UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO

TESINA DE GRADO
PARA LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE
LICENCIADO EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

---

# Titulo de tu Tesina

---

*Autor:*
Federico Badaloni

*Director:*
Ariel

Departamento de Ciencias de la Computación
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Av. Pellegrini 250, Rosario, Santa Fe, Argentina

17 de septiembre de 2020

# Resumen

El resumen de tu tesina.

# Índice general

# Capítulo 1

# Introducción

## 1.1. Objetivos

Intro de tu tesina.
Ejemplo de cita [1]

Ejemplo de Tabla 1.1

| | $m = 8$ | | | $m = 16$ | | | $m = 24$ | | | $m = 32$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $k$ | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | $\Sigma$ |
| SA | 1.68 | 1.69 | 1.69 | 1.68 | 1.69 | 1.68 | 1.68 | -[a] | -[a] | 1.68 | -[a] | -[a] | DNA |
| TuSA | 1.31 | 1.31 | 1.31 | 1.31 | 1.31 | 1.31 | 1.31 | -[a] | -[a] | 1.31 | -[a] | -[a] | |
| TwSA | 1.62 | 2.13 | 2.40 | 0.81 | 1.07 | 1.29 | 0.55 | -[a] | -[a] | 0.41 | -[a] | -[a] | |
| ANS | 1.25 | 1.25 | 1.25 | 1.25 | 1.25 | 1.25 | 1.35 | 1.35 | 1.34 | 1.34 | 1.34 | 1.34 | |
| ANS2 | 0.86 | 0.91 | 1.16 | 0.88 | 0.88 | 0.88 | -[b] | -[b] | -[b] | -[b] | -[b] | -[b] | |
| ANS2b | **0.75** | **0.75** | **0.75** | 0.78 | **0.78** | **0.78** | 1.05 | 1.05 | **1.07** | 1.05 | 1.05 | 1.07 | |
| EF | 1.46 | 2.28 | 3.90 | 0.70 | 1.04 | 1.75 | 0.49 | 0.77 | 1.37 | 0.39 | 0.64 | 1.20 | |
| EFS | 1.41 | 2.14 | 3.92 | 0.67 | 0.97 | 1.59 | 0.48 | 0.71 | 1.24 | 0.38 | 0.59 | 1.10 | |
| BYP | 4.18 | 10.13 | 14.82 | 3.56 | 5.32 | 8.23 | 3.62 | 5.16 | 6.36 | 3.67 | 4.99 | 5.83 | |
| BYPS | 1.60 | -[a] | -[a] | 0.35 | 1.56 | 1.93 | 0.25 | 0.42 | 1.60 | 0.19 | 0.35 | 0.48 | |
| BYPSb | 1.43 | -[a] | -[a] | **0.30** | 1.36 | 1.84 | **0.20** | **0.35** | 1.42 | 0.18 | **0.28** | **0.40** | |
| BYPSc | 1.16 | -[a] | -[a] | 0.37 | 1.10 | 1.42 | 0.42 | 0.63 | 1.18 | **0.15** | 0.65 | 0.84 | |
| SA | 1.47 | 1.47 | 1.47 | 1.47 | 1.47 | 1.47 | 1.47 | -[a] | -[a] | 1.47 | -[a] | -[a] | English |
| TuSA | 1.14 | 1.14 | 1.14 | 1.14 | 1.14 | 1.14 | 1.14 | -[a] | -[a] | 1.14 | -[a] | -[a] | |
| TwSA | 0.83 | 1.17 | 1.53 | 0.48 | **0.62** | 0.79 | 0.33 | -[a] | -[a] | 0.26 | -[a] | -[a] | |
| ANS | 1.09 | 1.09 | 1.09 | 1.09 | 1.09 | 1.09 | 1.17 | 1.17 | 1.17 | 1.17 | 1.17 | 1.17 | |
| ANS2 | 0.75 | 0.75 | 0.76 | 0.75 | 0.75 | 0.75 | -[b] | -[b] | -[b] | -[b] | -[b] | -[b] | |
| ANS2b | **0.65** | **0.65** | **0.65** | 0.66 | 0.66 | **0.66** | 0.91 | 0.91 | **0.91** | 0.91 | 0.91 | 0.91 | |
| BYP | 1.19 | 2.29 | 3.24 | 0.77 | 1.33 | 1.87 | 0.54 | 0.92 | 1.31 | 0.49 | 0.80 | 1.08 | |
| BYPS | 1.37 | -[a] | -[a] | 0.27 | 1.43 | 1.42 | 0.16 | 0.28 | 1.44 | 0.17 | 0.20 | 0.28 | |
| BYPSb | 1.19 | -[a] | -[a] | 0.24 | 1.25 | 1.23 | **0.14** | 0.25 | 1.27 | 0.15 | **0.18** | 0.25 | |
| BYPSc | 1.04 | -[a] | -[a] | **0.20** | 1.10 | 1.07 | 0.15 | **0.23** | 1.12 | **0.13** | **0.18** | **0.24** | |

[a] Algorithm not designed to work in this case.
[b] Same as ANS2b.

