当代天体物理学导论答案翻译

勾陈一

2026 年 1 月 25 日

目录

1 第一章：天球

上网好不容易找到的答案是拿英文写的，因此想翻译成中文。（本翻译纯属个人工作，可以免费传播）

1.1 推导行星的会合周期与其公转周期的关系

在一段周期(S)内，地球绕太阳公转了$\frac{S}{P_e}$圈，某一行星绕太阳公转了$\frac{S}{P}$，当地球比该行星多转一圈时，它们再次回合（初中数学的追及问题），因此：

$$\frac{S}{P_e} = \frac{S}{P} + 1 \tag{1.1}$$

由此可以解出：

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P_e} - \frac{1}{P} \tag{1.2}$$

上式是对于外行星的，采用类似的思路可以证明内行星的公式：

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P} - \frac{1}{P_e} \tag{1.3}$$

1.2 设计推算行星轨道半径的方法

首先要明确，这道题不能用开普勒定律。我们讨论内行星和外行星两种情况：

1.2.1 内行星

取内行星和太阳大距的时刻，此时会产生一个直角三角形。

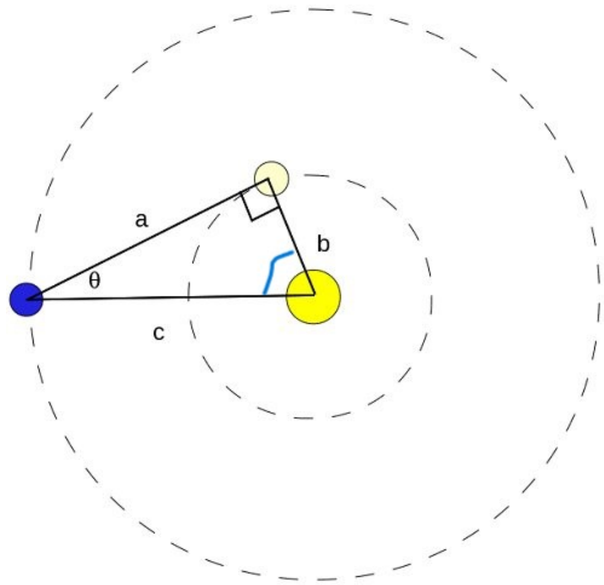

图 1: 大距

可以发现，标蓝的角是可以被量出来的，记这个角为α，那么根据余弦函数，有：

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} \tag{1.4}$$

再定义$c = 1$的话（相当于定义一个天文单位），即可算出b的长度。

1.2.2 外行星

对于外行星，取其在方照的时候求：

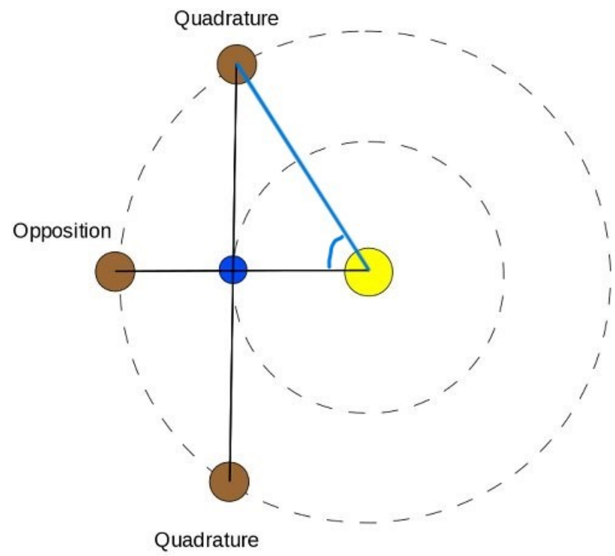

图 2: 方照

这个标蓝的角是可以被量出来的，记它为β，则根据余弦函数，有：

$$\cos\beta = \frac{b}{c} \tag{1.5}$$

和之前几乎一样，这次b定义为一天文单位，c定义为外行星的轨道半径。

1.3 求金星火星的公转周期

1.3.1 金星公转周期

对会合周期的式子稍微变下形：

$$P_v = \frac{S \cdot P_e}{S + P_e} \tag{1.6}$$

带入数值，可以求出$P_v = 244.695$天

1.3.2 火星的公转周期

对会合周期的式子稍微变下形：

$$P_m = \frac{S \cdot P_e}{S - P_e} \tag{1.7}$$

带入数值，可以求出$P_e = 686.985$天

1.3.3 哪个外行星的会合周期最短？

对于外行星，会合周期是：

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P_e} - \frac{1}{P} \tag{1.8}$$

变下形：

$$S = \frac{P \cdot P_e}{P - P_e} \tag{1.9}$$

我们发现，当P_e很大的时候，$P - P_e \approx P$, 因此会合周期趋向于P_e，因此，行星的公转周期越大，其回合周期就越短，太阳系内，是海王星（冥王星与2008年被除名行星身份）

1.4 太阳赤道坐标

春分：$\alpha = 0^h, \delta = 0^\circ$
夏至：$\alpha = 6^h, \delta = 23.5^\circ$
秋分：$\alpha = 12^h, \delta = 0^\circ$
冬至：$\alpha = 18^h, \delta = -23.5^\circ$

2 第二章：天体力学

2.1 椭圆的标准方程

2.2 椭圆的面积

2.3 行星速度分量

2.4 机械能总和

二体系统的机械能总和为

$$E = \frac{1}{2}m_1|\mathbf{v}_1|^2 + \frac{1}{2}m_2|\mathbf{v}_2|^2 - \frac{Gm_1m_2}{r}$$

根据质心系的定义有$\mathbf{r_1} = -\frac{\mu}{m_1}\mathbf{r}$和$\mathbf{r_2} = \frac{\mu}{m_2}\mathbf{r}$，求导并带入上式

$$E = \frac{1}{2}m_1\frac{\mu^2}{m_1^2}v^2 + \frac{1}{2}m_2\frac{\mu^2}{m_1^2}v^2 - \frac{GM\mu}{r}$$

注意到$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}$且$M\mu = m_1m_2$，再次化简，就可以写出

$$E = \frac{1}{2}\mu v^2 - \frac{GM\mu}{r}$$

2.5 角动量总和

2.6 太阳-木星系统角动量

2.7 逃逸速度

2.8 地球同步轨道

2.9 引力势能的平均

根据平均的定义，有

$$\bar{U} = -\frac{1}{T}\int_0^T \frac{GM\mu}{r(t)}dt$$

同时注意到角动量守恒，有

$$L = \mu rv = \mu r^2\dot{\theta}$$

可以列出 $dt = \frac{\mu r^2}{L} d\theta$，带入并换元，有

$$\bar{U} = -\frac{1}{T}\int_0^{2\pi} \frac{GM\mu}{r}\frac{\mu r^2}{L} d\theta = \frac{GM\mu^2}{LT}\int_0^{2\pi} r(\theta) d\theta$$

带入椭圆的极坐标方程，可以得到

$$\bar{U} = -\frac{GM\mu^2}{LT}\int_0^{2\pi} \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\theta} d\theta = \frac{GM\mu^2 a(1-e^2)}{LT}\frac{2\pi}{\sqrt{1-e^2}}$$

同时带入椭圆轨道角动量的表达式和开普勒第三定律，可以化简出

$$\bar{U} = -\frac{GM\mu}{a}$$

注意：本题的平均不可以这样求

$$\bar{U} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{GM\mu}{r(\theta)} d\theta$$

我们希望求的是周期的平均，而上式是关于真近点角求平均。