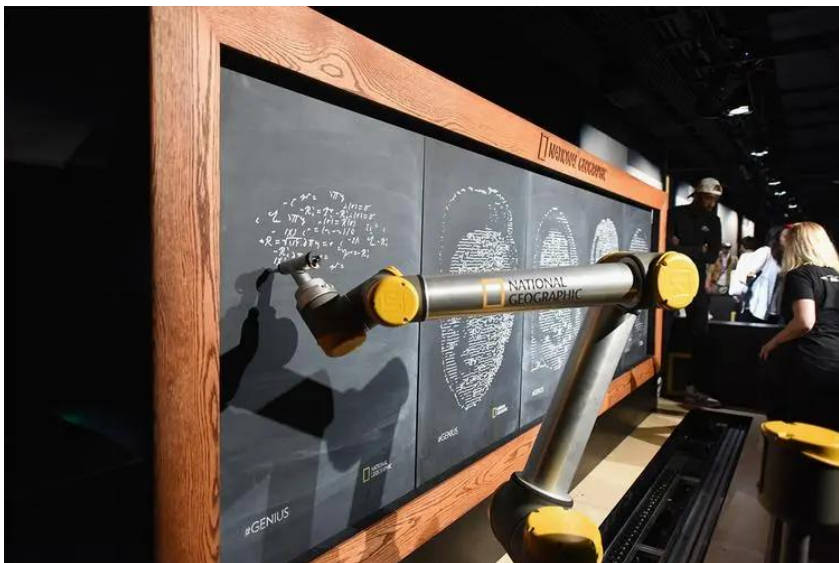


机器人建模与控制

第9章 机器人力控制

- 当机械臂在自由空间中跟踪轨迹运动时，采用的是位置控制
- 若机械臂的工作需要末端执行器与工作环境发生接触，则需考虑力控制
- 使用海绵擦窗的操作臂
- 机械臂使用刚性刮削工具从玻璃表面刮油漆
- 主要方法：力位混合控制、阻抗控制
- 应用场景
 - 机械加工（抛光、打磨、去毛刺等）
 - 多机械臂协作
 - 人机协作

9.1 力位混合控制

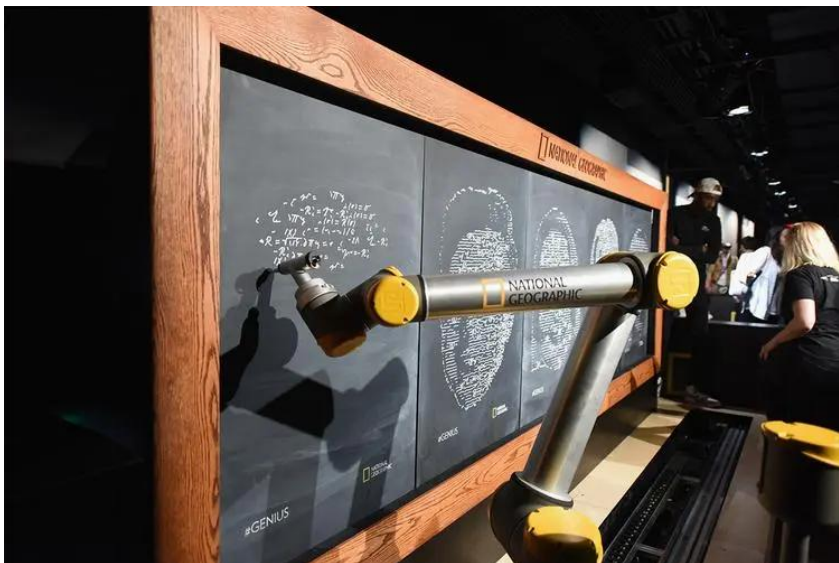


- 机器人在执行任务时一般受到两种约束

- 自然约束**：指末端执行器与外界环境接触时，自然就会生成的一些约束条件
- 它与环境的几何和机械特性有关，与末端执行器的运动轨迹无关
- 利用任务的几何和机械关系定义位置或力的自然约束条件

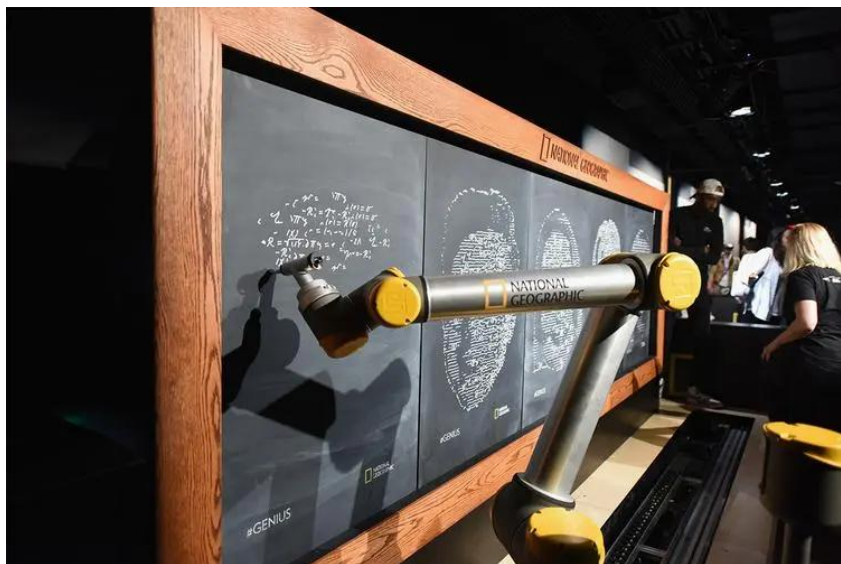
- 人工约束**：指人为给定的约束，用来描述机器人预期的运动或是施加的力
- 每当描述预期的位置或者力的轨迹时，就要定义一组人为的约束条件

