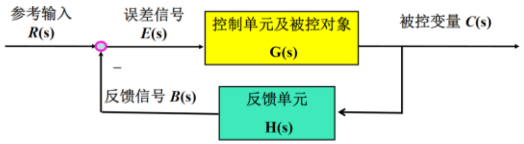
第一章 概述

典型控制系统

第二章 连续时间控制系统的数学模型

1. 传递函数



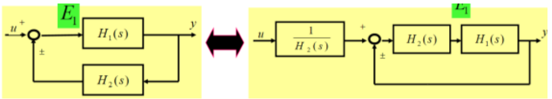
①开环传递函数 $=\frac{B(s)}{E(s)}=G(s)H(s)$

②前向通路传递函数 $=\frac{C(s)}{E(s)}=G(s)$

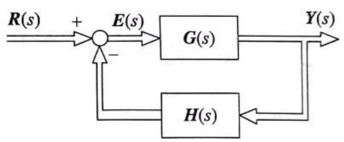
③反馈通路传递函数 $=\frac{B(s)}{C(s)}=H(s)$

2. 方块图

等效单位反馈



3. 多变量系统的传递函数



$$\begin{cases}Y(s)=G(s)E(s)\\ E(s)=R(s)-H(s)Y(s)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}Y(s)=M(s)R(s)\\ M(s)=[I+G(s)H(s)]^{-1}G(s)\end{cases}$$

4. 梅逊增益公式

$$M=\frac{1}{\Delta}\sum_{k=1}^{N}(P_k\Delta_k)$$

其中，N为前向通路数；P_k为第k条前向通路的增益；

$$\Delta=1-\begin{pmatrix}\text{单回路}\\ \text{增益之和}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{两两互不接触}\\ \text{回路增益之和}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\text{三个互不接触}\\ \text{回路增益之和}\end{pmatrix}+\cdots$$

Δ_k为抽去第k条前向通路后剩下的图的Δ（余子式）。

6. 微分方程/传递函数 --> 状态空间模型（举例）

(1)输入无微分项

$$\ddot{y}+3\dot{y}+2y=5u$$

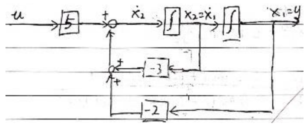
$$\text{有}G(s)=\frac{5}{s^2+3s+2}$$

取$x_1=y$，$x_2=\dot{y}$，有

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=-2x_1-3x_2+5u\end{cases}，\quad \text{即}\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1\\-2&-3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\5\end{bmatrix}u$$

$y=x_1$， 即$y=[1\quad 0]x$

状态变量图：



(2)输入有微分项（此即能控标准型的做法）

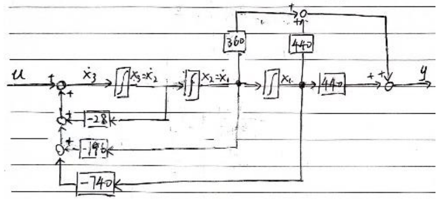
$$\dddot{y}+28\ddot{y}+196\dot{y}+740y=360\dot{u}+440u$$

$$\text{有}G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{360s+440}{s^3+28s^2+196s+740}$$

设$Z(s)=\frac{U(s)}{s^3+28s^2+196s+740}$， 有$\begin{cases}u=\dddot{z}+28\ddot{z}+196\dot{z}+740z\\ y=360\dot{z}+440z\end{cases}$

取$\begin{cases}x_1=z\\ x_2=\dot{z}\\ x_3=\ddot{z}\end{cases}$， 有$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=x_3\\ \dot{x}_3=\dddot{z}=-740x_1-196x_2-28x_3+u\end{cases}$

$y=440x_1+360x_2$（矩阵形式略）



7. 三个标准型

①对角标准型（正则型）

当$G(s)$只含有单极点λ_i时，可写成部分分式之和：

$$G(s)=\sum_{i=1}^{n}\frac{c_i}{s-\lambda_i}\Rightarrow Y(s)=\sum_{i=1}^{n}\frac{c_i}{s-\lambda_i}\times U(s)$$

