浙江大学 2016－2017 学年秋学期

《 随机过程》补考试卷

课程号：_061B0160_，开课学院：_数学科学学院_

考试试卷：√A 卷、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：√闭、开卷（请在选定项上打√），允许带_计算器_入场

考试日期：_2016_年_9_月___日,考试时间：_120_分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

请注意：本试卷共六大题，四页，两大张。

请勿将试卷拆开或撕页！如发生此情况责任自负！

考生姓名：______________学号：______________专业：_____________

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据：$\boldsymbol{\Phi(0.25)=0.60, \Phi(0.5)=0.69, \Phi(1)=0.84, \Phi(2)=0.98, \Phi(2.5)=0.99}$

一. 填空题（每小格 3 分，共 30 分，每个分布均要写出参数）

1．设 $\{B(t); t \geq 0\}$ 是标准布朗运动，则 $B(3)-2B(1)$ 服从_____________分布，$Cov(B(3)-2B(1), B(2)) =$ ________，$P(B(5.5)>5|B(1.1)=3, B(1.5)=1) =$ _____________，$P(\max_{0\leq t\leq 6.25} B(t) < 2.5) =$ ______________。

2. 设$X(t)=Acost+B\sin t, t\geq 0, (A,B)$服从二元正态分布，$A\sim N(1,2), B\sim N(0,2)$，$A$与$B$相互独立，则自相关函数$R_X(s,t)=$___________，$X(\frac{3\pi}{4})\sim$ ___________分布.

3. 设$\{X(t); -\infty<t<\infty\}$是宽平稳过程，若自相关函数 $R_X(\tau)=2+e^{2|\tau|}$，则谱密度$S_X(\omega)$ =__________，$\{X(t)\}$的均值各态历经当且仅当均值$\mu_X=$________。

4. 设$\{N_i(t);\ t\geq 0\}, i=1,2$是两个相互独立的强度均为 1 的泊松过程，则 $P(N_1(1)+N_2(2)=2)=$___________，$P(N_1(2)=2|N_1(1)+N_2(2)=2)=$________。

二.（14 分）设$X(t)=At+B, t\geq 0$，这里A和B相互独立服从相同分布，$P(A=1)=0.6$，$P(A=-1)=0.4$。(1)写出$X(t)$的全部样本函数；(2)求$(X(1),X(2))$的联合分布律及$X(2)$的边际分布律； (3)求$\{X(t); t\geq 0\}$的均值函数和自相关函数。

三．(14 分) 以$N(t)$表示$(0,t]$内到达某商场的顾客数，设$\{N(t);t\geq 0\}$是强度为$\lambda=5$的泊松过程，进商场的各顾客独立地以概率 0.4 购物，以概率 0.6 不购物。计算 (1) 在$(0,1]$内至少有 1 个顾客达到，且在$(0,3]$内恰有两个顾客到达的概率； (2) 若已知在$(0,3]$内恰有 1 个顾客到达，求他到达的时间在（1，2）之间的概率； (3) 若已知在$(0,1]$内至多有 2 个顾客到达，求至少有 1 个顾客购物的概率。

四．（14 分）甲乙两人玩游戏，每局甲赢一元的概率为 0.4，输一元的概率为 0.3，平局的概率为 0.3，假设一开始甲有 1 元，乙有 2 元，游戏直到某人输光为止，X_n为第 n 局后甲拥有的钱数，则$\{X_n;n\geq 1\}$是一个时齐的 Markov 链，状态空间$I=\{0,1,2,3\}$，求（1）一步转移矩阵P；（2）$P(X_2=1)$； (3)$P(X_2=1,X_4=2)$； (4) 甲输的概率。

五.（14 分）设$\{X_n; n \geq 0\}$是时齐的 Markov 链，状态空间$I = \{1,2,3,4,5,6\}$，一步转移概率为：$p_{11} = p_{54} = p_{62} = 0.4, p_{12} = p_{56} = p_{65} = 0.6$，$p_{21} = p_{34} = p_{43} = 1$。(1)求出所有的互达等价类，并指出哪些是闭的；(2)求出各状态的周期和常返性；(3)计算所有正常返态的平均回转时；(4)计算$\lim\limits_{n\to\infty} p_{12}^{(n)}$和$\lim\limits_{n\to\infty} p_{55}^{(n)}$。

六.（14 分）设$X(t) = A\cos(t + 2\pi B)$，$-\infty < t < \infty$，这里A, B相互独立同服从区间（0，1）上的均匀分布。(1)计算$\{X(t); -\infty < t < \infty\}$的均值函数和自相关函数，并证明它是一个宽平稳过程；(2)计算$\{X(t); -\infty < t < \infty\}$的时间均值$< X(t) >$和时间相关函数$< X(t)X(t+\tau) >$,判断$\{X(t); -\infty < t < \infty\}$是否为各态历经过程，说明理由。

(公式$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta, \sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$.)