高二数学练习 12.30

命题人：王颖超　　　审题人：张敏

一、单选题

1. 已知直线 $l_1: x+(2-k)y+1=0$ 与 $l_2: 2y+3=0$ 垂直，则 $k=$（　　）

A. 0　　　B. 1　　　C. 2　　　D. $\frac{1}{2}$

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，前 n 项和为 S_n.若 $S_3=6$，$S_6=3$，则 $S_9=$（　　）

A. -18　　　B. -9　　　C. 9　　　D. 18

3. 已知点 $A(3,\sqrt{21})$，抛物线 $C: y^2=4x$ 上有一点 $P(x_0,y_0)$，则 $\dfrac{y_0^2}{2}+2|PA|$ 的最小值是（　　）

A. 10　　　B. 8　　　C. 5　　　D. 4

4. 已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x+\mathrm{e}(x-a-1)$（e 为自然对数的底数），$g(x)=\ln(x\mathrm{e}^x)-a$ 的零点分别为 x_1，x_2，则 $\dfrac{x_1}{x_2}$ 的最大值为（　　）

A. e　　　B. $\frac{1}{\mathrm{e}}$　　　C. 1　　　D. $\frac{2}{\mathrm{e}}$

二、多选题

5. 已知曲线 $C: \dfrac{x^2}{m-1}+\dfrac{y^2}{3-m}=1(x\in\mathbf{R})$，下列说法正确的是（　　）

A. 若 $1<m<3$，则曲线 C 为椭圆

B. 若 $m<1$，则曲线 C 为双曲线

C. 若曲线 C 为椭圆，则其长轴长一定大于 2

D. 若曲线 C 为焦点在 x 轴上的双曲线，则其离心率小于 $\sqrt{2}$ 大于 1

6. 函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx-1$.下列说法中正确的有（　　）

A. 当 $a=3,b=1$ 时，有 $f(-2-x)+f(x)=0$ 恒成立

B. $\exists a,b\in\mathbf{R}$，使 $f(x)$ 在 $(-\infty,1)$ 上单调递减

C. 当 $b=0$ 时，存在唯一的实数 a，使 $f(x)$ 恰有两个零点

D. 当 $b=0, x\in[-2,0]$ 时，$x-6\le f(x)\le x$ 恒成立，则 $a\in\left[\dfrac{1}{4},1\right]$

三、填空题

7. 已知等比数列$\left\{a_n\right\}$满足$a_4+a_8=-3, a_5a_7=2$，则$a_6=$______.

8. 已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的左，右焦点分别为$F_1,F_2$，点$P$在双曲线$C$上，且满足$\overrightarrow{F_1F_2}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，倾斜角为锐角的渐近线与线段$PF_1$交于点$Q$，且$\overrightarrow{F_1P}=4\overrightarrow{QP}$，则$\dfrac{|PF_1|}{|PF_2|}$的值为______.

四、解答题

9. （8+8）已知数列$\left\{a_n\right\}$，$\left\{b_n\right\}$，$a_n=(-1)^n+2^n$，$b_n=a_{n+1}-\lambda a_n(\lambda>0)$，且$\left\{b_n\right\}$为等比数列.

（1）求λ的值；

（2）记数列$\left\{b_n\cdot n^2\right\}$的前$n$项和为$T_n$.若$T_i\cdot T_{i+2}=15T_{i+1}\left(i\in \mathrm{N}^*\right)$，求$i$的值.

10. （6+8+6）已知$f\left(x\right)=\ln\left(x+1\right)$

（1）设$h\left(x\right)=xf\left(x-1\right)$，求$h\left(x\right)$的极值.

（2）若$f\left(x\right)\le ax$在$\left[0,+\infty\right)$上恒成立，求a的取值范围.

（3）若存在常数M，使得对任意$x\in I$，$f\left(x\right)\le M$恒成立，则称$f\left(x\right)$在I上有上界M，函数$f\left(x\right)$称为有上界函数．如$y=\mathrm{e}^x$是在R上没有上界的函数，$y=\ln x$是在$\left(0,+\infty\right)$上没有上界的函数；函数$y=-\mathrm{e}^x, y=-x^2$都是在R上有上界的函数．如果$g(n)=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$，则$g\left(n\right)$是否在$\mathrm{N}^*$上有上界?若有，求出上界；若没有，给出证明.