令$X_i(s)=\frac{U_i(s)}{s-\lambda_i}$， 则有$\begin{cases}\dot{x}_i(t)=\lambda_i x_i(t)+u(t)\\ y(t)=\sum_{i=1}^{n}c_i x_i(t)\end{cases}$

②能控标准型

$$A_c=\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&\vdots&&\\0&0&0&\cdots&1\\-a_0&-a_1&-a_2&\cdots&-a_{n-1}\end{bmatrix},\ b_c=\begin{bmatrix}0\\0\\ \vdots\\0\\1\end{bmatrix},\ c_c=[\beta_0\ \ \beta_1\ \ \cdots\ \ \beta_{n-1}],\ d_c=0$$

③能观标准型

$$A_o=\begin{bmatrix}0&0&\cdots&0&-a_0\\1&0&\cdots&0&-a_1\\0&1&\cdots&0&-a_2\\ \vdots&\vdots&\ddots&\vdots&\vdots\\0&0&\cdots&1&-a_{n-1}\end{bmatrix},\ b_o=\begin{bmatrix}\beta_0\\ \beta_1\\ \beta_2\\ \vdots\\ \beta_{n-1}\end{bmatrix},\ c_o=[0\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0\ \ 1],\ d_o=0$$

规律：

$A_o=(A_c)^T$

$C_o=(B_c)^T$

$B_o=(C_c)^T$

进而可得系统的能观标准型状态空间表达式为

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&-12&-7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u$$

$$y=[2\ \ 3\ \ 1]\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}$$

能控标准型

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&0&0\\1&0&-12\\0&1&-7\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}2\\3\\1\end{bmatrix}u$$

$$y=[0\ \ 0\ \ 1]x$$

8. 常见模型

① 电路模型

电阻$u=Ri$

电容$i=C\frac{du}{dt}\Rightarrow i=CDu\Rightarrow R_C=\frac{1}{CD}$

电感$u=L\frac{di}{dt}\Rightarrow u=LDi\Rightarrow R_L=LD$

第三章 连续时间控制系统的时域分析

1. 拉普拉斯变换（用于部分分式法计算单位脉冲响应）

$1\overset{L}{\leftrightarrow}\frac{1}{s}$， $t\overset{L}{\leftrightarrow}\frac{1}{s^2}$， $\frac{t^2}{2}\overset{L}{\leftrightarrow}\frac{1}{s^3}$， $\cdots$ $\frac{t^n}{n!}\overset{L}{\leftrightarrow}\frac{1}{s^n}$

$e^{-at}\overset{L}{\leftrightarrow}\frac{1}{s+a}$， $te^{-at}\overset{L}{\leftrightarrow}\frac{1}{(s+a)^2}$， $\frac{t^2}{2}e^{-at}\overset{L}{\leftrightarrow}\frac{1}{(s+a)^3}$

$e^{-at}sin(\omega t)\overset{L}{\leftrightarrow}\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$， $e^{-at}cos(\omega t)\overset{L}{\leftrightarrow}\frac{s}{(s+a)^2+\omega^2}$

$$y^{(n)}(t)\overset{L}{\leftrightarrow}s^nF(s)-s^{n-1}y(0)-s^{n-2}y^{(1)}(0)-\cdots-y^{(n-1)}(0)$$

若λ_i是$Q(s)$的m重根，$c_{ik}=\lim_{s\to\lambda_i}\frac{1}{(m-k)!}\frac{d^{m-k}}{ds^{m-k}}(s-\lambda_i)^m\frac{P(s)}{Q(s)}$

2. 自由响应和强迫响应

自由响应：全响应中$G(s)$模态组成的部分（需满足模态不重叠）

1) $u(t)=k\sin\omega_0 t\cdot u_{-1}(t)$，$G(s)$不含$\frac{1}{s^2+\omega_0^2}$

2) $u(t)$为阶跃、斜坡或抛物线输入，$G(s)$不含$\frac{1}{s}$

强迫响应与输入有相同的形式（正弦、幂级数），自由响应只与传递函数有关。

3. 二阶系统

①标准形式：

$$\ddot{y}+2\xi\omega_n\dot{y}+\omega_n^2y=\omega_n^2x$$

$$G(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_ns+\omega_n^2}$$

$\xi<0$，2个正实部根，发散（不稳定）

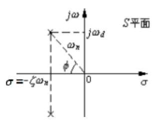
$\xi=0$，1对共轭虚根，等幅振荡（临界稳定）响应

$0<\xi<1$，1对共轭负实部根，欠阻尼响应

$\xi=1$，相等负实根，临界阻尼响应

$\xi>1$，不等负实根，过阻尼响应

②单位阶跃响应（欠阻尼）



如图，$\xi=cos\phi$

衰减（阻尼）震荡频率$\omega_d=\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

$$y(t)=1-\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_nt}\sin(\omega_dt+\phi)$$