9.1 力位混合控制



- 以机器人执粉笔在黑板上写字为例，根据黑板的几何位置定义位置或力的自然约束
- 黑板面的垂直方向有位置自然约束，可施加力控制。此外，假定粉笔与黑板相接触时没有摩擦力，因此沿黑板表面有两个切向力为零的自然约束，可以施加轨迹控制

9.1 力位混合控制



- 根据用户规定的运动和力的轨迹定义人工约束

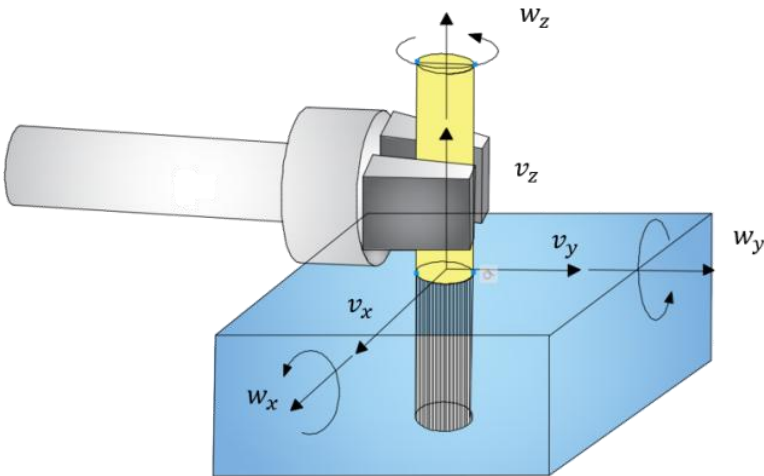
- 例如，为了完成上述的写字任务，人工约束条件是粉笔沿黑板平面的运动轨迹(包含粉笔的轴线方向)和在黑板上保持一定的接触力

- 力位混合控制是指当环境的几何约束已知时，可以在未约束的任务方向上控制位置、在约束的任务方向上控制力，来跟踪给定的目标位置轨迹和力轨迹，更好地与环境进行交互

9.1 力位混合控制

9.1.1 坐标系和约束

例：轴承装配任务，该任务需要用机械爪将轴插入孔中，假设轴在孔中沿着竖直方向滑动时不受摩擦力作用，且始终处于准静止状态（忽略其他静态力，如重力和某些摩擦力分量）



建立约束坐标轴（包含三个平移轴和三个旋转轴）

■ 自然约束（特定接触条件物理环境产生，与运动任务无关）

运动学（以速度形式表示）		静力学	
约束X\Y平面的平动	$v_x = 0, v_y = 0$	约束沿Z轴的力	$f_z = 0$
约束X\Y轴的转动	$\omega_x = 0, \omega_y = 0$	约束绕Z轴的力矩	$\tau_z = 0$

轴无法在x方向和y方向上运动，也不能绕x轴和y轴进行旋转

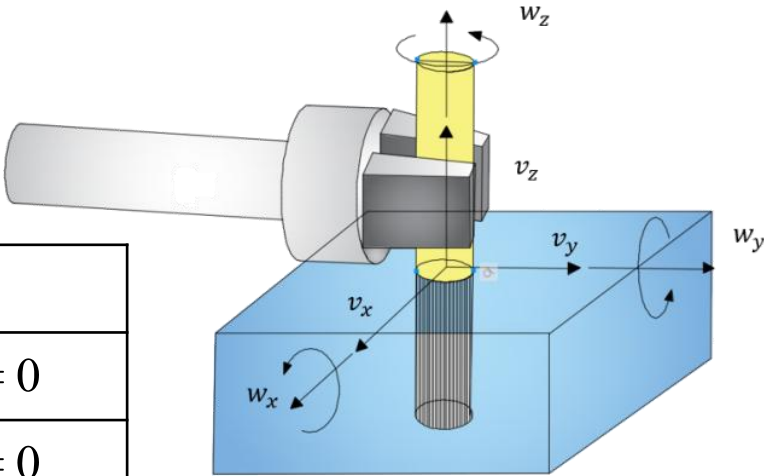
假设孔和轴外壁相对运动时没有摩擦力

9.1 力位混合控制

9.1.1 坐标系和约束

■ **自然约束**（特定接触条件物理环境产生，与运动任务无关）

运动学（以速度形式表示）		静力学	
约束X\Y平面的平动	$v_x = 0, v_y = 0$	约束沿Z轴的力	$f_z = 0$
约束X\Y轴的转动	$\omega_x = 0, \omega_y = 0$	约束绕Z轴的力矩	$\tau_z = 0$



