

Devoir 2

Date de remise : 26 octobre 2020

Trajectoire d'une balle au golf

Ce devoir consiste à programmer une application qui permet de déterminer le trajet que suit une balle de golf en vol jusqu'à ce qu'elle touche le sol, quitte le jeu ou entre directement dans la coupe. Les principales caractéristiques du jeu de golf que vous simulerez sont les suivantes :

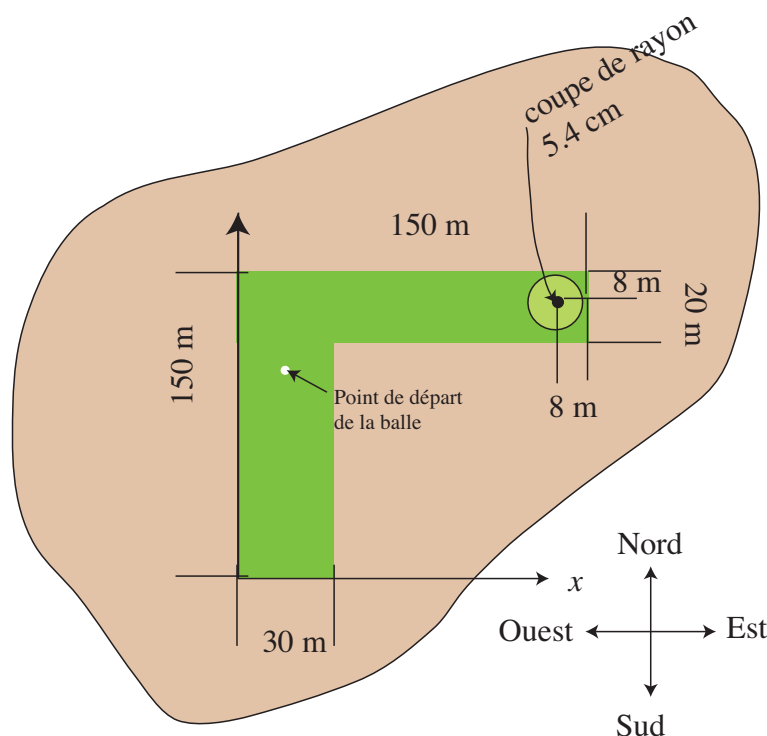


Figure 1: Géométrie du terrain de golf

1. Le terrain.

- Le terrain est plat et a la forme décrite à la figure 1 (région en vert foncé).
- La coupe a un rayon $R_{\text{coupe}} = 5.4 \text{ cm}$ et elle est centrée à la position \vec{r}_{coupe} indiquée dans la figure.
- Le terrain est situé dans une région boisée (illustré en marron dans la figure) que la balle ne peut traverser.

2. La balle sphérique

- Masse $m_b = 45.9$ g.
- Rayon $R_b = 21.35$ mm.
- La balle est initialement déposée à la surface du sol (une position initiale possible pour la balle est illustrée à la figure 1).
- La vitesse initiale du centre de masse de la balle $|\vec{v}_b(0)|$ ne peut jamais excéder 100 m/s.
- La vitesse angulaire de la balle autour de son centre de masse ($\vec{\omega}_b$) demeurera constante dans vos simulations.

Trois différentes options de simulation devront être considérées.

• Option 1

Seulement la force gravitationnelle agit sur la balle.

$$\vec{F}_g = m_b(0, 0, -9.8)^T$$

• Option 2

En plus de la force gravitationnelle, la balle subit une force de frottement visqueux $\vec{F}_v(\vec{v}_b)$ donnée par

$$\vec{F}_v(\vec{v}_b) = -\frac{\rho C_v A}{2} |\vec{v}_b| \vec{v}_b$$

Ici $A = \pi r^2$ est l'aire effective de la balle, $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ est la masse volumique de l'air et $C_v = 0.14$.

• Option 3

En plus de la force gravitationnelle et de la force de frottement visqueux, la balle subit aussi une force de Magnus \vec{F}_M donnée par

$$\vec{F}_M(\vec{v}_b, \vec{\omega}_b) = \frac{\rho C_M(|\vec{\omega}_b|) A}{2} |\vec{v}_b|^2 \frac{(\vec{\omega}_b \times \vec{v}_b)}{|\vec{\omega}_b \times \vec{v}_b|}$$

Ici, $C_M(|\vec{\omega}_b|)$ est le coefficient de Magnus donné par la relation

$$C_M(|\vec{\omega}_b|) = 0.000791 |\vec{\omega}_b|$$

Le but de ce devoir est de programmer une fonction Matlab qui permet de simuler la trajectoire de la balle pour les trois options décrites ci-dessus, d'utiliser cette fonction pour analyser quatre différents coups pour chaque option de simulation et d'analyser ces coups. La fonction demandée doit pouvoir être appelée comme suit

```
[coup vbf t x y z]=Devoir2(option,xy0,vb0,wb0)
```

où les données d'entrée sont

- `option` représente le type de simulation considérée avec
 - `option=1`, seulement la force gravitationnelle est présente ;
 - `option=2`, la force gravitationnelle et la force visqueuse sont activées ;
 - `option=3`, les trois forces sont prises en compte.
- `xy0` est un vecteur de deux éléments contenant respectivement les positions initiales en x et en y (en m) du centre de masse de la balle.
- `vb0` est un vecteur contenant les trois composantes du vecteur vitesse initial du centre de masse de la balle (en m/s).
- `wb0` est un vecteur contenant les trois composantes de la vitesse angulaire de la balle autour de son centre de masse (en rad/s).

