



AGH

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

**WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI,
INFORMATYKI I INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ**

KATEDRA AUTOMATYKI

Modelowanie układów fizycznych i biologicznych

Podwójne wachadło

Double pendulum

Autor:

Żaneta Błaszczuk, Rafał Kozik, Filip Kubicz, Jakub Nowak, Jakub Porębski

Kierunek studiów:

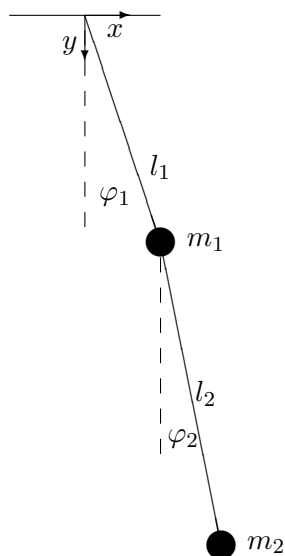
Automatyka i Robotyka

Opiekun pracy:

dr

Kraków, 2014

1. Równania ruchu



Rysunek 1.1: Schemat wachadła

Równania ruchu można wyznaczyć korzystając z równania Lagrangea-Eurela. Energia potencjalna układu jest równa:

$$V = m_1 g l_1 \cos(\varphi_1) + m_2 g (l_1 \cos(\varphi_1) + l_2 \cos(\varphi_2)) \quad (1.1)$$

Natomiast energia kinetyczna układu wynosi:

$$K = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (1.2)$$

Aby uprościć równania, przyjmujemy:

$$A = \frac{m_1}{m_2} \quad B = \frac{l_2}{l_1} \quad C = \frac{g}{l_1} \quad (1.3)$$

Ruch wachadła opisuje równania:

$$\dot{\varphi}_1 = \omega_1 \quad (1.4)$$

$$\dot{\omega}_1 = - \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)(B\omega_2^2 + \omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)) + C((A+1)\sin(\varphi_1) - \sin(\varphi_2)\cos(\varphi_1 - \varphi_2))}{A + \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2)} \quad (1.5)$$

$$\dot{\varphi}_2 = \omega_2 \quad (1.6)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{(A+1)(\omega_1^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - C \sin(p_2)) + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)((B\omega_2^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)) + C(A+1)\sin(\varphi_1))}{B(A + \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2))} \quad (1.7)$$

1.1. Implementacja

1.2. Wyniki

1.3. Bibliografia

1. Wróblewski J. praca licencjacka Wahadło podwójne Warszawa 2011