

浙江大学2014 - 2015学年秋冬学期

《概率论》课程期末考试试卷

课程号: 06120410, 开课学院: 数学系
 考试试卷: A卷
 考试形式: 闭卷, 允许带计算器入场
 考试日期: 2015年1月28日, 考试时间: 120分钟

诚信考试, 沉着应考, 杜绝违纪.

考生姓名: _____ 学号: _____ 所属院系: _____

序号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
评卷人								

可能用到的数字: $\Phi(0.167) = 0.57, \Phi(0.611) = 0.73, \Phi(1.833) = 0.97, \Phi(0.5) = 0.69, \Phi(2.236) = 0.99, \Phi(2.576) = 0.995.$

题一. (12分)

已知 $P(A) = 0.2, P(B) = P(C) = 0.3,$

(1) 假设 A, B, C 互不相容, 求 $P(A \cap B \cap C)$;

(2) 假设 A, B, C 相互独立, 求在 A, B, C 至少有一个发生的条件下, A, B 至少有一个发生的概率.

题二. (13分)

某地区40岁以上的成年人的体重指数 $(BMI) \xi \sim N(22.5, 9)$. 调查发现体重指数小于24时高血压患病率为10%. 体重指数在24和28之间时高血压患病率为25%. 体重指数大于28时高血压患病率为35%. 已知从该地区随机调查的一名40岁以上的成年人患有高血压, 求他的体重指数在24与28之间的概率.

题三. (14分)

设随机向量 (ξ, η) 在菱形 $D = \{(x, y) : |x| + |y| < 1\}$ 内服从均匀分布.

(1) 求 ξ 的边缘概率密度函数.

(2) 求 $\xi = x (-1 < x < 1)$ 时 η 的条件概率密度函数;
 (3) 求 $P(\eta > -1/4 | \xi = 1/2)$.

题四. (16分)

设随机变量 ξ, η 相互独立. 已知 ξ 有概率密度函数

$$p(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它}, \end{cases}$$

$P(\eta = 1) = 0.4, P(\eta = -1) = 0.6.$

(1) 求 $X = 2\xi^2 + 4\xi + 3$ 的概率密度函数;

(2) 求 $Y = \xi^2 \eta$ 的分布函数.

题五. (16分)

盒子中有标号为 $1, 2, \dots, N$ 的卡片各一张, 从中每次抽取一张, 有放回地抽取 n 次. 求

(1) 抽得的号码之和的数学期望;

(2) 抽得的最大号码的数学期望.

题六. (14分)

在区间 $(0, 2)$ 上随机取一数 ξ , 当观察到 $\xi = x$ 时, 在区间 $(0, x)$ 内随机取一数 η . 求

(1) $\text{Var} \xi, \text{Var} \eta$;

(2) $\text{Cov}(\xi, \eta)$.

题七. (15分) 任选一题

(1) 假设选民中赞同某候选人的比例 $p \in (0.01, 0.99)$. 该候选人委托一调查公司对 p 进行调查. 为了以99%的把握保证 p 的预测误差超过1%, 问: 应要求调查多少选民?

(2) 设有一判口袋, 在第 k 个口袋中放有一个白球和 $k-1$ 个黑球, $k = 1, 2, \dots$. 在前 n 个口袋中各取一球, 以 ξ_n 表示所取出的 n 个球中的白球个数, 证明

$$\frac{\xi_n}{\ln n} \xrightarrow{P} 1.$$

(提示: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{j=1}^n \frac{1}{j} - \ln n \right) = c$, 其中 $c > 0$ 为欧拉常数)