■ **人工约束**（按自然约束下根据任务目标运动或接触力建立）

运动学（以速度形式表示）		静力学	
绕Z轴期望平动	$v_z < 0$	约束X\Y平面力	$f_x = 0, f_y = 0$
沿Z轴期望转动	$\omega_z = 0$	约束绕X\Y轴的力矩	$\tau_x = 0, \tau_y = 0$

绕z轴的旋转和沿z轴平移的速度都可以任意指定

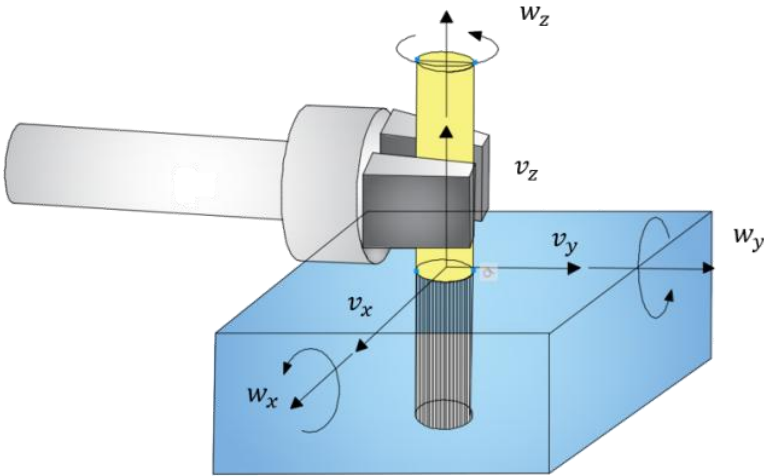
轴孔装配不要求轴与孔面有作用力或力矩

9.1 力位混合控制

9.1.1 坐标系和约束

例：轴承装配任务，该任务需要用机械爪将轴插入孔中，假设轴在孔中沿着竖直方向滑动时不受摩擦力作用，且始终处于准静止状态

建立约束坐标轴（包含三个平移轴和三个旋转轴）



■ **自然约束**（特定接触条件物理环境产生，与运动任务无关）

运动学（以速度形式表示）		静力学	
约束X\Y平面的平动	$v_x = 0, v_y = 0$	约束沿Z轴的力	$f_z = 0$
约束X\Y轴的转动	$\omega_x = 0, \omega_y = 0$	约束绕Z轴的力矩	$\tau_z = 0$

同一约束种类的轴方向在静力学和运动学中都**彼此正交**

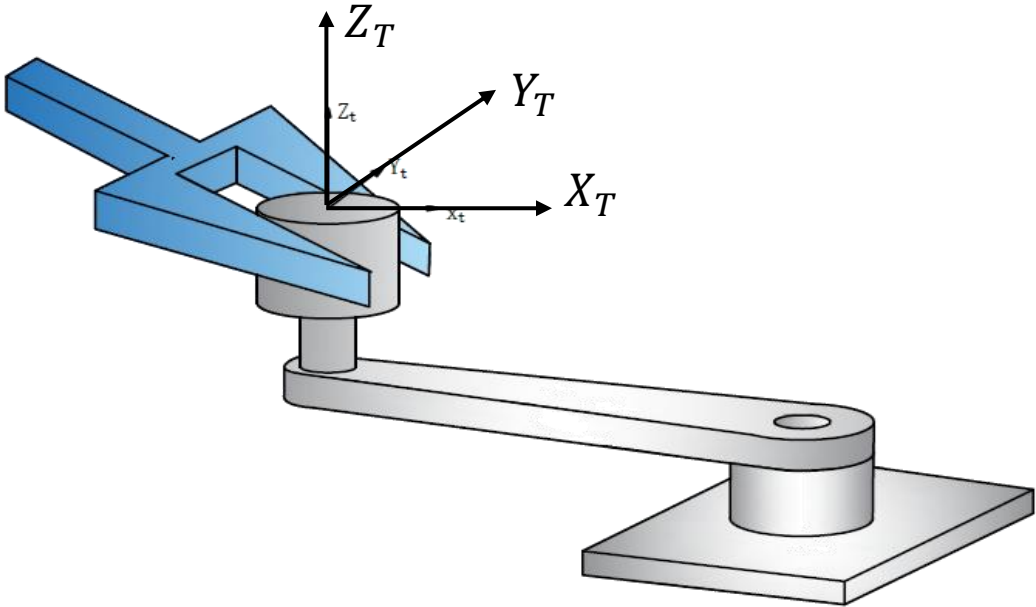
■ **人工约束**（按自然约束下根据任务目标运动或接触力建立）

运动学（以速度形式表示）		静力学	
绕Z轴期望平动	$v_z < 0$	约束X\Y平面力	$f_x = 0, f_y = 0$
沿Z轴期望转动	$\omega_z = 0$	约束绕X\Y轴的力矩	$\tau_x = 0, \tau_y = 0$