(1)上升时间T_r：响应从0第一次上升到终值所需的时间

$$T_r=\frac{\pi-arccos\xi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$$

(2)峰值时间T_p：响应超过终值到达第一个峰值所需的时间

$$T_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}=\frac{\pi}{\omega_d}$$

(3)超调量σ：响应的最大偏离量同终值的比

$$M_p=1+e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}},\quad \sigma=e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

(4)调节时间T_s：响应到达并保持在终值一定范围内所需的时间

$$\Delta=5\%:\ T_s=\frac{3}{\xi\omega_n}\qquad \Delta=2\%:\ T_s=\frac{4}{\xi\omega_n}$$

(5)衰减比n：同方向过渡过程曲线上的相邻两个波峰之比

$$n=e^{\frac{2\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

4. 稳定高阶系统的近似

主导极点：附加无其他零极点；距虚轴较近

$$\frac{10(s+8)}{(s+20)(s^2+2s+5)}=\frac{80(0.125s+1)}{20(0.05s+1)(s^2+2s+5)}\approx\frac{4}{s^2+2s+5}$$

5. 状态转移矩阵$\phi(t)=e^{At}$的计算

$$\dot{x}(t)=Ax(t)\Rightarrow x(t)=e^{At}x(0)$$

①直接计算（通常A的幂次有周期性）

$$e^{At}=I+\frac{At}{1!}+\frac{(At)^2}{2!}+\cdots$$

②拉氏变换

$\dot{x}(t)=Ax(t)\overset{L}{\Rightarrow}sX(s)-x(0)=AX(s)$

$\Rightarrow X(s)=(sI-A)^{-1}x(0)\Rightarrow\phi(s)=(sI-A)^{-1}$

二阶矩阵求逆：设$A=\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}$，则$A^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix}d&-b\\-c&a\end{bmatrix}$

③矩阵对角化

将A对角化：$\Lambda=T^{-1}AT$

则$e^{\Lambda t}=T^{-1}e^{At}T\ \Rightarrow\ \phi(t)=Te^{\Lambda t}T^{-1}$

④性质

$\phi^{-1}(t)=\phi(-t)$， $A=\left.\frac{d\Phi(t)}{dt}\right|_{t=0}$

6. 状态空间模型的解算

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$$

①直接法（时域）

$$x(t)=\phi(t)x(0)+\int_0^t\phi(\beta)Bu(t-\beta)d\beta$$

②拉氏变换法

$$X(s)=\phi(s)x(0)+\phi(s)BU(s)$$

第四章 连续时间控制系统的稳定性与稳态误差

1. 劳斯稳定性判据

$$\begin{array}{c|ccccc}s^n&a_n&a_{n-2}&a_{n-4}&a_{n-6}&\cdots\\ s^{n-1}&a_{n-1}&a_{n-3}&a_{n-5}&a_{n-7}&\cdots\\ s^{n-2}&c_1&c_2&c_3&\cdots&\\ s^{n-3}&d_1&d_2&d_3&\cdots&\\ \cdots&\cdots&\cdots&&&\\ s^1&j_1&&&&\\ s^0&k_1&&&&\end{array}$$

$$c_1=\frac{-1}{a_{n-1}}\begin{vmatrix}a_n&a_{n-2}\\a_{n-1}&a_{n-3}\end{vmatrix}\quad c_2=\frac{-1}{a_{n-1}}\begin{vmatrix}a_n&a_{n-4}\\a_{n-1}&a_{n-5}\end{vmatrix}\quad c_3=\frac{-1}{a_{n-1}}\begin{vmatrix}a_n&a_{n-6}\\a_{n-1}&a_{n-7}\end{vmatrix}$$

$$d_1=\frac{-1}{c_1}\begin{vmatrix}a_{n-1}&a_{n-3}\\c_1&c_2\end{vmatrix}\quad d_2=\frac{-1}{c_1}\begin{vmatrix}a_{n-1}&a_{n-5}\\c_1&c_3\end{vmatrix}\quad d_3=\frac{-1}{c_1}\begin{vmatrix}a_{n-1}&a_{n-7}\\c_1&c_4\end{vmatrix}$$

