Rysunek 4.3. Regulator PID z nastawami z przeszukiwania siatki ($K_{p,\mu}$ ˘ ¡ 95, $K_{i,\mu}$ ˘ 0, $K_{d,\mu}$ ˘ ¡ 14, $K_{p,x}$ ˘ ¡16, $K_{i,x}$ ˘ 0, $K_{d,x}$ ˘ ¡14).

Rysunek 4.4. Regulator PID z optymalnymi nastawami ($K_{p,\mu}$ ˘ ¡ 40, $K_{i,\mu}$ ˘ ¡ 1, $K_{d,\mu}$ ˘ ¡ 8, $K_{p,x}$ ˘ ¡ 1, $K_{p,x}$ ˘ ¡0,1, $K_{d,x}$ ˘ ¡3).

Rysunek 4.13. Regulator MPC-alt z wysoką karą za energię (R_{abs} ˘ 10).

Rysunek 4.14. Regulator MPC-alt z ręcznie zmniejszoną karą (R_{abs} ˘ 5).

Stopniowe, ręczne zmniejszanie parametru R_{abs} do wartości 5 (Rys. ??) pozwoliło delikatnie polepszyć jakość regulacji, jednak układ ostatecznie nie dawał rady się ustabilizować. Regulator działał zbyt zachowawczo – oszczędzając energię, pozwalał wózkowi na zbyt duży dryf od pozycji zadanej i za bardzo oszczędzał energię. Taki scenariusz ilustruje typowy problem źle dostrojonego kompromisu między jakością regulacji a oszczędnością energii.

Rysunek 4.15. Zoptymalizowany regulator MPC-alt (R_{abs} ˘ 1).

Kolejne próby zmniejszania kary za bezwzględną wartość wskazały, że dla tego zadania najlepszym rozwiązaniem jest zastosowanie niewielkiej, ale niezerowej kary za bezwzględną wartość sterowania (R_{abs} ˘ 1, Rys. ??). Tak dobrana waga pozwala uniknąć bierności regulatora, jednocześnie ograniczając nadmierne zużycie energii. W połączeniu z karą za przyrosty sterowania R_{Δ} ˘ 0.001, zapewniono gładkość sygnału sterującego bez ograniczania zdolności regulatora do szybkiej reakcji. Uzyskano optymalny kompromis, w którym układ stabilizuje się szybko, a sterowanie pozbawione jest zbędnych oscylacji.

6. Analiza wyników

Rozdział ten poświęcony jest szczegółowej analizie wyników badań symulacyjnych, które zostały przeprowadzone w celu weryfikacji skuteczności i jakości działania zaprojektowanych układów sterowania. Głównym celem eksperymentów było zbadanie zachowania wahadła odwróconego w dwóch diametralnie różnych sytuacjach: podczas stabilizacji punktu pracy w idealnych warunkach nominalnych oraz w trakcie pracy pod wpływem losowych zakłóceń zewnętrznych. Dodatkowo zakres badań obejmował weryfikację odporności układów na zmiany parametrów modelu oraz analizę złożoności obliczeniowej algorytmów.

Podczas analizy wyników szczególny nacisk położono na trzy kluczowe aspekty sterowania. Pierwszym z nich jest stabilizacja kątowa, czyli zdolność układu do utrzymania pręta wahadła w pionie (pozycja równowagi chwiejnej). Jest to zadanie priorytetowe, gdyż jego niezrealizowanie prowadzi do upadku wahadła i niepowodzenia procesu regulacji. Drugim, równie istotnym aspektem, jest stabilizacja pozycji wózka. Wymogiem jest, aby proces stabilizacji kąta nie odbywał się kosztem nadmiernego przemieszczenia wózka poza zadany obszar roboczy. W systemach rzeczywistych, takich jak suwnice czy roboty balansujące, utrzymanie pozycji jest często równie krytyczne co sama stabilizacja ładunku. Ostatnim jest jakość sygnału sterującego, która ma bardzo duże znaczenie jeśli rozpatrujemy rzeczywiste układy napędowe. Wysoka zmienność sygnału sterującego, oscylacje wysokoczęstotliwościowe czy gwałtowne skoki amplitudy mogą prowadzić do szybkiego zużycia mechanicznego elementów wykonawczych, a także generować niepożądane straty energii.

Dla zachowania przejrzystości analizy, badane algorytmy pogrupowano w dwie rodziny: regulatory klasyczne, do których zaliczono równoległy układ PID-PID oraz hybrydowy PID-LQR, regulatory zaawansowane, obejmujące predykcyjny algorytm MPC (w dwóch wariantach funkcji kosztu), liniowy LMPC oraz sterownik rozmyty Fuzzy-LQR.

6.1. Stabilizacja w warunkach nominalnych

Pierwszy scenariusz testowy miał na celu weryfikację dynamiki układu w odpowiedzi na niezerowe warunki początkowe. Symulacja rozpoczynała się od wychylenia wahadła o kąt około 2.8 stopnia (0.05 radiana). Jest to typowy test odpowiedzi skokowej, pozwalający ocenić szybkość działania (czas regulacji) oraz tłumienie oscylacji przez poszczególne regulatory.

6.1.1. Charakterystyka regulatorów klasycznych

Na Rysunkach ??, ??oraz ??przedstawiono zbiorcze zestawienie przebiegów czasowych dla grupy regulatorów klasycznych. Analizując wykres kąta wychylenia μ (Rys. ??), można zaobserwować wyraźną przewagę regulatora hybrydowego.

