

Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska

Sterowanie Procesami

Sprawozdanie z projektu I, zadania 61

Adam Sokołowski

Warszawa, 2024

Spis treści

1. Wstęp	3
2. Reprezentacje procesu dynamicznego	4
2.1. Wyznaczanie dowolnej reprezentacji transmitancji w przestrzeni stanu	4
2.2. Rysunek reprezentacji graficznej modelu	4
2.3. Sprowadzenie modelu w przestrzeni stanu do transmitancji dwiema metodami	4
3. Regulator ze sprzężeniem od stanu	5
3.1. Uwzględnienie liniowego prawa regulacji w równaniach stanu	5
3.2. Rysunek symulowanego w Simulinku systemu (obiekt i regulator)	5
3.3. Dobór biegunów regulatora	5
3.3.1. Wolne bieguny równe -1	6
3.3.2. Średnie bieguny równe -2.5	7
3.3.3. Szybkie bieguny równe -5	8
3.3.4. Wybór biegunów	9
4. Obserwator pełnego rzędu	10
4.1. Wyprowadzenie równań obserwatora pełnego rzędu	10
4.2. Rysunek szczegółowej struktury obserwatora	10
4.3. Szczegółowy rysunek obiektu z obserwatorem i regulatorem korzystającym z mierzonego stanu	11
4.4. Testowanie obserwatora przy regulatorze korzystającym z mierzonego stanu dla zerowych warunków początkowych	11
4.4.1. Wolne bieguny obserwatora równe -1	12
4.4.2. Średnie bieguny obserwatora równe -2.5	13
4.4.3. Szybkie bieguny obserwatora równe -5	14
4.4.4. Komentarz do wyników testów	15
4.5. Testowanie obserwatora przy regulatorze korzystającym z mierzonego stanu dla niezerowych warunków początkowych	15
4.5.1. Wolne bieguny obserwatora równe -1	15
4.5.2. Średnie bieguny obserwatora równe -2.5	16
4.5.3. Szybkie bieguny obserwatora równe -5	17
4.5.4. Komentarz do wyników testów	18
4.6. Regulator i obserwator, gdy brak jest pomiaru zmiennych stanu	19
4.6.1. Szczegółowy rysunek obiektu z obserwatorem i regulatorem korzystającym z obserwowanego stanu	19
4.7. Testowanie obserwatora przy regulatorze korzystającym z obserwowanego stanu dla zerowych warunków początkowych	19
4.7.1. Przebiegi zmiennych stanu i sygnału sterującego	19
4.7.2. Komentarz do wyników testów	20
4.8. Testowanie obserwatora przy regulatorze korzystającym z obserwowanego stanu dla niezerowych warunków początkowych	20
4.8.1. Przebiegi zmiennych stanu i sygnału sterującego	21
4.8.2. Komentarz do wyników testów	22
5. Zadanie dodatkowe	23
5.1. Projektowanie regulatora ze sprzężeniem od stanu korzystającym z mierzonego stanu i całkowaniem	23
5.2. Szczegółowy rysunek systemu (obiekt i regulator)	23
5.3. Testowanie działania systemu	23
5.3.1. Biegun szybki równy -3	24

5.3.2.	Biegun wolny równy -0.5	25
5.3.3.	Komentarz	27
5.3.4.	Biegun szybki równy -3 po zwiększeniu B o 50%	27
5.3.5.	Biegun wolny równy -0.5 po zwiększeniu B o 50%	29
5.3.6.	Komentarz do regulatora ze zwiększonymi elementami macierzy B	30

1. Wstęp

Celem projektu jest zrealizowanie zadań dla procesu dynamicznego opisanego poniższą transmitancją:

$$G(s) = \frac{(s + 3)(s + 1)}{(s + 2)(s + 3.5)(s + 4)} \quad (1.1)$$

Transmitancja $G(s)$ różni się od tej w treści zadania nr 61, gdyż wystąpił w niej błąd. Zmianę zatwierdził prowadzący przedmiotu.

2. Reprezentacje procesu dynamicznego

2.1. Wyznaczanie dowolnej reprezentacji transmitancji w przestrzeni stanu

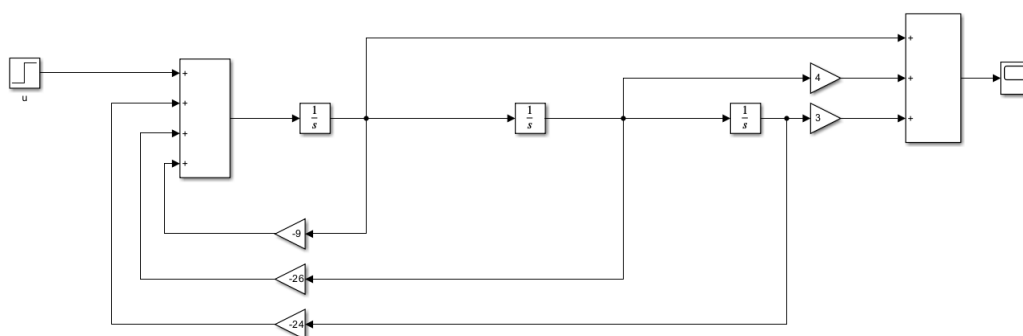
Do wyznaczenia reprezentacji transmitancji w przestrzeni stanu najpierw stworzono wektory z kolejnymi współczynnikami wielomianów znajdujących się w liczniku i mianowniku transmitancji. Skorzystano z polecenia `expand`

```
syms s;  
licznik=expand((s+1)*(s+3));  
mianownik=expand((s+2)*(s+3.5)*(s+4));
```

Następnie wyznaczono macierze A, B, C i D reprezentacji w przestrzeni stanu poleceniem `tf2ss` i jako argumenty podano wcześniej otrzymane wektory współczynników

```
[A, B, C, D] = tf2ss([1, 4, 3], [1, 19/2, 29, 28]);
```

2.2. Rysunek reprezentacji graficznej modelu



Rys. 2.1. Charakterystyka statyczna

2.3. Sprowadzenie modelu w przestrzeni stanu do transmitancji dwiema metodami

Aby sprowadzić model w przestrzeni stanu do transmitancji numerycznie skorzystano z polecenia `ss2tf` i jako argumenty podano macierze A, B, C i D.

```
[NUM, DEN] = ss2tf(A, B, C, D);
```

Metodę symboliczną zrealizowano przy użyciu następującego wzoru na transmitancję:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

```
syms s;  
G = C*(s*eye(length(A))-A)^-1*B + D;
```

3. Regulator ze sprzężeniem od stanu

3.1. Uwzględnienie liniowego prawa regulacji w równaniach stanu

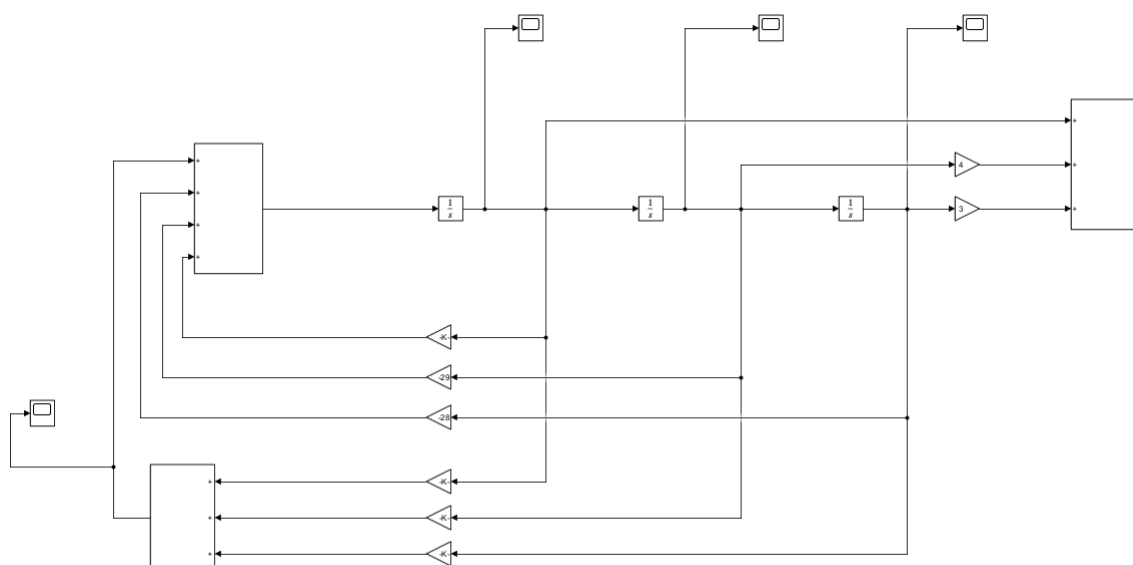
Równania stanu z uwzględnieniem liniowego prawa regulacji

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - BKx(t) \quad (3.1)$$

Współczynnik K wyznaczono w MATLAB poleceniem `acker` i jako argumenty kolejno podano macierze A, B oraz wektor biegunów s_b .

```
K = acker(A, B, [sb, sb, sb]);
```

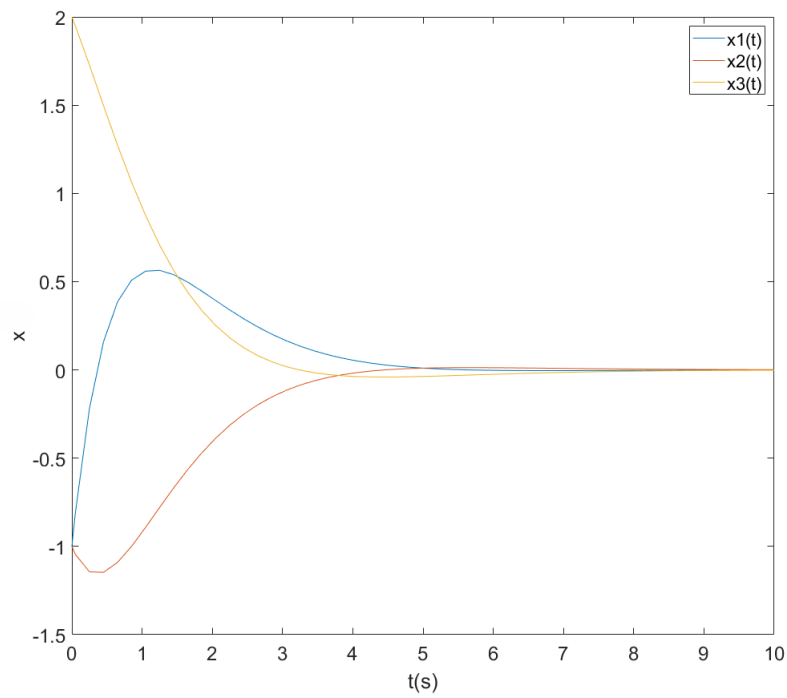
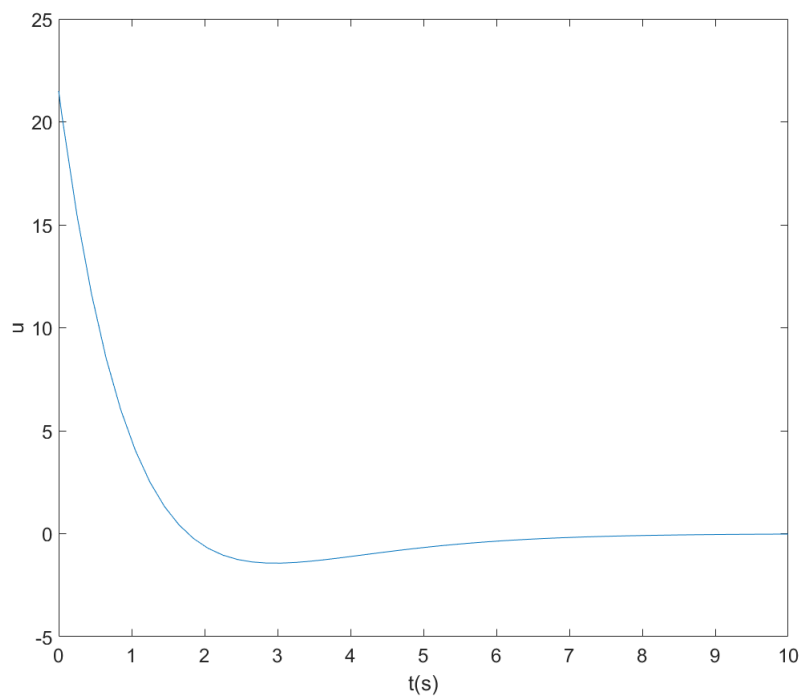
3.2. Rysunek symulowanego w Simulinku systemu (obiekt i regulator)