不同约束种类的轴方向在静力学和运动学中都**相同**



9.1 力位混合控制



9.1.1 坐标系和约束

例：旋转曲柄（**准静态**分析，忽略重力和某些摩擦力），考察对工具末端的约束

约束坐标系 $\{T\}$ 是手柄的联体坐标系， \hat{x} 方向指向手柄轴心

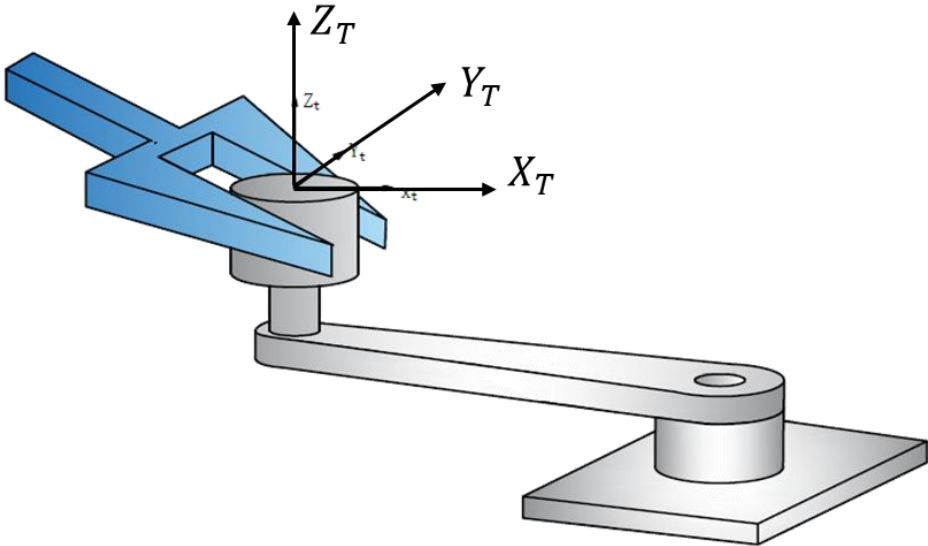
■ **自然约束**（特定接触条件物理环境产生，与运动任务无关）

运动学（以速度形式表示）		静力学	
约束X\Z平面的平动	$v_x = 0, v_z = 0$	约束沿Y轴的力	$f_y = 0$
约束X\Y轴的转动	$\omega_x = 0, \omega_y = 0$	约束绕Z轴的力矩	$n_z = 0$

抓牢把手

9.1 力位混合控制

9.1.1 坐标系和约束



■ **自然约束**（特定接触条件物理环境产生，与运动任务无关）

运动学（以速度形式表示）		静力学	
约束X\Z平面的平动	$v_x = 0, v_z = 0$	约束沿Y轴的力	$f_y = 0$
约束X\Y轴的转动	$\omega_x = 0, \omega_y = 0$	约束绕Z轴的力矩	$n_z = 0$

■ **人工约束**（按自然约束下根据任务目标运动或接触力建立）

运动学（以速度形式表示）		静力学	
沿Y轴期望平动	$v_y = \alpha_1$	约束X\Z平面力	$f_x = 0, f_z = 0$
绕Z轴期望转动	$\omega_z = \alpha_2$	约束绕X\Y轴的力矩	$n_x = 0, n_y = 0$

工具末端的任何一个满足几何约束的可行运动（位移）都可用一个六维向量表示

可行运动空间：给定任务下满足约束的所有可行运动的集合

$$V_a \subset \mathbb{R}^6$$



互为正交补空间

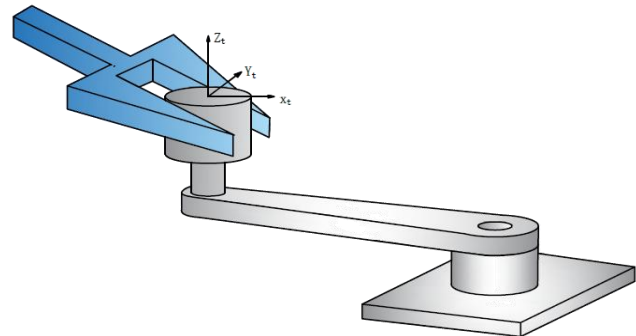


$$V_c$$

约束空间： V_a 的正交互补空间， $V_c = V_a^\perp \subset \mathbb{R}^6$

9.1 力位混合控制

9.1.1 坐标系和约束



$F \in \mathbb{R}^6$ 机器人末端执行器受到的六维力向量

$\delta p \in \mathbb{R}^6$ 机器人末端的无穷小位移向量

末端执行器所做的功

$$\delta W = F^T \delta p$$

分解力和运动: $F = F_a + F_c, F_a \in V_a, F_c \in V_c$



$$\delta p = \delta p_a + \delta p_c, \delta p_a \in V_a, \delta p_c \in V_c$$

$$\delta W = (F_a + F_c)^T (\delta p_a + \delta p_c) = F_a^T \delta p_a + F_a^T \delta p_c + F_c^T \delta p_a + F_c^T \delta p_c$$

