

有名高校への数学　これで基礎完成～式の計算編～

1、対称式・交代式

(1) $a+b=4$, $ab=2$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

① $a^2 + b^2$

② $a^3 + b^3$

③ $a^4 + b^4$



(2) $x + \frac{1}{x} = 4$ のとき, 次の式の値を求めなさい。

① $x^2 + \frac{1}{x^2}$

② $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$

③ $x^3 + \frac{1}{x^3}$



(3) $x = 1 - \sqrt{3}$, $y = 1 + \sqrt{3}$ のとき, $x^3y^2 + x^2y^3 - 3x - 3y + 1$ の値を求めなさい。

(4) $a = \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2}$ のとき, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ の値と $a^2 + ab + b^2$ の値を求めなさい。

2、多項式の有利化

(1) $x = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$, $y = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ のとき, $3x^2 + 5xy + 3y^2$ の値を求めなさい。



(2) 次の各問いに答えなさい。

① $(\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1)(\sqrt{2} - \sqrt{3} + 1)$ を計算しなさい。

② $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+1} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}-3} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+1} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}+3}$ を計算しなさい。

3、次数下げ



(1) $x = 2 - \sqrt{3}$ のとき, $x^3 - 3x^2 - 2x + 1$ の値を求めなさい。

(2) $x = \sqrt{2} + 1$ のとき, $(x - 1)^2(x^2 - 2x - 1)$ の値を求めなさい。

(3) $\sqrt{119}$ の小数部分を x とするとき, $x^3 + 21x^2 + x - 19$ の値を求めなさい。

4、その他の問題



(1) $(2\sqrt{2} + \sqrt{7})^{16}(2\sqrt{2} - \sqrt{7})^{14} + (2\sqrt{2} + \sqrt{7})^{14}(2\sqrt{2} - \sqrt{7})^{16}$ を計算せよ。

(2) $\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5}$ のとき, $\frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$ の値を求めなさい。

(3) x, y が次の等式をみたしているとき, $x + y$ の値を求めなさい。

$$x^2y + xy^2 = 1, \quad \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 6$$