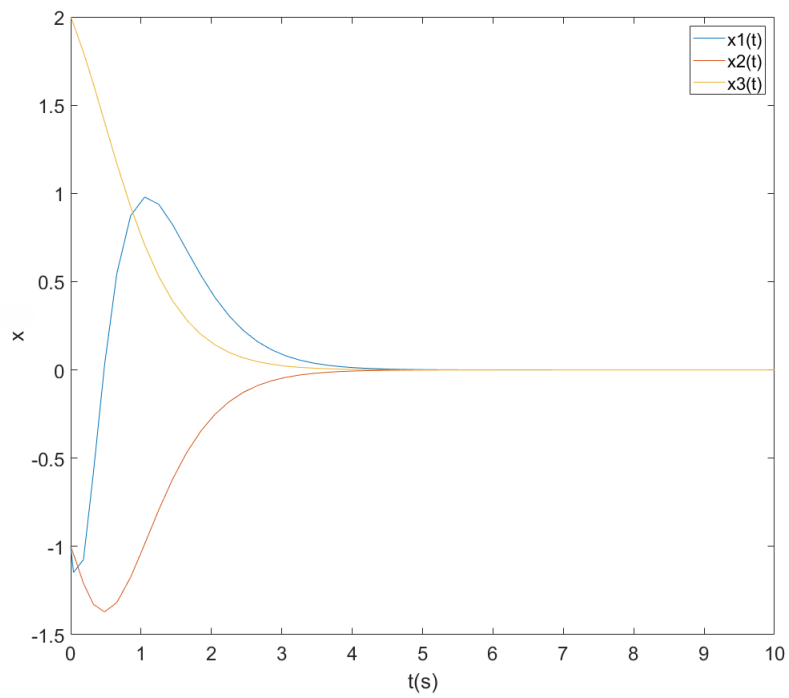
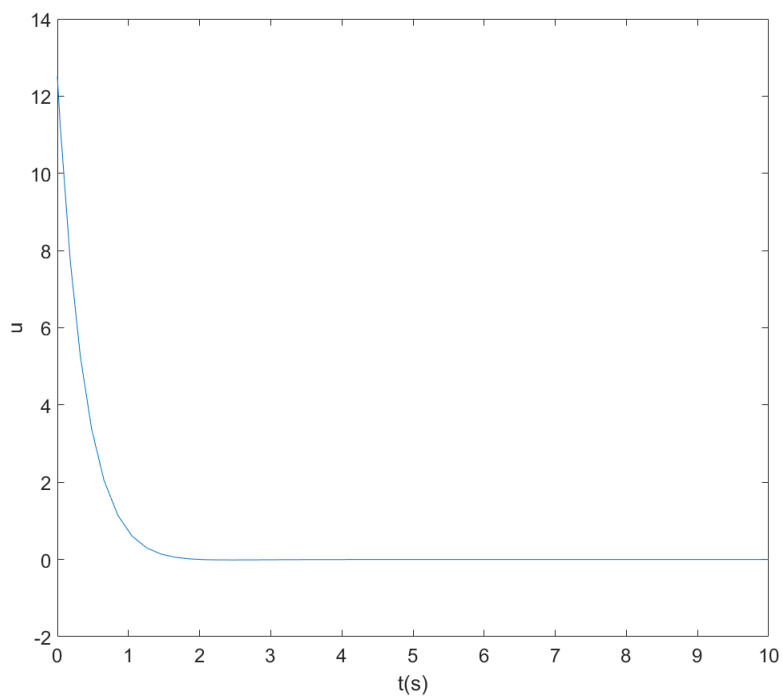


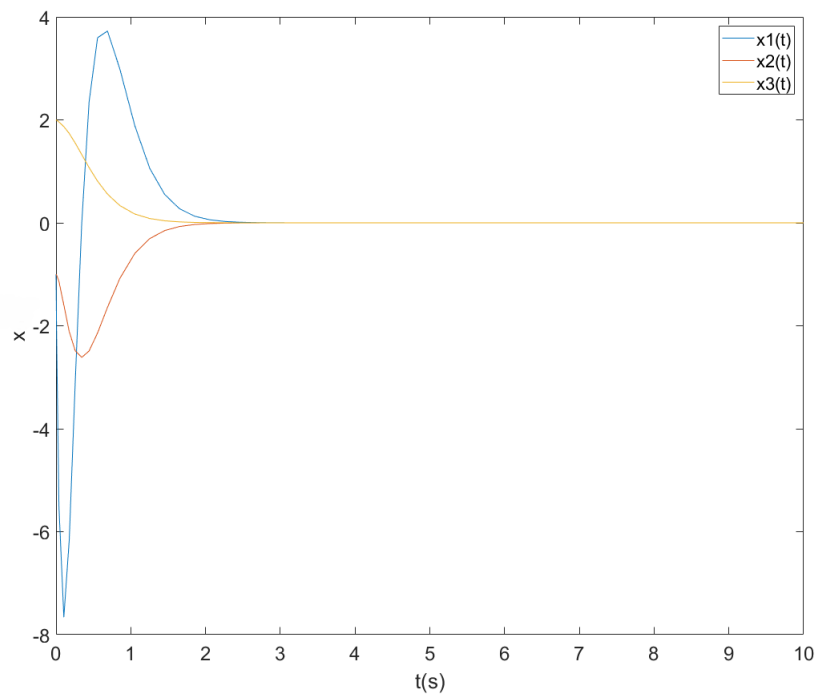
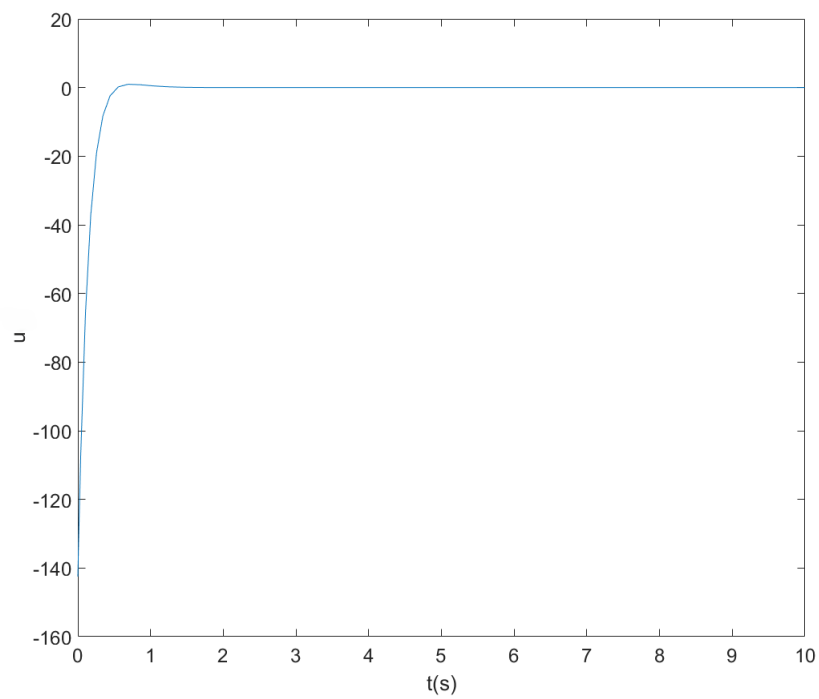
Rys. 3.1. Obiekt i regulator w Simulinku

3.3. Dobór biegunów regulatora

Aby poprawnie dobrać bieguny regulatora przetestowano jego działanie dla trzech różnych biegunów, o następujących wartościach: wolny biegun - $s_b = -1$, średni biegun - $s_b = -2.5$, szybki biegun - $s_b = -5$. Jako warunek początkowy przyjęto $x(0) = [-1 \ -1 \ 2]^T$, a jako t_{konc} 10 sekund.

3.3.1. Wolne bieguny równe -1Rys. 3.2. Wartości zmiennych stanu dla $s_b = -1$ Rys. 3.3. Wartość sygnału sterującego dla $s_b = -1$

3.3.2. Średnie bieguny równe -2.5Rys. 3.4. Wartości zmiennych stanu dla $s_b=-2.5$ Rys. 3.5. Wartość sygnału sterującego dla $s_b=-2.5$

3.3.3. Szybkie bieguny równe -5Rys. 3.6. Wartości zmiennych stanu dla $s_b = -5$ Rys. 3.7. Wartość sygnału sterującego dla $s_b = -5$

3.3.4. Wybór biegunów

Na Rys. 3.2-3.7 widać jak zmieniały się zmienne stanu oraz sygnał sterujący dla różnych wartości potrójnego bieguna. Dla bieguna równego -1, czyli wolnego, w którym zmienne stanu powoli osiągały wartość 0, a sygnał sterujący był dobrej jakości. Dla bieguna równego -2.5 zmienne stanu całkiem szybko osiągnęły wartość 0, sygnał sterujący dalej był dobrej jakości. Dla bieguna szybkiego równego -5 zmienne stanu bardzo szybko osiągnęły 0, jednak stało się to kosztem sygnału sterującego, który był bardzo słabej jakości (bardzo duży skok na początku). Na podstawie tych symulacji zdecydowano się na regulator z biegunami równymi -2.5.

4. Obserwator pełnego rzędu

4.1. Wyprowadzenie równań obserwatora pełnego rzędu

Do wyznaczenia równań obserwatora użyto zmiennych symbolicznych oraz polecenia `acker` w MATLAB i jako argumenty kolejno podano macierze A' , C' oraz wektor biegunów s_o .