虚轴右侧闭环极点个数 = 正实部特征根的个数 = 第一列元素符号变化次数

①二阶系统：特征多项式的所有系数符号相同

②三阶系统：对于$a_3s^3+a_2s^2+a_1s+a_0=0$

要求a_0，a_1，a_2，a_3同号，且$a_2a_1>a_0a_3$

特殊情况：

①首行出现零元素：

令$s=1/x$，或将原特征多项式乘$(s+1)$，重新列劳斯阵列。

②出现全零行：

$$\begin{array}{c|cccc}s^6&1&5&8&4\\ s^5&1&3&2&0\\ s^4&2&6&4&0\\ s^3&0(8)&0(12)&0(0)&\\ s^2&3&4&0&\\ s^1&4/3&0&&\\ s^0&4&&&\end{array}$$

$\rightarrow 2s^4+6s^2+4=0$

$\leftarrow 8s^3+12s=0$

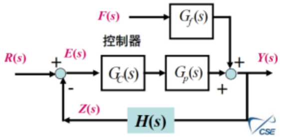
用全零行的上一行构造方程，该方程的根也是原方程的根；对该方程求导，代替全零行

③判断$s=-\sigma$右边的根个数，令$s=z-\sigma$

2. 稳态误差

计算误差前，一定要先判断系统稳定性!!!（直接写特征方程进行判断，即$1+G_c(s)G_p(s)H(s)=0$）

$$E(s)=R(s)-H(s)Y(s)$$



①给定稳态误差的拉氏变换（由$r(t)$产生）

$$E_r(s)=\frac{1}{1+G_c(s)G_p(s)H(s)}R(s)$$

②扰动稳态误差的拉氏变换（由$f(t)$产生）

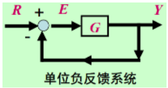
$$E_f(s)=\frac{-G_f(s)H(s)}{1+G_c(s)G_p(s)H(s)}F(s)$$

终值定理：$e_s=\lim\limits_{t\to\infty}e(t)=\lim\limits_{s\to0}sE(s)$（前提是稳定）

3. 单位负反馈系统的型别、稳态误差系数

开环传递函数

$$G(s)=\frac{K\prod_k(T_ks+1)\prod_l(T_l^2s^2+2\zeta T_ls+1)}{\prod_i(T_is+1)\prod_j(T_j^2s^2+2\zeta T_js+1)}s^q=\frac{K\beta(s)}{s^m\alpha(s)}$$



K为传递函数的放大系数

当$m\ge0$时，$e_{ss}=\lim\limits_{s\to0}sE(s)=\lim\limits_{s\to0}\frac{s^{m+1}}{s^m+K}R(s)=\lim\limits_{s\to0}\frac{s^{m+1}}{K}Y(s)$

稳态误差系数仅适用于稳定的单位负反馈系统（首先判断稳定性!!!）

①稳态位置（阶跃）误差系数（输入为$R_0\leftrightarrow R_0/s$）

$$K_p=\frac{\lim\limits_{t\to\infty}y(t)}{e_{ss}}=\lim_{s\to0}G(s)$$

②稳态速度（斜坡）误差系数（输入为$R_1t\leftrightarrow R_1/s^2$）

$$K_v=\frac{\lim\limits_{t\to\infty}\frac{dy(t)}{dt}}{e_{ss}}=\lim_{s\to0}sG(s)$$

③稳态加速度（抛物线）误差系数（输入为$R_2t^2/2\leftrightarrow R_2/s^3$）

$$K_v=\frac{\lim\limits_{t\to\infty}\frac{d^2y(t)}{dt^2}}{e_{ss}}=\lim_{s\to0}s^2G(s)$$