$$V_a \perp V_c \Leftrightarrow F_a \perp \delta p_c, F_c \perp \delta p_a \Leftrightarrow \delta W = F_a^T \delta p_a + F_c^T \delta p_c$$

几何约束下的工具末端在约束空间内不可运动 $\Leftrightarrow \delta p_c = 0$

无重力和摩擦力的准静态（零加速度）下， $\delta W = F_a^T \delta p_a = 0, \forall \delta p_a \in V_a$

于是，静力学中自然约束 $F_a = 0, F_a \in V_a$

因 $\delta p_c = 0$ ，为实现特定任务目标，可以在 V_c 施加任意大小力和力矩

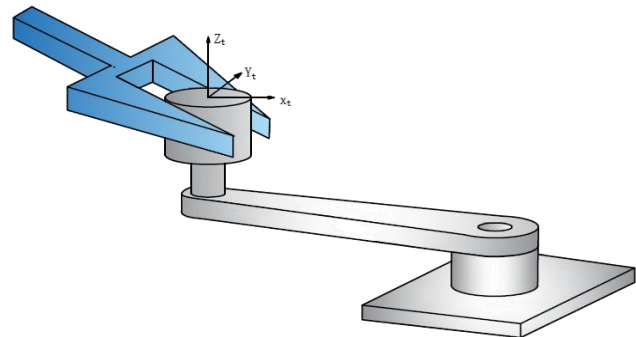
\Leftrightarrow 静力学中人工约束 $F_c = F_{\text{desire}}$ ，可取任意值

将无穷小的位移转换为速度 \Leftrightarrow 运动学中自然约束 $\dot{p}_c = 0, \dot{p}_c \in V_c$

\Leftrightarrow 运动学中人工约束 $\dot{p}_a \in V_a$ ，可取任意值

9.1 力位混合控制

9.1.1 坐标系和约束

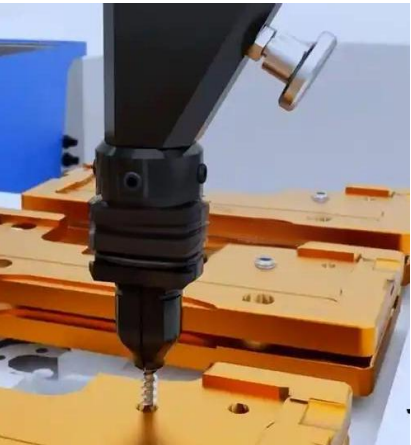


这些约束为**梅森规则 (Mason's Principle)**

	运动学	静力学
自然约束	$\dot{p}_c = 0, \dot{p}_c \in V_c$	$F_a = 0, F_a \in V_a$
人工约束	$\dot{p}_a \in V_a$ 可取任意值	$F_c \in V_c$ 可取任意值

根据梅森规则，自然约束和人工约束在运动学和静力学上始终具有**正交性**，且静力学中人工约束对应的子空间与运动学中人工约束对应的子空间**也彼此正交**。因此，可以在这两个彼此正交的子空间内**分别采取位置控制和力控制**

当任务较复杂时，运动空间无法简单地划分为可行运动空间和约束空间：



拧螺钉任务：

可行运动方向：耦合的平移运动与旋转运动，利用梅森规则来划分子空间并匹配控制模式会更加简洁高效

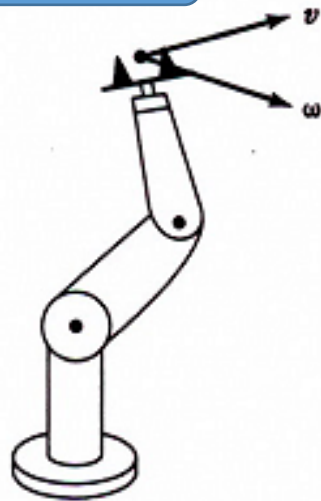
同时注意实际环境接触面存在摩擦力，刚度并非无穷大，因此约束条件是对实际问题的简化