Les résultats produits par cette fonction Matlab sont

- `coup` prend les valeurs suivantes
 - `coup=0`, si vous avez réussi un trou d'un coup ;
 - `coup=1`, si la balle est demeurée sur le terrain après le coup ;
 - `coup=2`, si la balle sort du terrain.
- `vbf` est un vecteur contenant les trois composantes du vecteur vitesse lorsque la simulation s'est terminée ($\vec{v}_b(t_f)$).
- `t` temps correspondant à chacune des positions de la balle enregistrée ;
- `x` vecteur contenant les coordonnées x du centre de masse de la balle en fonction du temps ;
- `y` vecteur contenant les coordonnées y du centre de masse de la balle en fonction du temps ;
- `z` vecteur contenant les coordonnées z du centre de masse de la balle en fonction du temps.

Pour `t`, `x`, `y` et `z`, le premier point correspond aux conditions initiales et le dernier point aux résultats finaux de la simulation. De plus, suffisamment de points doivent être enregistrés pour permettre de tracer la trajectoire de la balle.

Vous terminerez la simulation dans une des situations suivantes

- la balle touche le sol et la position de son centre de masse se retrouve à l'intérieur de la coupe (trou d'un coup) ;
- la balle touche le sol sans pénétrer dans la coupe ;
- la balle sort du terrain (le centre de masse de la balle est hors du terrain).

La position du centre de masse en x et y et les vitesses initiales de la balle pour les quatre coups à simuler et à analyser pour les trois options de simulation (12 simulations au total) sont données au tableau 1. La précision requise pour les résultats des simulations correspond à des erreurs maximales sur les positions de la balle en x , y et z de ± 1 mm.

Tableau 1: Vitesses initiales de la balle pour les trois coups à simuler.

Coup	xy0 (m)	vb0 (m/s)	wb0 (rad/s)
1	[13.10857 142]	[30 0 21.052266]	[0 -450 0]
2	[15 120]	[25.3132 20.3132 22.052266]	[170 -170 -420]
3	[13.6 130.766]	[29.885 2.6146 21.052266]	[33.16095 -379.068156 0]
4	[13.3 130]	[29.885 2.6146 21.052266]	[0 -100 -100]

La présentation et l'analyse des résultats obtenus doivent inclure au minimum des tableaux donnant pour chacune des 12 simulations, le résultat de la simulation, le temps à l'arrêt, la vitesse et la position de la balle lorsque la simulation est terminée. Des graphiques illustrant la trajectoire de la balle pour différentes simulations sont requis (voir par exemple la figure 2).

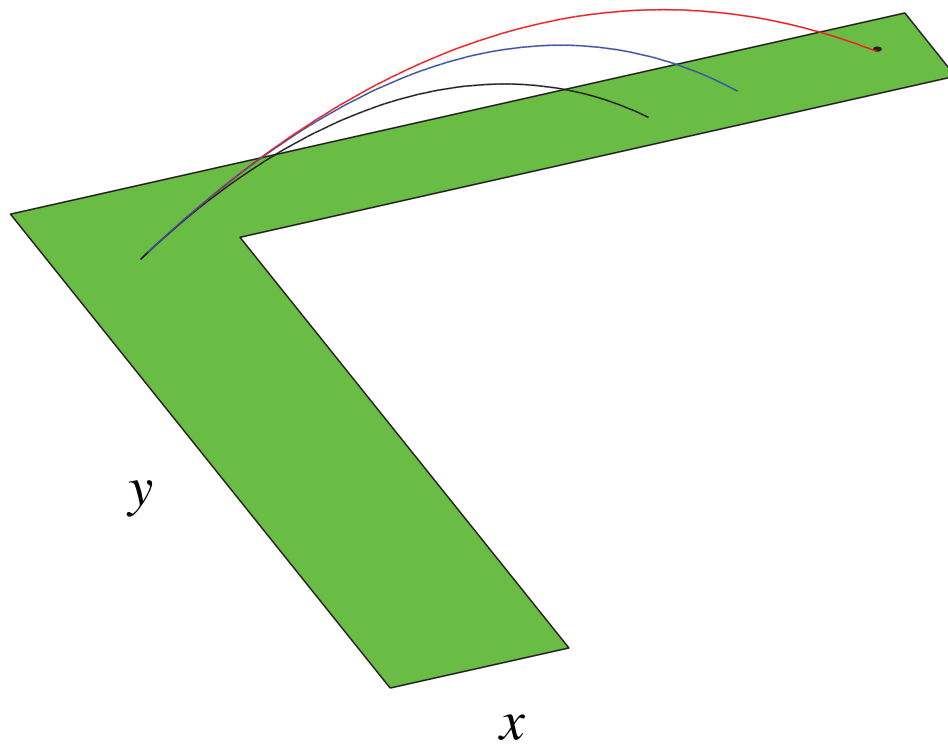


Figure 2: Trajectoire de la balle pour trois simulations différentes. La courbe en rouge correspond à l'option de simulation 1, la courbe en bleu à l'option 2 et la courbe en noir à l'option 3.