系统型别	误差系数			稳态误差		
	K_p	K_v	K_a	阶跃输入 $R_0(t)$	斜坡输入 R_1t	抛物线输入 $\frac{R_2}{2}t^2$
0	K_0	0	0	$\frac{R_0}{1+K_p}$	∞	∞
1	∞	K_1	0	0	$\frac{R_1}{K_v}$	∞
2	∞	∞	K_2	0	0	$\frac{R_2}{K_a}$

第五章 根轨迹分析法

1. 传递函数

$$G(s)=K_{1g}\frac{\prod_{j=1}(\tau_{1j}s+1)}{s^{\nu}\prod_{i=1}(T_{1i}s+1)}=K_{1r}\frac{\prod_{j=1}(s-z_{1j})}{s^{\nu}\prod_{i=1}(s-p_{1i})}$$

$$H(s)=K_{2g}\frac{\prod_{j=1}(\tau_{2j}s+1)}{\prod_{i=1}(T_{2i}s+1)}=K_{2r}\frac{\prod_{j=1}^{h}(s-z_{2j})}{\prod_{i=1}(s-p_{2i})}$$

K_{1g}—前向通道增益，K_{1r}—前向通道根轨迹增益

K_{2g}—反馈通道增益，K_{2r}—反馈通道根轨迹增益

$$G(s)H(s)=K_g\frac{\prod_{j=1}^{w}(\tau_js+1)}{s^m\prod_{i=1}^{n-m}(T_is+1)}=K_r\frac{\prod_{j=1}^{w}(s-z_j)}{s^m\prod_{i=1}^{n-m}(s-p_i)}=K_r\frac{\prod_{j=1}^{f}(s-z_{1j})\prod_{j=1}^{l}(s-z_{2j})}{s^m\prod_{i=1}^{q}(s-p_{1i})\prod_{i=1}^{h}(s-p_{2i})}$$

$K_g=K_{1g}K_{2g}$—系统开环增益，$K_r=K_{1r}K_{2r}$—开环根轨迹增益

$$\Phi(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}=\frac{K_{1r}\prod_{i=1}^{f}(s-z_{1i})\prod_{j=1}^{h}(s-p_{2j})}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)+K_r\prod_{j=1}^{w}(s-z_j)}$$

闭环系统根轨迹增益 ＝ 开环系统前向通道根轨迹增益

闭环零点 ＝ $G(s)$零点 ＋ $H(s)$极点

2. 在根轨迹上的条件

$$1+G(s)H(s)=1+\frac{K(s-z_1)\cdots(s-z_w)}{(s-p_1)\cdots(s-p_n)}=0$$

$$|G(s)H(s)|=\frac{|K||s-z_1|\cdots|s-z_w|}{|s-p_1|\cdots|s-p_n|}=1$$

幅值条件：

相角条件：

$$\sum_{j=1}^{m}\angle(s-z_j)-\sum_{i=1}^{n}\angle(s-p_i)=\begin{cases}(2k+1)\pi, & K>0\\2k\pi, & K<0\end{cases}$$

2. 根轨迹绘制方法

①根轨迹起于（$K=0$）开环极点，终于（$K\to\infty$）开环零点

②分支数等于开环零极、点数之大者

③实轴上的根轨迹：右边零、极点个数之和为奇数的区域

④渐近线：开环有限极点数为n，零点数为m，当$n>m$，

$$\varphi_a=\frac{(2k+1)\pi}{n-m},k=0,\dots n-m-1,\quad \sigma_a=\frac{\text{极点和}-\text{零点和}}{n-m}$$

⑤分离点、分离角：设l条根轨迹相交、分离

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{d-p_i}=\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{d-z_j},\quad \text{分离角}=\frac{(2k+1)\pi}{l},k=0,\dots,l-1$$

⑥出射角、入射角：由相角条件推导即可

⑦与虚轴交点：令$1+G(j\omega)H(j\omega)=0$

⑧根之和：若$n-m\ge2$，则 根之和=极点之和

⑨特殊情况：由 2 极点p_1p_2和 1 实零点z_1组成的二阶系统，若z_1没有位于p_1p_2之间，当$K=0\to\infty$，根轨迹为以z_1为圆心、以z_1到分离点的距离为半径的圆（当p_1p_2为实极点时）或圆的一部分（当p_1p_2为一对共轭复极点时）