9.1 力位混合控制

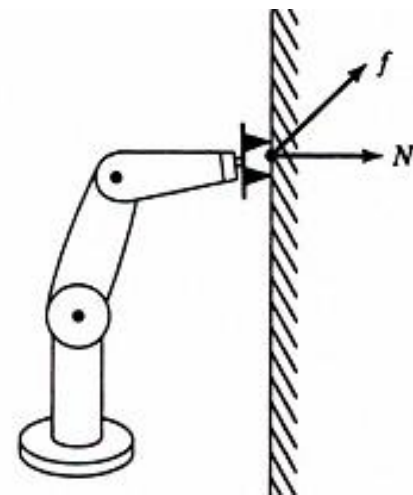
9.1.2 力位混合控制器设计

末端执行器与环境接触状态的两种极端情况

无接触状态，自然约束都是力约束，即所有约束力都是零，可以在6个自由度方向上运动。



末端执行器黏在墙面上，操作臂不能自由改变位置。有6个自然位置约束，可以在6个自由度上对目标施加力和力矩。



一般情况：在部分约束任务环境中进行力控制。需要在某些自由度进行位置控制，另一些自由度进行力控制。

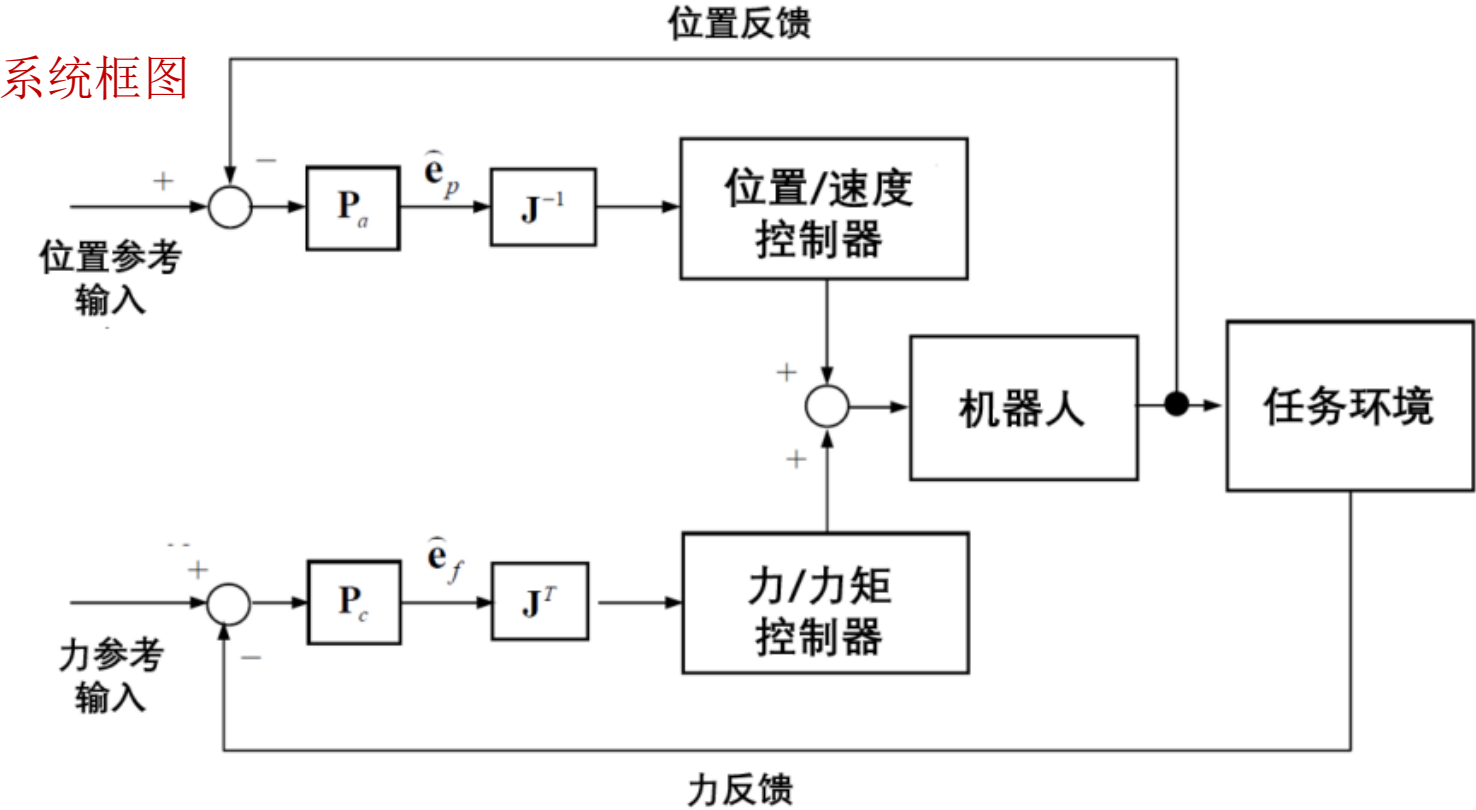
力位混合控制器需要解决：

- 在存在自然力约束的方向进行操作臂的位置控制。
- 在存在自然位置约束的方向进行操作臂的力控制。
- 沿着任意坐标系 $\{C\}$ 的正交自由度方向进行任意位置和力的混合控制。

