

戴森环遗迹

天体风向

2025/08/18

前情提要：本系列的脑洞之一起源于2024年国际天文奥赛集训的参观活动，在本题开始有所体现。在第一届联赛的一道选择大题中，一个未命名的飞船试飞员（一个人类）流落到一个【不知名】的行星上……

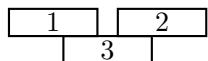
在用肢体语言和陆地上的土著告别、并根据上级的指示为这些好奇而暴躁的生物留下一个类似MP4的东西（他阅览后觉得里面的东西狗屁不通）之后，测试员向离岸很远的地方投掷了一个能独立工作的摄像头，然后起飞离开。在轨道上，他发现了围绕恒星的遗迹……

本题数据：不考虑其他行星的引力摄动。假设这个行星系只有一颗主序星，质量为 $2M_{\odot}$ ；【不知名】行星的轨道是正圆，半径为1.5AU。

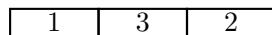
常数：太阳常数 $A = 1367 \text{W/m}^2$ ，这是地球轨道处太阳光的能流密度。斯特蕃常量 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{W/m}^2 \text{K}^4$ 。所有题目中给出的条件在本大题其他小题中依然适用。

戴森环科普（已了解可不阅读）：我们认为戴森环是绕恒星运动的一种装置，能够将恒星的电磁辐射转化为其他能量。如果有足够多的戴森环组合，可以将恒星完全包络，从而截获几乎所有的恒星的电磁辐射。

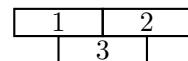
本题的戴森环由**无数个完全相同的薄长方体板构成**。他们沿相同的轨道上运行，没有相互作用力，板子始终与其前进方向平行。如下图所示，在大多数情况下，它们像瓦片一样互相覆盖，距离可以忽略。因为这个轨道不是正圆，板子之间的覆盖程度时刻变化。在一个轨道周期中，1、2、3号板子之间最近时位于A点，刚好形成两层板子，每层板子首尾相接。1、2、3之间距离拉到最大时位于B点，刚好被拉成连续的一层。



一般排列状态



排列最松状态



排列最紧状态

图 1：戴森球示意图

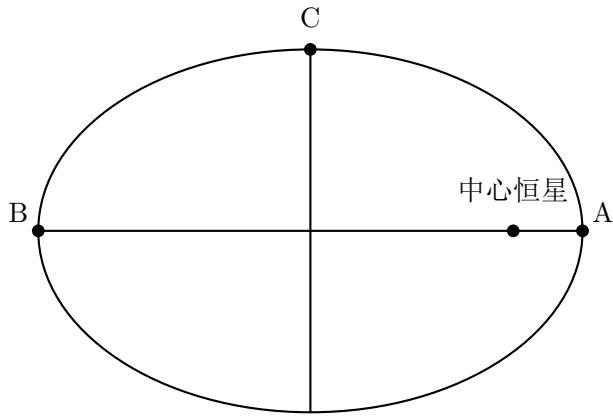


图 2: 戴森环遗迹轨道

1 试题

1. 如果戴森环在远星点处恰好和【不知名】行星轨道相切，求戴森环恰好完成一次旋转的周期。单位均为地球年。
 - (a) 0.84yr
 - (b) 1.19yr
 - (c) 1.83yr
 - (d) 0.91yr
2. 我们下面考虑轨道短轴一端C点的位置。请计算这里板子和恒星光照的夹角。
 - (a) 60°
 - (b) 90°
 - (c) 70.5°
 - (d) 75.5°
3. 已知质光关系 $L \propto M^{3.5}$ 。请你估计在C点恒星光的能流密度。
 - (a) 6874 W/m^2
 - (b) 4320 W/m^2
 - (c) $1.547 \times 10^4 \text{ W/m}^2$

(d) $1.222 \times 10^4 \text{ W/m}^2$

4. 计算在C点的位置时，3号板子被1、2号板子遮挡的比例

(a) 0.414

(b) 0.586

(c) 0.343

(d) 0.657

5. 本题的戴森环在测试员到达时已经处于关闭状态，因此所有薄板均可视为绝对黑体，能量输入与输出方式均为电磁辐射，板子之间也只通过热辐射进行热交换。假设板子时刻处于热平衡状态，任意一个板子的温度处处相等。请计算C点处内侧（靠近恒星一侧）的板子的温度。