Wykaz symboli i skrótów

Δt – krok czasowy symulacji [s]
Δu – przyrost sygnału sterującego [N]
$\dot{\mu}$ – prędkość kątowa wahadła [rad/s]
$\dot{x}$ – prędkość wózka [m/s]
„ – funkcja przynale żności (logika rozmyta)
μ – kąt odchylenia wahadła od pionu [rad]
F_w – siła zakłócająca (wiatr) [N]
g – przyspieszenie grawitacyjne [m/s^2]
G – wzmocnienie globalne regulatora rozmytego
J – funkcja kosztu (wskaźnik jakości)
K – wektor wzmocnień regulatora LQR
K_d – wzmocnienie członu różniczkującego
K_p – wzmocnienie członu proporcjonalnego
l – długość wahadła [m]
M – masa wózka [kg]
m – masa wahadła [kg]
N_c – horyzont sterowania (MPC)
N_p – horyzont predykcji (MPC)
Q – macierz wag stanu
R – macierz wag sterowania
R_{abs} – kara za bezwzględną wartość sterowania
R_Δ – kara za przyrosty sterowania
t_s – czas ustalania [s]
u – sygnał sterujący (siła działająca na wózek) [N]
u_{sat} – ograniczenie (saturacja) sygnału sterującego [N]
w_i – waga i-tej reguły rozmytej
x – położenie wózka [m]
x_{ref} – wartość zadana (referencyjna)
IAE – Integral of Absolute Error – całka z błędu bezwzględnego
ISE – Integral of Squared Error – całka z błędu kwadratowego
LQR – Linear-Quadratic Regulator – regulator liniowo-kwadratowy
MAE – Mean Absolute Error – średni błąd bezwzględny
MPC – Model Predictive Control – sterowanie predykcyjne
MSE – Mean Squared Error – średni błąd kwadratowy
PID – regulator proporcjonalno-całkująco-różniczkujący
LMPC – Linear Model Predictive Control – liniowe sterowanie predykcyjne
SLSQP – Sequential Least Squares Programming – algorytm optymalizacji
SNR – Signal-to-Noise Ratio – stosunek sygnału do szumu

T-S – Takagi-Sugeno – typ systemu wnioskowania rozmytego

Spis rysunków

2.1 Diagram układu odwróconego wahadła na wózku. 11
2.2 Schemat blokowy nieliniowego modelu wahadła w przestrzeni stanów. 14
2.3 Symulacja odpowiedzi swobodnej układu (z uwzględnionym tłumieniem) na małe wychylenie początkowe. Układ opuszcza niestabilny punkt równowagi (μ… 0) i stabilizuje się w pozycji wiszącej (μ˘ …). 16
3.1 Schemat blokowy pętli symulacyjnej (rdzeń obliczeniowy). 17
3.2 Architektura przepływu danych w zrealizowanej aplikacji. 17
3.3 Przykładowa realizacja stochastycznego procesu zakłócenia zewnętrznego działającego na wahadło w czasie symulacji. 19
3.4 Zrzut ekranu z animacji realizowanej w środowisku Python (biblioteka Matplotlib). Widoczny wózek, wahadło oraz zakres ruchu. 20
4.1 Schemat blokowy regulatora PID o strukturze równoległej. 21
4.2 Przebiegi sygnałów dla regulatora PID przy nieoptymalnych nastawach ($K_{p,\mu}$˘¡10, $K_{i,\mu}$˘¡1,$K_{d,\mu}$˘¡3, $K_{p,x}$˘¡1, $K_{i,x}$˘¡0,1, $K_{d,x}$˘¡3). 22
4.3 Regulator PID z nastawami z przeszukiwania siatki ($K_{p,\mu}$˘¡ 95, $K_{i,\mu}$˘ 0, $K_{d,\mu}$˘¡14, $K_{p,x}$˘¡16, $K_{i,x}$˘0, $K_{d,x}$˘¡14). 23
4.4 Regulator PID z optymalnymi nastawami ($K_{p,\mu}$˘¡ 40, $K_{i,\mu}$˘¡ 1, $K_{d,\mu}$˘¡ 8, $K_{p,x}$˘¡1, $K_{p,x}$˘¡0,1, $K_{d,x}$˘¡3). 23
4.5 Schemat blokowy hybrydowego regulatora PID-LQR. 25
4.6 Regulator LQR z wagami jednostkowymi (Q˘ I , R˘ 1, PID: $K_{p,x}$˘¡ 4,5, $K_{i,x}$˘0, $K_{d,x}$˘¡3). 26
4.7 Regulator LQR strojony metodą Brysona (Q˘ diag ([25,1,4,1]), R˘ 10, PID: $K_{p,x}$˘¡4.5, $K_{p,x}$˘0, $K_{d,x}$˘¡3). 27
4.8 Zoptymalizowany regulator PID-LQR bez członu całkującego (Q˘ diag([200,3,35,40]), R˘1, PID: $K_{p,x}$˘¡7,0, $K_{i,x}$˘0,1, $K_{d,x}$˘¡3,0). 27
4.9 Schemat blokowy regulatora MPC z wewnętrznym modelem predykcyjnym. . 28
4.10 Regulator MPC z krótkim horyzontem (N˘ 5, N_u˘ 2, Q˘ diag ([10,1,10,1]), R˘0.1). 30
4.11 Regulator MPC z ręcznie dobranymi wagami (N˘ 10, N_u˘ 3, Q˘ diag([50,10,50,10]), R˘0.1). 30
4.12 Zoptymalizowany regulator MPC (N˘ 12, N_u˘ 4, Q˘ diag ([158,41,43,20]), R˘0,086). 31
4.13 Regulator MPC-alt z wysoką karą za energię (R_{abs}˘10). 33
4.14 Regulator MPC-alt z ręcznie zmniejszoną karą (R_{abs}˘5). 33
4.15 Zoptymalizowany regulator MPC-alt (R_{abs}˘1). 34