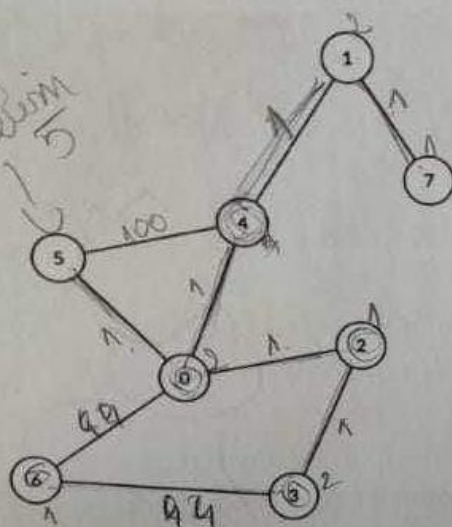


## EXAMEN LA ALGORITMI FUNDAMENTALI

Pentru graful din imaginea din stânga rezolvați cerințele 1-4 și justificați răspunsurile; vecinii unui vârf se consideră în ordine lexicografică



1) (0,5p) Care sunt nodurile critice (definiți și noțiunea)?

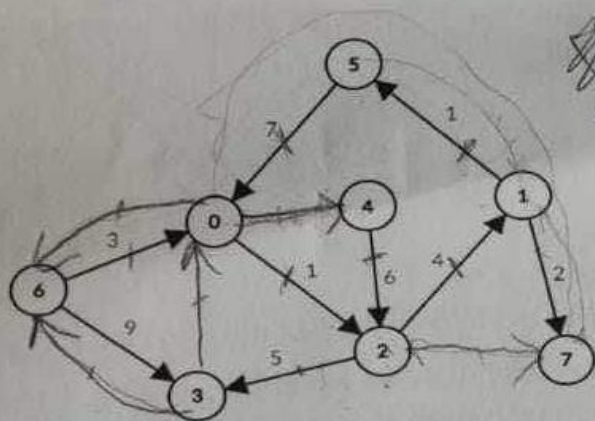
2) (0,5p) Exemplificați (cu explicații) cum funcționează parcurgerea în adâncime  $df(4)$ , ilustrând și arborele  $df$  asociat

3) (0,75p) Indicați un subgraf bipartit (indus) al acestui graf cu număr maxim de noduri și indicați o bipartiție (sau bicolorare) a acestuia, explicând și cum ați construit-o.

4) (0,75p) Puneți ponderi pe muchii astfel încât graful să aibă exact 2 arbori parțiali de cost minim de cost 50 și indicați acești arbori.

$4 \rightarrow 0 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 7$

Pentru graful din imaginea din stânga rezolvați cerințele 5, 6 și 7:



5) (0,5p) Exemplificați pașii algoritmului lui Bellman Ford (cu explicații) pornind din vârful 6. Explicați amănunțit prima iterație a algoritmului și apoi rezultatul după fiecare iterație în parte

6) (0,5p) Exemplificați pașii algoritmului lui Prim din nodul 2 (cu explicații) pentru graful neorientat asociat (obținut ignorând orientarea arcelor)

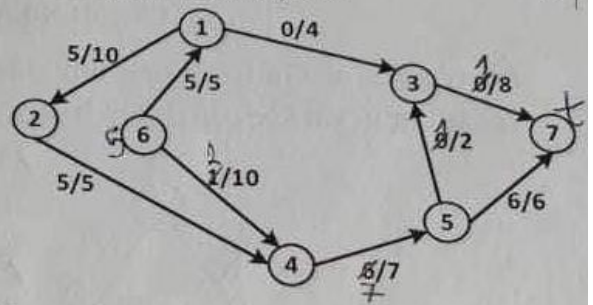
7) (0,5p) Există un drum eulerian în graf? Dacă da, indicați un astfel de drum. Dacă nu adăugați la graf un număr minim de arce astfel încât graful obținut să aibă un drum eulerian și indicați un astfel de drum. (ad 2-4)  
 $\rightarrow$  ne face gr. eur.

**CERINȚĂ - Minim 3p din primele 7 subiecte**



8) (1p) În rețeaua de transport din figura alăturată pe un arc e sunt trecute valorile  $f(e)/c(e)$  reprezentând flux/capacitate. Sursa este vârful 6, iar destinația 7.

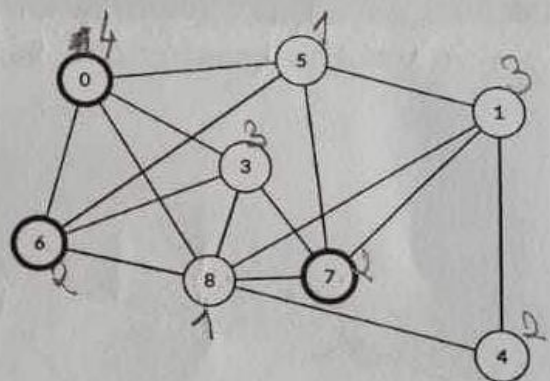
Ilustrați pașii algoritmului Ford-Fulkerson pentru această rețea pornind de la fluxul indicat și alegând la fiecare pas un s-t lanț f-nesaturat de lungime minimă (algoritmul Edmonds-Karp). Indicați o tăietură (s-t tăietură) minimă în rețea (se vor indica vârfurile din bipartiție, arcele directe, arcele inverse) și determinați capacitatea acestei tăieturi. Justificați răspunsurile.



9) (1.5p) Fie  $G$  un graf neorientat fără noduri izolate, având  $p$  componente conexe, fiecare componentă conexă fiind un graf complet.

- Știind că toate componentele conexe ale lui  $G$  au număr impar de noduri, care este numărul minim de muchii care trebuie adăugate la  $G$  pentru ca graful obținut să fie eulerian? Justificați răspunsul.
- Știind că o componentă conexă a lui  $G$  are  $k < p$  noduri cu  $k$  număr par, iar toate celelalte componente conexe au număr impar de noduri, care este numărul minim de muchii care trebuie adăugate pentru ca adăugate la  $G$  pentru ca graful obținut să fie eulerian? Justificați răspunsul.

10) (0,5p) Descrieți pe scurt algoritmul de determinare a distanței de editare între două cuvinte și explicați relațiile de recurență pentru calculul acestei distanțe. Ilustrați algoritmul pentru cuvintele "protest" și "profesor", scriind matricea cu valorile subproblemelor și explicând cum au fost acestea calculate.



11) (0,5p) Descrieți algoritmul de 6-colorare a vârfurilor unui graf neorientat conex planar și exemplificați acest algoritm pentru graful alăturat. Motivați de ce graful este planar.

12) (1.5p) Ninel e în Israel și vrea să ia autobuzul dintr-un loc în oraș în altul. Cum autobuzul este foarte scump în Israel, și cum Ninel trebuie să ia un bilet de fiecare dată când schimbă autobuzul în Israel, el vă roagă să găsiți un drum din stația 1 în stația  $n$  cu cât mai puține schimbări de autobuz.

**Input** pe prima linie  $n$ , stația în care vrea să ajungă Ninel, și  $m$ , numărul de linii de autobuz. Pe fiecare linie din următoarele  $m$  este o listă de stații de autobuz reprezentând stațiile prin care trece autobuzul 1, 2, ..., respectiv  $m$ . Evident vor exista stații în care merg mai multe autobuze, acolo Ninel poate schimba autobuzul. Numărul total de stații din fișier (cu tot cu repetiții) este  $S$ .

(0,75 soluție corectă + 0,75 discuții complexitate + complexitate optimă)