3. 广义根轨迹

①参数根轨迹：写出特征方程$1+G(s)H(s)=0$，然后得到等效开环传递函数$GH_e(s)$（使关注的参数成为根轨迹增益）

②零度（正反馈）根轨迹：法则修改

实轴上的根轨迹：偶数；　出射角、入射角由新相角条件推导

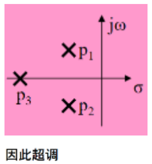
渐近线角度：$\varphi_a=\frac{2k\pi}{n-m},k=0,\dots n-m-1,$

③含纯滞后环节：$Pade$近似

$$G(s)H(s)=\frac{Ke^{-\tau s}}{s(s-p_1)}\approx\frac{-K(s-\frac{2}{\tau})}{s(s-p_1)(s+\frac{2}{\tau})}$$

4. 附加极点

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K}{(s^2+2\zeta\omega_ns+\omega_n^2)(s-p_3)}$$



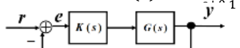
- 由实数极点p_3作用的瞬态项为$A_3e^{p_3t}$，其中$A_3<0$，因此超调M_p减少
- 幅值A_3取决于p_3相对于复数极点的位置。p_3越靠左侧，幅值A_3越小，对系统响应的影响越小。
- 若p_3在复数极点p_1和p_2左侧5倍以远的位置，对系统响应的影响可以忽略不计

5. 补偿器设计（串联补偿）

控制器	瞬态响应	稳态（对阶跃响应的误差）
比例 (P)	加大反馈	通常非零
微分 (D)	增大阻尼和稳定性	通常非零
积分 (I)	降低稳定性	零稳态误差
PI	P，I结合	结合P, I
PD	P, D结合	结合P, D
PID	P, I, D结合	结合P, I, D
Lead	降低上升时间，加大阻尼	通常非零
Lag	降低稳定性	减小误差

比例：$K(s)=K$　微分：$K(s)=Ks$　积分：$K(s)=K/s$

超前补偿：$K(s)=K\frac{s+2}{s+20}$，　滞后补偿：$K(s)=K\frac{s+10}{s+1}$



第六章 频率特性分析法

1. 频率特性

$$G(j\omega)=G(s)|_{s=j\omega}=|G(j\omega)|e^{j\phi(\omega)}$$

对于输入正弦信号$x(t)=Xsin(\omega t+\varphi)$，

输出的稳态分量为$y(t)=X|G(j\omega)|sin[\omega t+\varphi+\phi(\omega)]$

2. Bode 图（对数频率特性曲线）

①比例K，$20lgK$　②积分$\frac{1}{j\omega}$，过点(1,0)，斜率$-20dB/dec$

③一阶惯性$\frac{1}{1+j\omega T}$，转折频率$\frac{1}{T}$，斜率$-20dB/dec$

④一阶微分$(1+j\omega T)$，转折频率$\frac{1}{T}$，斜率$20dB/dec$

⑤振荡$\left[1+\frac{2\xi}{\omega_n}j\omega+\frac{(j\omega)^2}{\omega_n^2}\right]^{-1}$，转折频率$\omega_n$，斜率$-40dB/dec$

⑥二阶微分$1+\frac{2\xi}{\omega_n}j\omega+\frac{(j\omega)^2}{\omega_n^2}$，转折频率$\omega_n$，斜率$40dB/dec$

谐振：$0<\xi<0.707$，振荡环节在$\omega_r=\omega_n\sqrt{1-2\xi^2}$出现峰值

$$20lgM_r=20lg\frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

最小相位系统：零极点均在左半平面，增益为正，不含纯滞后环节，幅频和相频曲线的变化趋势一致。

3. 极坐标图（开环幅相曲线）

①起点：设系统的型别为m，系统开环增益为K。$m<0$，原点；$m=0$，实轴上点K处；$m>0$，若$K>0$，起点为$-90^\circ\times m$，若$K<0$，起点为$-90^\circ\times m-180^\circ$。