Cuadro 1.1: Search times (in seconds) of algorithms for single approximate pattern matching with up to $k$ mismatches ran 100 times with different patterns.

# Capítulo 2

# Titulo del capitulo

## 2.1. Titulo de la seccion

**Teorema 2.1.1.** *En juegos de suma constante simétricos de dos jugadores, SFP puede requerir una cantidad exponencial de rondas (en el tamaño de representación del juego) antes de que un equilibrio sea jugado.*

*Demostración.* Consideremos un juego con la siguiente matriz de pagos:

$$\begin{array}{c|ccc|}
. & a^1 & a^2 & a^3 \\ \hline
a^1 & 0 & \text{-1} & -\epsilon \\
a^2 & 1 & 0 & -\epsilon \\
a^3 & \epsilon & \epsilon & 0 \\ \hline
\end{array}$$

Si $\epsilon < 1$, vemos que $(a^3, a^3)$ es el único equilibrio de Nash por ser el único perfil restante luego de realizar eliminación iterada de estados estrictamente dominados.

Consideremos un número $k > 1$ arbitrario. Mostraremos que para $\epsilon = 2^{-k}$, SFP puede tomar $2^k$ rondas antes de que alguno de los jugadores juegue $a^3$. Como el juego puede codificarse en $O(k)$ bits, esto demuestra el teorema.

Si el proceso de SFP comienza con $(a^1, a^1)$, entonces $Py^1 = x^1 Q = (0, 1, 2^{-k})$ y por lo tanto ambos jugadores jugaran $a_2$ en la segunda ronda.

Luego, continuarán jugando $a^2$ hasta la ronda $2^k$ ya que para los $i$ tales que $1 \leq i \leq 2^k$, tendremos $Py^i = (-i + 1, 1, 2^{-k} i)$. Mientras valga $2^{-k} i < 1$, ambos jugadores elegirán $a^2$ en la ronda $i + 1$

Por lo tanto, la secuencia

$(a^1, a^1), (a^2, a^2), ...(a^2, a^2)$

es una secuencia de aprendizaje válida de este juego que es exponencialmente larga en $k$ y en al cúal no se juega ningún equilibrio. □

**Teorema 2.1.2.** *En juegos de suma constante simétricos de dos jugadores, AFP puede requerir una cantidad exponencial de rondas (en el tamaño de representación del juego) antes de que un equilibrio sea jugado.*

*Demostración.* Consideremos un juego con la siguiente matriz de pagos:

$$\begin{array}{c|ccc|} . & a^1 & a^2 & a^3 \\ \hline a^1 & 0 & \text{-1} & -\epsilon \\ a^2 & 1 & 0 & -\epsilon \\ a^3 & \epsilon & \epsilon & 0 \\ \hline \end{array}$$

Si $\epsilon < 1$, vemos que $(a^3, a^3)$ es el único equilibrio de Nash por ser el único perfil restante luego de realizar eliminación iterada de estados estrictamente dominados.

Consideremos un número $k > 1$ arbitrario. Mostraremos que para $\epsilon = 2^{-k}$, AFP puede tomar $2^k$ rondas antes de que se juegue $(a^3, a^3)$. Como el juego puede codificarse en $O(k)$ bits, esto demuestra el teorema.

Si el proceso de AFP comienza con el jugador fia jugando $a^1$, entonces $x^1 Q = (0, 1, 2^{-k})$ y por lo tanto el jugador columna elegirá $a_2$.

Luego, en las siguentes $2^k - 1$ rondas tendremos que $Py^i = (-i + 1, 0, 2^{-k} i)$ y $x^{i+1} Q = (-2^{-k} i, 1 - 2^{-k} i, 2^{-k} i$. Claramente, el jugador fila elegirá $a^3$. Por su parte, como $1 - 2^{-k} i \geq 2^{-k}$ el jugador columna jugará $a^2$ en la ronda $i + 1$.

Por lo tanto, la secuencia
$(a^1, a^2), \underbrace{(a^3, a^2), ...(a^3, a^2)}_{2^k - 1 veces}$

es una secuencia de aprendizaje válida de este juego que es exponencialmente larga en $k$ y en al cúal no se juega ningún equilibrio. □

# Bibliografía

[1] U. Berger. «Brown's original fictitious play». En: *Journal of Economic Theory* 135 (feb. de 2007), págs. 572-578. DOI: 10.1016/j.jet.2005.12.010.

## Apéndice A

# Titulo del Apendice

### A.1. Titulo de la seccion