《信号分析与处理》自测题 1

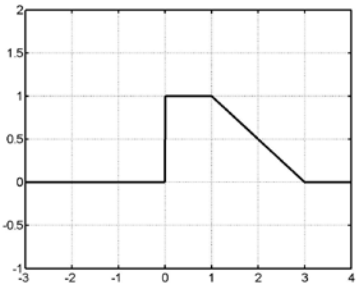
参考答案

一. 填空题（2 分/题，共 30 分）

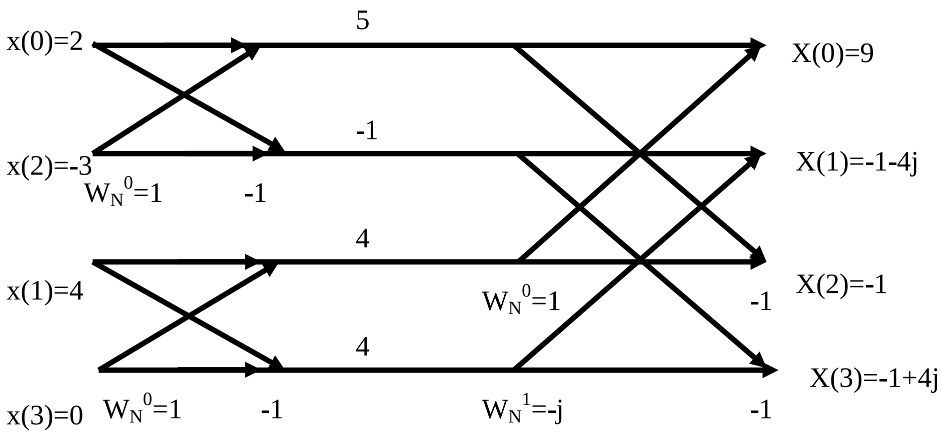
1. 时间和幅度均为连续取值（幅值连续的连续），时间和幅度均为离散取值（幅值离散的离散）
2. 无穷，1
3. $\frac{1}{2}F(\omega)+\frac{1}{4}\left[F(\omega+2\omega_0)+F(\omega-2\omega_0)\right]$
4. 满足抽样定理要求的最低抽样频率，即 $\omega_s=2\omega_m$，其中 ω_m 为原始信号的最高频率分量
5. 序列的 Z 变换是理想抽样信号拉普拉斯变换进行 $z=e^{sT_s}$ 映射的结果或 $X(z)=X_s(s)\Big|_{s=\frac{1}{T_s}\ln z}$
6. 一个圆环（环状区域）
7. $0\le\Omega\le2\pi$ 或 $-\pi\le\Omega\le\pi$。
8. 1
9. 0
10. $\frac{2\pi}{M}$
11. $|H(\omega)|=K$（幅度不变） $\varphi(w)=-\omega t_0$
12. 差分方程、单位脉冲响应　系统函数
13. $\frac{\pi}{n}$
14. $s=\frac{2}{T}\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)$ 或 $z=\frac{1+\frac{T}{2}s}{1-\frac{T}{2}s}$。
15. 使数字滤波器的单位脉冲响应等于所参照的模拟滤波器单位冲激响应的采样值

二. 画图题（10 分）

1. （4 分）



2. （6 分）



三．　简答题和简算题（6 分/题，共 30 分）

1. 略。

2. 略。

3. 讨论略，非线性系统、时不变系统。

4. 讨论略，$x_1(t)$不失真，$x_2(t)$失真。

5. 略。

四．　计算题（20 分）

1.　（6 分）

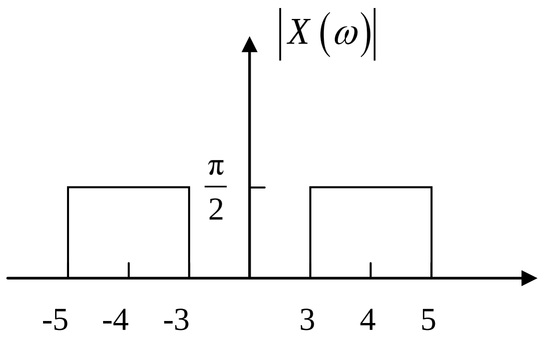
解：根据傅立叶变换的对偶性：$Sa(t) \xleftrightarrow{\mathrm{F}} \pi \cdot g(\omega)$

由于$\cos(4t) = \frac{1}{2}\left[e^{j4t} + e^{-j4t}\right]$，根据傅立叶变换的频移特性，

$$\cos(4t) \xleftrightarrow{\mathscr{F}} \pi\left[\delta(\omega-4)+\delta(\omega+4)\right]$$

根据傅立叶变换的频域卷积性质，

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi}\left\{\pi \cdot g(\omega) * \pi\left[\delta(\omega-4)+\delta(\omega+4)\right]\right\} = \frac{\pi}{2}\left[g(\omega-4)+g(\omega+4)\right]$$



2.