9.1 力位混合控制

9.1.2 力位混合控制器设计

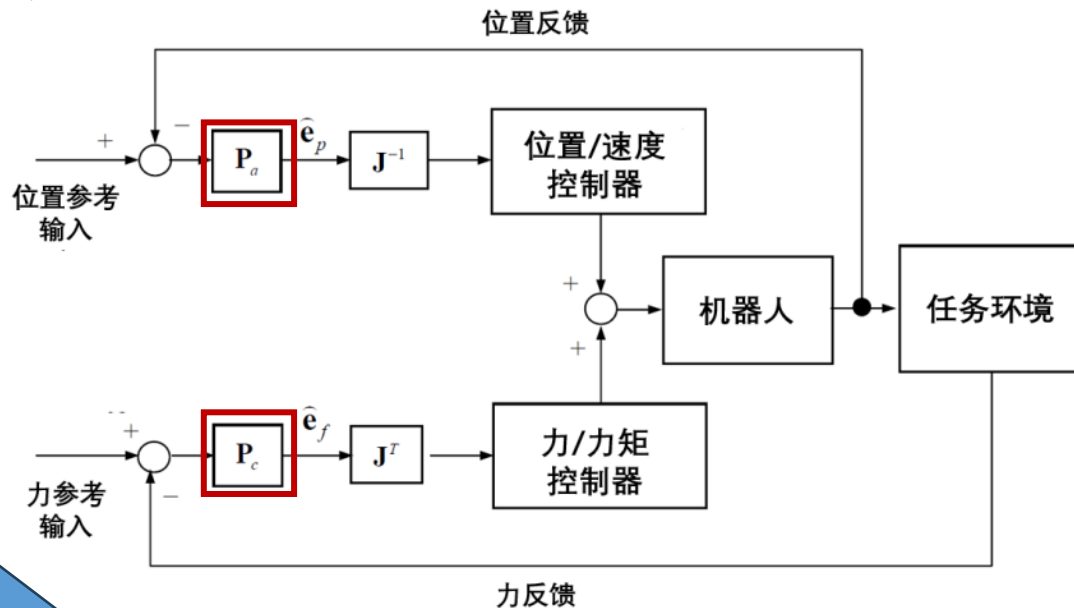
	运动学	静力学
自然约束	$\dot{p}_c = 0, \dot{p}_c \in V_c$	$F_a = 0, F_a \in V_a$
人工约束	$\dot{p}_a \in V_a$ 可取任意值	$F_c \in V_c$ 可取任意值



根据梅森规则，可以设计力位混合控制器，上方的控制回路是位置控制环，其参考输入为运动学中的人工约束。下方的控制回路是力控制环，其参考输入为静力学中的人工约束

9.1 力位混合控制

9.1.2 力位混合控制器设计

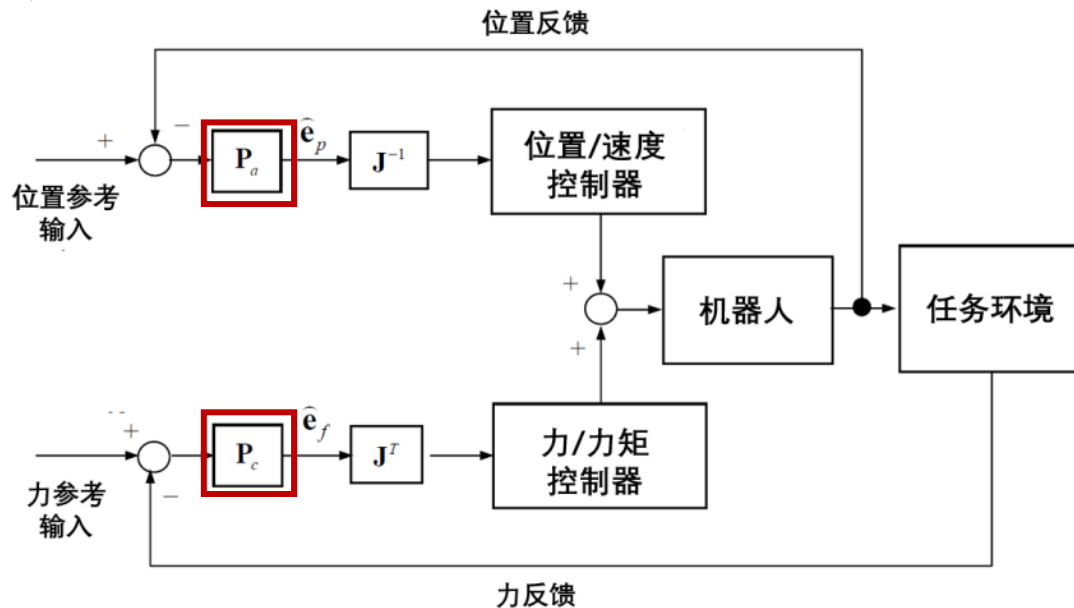


如果传感器反馈是精确无噪声的，且约束坐标系与实际控制模态完全一致，那么位置反馈信号应该完全处于可运行空间中，而力反馈信号完全处于约束空间中

但是实际物理系统中，这两个条件往往很难满足，传感器的噪声无法避免，且由于任务环境的复杂性，约束坐标系各轴很难与实际控制模态中的轴方向对齐，因此位置反馈信号可能包含约束空间中的分量，力反馈信号也是同理