提示：根据计算，内侧板子和外侧板子的温度之比为1.1222，你可以直接使用这个值以降低计算量。C点内侧相邻板子（即1、2号板子）之间的温度差可以忽略，两层板子之间的距离可以忽略。

(a) 594.1K

(b) 529.4K

(c) 603.3K

(d) 537.3K

测试员在一个纬度较高的位置着陆，发现他出现在一个寂静的建筑群中。控制面板报警称他投放的摄像头所在深度正在迅速增加，他在摄像头画面里看到一个看起来像鱼龙的生物的尾和两只蹼，正在快速摆动。

6. 测试员的正北方有一堵东西方向、高为500米的墙，距离测试员50米。测试员通过一段时间的观测发现，有一颗亮恒星（距离在2pc以外）的星轨和墙面的上沿相切，并且不被这堵墙遮挡，并且通过天顶。忽略大气层，请计算测试员所处位置的纬度。

(a) $87^\circ 8'41''\text{N}$

(b) $87^\circ 17'20''\text{N}$

(c) $87^\circ 17'41''\text{S}$

(d) $86^\circ 43'1''\text{N}$

7. 我们认为这颗【不知名】行星的自转情况和地球的相似，并且假设第6题中，恒星星轨和墙的边缘实际上留了大约 1° 的距离（仅对本题有效），那么测试员观察到第6题的天象不能

永远持续，直接原因不可能是（假设这堵墙坚不可摧，观测设备位于地面）

- (a) 行星公转轨道改变
- (b) 恒星自行
- (c) 地轴的岁差
- (d) 恒星演化走向末期

2 答案

1. 由题意，板子之间的距离，在近星点时相对远星点延长了一倍。而在相同时间内、通过轨道上任意一个静止点（包括远星和近星点）的板子数量都是相等的。因此，戴森环在近星点的速度是在远星点的速度的两倍。由开普勒第二定律或者角动量守恒定律，

$$v_{\text{远}} r_{\text{远}} = v_{\text{近}} r_{\text{近}}$$

即远星点距离是近星点的两倍，则半长轴

$$a = \frac{1.5 + 0.5 \cdot 1.5}{2} \text{ AU} = 1.125 \text{ AU}$$

由开普勒第三定律

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{M+m}{M_{\odot}}$$

解得一个旋转周期为0.84yr，答案选A。

2. 本题目涉及到椭圆的基本知识。画出焦半径后可得夹角为

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{3}\right) = 70.5^\circ$$

答案选C，这一题目提示了在下面的问题中需要考虑光照夹角。

3. 这里的能流密度为

$$F = A \cdot \left(\frac{M_s}{M_{\odot}}\right)^{3.5} \cdot \left(\frac{a_0}{a}\right)^2 = 1.222 \times 10^4 \text{ W/m}^2$$

答案为D。

4. 延续第一问的做法，假设板子之间的距离是A点的 $\lambda = r_{\text{远}}/b$ 倍，b为轨道的半短径， $b = 1.0607 \text{ AU}$ ，被遮挡的比例为

$$\eta = 1 - (\lambda - 1) = 0.586$$

答案选B，第2、3、4问均为第5问的准备。

5. 记板子的面积为 S , 内侧板子温度为 T_1 , 外侧板子温度为 T_2 ,列出方程组:

$$\begin{cases} SF \sin \theta + S\eta\sigma T_2^4 = 2S\sigma T_1^4 \\ S(1 - \eta)F \sin \theta + S\eta\sigma T_1^4 = 2S\sigma T_2^4 \end{cases}$$

解得 $T_1 = 594.1\text{K}$, $T_2 = 529.4\text{K}$ 。如果使用了题目所给的温度之比可以减少代数计算时间, 答案选A。

6. 因为面向正北观测, 这颗恒星的赤纬圈中心即北天极方向。北天极高度为

$$h = \frac{1}{2} \left(90^\circ + \arctan \left(\frac{500}{50} \right) \right) = 87^\circ 8' 41'' \text{ N}$$

而纬度即北天极高度, 因此答案选A。

7. 行星的公转轨道改变并不影响行星的自转, 故不影响观测, 答案选A。