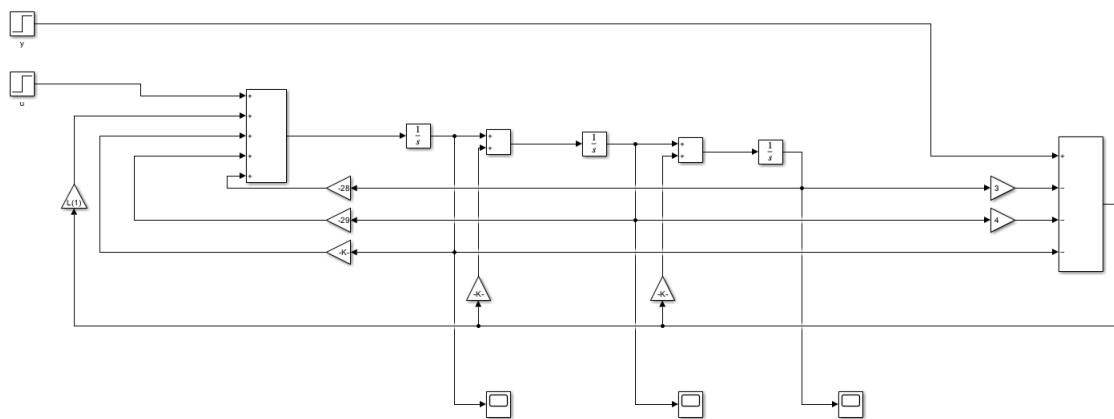
```
s0 = -5;  
L = acker(A', C', [s0, s0, s0]);  
L1 = L(1);  
L2 = L(2);  
L3 = L(3);
```

Wyznaczenie wektora L .

```
syms s L1 L2 L3 x1 x2 x3 u y;  
x = A*[x1;x2;x3] + B*u + [L1;L2;L3]*(y-C*[x1;x2;x3]);
```

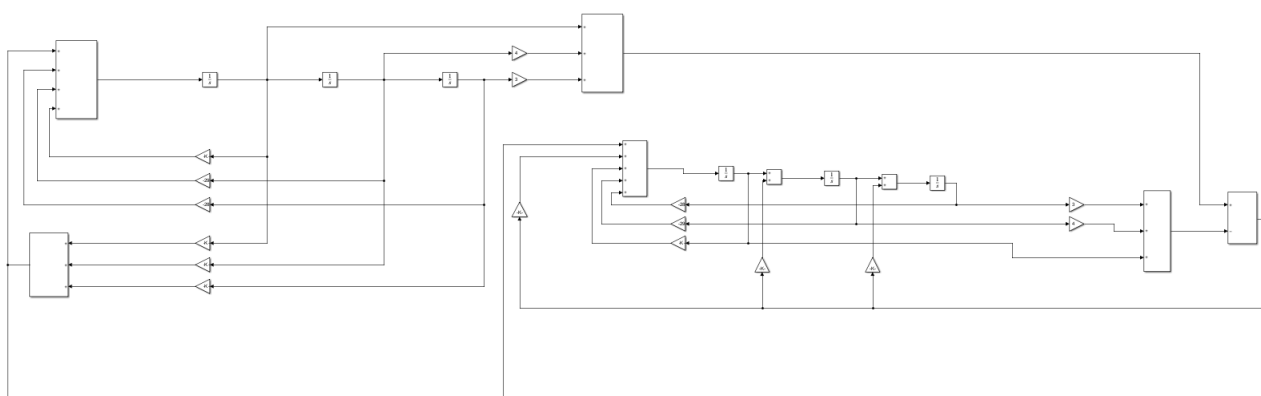
Wyznaczenie równań obserwatora pełnego rzędu.

4.2. Rysunek szczegółowej struktury obserwatora



Rys. 4.1. Struktura obserwatora pełnego rzędu

4.3. Szczegółowy rysunek obiektu z obserwatorem i regulatorem korzystającym z mierzonego stanu

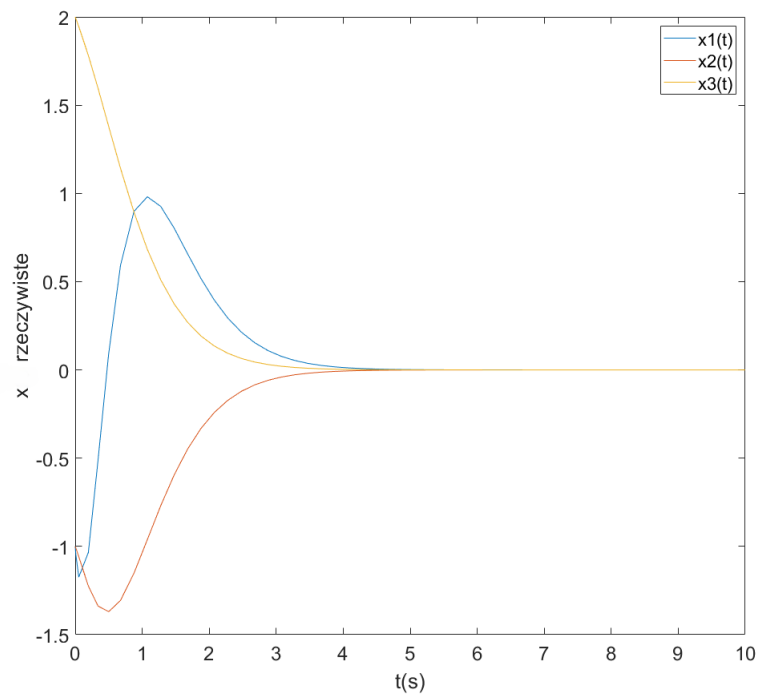


Rys. 4.2. Obiekt, regulator i obserwator

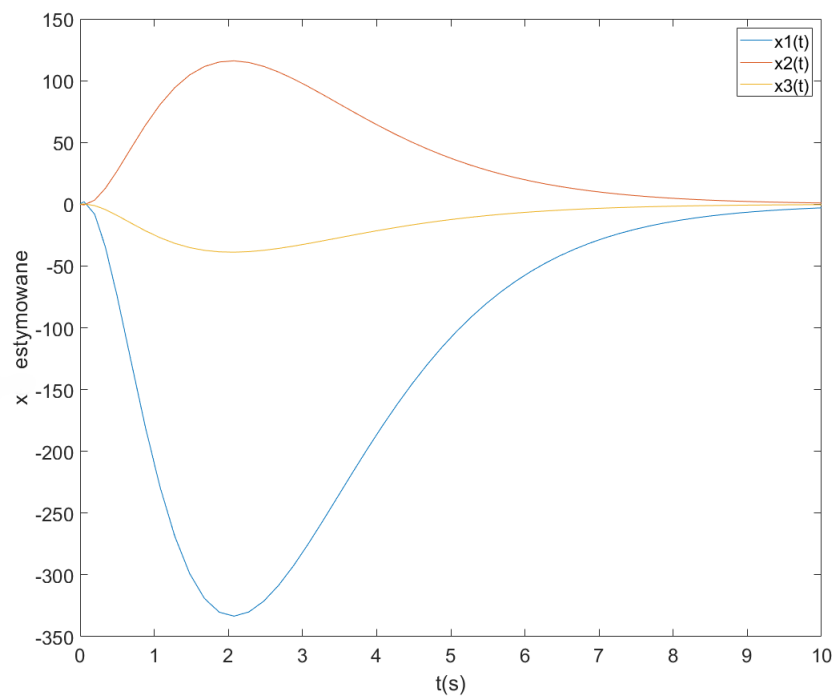
4.4. Testowanie obserwatora przy regulatorze korzystającym z mierzonego stanu dla zerowych warunków początkowych

Aby przetestować działanie obserwatora zbadano wpływ potrójnego bieguna s_o na jego działanie w systemie z Rys. 4.2. Do symulacji przyjęto zerowy warunek początkowy obserwatora.