（1）（4 分）对系统两边进行 Z 变换，得：

$$Y(z)+\frac{1}{4}z^{-1}Y(z)-\frac{1}{8}z^{-2}Y(z)=X(z)-2z^{-1}X(z)$$

于是得系统函数

$$H(z)=\frac{1-2z^{-1}}{1+\frac{1}{4}z^{-1}-\frac{1}{8}z^{-2}}=\frac{z^2-2z}{\left(z+\frac{1}{2}\right)\left(z-\frac{1}{4}\right)}$$

极点都在单位圆内，所以系统是稳定的。

（2）（6 分）利用部分分式展开，可求得

$$Y(z)=\frac{10}{9}\frac{z}{z+\frac{1}{2}}+\frac{7}{9}\frac{z}{z-\frac{1}{4}}-\frac{8}{9}\frac{z}{z-1}$$

于是

$$y(n)=\frac{10}{9}\left(-\frac{1}{2}\right)^n+\frac{7}{9}\left(\frac{1}{4}\right)^n-\frac{8}{9}\quad(n\geq 0)$$

（3）（4 分）该系统的系统函数为

$$H(z)=\frac{2-4z^{-1}}{1-z^{-1}}$$

于是，该系统的频率特性为

$$H(\Omega)=\frac{2-4\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\Omega}}{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\Omega}}=\frac{2-4\cos\Omega+\mathrm{j}4\sin\Omega}{2-\cos\Omega+\mathrm{j}\sin\Omega}$$

当 $\Omega=\frac{\pi}{2}$ 时，$H\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{2+\mathrm{j}4}{2+\mathrm{j}1}=2\mathrm{e}^{\mathrm{j}36.9^\circ}$，于是稳态解为 $y(n)=10\cos\left(\frac{n\pi}{2}+36.9^\circ\right)$。

五.　　分析题（10 分）

1.（6 分）

$$X\left(k\right)=\sum_{n=0}^{N-1}x\left(n\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\Omega_0 n}=\sum_{n=0}^{N-1}x\left(n\right)\left[\cos\left(k\Omega_0 n\right)-\mathrm{j}\sin\left(k\Omega_0 n\right)\right]$$

当序列 $x\left(n\right)$ 是实序列，有

$R\left(k\right)=\sum_{n=0}^{N-1}x\left(n\right)\cos\left(k\Omega_0 n\right)$， $I\left(k\right)=-\sum_{n=0}^{N-1}x\left(n\right)\sin\left(k\Omega_0 n\right)$ 显然有

$$R\left(-k\right)=\sum_{n=0}^{N-1}x\left(n\right)\cos\left(-k\Omega_0 n\right)=\sum_{n=0}^{N-1}x\left(n\right)\cos\left(k\Omega_0 n\right)=R\left(k\right)$$

$$I\left(-k\right)=-\sum_{n=0}^{N-1}x\left(n\right)\sin\left(-k\Omega_0 n\right)=\sum_{n=0}^{N-1}x\left(n\right)\sin\left(k\Omega_0 n\right)=-I\left(k\right)$$

故 $R\left(k\right)$ 为偶函数， $I\left(k\right)$ 为奇函数。

2.（4 分）

$$\begin{aligned}Y\left(z\right)&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}y\left(n\right)z^{-n}\\&=\sum_{r=-\infty}^{\infty}y\left(3r\right)z^{-3r}+\sum_{r=-\infty}^{\infty}y\left(3r+1\right)z^{-(3r+1)}+\sum_{r=-\infty}^{\infty}y\left(3r+2\right)z^{-(3r+2)}\\&=\sum_{r=-\infty}^{\infty}x\left(r\right)z^{-3r}+\sum_{r=-\infty}^{\infty}0.5x\left(r\right)z^{-(3r+1)}\\&=X\left(z^3\right)+0.5z^{-1}X\left(z^3\right)\\&=\left(1+0.5z^{-1}\right)X\left(z^3\right)\end{aligned}$$