9.1 力位混合控制

9.1.2 力位混合控制器设计



力位混合控制中的投影矩阵：

位置误差 e_p 被投影到可行运动空间 V_a ，力误差 e_f 被投影到约束空间 V_c 。在方框图中这些滤波器用投影矩阵 P_a 和 P_c 表示。

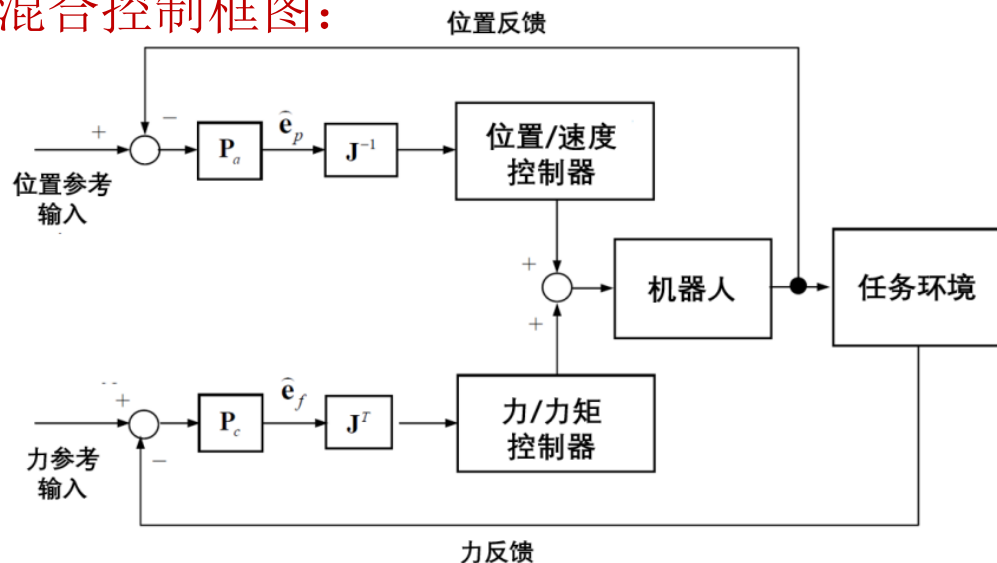
$$\hat{e}_p = P_a e_p, \quad \hat{e}_f = P_c e_f$$

当约束坐标系的各轴与位置和力控制回路中的方向一致时，投影矩阵应该是对角阵且仅包含0、1变量。

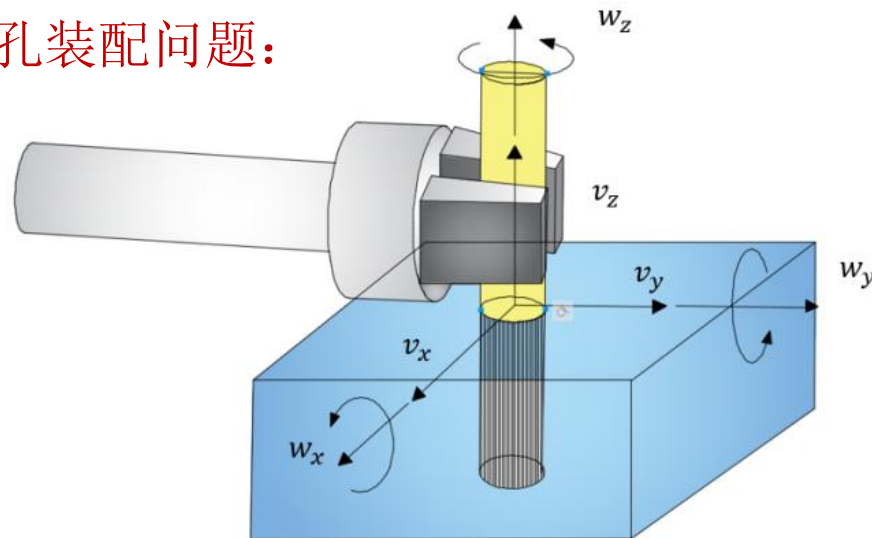
9.1 力位混合控制

9.1.2 力位混合控制器设计

力位混合控制框图：



轴孔装配问题：



末端执行器需要在沿 x, y 轴平动方向和绕 x, y 轴旋转方向使用力控制，

在沿 z 轴平动方向和绕 z 轴旋转方向使用位置控制。

因此可将投影矩阵表示为

$$P_c = \text{diag}(1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0), \quad P_a = \text{diag}(0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1)$$

关节空间位置反馈误差

$$e_p = J^{-1} \hat{e}_p$$



关节空间力反馈误差

$$e_\tau = J^T \hat{e}_\tau$$

Thanks!