to the extravagancy of human resource; when the positions are set insufficiently, the delayed server leads to lower server quality. In view of the above difficulties, based on the probability analysis, the theory and algorithm for scheduling and optimizing human resource under the constancy probability and stochastic probability were deduced in this research. The probability - based methodologies for scheduling and optimizing positions were proposed.

Keywords: human resource management; optimize design; probability; distribution density

KONG Qingru: Lect.; Department of Personnel, WUT, Wuhan 430070, China.

[编辑:周廷美]