4.4.1. Wolne bieguny obserwatora równe -1

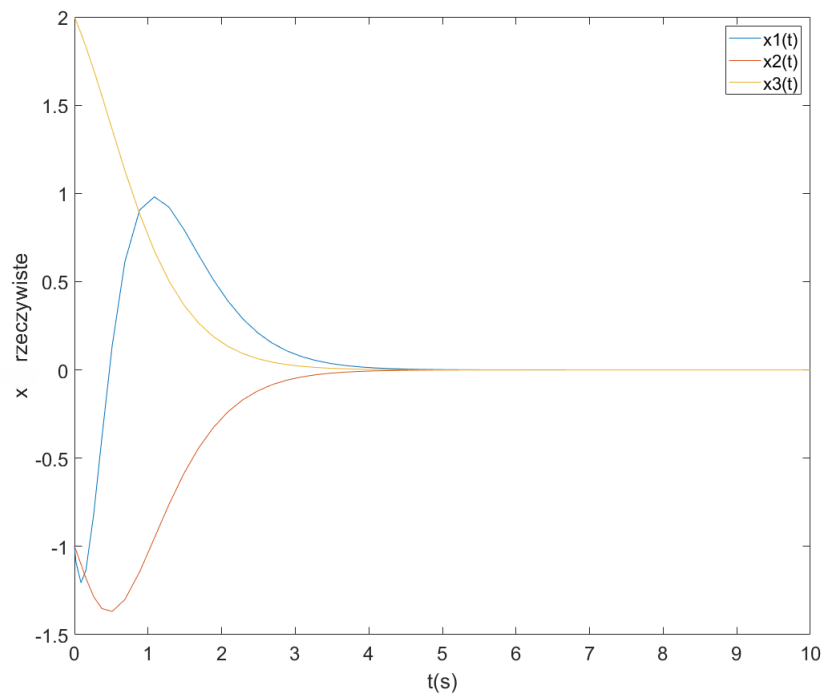


Rys. 4.3. Rzeczywiste zmienne stanu

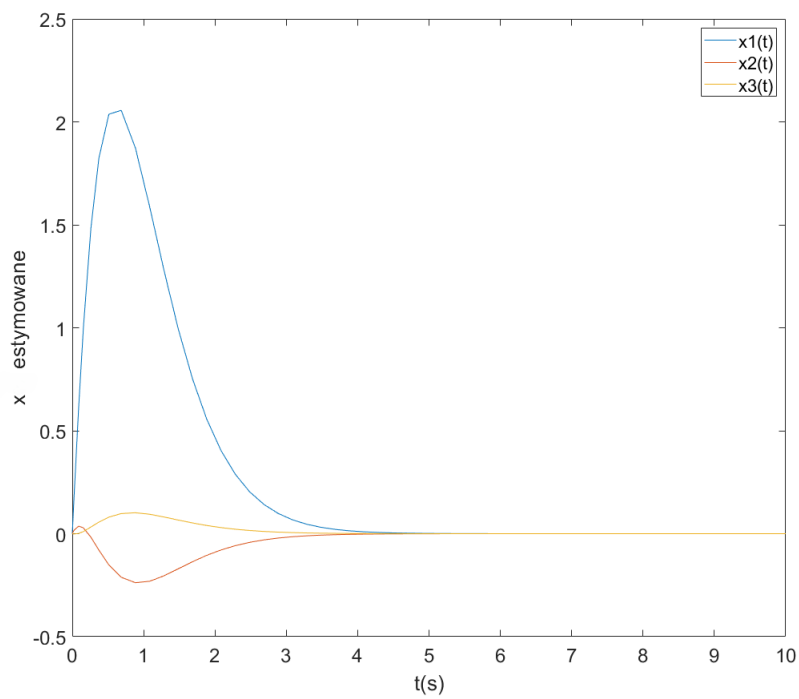


Rys. 4.4. Estymowane zmienne stanu

4.4.2. Średnie bieguny obserwatora równe -2.5

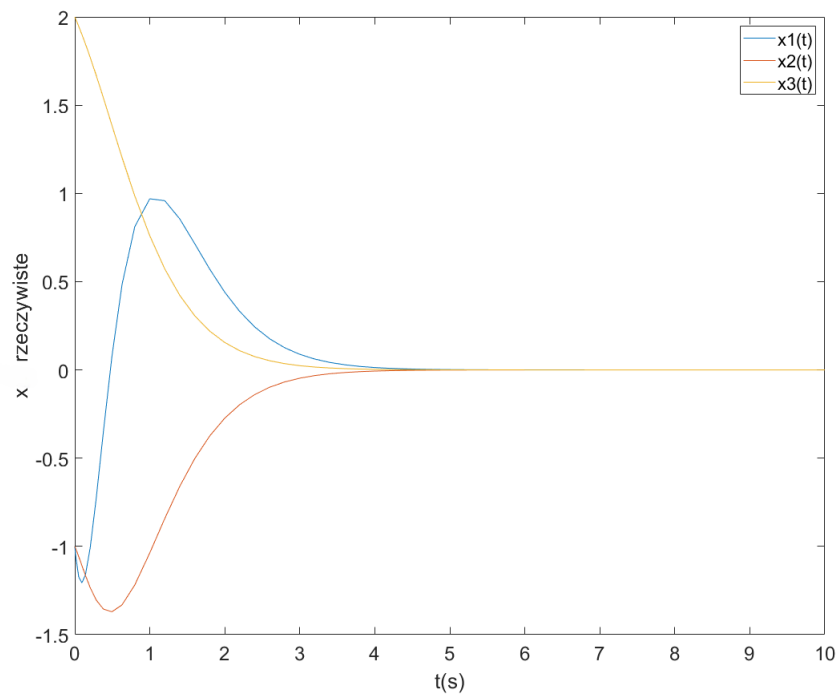


Rys. 4.5. Rzeczywiste zmienne stanu

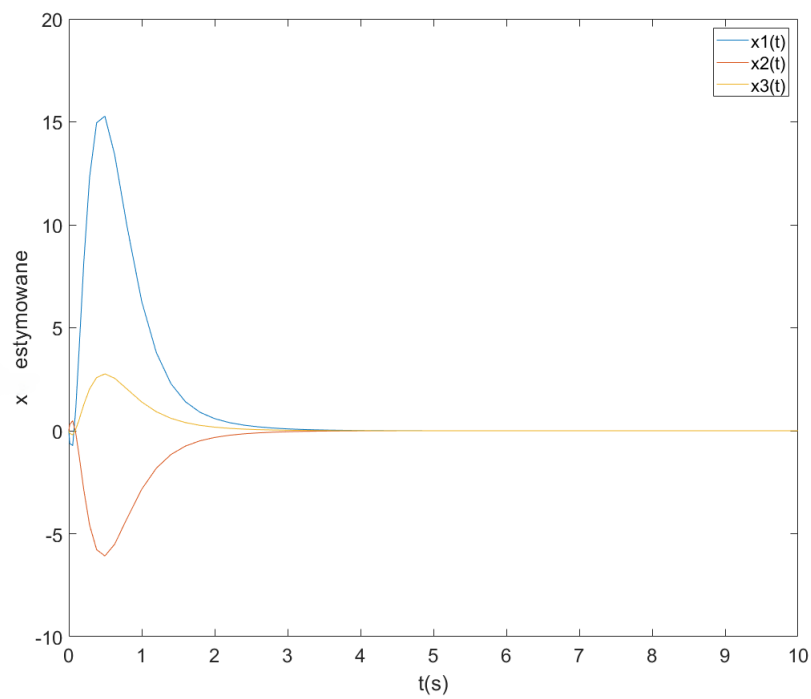


Rys. 4.6. Estymowane zmienne stanu

4.4.3. Szybkie bieguny obserwatora równe -5



Rys. 4.7. Rzeczywiste zmienne stanu



Rys. 4.8. Estymowane zmienne stanu

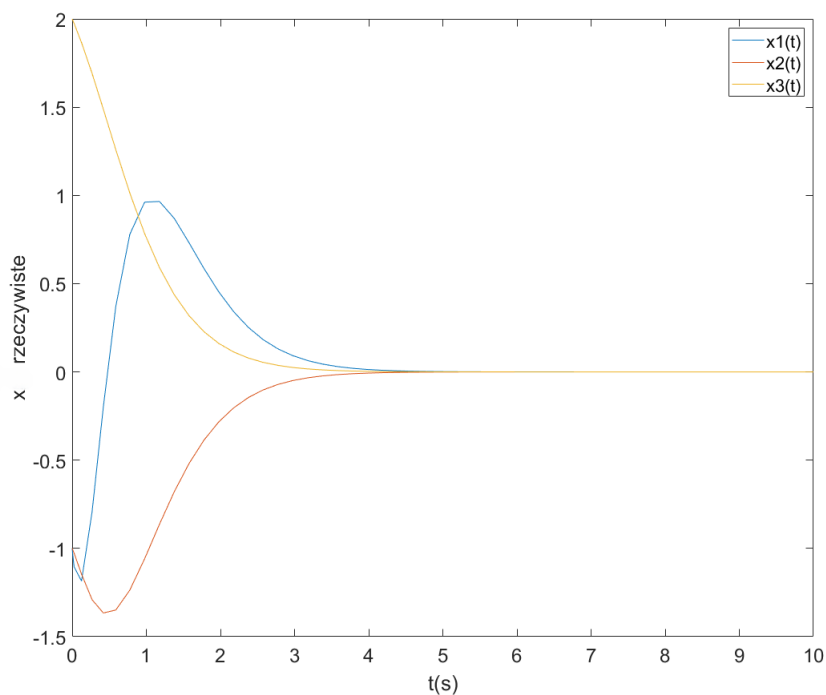
4.4.4. Komentarz do wyników testów

Potrójny biegun s_o bardzo mocno wpływa na działanie obserwatora. Na Rys. 4.3-4.8 widać, że im wolniejszy biegun tym wolniej zmienne estymowane osiągną zadaną wartość (w tym przypadku 0), natomiast kiedy mamy szybszy biegun robią to znacznie szybciej. Można też zauważyć, że dla zbyt wolnego bieguna wartości zmiennych estymowanych zaczynają bardzo odbiegać od tych rzeczywistych. Przebiegi zmiennych estymowanych mają bardzo podobny kształt do rzeczywistych, tylko na początku symulacji kształt się różni ze względu na inne warunki początkowe. Warto również dodać, że obserwator nie ma żadnego wpływu na regulator, który korzysta ze stanu mierzonego.

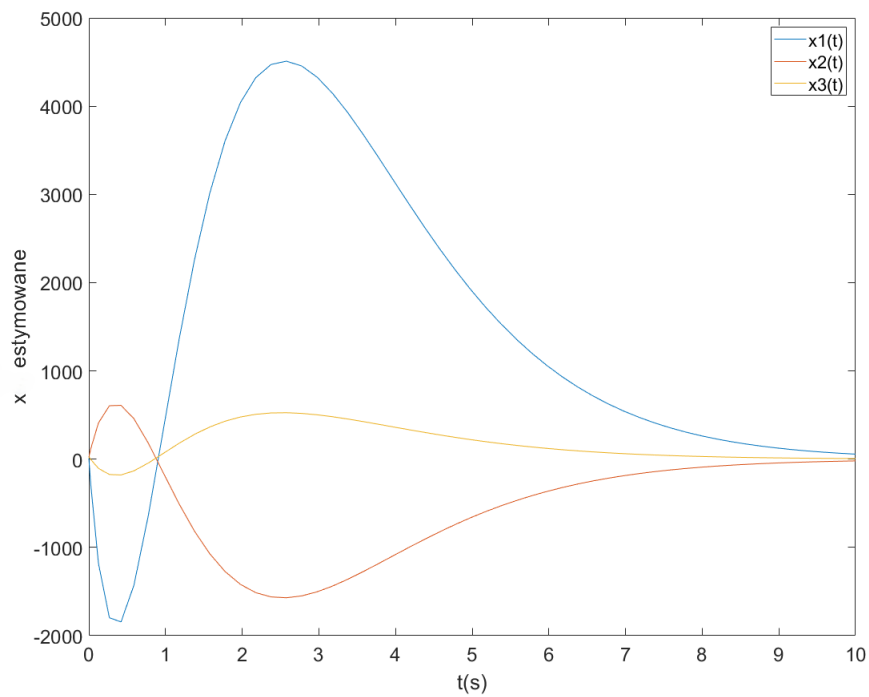
4.5. Testowanie obserwatora przy regulatorze korzystającym z mierzonego stanu dla niezerowych warunków początkowych

Aby przetestować działanie obserwatora znów zbadano wpływ potrójnego bieguna s_o na jego działanie w systemie z Rys. 4.2. Tym razem do symulacji przyjęto warunek początkowy obserwatora $\hat{x}(0) = [10 \ 20 \ 30]^T$.