②终点：根据分子分母的阶次计算

③与实轴、虚轴的交点

4. 奈奎斯特稳定性判据

设$B(s)=1+G(s)H(s)$，则$B(s)$的零点为闭环传递函数$\phi(s)$的极点，则系统稳定的条件为$B(s)$的零点只在S的左半平面。

①从$G(s)H(s)$到$B(s)$

在$G(s)H(s)$极坐标图中，关注围绕点$(-1,j0)$而非原点的情况

曲线方向：$\omega=0^+\to+\infty\to-\infty\to0^-\to0^+$

设曲线逆时针包围$(-1+j0)$的圈数为N，右半平面的零点个数为Z_R、极点个数为P_R，则$N=P_R-Z_R$，即$Z_R=P_R-N$。

②若$G(s)H(s)$穿越$(-1+j0)$点，等于$B(s)$在虚轴上有零点，会出现持续振荡，系统临界稳定。

③设$G(s)H(s)$的分母含有s^m项（m型系统），则当$\omega=0^-\to0^+$时，曲线以无穷大半径顺时针旋转$m\times180^\circ$

④m的计算：

起始点$(\omega=0^+)$的相位 ＝ $-m\times90^\circ-P_R\times(-180^\circ)$

5. 稳定裕度

①相位裕度

截止频率ω_c：$|G(j\omega_c)H(j\omega_c)|=1$

相位裕度：$\gamma=180^\circ+\angle G(j\omega_c)H(j\omega_c)$

$\gamma>0$为稳定系统，再滞后相位γ，系统将处于临界稳定状态。

②幅值裕度

穿越频率ω_x：$\angle G(j\omega_x)H(j\omega_x)=-\pi$

幅值裕度：$|G(j\omega_x)H(j\omega_x)|*h=1$

或$h'=-20lg|G(j\omega_x)H(j\omega_x)|\ (dB)$

$h'>0$稳定，幅频再增大h倍，则临界稳定。

6. 频域指标和时域指标的关系

典型单位负反馈二阶系统的开环传递函数如下：

$$G(s)=\frac{K}{s(Ts+1)};\qquad G(j\omega)=\frac{\omega_n^2}{j\omega(j\omega+2\zeta\omega_n)}$$

$$\left(\frac{\omega_c}{\omega_n}\right)=\left(\sqrt{4\zeta^4+1}-2\zeta^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

阻尼比ξ一定时，截止频率ω_c越大，自然频率ω_n越大，上升时间、峰值时间、调节时间越小，响应速度加快

谐振峰值　$M_r=\frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}},\quad\zeta\le0.707$

谐振频率　$\omega_r=\omega_n\sqrt{1-2\zeta^2},\quad\zeta\le0.707$

带宽频率　$\omega_b=\omega_n\sqrt{1-2\zeta^2+\sqrt{2-4\zeta^2+4\zeta^4}}$

截止频率　$\omega_c=\omega_n\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4}-2\zeta^2}$

相位裕度　$\gamma=arctg\left(\frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4}-2\zeta^2}}\right)$

调节时间　$T_s=\frac{3.5}{\zeta\omega_n}$　　$\omega_nT_s=\frac{7}{tg\gamma}$

7. 补偿器（左串联超前校正，右串联滞后校正）

(1) 提高了控制系统的相对稳定性——使系统的稳定裕量增加，超调量下降

工业上常取α=10，此时校正装置可提供约 55° 的超前相位

(2) 加快了控制系统的反应速度——过渡过程时间减小。由于串联超前校正的存在，使校正后系统的ω_c、ω_r及ω_b均变大了。带宽的增加，会使系统响应速度变快

(3) 控制系统的稳态性能不变—— 开环低频幅值和相位不变

(4) 系统的抗干扰能力下降了—— 高频段开环幅频曲线抬高了

① 改善了系统的稳定性

相位裕度由负变正，系统由不稳定变稳定

② 稳态性能不变

开环低频幅值和相位不变

③ 响应速度变慢

滞后校正装置使系统的频带变窄，导致动态响应时间增大。

④ 高频抗干扰能力提高

高频段开环幅频曲线压低了