第 4 章 梯度分析与最优化

4.1 习题 1

对滤波器 $\boldsymbol{\omega}$，定义代价函数 $f(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{R_e} \boldsymbol{\omega}$，并且给滤波器加约束条件 $Re(\boldsymbol{\omega}^H \mathbf{x}) = b$，其中，$\mathbf{R_e} = \mathbb{E}\{\mathbf{e}\mathbf{e}^H\}$ 为向量 $\mathbf{e}$ 的协方差矩阵，$Re(\cdot)$ 表示取实部，b 为一常数。试求使代价函数最小的 $\boldsymbol{\omega}$。

4.2 习题 2

求解约束优化问题

$$\begin{aligned} \min_{x,y,z} \ & J = x^2 + y^2 + z^2, \\ \text{s.t.} \quad & 3x + 4y - z - 26 = 0. \end{aligned}$$

4.3 习题 3

考虑约束优化问题

$$\begin{aligned} \min_{x,y} \ & \phi(x,y) = (x-1)(y+1), \\ \text{s.t.} \quad & x - y = 0. \end{aligned}$$

证明：

(1) 利用 Lagrange 乘子法求解该约束优化问题，并说明此时 Lagrange 乘子的取值。

(2) 证明该约束优化问题的最优解是 $\phi(x,y)$ 的鞍点。

4.4 习题 4

考虑线性方程 $\mathbf{Ac} + \mathbf{e} = \mathbf{y}$，其中 $\mathbf{e}$ 为零均值加性有色噪声向量。使用加权误差函数 $Q(\mathbf{c}) = \mathbf{e^H W e}$ 作为向量 $\mathbf{c}$ 最优估计 $\hat{\mathbf{c}}_0$ 的代价函数，其中矩阵 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{W}$ 均为 Hermitian 正定矩阵。

(1) 求上述无约束优化问题的最优解 $\hat{\mathbf{c}}_0$。

(2) 若向量 $\mathbf{c}$ 须满足约束条件 $\mathbf{c^H y} = \mathbf{1}$，求该约束优化问题的最优解。

发布与提交时间

- ❑ 作业发布时间：2024 年 10 月 14 日
- ❑ 作业提交 DDL：2024 年 10 月 27 日