4.5.1. Wolne bieguny obserwatora równe -1

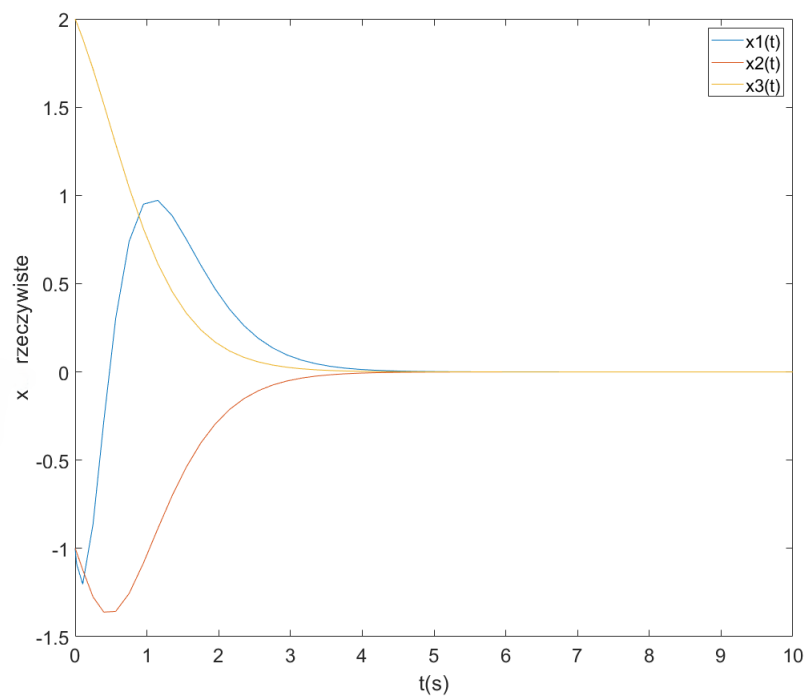


Rys. 4.9. Rzeczywiste zmienne stanu

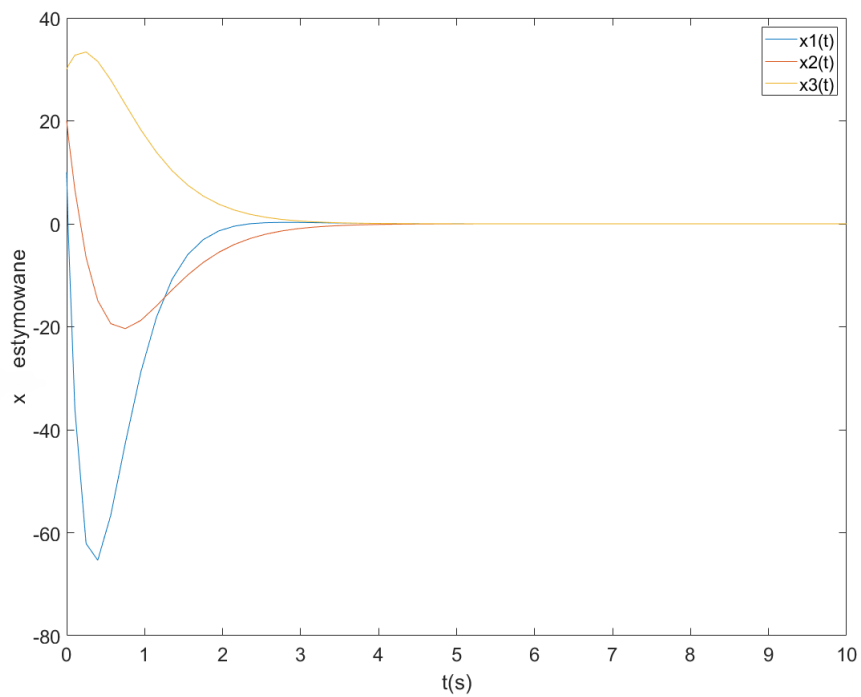


Rys. 4.10. Estymowane zmienne stanu

4.5.2. Średnie bieguny obserwatora równe -2.5

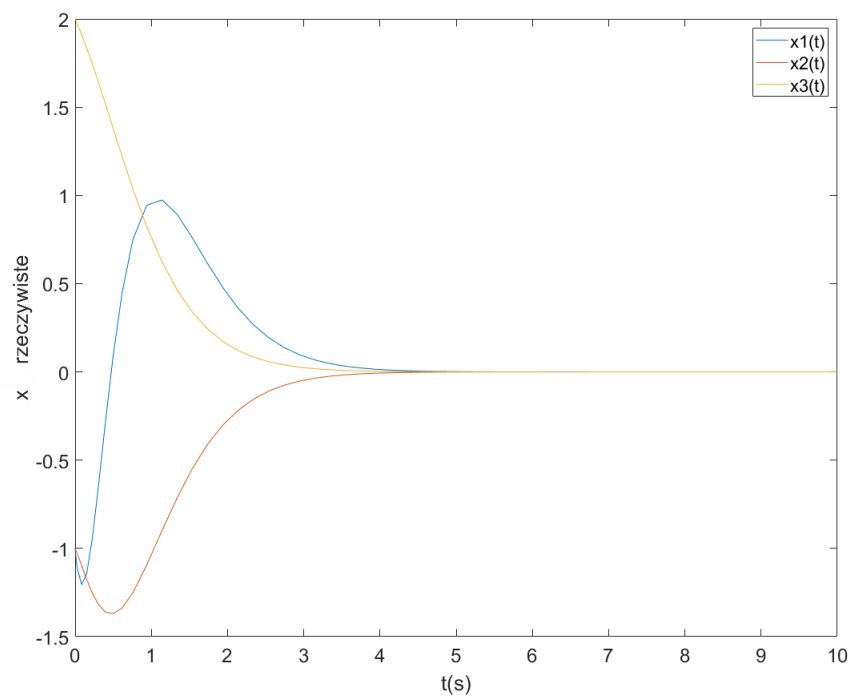


Rys. 4.11. Rzeczywiste zmienne stanu

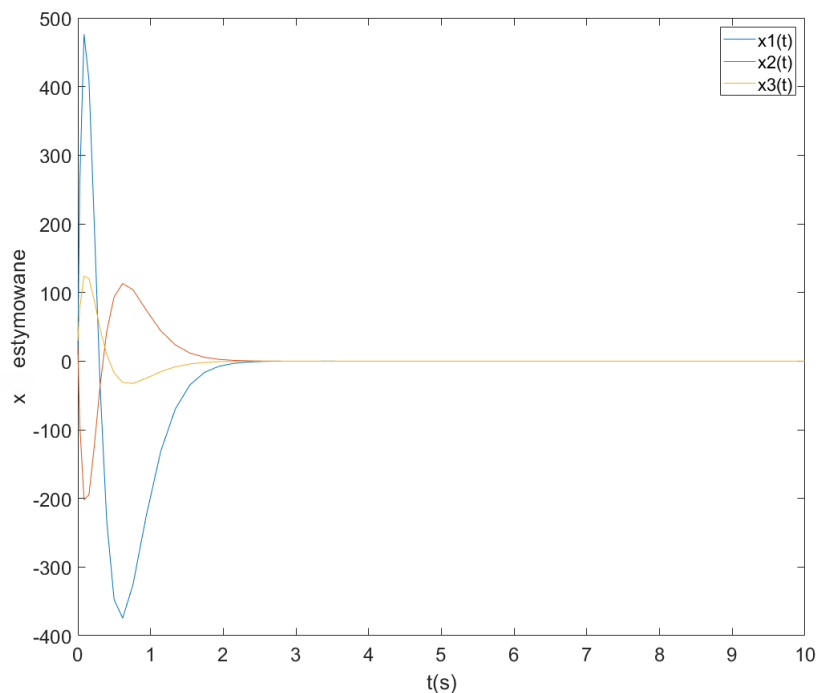


Rys. 4.12. Estymowane zmienne stanu

4.5.3. Szybkie bieguny obserwatora równe -5



Rys. 4.13. Rzeczywiste zmienne stanu



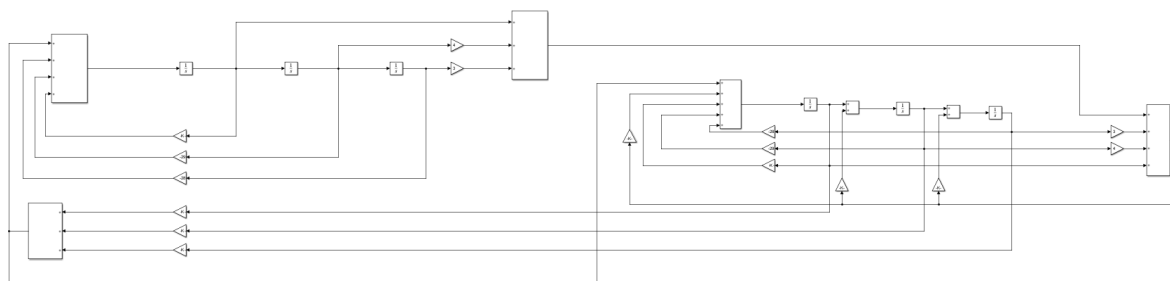
Rys. 4.14. Estymowane zmienne stanu

4.5.4. Komentarz do wyników testów

Zadanie warunków początkowych dla obserwatora spowodowało znaczne pogorszenie estymacji w przypadku biegunu wolnego i szybkiego. Widać, że estymowane zmienne stanu osiągają wartości bardzo odległe od tych rzeczywistych (dużo bardziej niż w przypadku obserwatora z zerowymi warunkami początkowymi). Dla biegunu średniego, również nastąpiło pogorszenie, jednak nie aż tak drastyczne jak we wcześniej omawianych przypadkach. Zbliżony kształt przebiegów rzeczywistych i estymowanych jest dalej zachowany w przypadku biegunu średniego, przez co można stwierdzić, że po dodaniu warunków początkowych obserwator dalej działa poprawnie i trochę gorzej.

4.6. Regulator i obserwator, gdy brak jest pomiaru zmiennych stanu

4.6.1. Szczegółowy rysunek obiektu z obserwatorem i regulatorem korzystającym z obserwowanego stanu

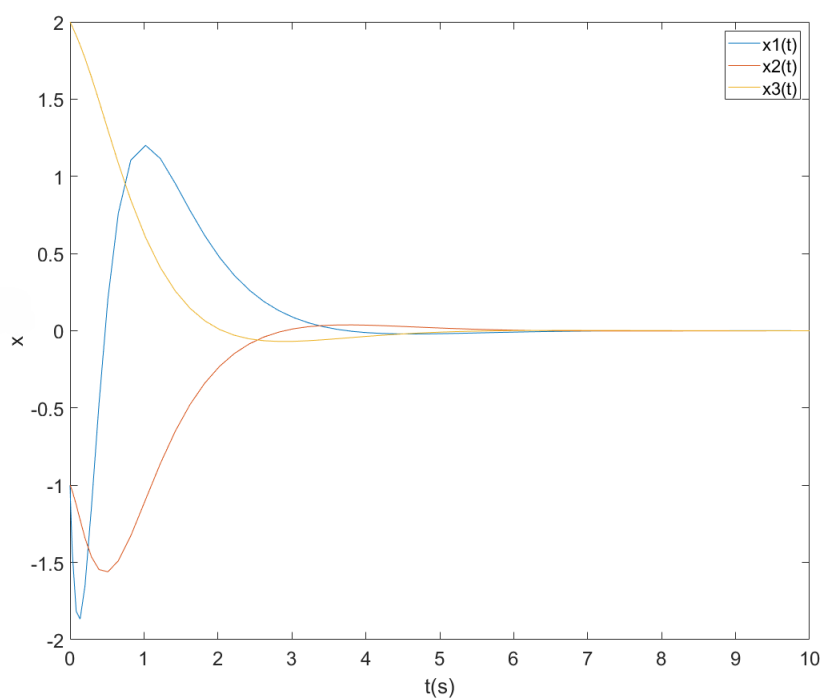


Rys. 4.15. Obiekt, regulator i obserwator

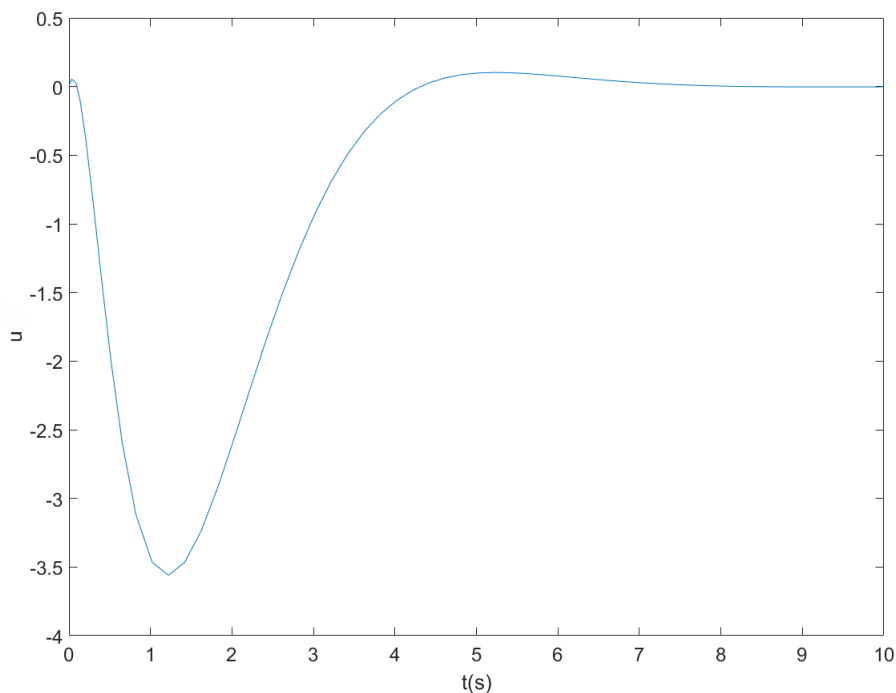
4.7. Testowanie obserwatora przy regulatorze korzystającym z obserwowanego stanu dla zerowych warunków początkowych

Aby przetestować działanie regulatora i obserwatora przeprowadzono symulację w systemie z Rys. 4.15. Do symulacji przyjęto warunek początkowy obserwatora $\hat{x}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$, potrójny średni biegun regulatora $s_b = -2.5$, oraz potrójny średni biegun obserwatora $s_o = -2.5$.

