



**AGH**

**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE**

**WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI,  
INFORMATYKI I INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ**

KATEDRA AUTOMTYKI

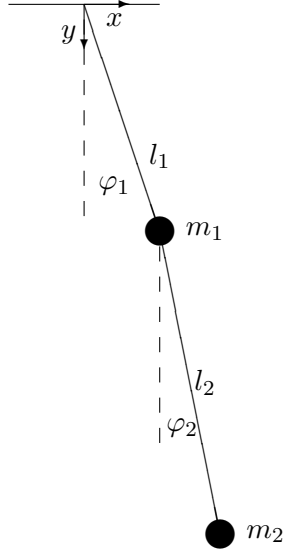
Modelowanie układów fizycznych i biologicznych

*Tytuł*  
*Tytuł Eng*

Autor:	<i>Żaneta Błaszczuk, Rafał Kozik, Filip Kubicz, Jakub Nowak, Jakub Porębski</i>
Kierunek studiów:	<i>Automatyka i Robotyka</i>
Opiekun pracy:	<i>dr</i>

Kraków, 2014

## 0.1. Równania ruchu



Rysunek 1: Schemat wachadła

Równania ruchu można wyznaczyć korzystając z równania Lagrangea-Eurela. Energia potencjalna układu jest równa:

$$V = m_1 g l_1 \cos(\varphi_1) + m_2 g (l_1 \cos(\varphi_1) + l_2 \cos(\varphi_2)) \quad (1)$$

Natomiast energia kinetyczna układu wynosi:

$$K = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (2)$$

Aby uprościć równania, przyjmujemy:

$$A = \frac{m_1}{m_2} \quad B = \frac{l_2}{l_1} \quad C = \frac{g}{l_1} \quad (3)$$

Ruch wachadła opisuje równania:

$$\dot{\varphi}_1 = \omega_1 \quad (4)$$

$$\dot{\omega}_1 = - \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)(B\omega_2^2 + \omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)) + C((A + 1) \sin(\varphi_1) - \sin(\varphi_2) \cos(\varphi_1 - \varphi_2))}{A + \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2)} \quad (5)$$

$$\dot{\varphi}_2 = \omega_2 \quad (6)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{(A + 1)(\omega_1^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - C \sin(\varphi_2)) + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)((B\omega_2^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)) + C(A + 1) \sin(\varphi_1))}{B(A + \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2))} \quad (7)$$

## **0.2. Implementacja**

## **0.3. Wyniki**

## **0.4. Bibliografia**

1. Wróblewski J. praca licencjacka Wahadło podwójne Warszawa 2011