不动点

将原先的

$$f(x) = 0$$

转化成

$$x = h(x)$$

的方式进行求解。

不动点的存在性定理

定理1

如果 $f(x)$ 为区间$[a, b]$上的连续函数，且满足下面两个条件：

1. 压缩性：对于 $x \in [a, b], a \leq f(x) \leq b$
2. 大L性质：存在正常数L<1, 使得，对于任意的$x, y \in [a, b]$ 都有，
$$|f(x) - f(y)| \leq L|x - y|$$

则存在有唯一的不动点。

构造$h(x) = f(x) - x$，再用连续函数的介值定理就可以证明存在性，唯一性代入就可证明。

局部收敛定理：

若有这样的不动点 x^* ，如果存在有在不动点附近的某个领域，满足有$h'(x) < 1$，则迭代法：

$$x_{t+1} = h(x_t)$$

局部收敛。

- $h'(x^*)$数值越接近0，收敛速度越快。
- 如果对于小于n次的导数在不动点出都为0，且$h^{(n)}(x)$ 不一定为0，则称为n阶收敛