4.7.1. Przebiegi zmiennych stanu i sygnału sterującego



Rys. 4.16. Zmienne stanu



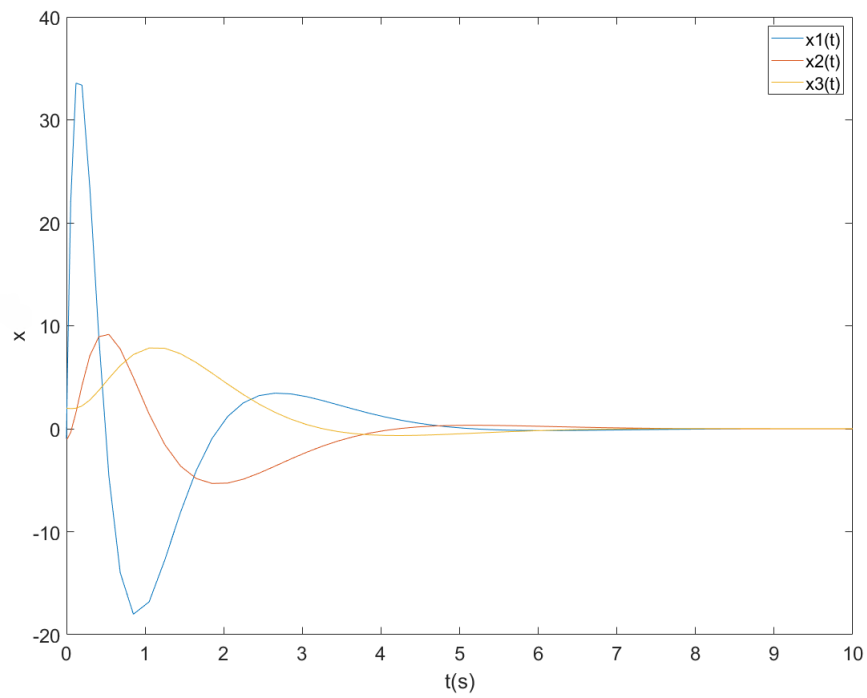
Rys. 4.17. Sygnał sterujący

4.7.2. Komentarz do wyników testów

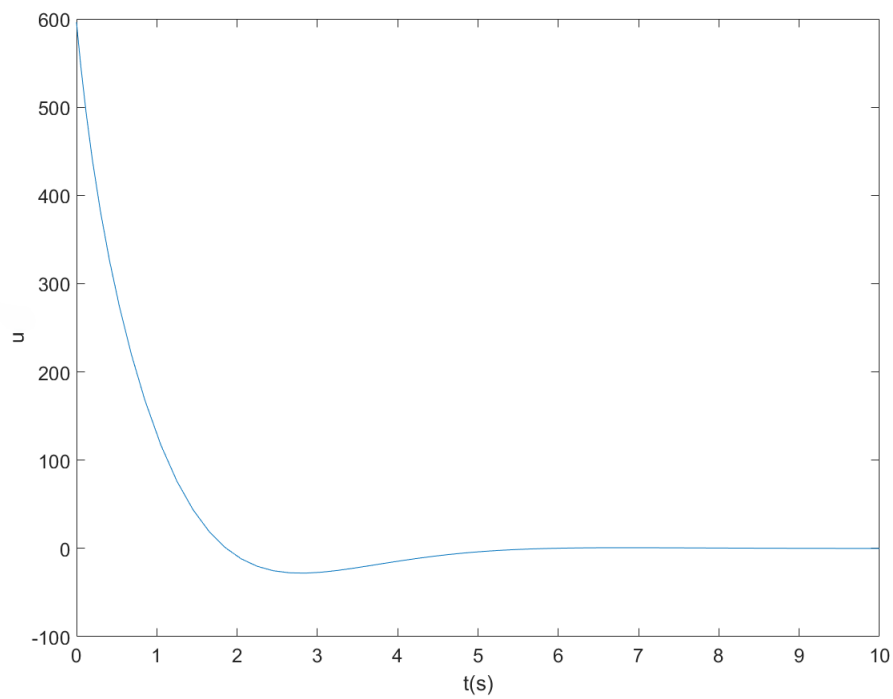
Dla regulatora korzystającego ze stanu obserwowanego przez obserwator z zerowym warunkiem początkowym nastąpiło niewielkie pogorszenie szybkości regulacji jak i jakości sygnału sterującego. Widać jednak, że przebiegi na Rys. 4.16 i 4.17 są bardzo podobne do tych na Rys. 3.4 i 3.5, co potwierdza poprawność działania systemu.

4.8. Testowanie obserwatora przy regulatorze korzystającym z obserwowanego stanu dla niezerowych warunków początkowych

Aby przetestować działanie regulatora i obserwatora przeprowadzono symulację w systemie z Rys. 4.15. Do symulacji przyjęto warunek początkowy obserwatora $\hat{x}(0) = [10 \ 20 \ 30]^T$, potrójny średni biegun regulatora $s_b = -2.5$, oraz potrójny średni biegun obserwatora $s_o = -2.5$.

4.8.1. Przebiegi zmiennych stanu i sygnału sterującego

Rys. 4.18. Zmienne stanu



Rys. 4.19. Sygnał sterujący

4.8.2. Komentarz do wyników testów

Dla regulatora korzystającego ze stanu obserwowanego przez obserwator z niezerowym warunkiem początkowym nastąpiło niewielkie pogorszenie szybkości regulacji. Jakość sygnały sterującego natomiast bardzo się pogorszyła (bardzo duże wartości na starcie). Przez to, że zadano warunki początkowe jakość regulacji uległa pogorszeniu i kształt przebiegów na Rys. 4.18 i 4.19 przestał być tak bardzo podobny do tych na Rys. 3.4 i 3.5. Pomimo tego dalej zmienne stanu osiągają wartość zadaną w wyznaczonym czasie, co potwierdza poprawność działania systemu.

5. Zadanie dodatkowe

5.1. Projektowanie regulatora ze sprzężeniem od stanu korzystającym z mierzonego stanu i całkowaniem

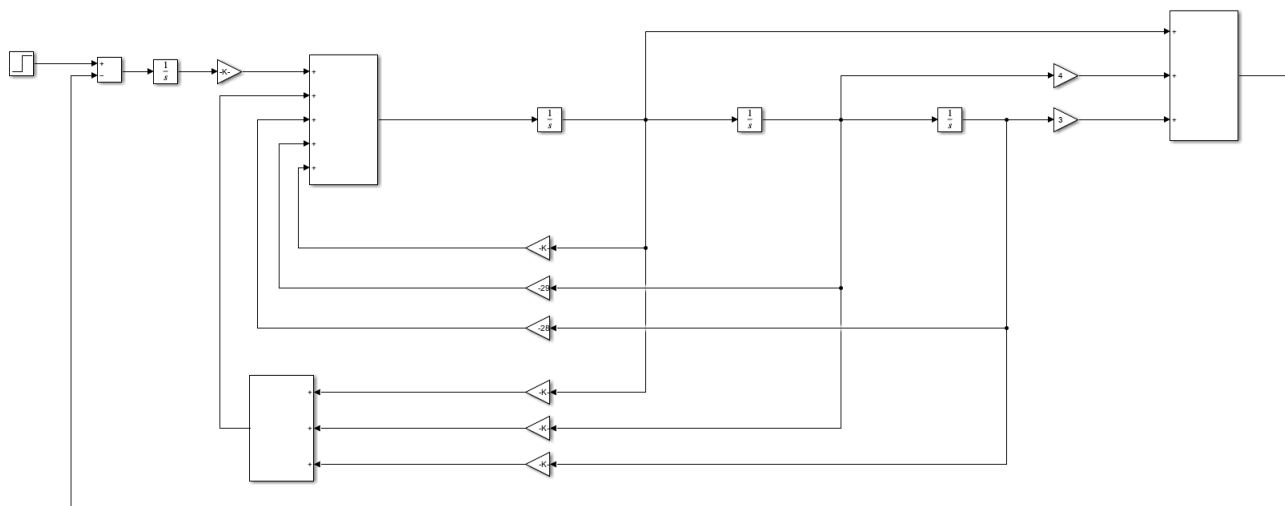
Aby zaprojektować ten system wyprowadzono w MATLAB macierze potrzebne do odtworzenia równań stanu regulatora z całkowaniem.

```
[A, B, C, D] = tf2ss([1, 4, 3], [1, 19/2, 29, 28]);

Ar = [A(1,1) A(1,2) A(1,3) 0;
      A(2,1) A(2,2) A(2,3) 0;
      A(3,1) A(3,2) A(3,3) 0;
      -C(1) -C(2) -C(3) 0];
Br = [B(1); B(2); B(3); 0];

sb = -1; % biegun regulatora
Kl = acker(Ar, Br, [sb, sb, sb, sb]);
```

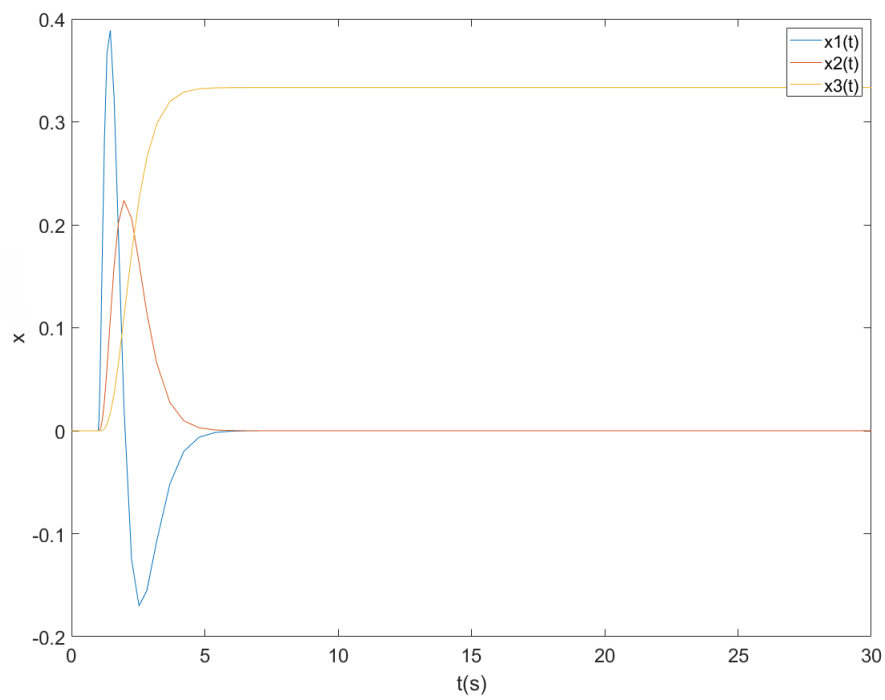
5.2. Szczegółowy rysunek systemu (obiekt i regulator)



