AGN

李晨

2025/09/13

考虑一个中心天体质量为M，光学薄的吸积盘，周围质量以$\dot{M}$的速率吸入盘中。盘中一质量元距离中心天体距离为r，质量为dm，下落了一小段距离dr，因此改变的机械能是

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}r} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\frac{GMdm}{2r} = \frac{Gmdm}{2r^2}$$

假设吸积盘是稳定的，那么加入环和离开环的质量应该一样，即$dm = \dot{M}dt$，因此，距离中心天体为r，宽度为dr的环因引力势能产生的辐射的光度为

$$dL = \frac{GM\dot{M}}{2r^2}dr$$

吸积盘的光度可以由积分给出

$$\int_R^\infty dL = \int_R^\infty \frac{GM\dot{M}}{2r^2}dr = \frac{GM\dot{M}}{2R}$$

根据Stefan-Boltzmann定律，可以写出

$$2(2\pi r dr)\sigma T^4 = \frac{GM\dot{M}}{2r^2}dr$$

其中这段环的面积$A = 2(2\pi r)$，因为环可以在上下两个方向辐射。因此这段环的温度为

$$T(r) = \left(\frac{GM\dot{M}}{8\pi\sigma r^3}\right)^{1/4}$$

考虑到气体下落到主星表面附近遇到的湍流后，温度关于距离的关系式可以这样写出

$$T(r) = \left(\frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma r^3}\left(1 - \sqrt{\frac{r}{R}}\right)\right)^{1/4}$$

其中R是吸积盘的内半径。当$r \leq R$时，上式给出的结果近似等于上上式推导的结果。

同时，根据Planck定律，单位频率的辐射能量密度和温度与频率有关

$$B_\nu(T) \propto \nu^3 \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT} - 1\right)\right]^{-1}$$

积分可以得到单位频率的辐射强度

$$S_\nu \propto \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} B_\nu(T) 2\pi r dr$$