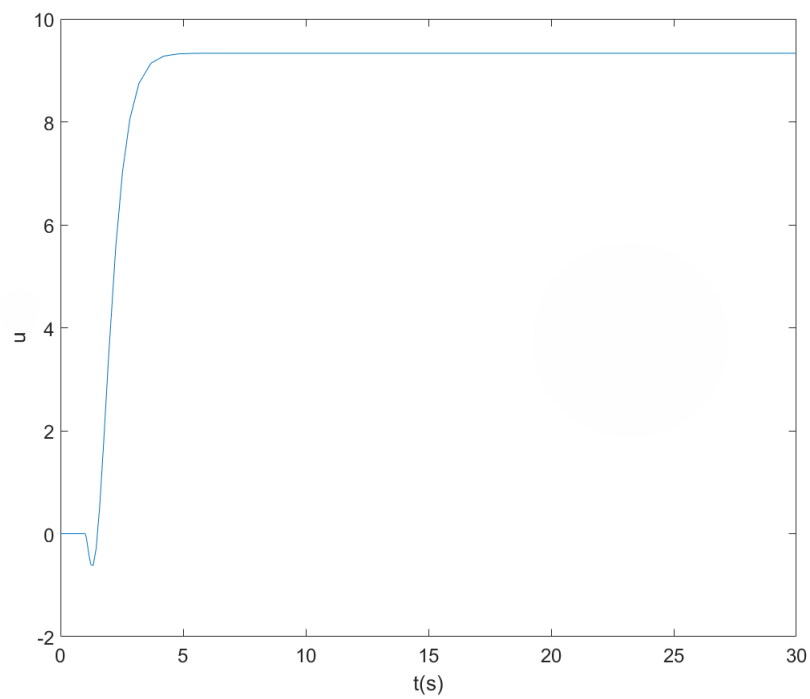
Rys. 5.1. Obiekt i regulator

5.3. Testowanie działania systemu

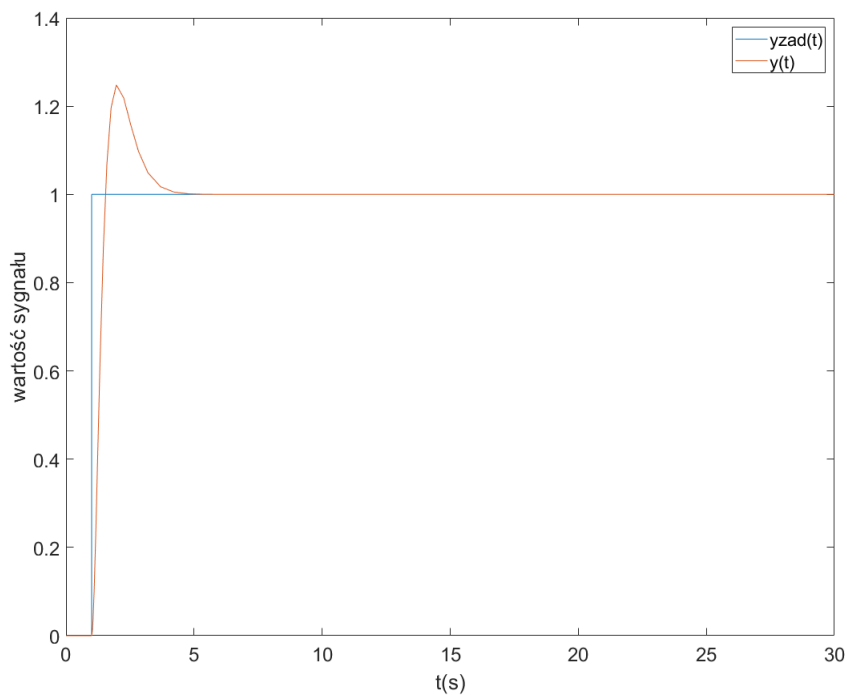
Przyjęto zerowe warunki początkowe obiektu. Dobrano dwa początkowe bieguny s_b szybki równy -3, oraz wolny równy -0.5. Przyjęto $t_{konc} = 30s$.

5.3.1. Biegun szybki równy -3

Rys. 5.2. Zmienne stanu

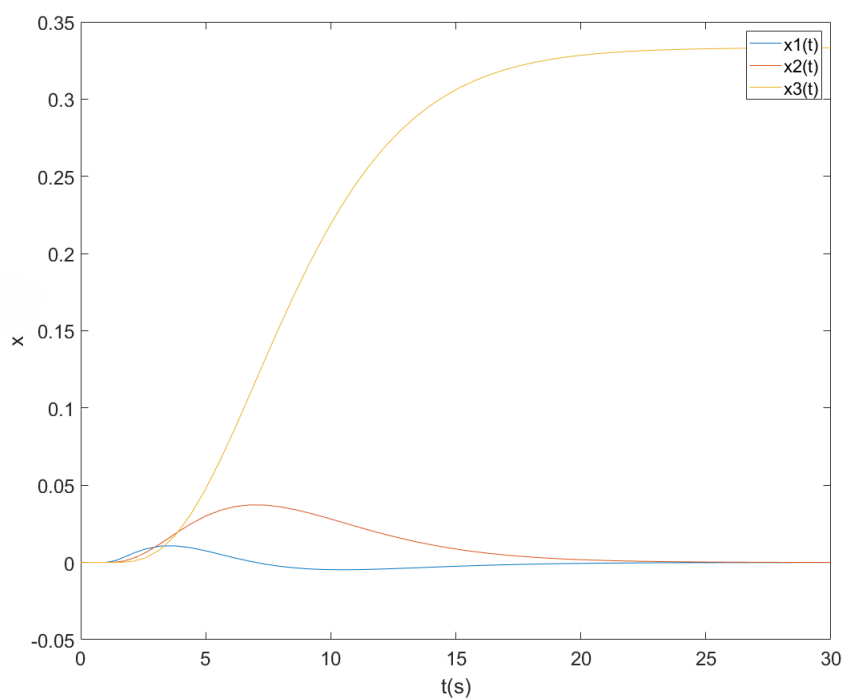


Rys. 5.3. Sygnał sterujący

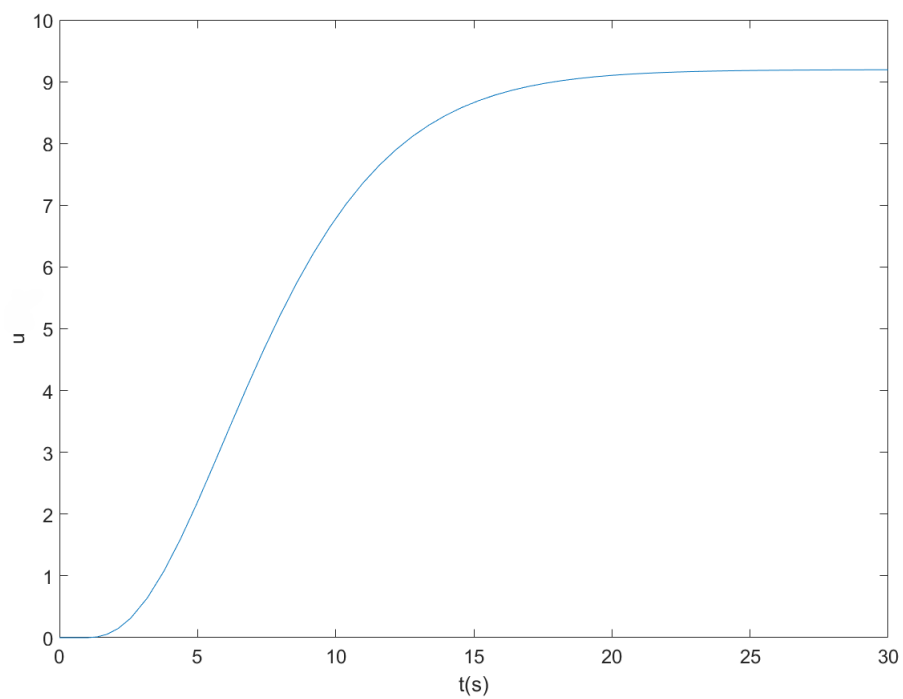


Rys. 5.4. Wartość zadana i wyjście

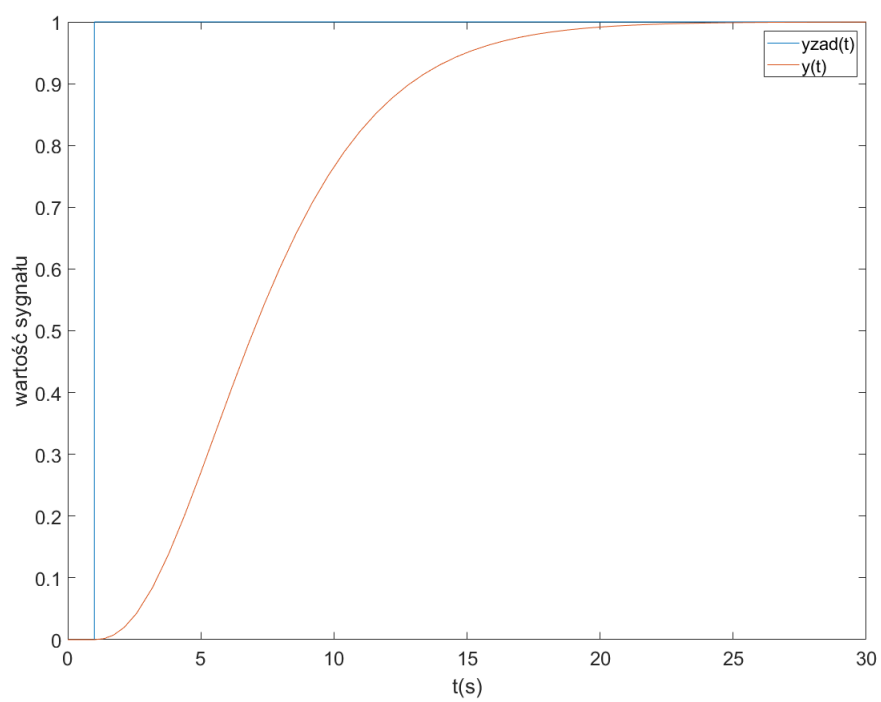
5.3.2. Biegun wolny równy -0.5



Rys. 5.5. Zmienne stanu



Rys. 5.6. Sygnał sterujący

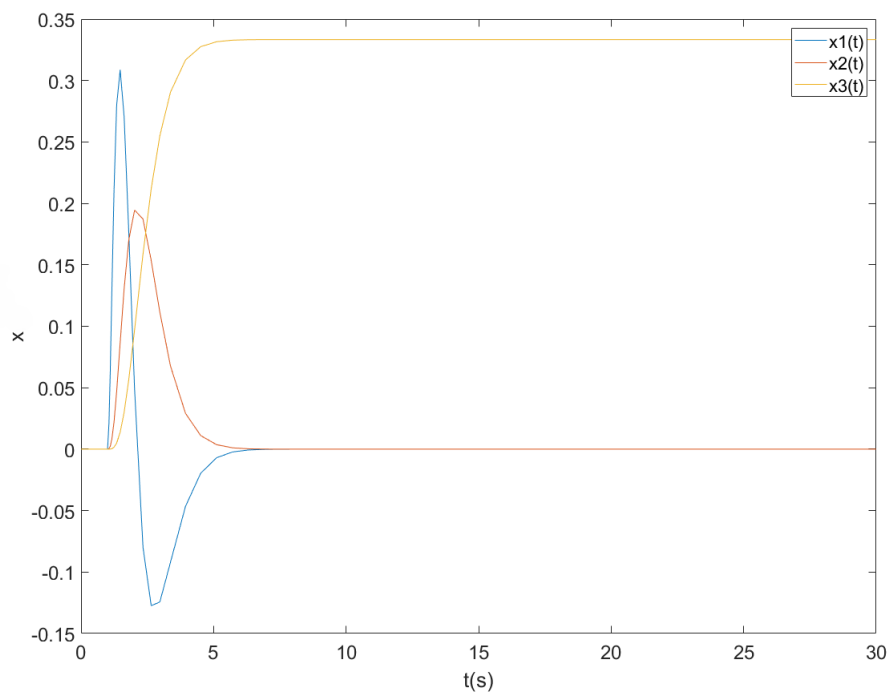


Rys. 5.7. Wartość zadana i wyjście

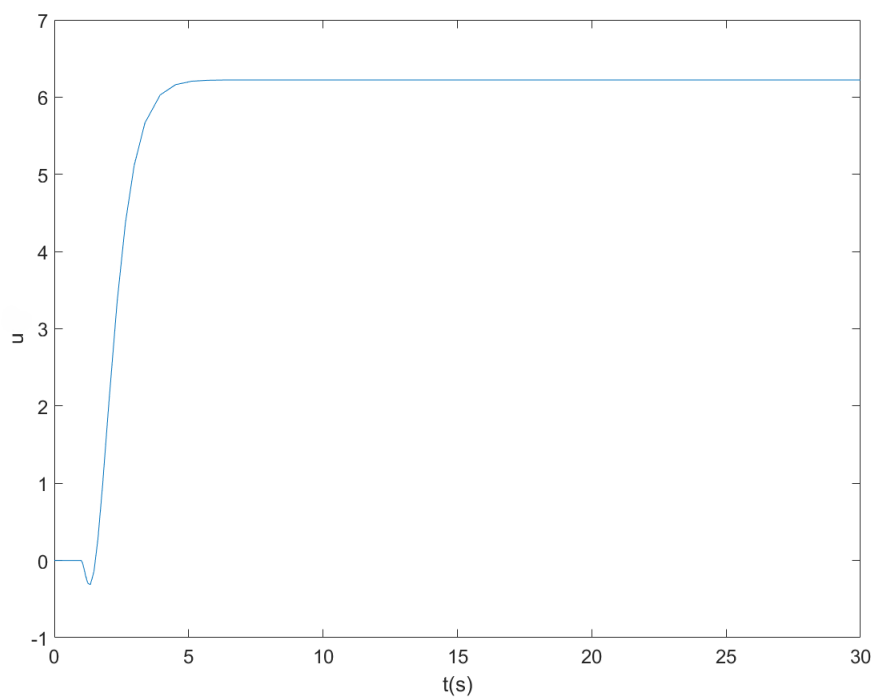
5.3.3. Komentarz

Regulator z całkowniem działa poprawnie. Zmienne stanu się stabilizują, a wyjście osiąga wartość zadaną w wyznaczonym czasie zarówno dla bieguna szybkiego jak i wolnego. Tendencja z poprzednich zadań, że wolny biegun spowalnia regulację i poprawia jakość sygnału sterującego, a biegun szybki odwrotnie jest zachowana.

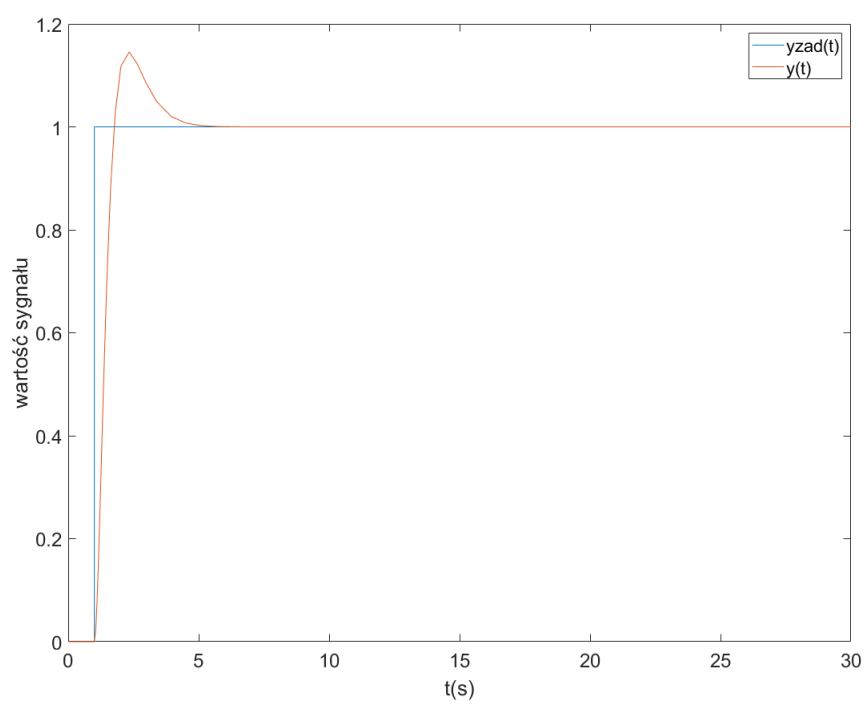
5.3.4. Biegun szybki równy -3 po zwiększeniu B o 50%



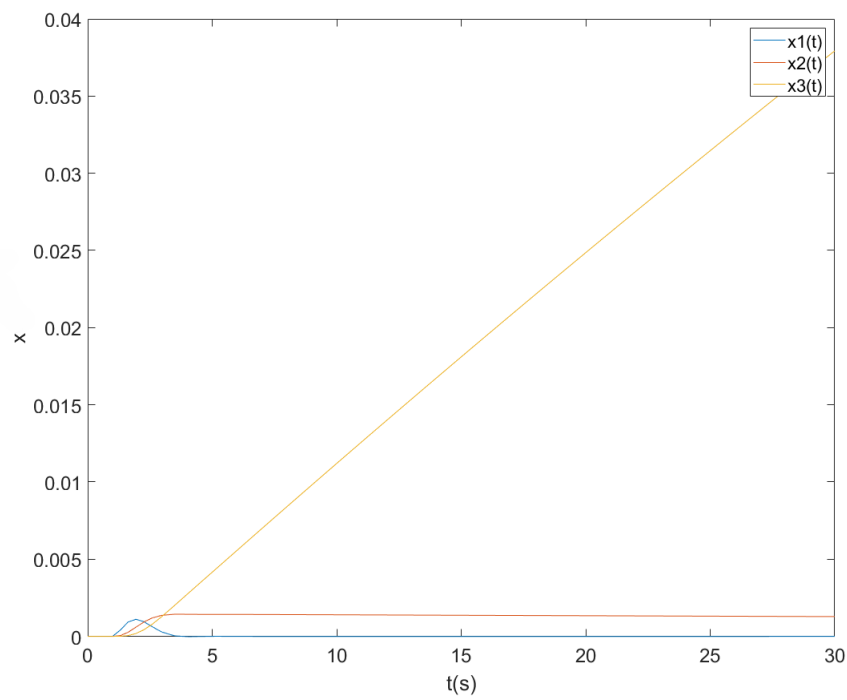
Rys. 5.8. Zmienne stanu



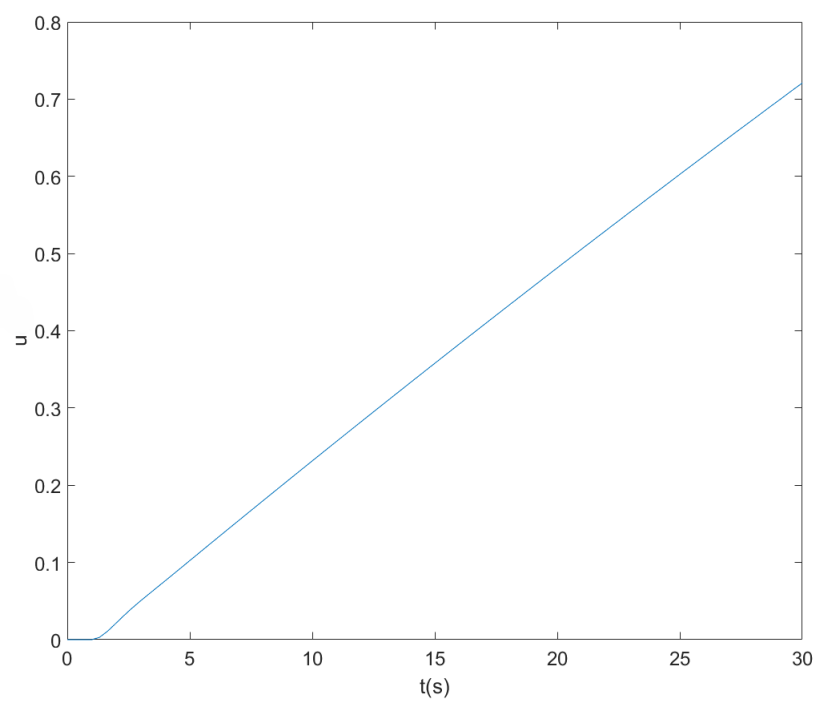
Rys. 5.9. Sygnał sterujący



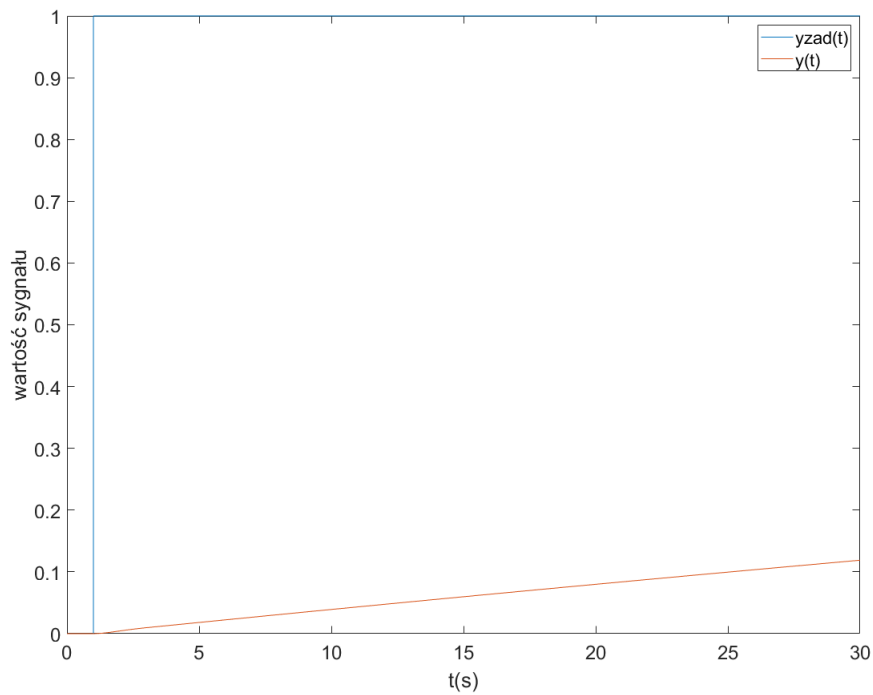
Rys. 5.10. Wartość zadana i wyjście

5.3.5. Biegun wolny równy -0.5 po zwiększeniu B o 50%

Rys. 5.11. Zmienne stanu



Rys. 5.12. Sygnał sterujący



Rys. 5.13. Wartość zadana i wyjście

5.3.6. Komentarz do regulatora ze zwiększonymi elementami macierzy B

Zwiększenie elementów macierzy B o 50% poskutkowało tym że wolny biegun s_b stał się jeszcze wolniejszy. Widać, że na Rys. 5.11 trzecia zmienna stanu nie zdążyła się ustabilizować w czasie t_{konc} ale sygnał wyjściowy powoli dąży do zadanego. W przypadku szybkiego bieguna nie ma żadnych znaczących zmian.